3. MODULADORES Y DEMODULADORES

3.3 Modulación de argumento

- Para transmitir información utilizando una señal RF además de la modulación de AM podemos utilizar un método alternativo, o simultáneo, que consiste en modular el ángulo o argumento.

$$S(t) = A(t)\sin(\omega_c t + \theta(t))$$

- A(t) contiene la modulación AM, mientras que $\theta(t)$ da cuenta de la modulación de ángulo.

- La modulación de ángulo se puede realizar directamente sobre $\theta(t)$ o sobre su derivada temporal $\dot{\theta}(t)$.

3.3 Modulación de argumento

- En el primer caso: $\theta(t) = m(t)$

donde m(t) es el mensaje a transmitir.

- Si $m(t) = m\sin(\omega_m t)$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\boxed{\theta(t) = m\sin(\omega_m t)}$

Modulación de fase PM

- En el segundo caso: $\dfrac{d\theta(t)}{dt} = m(t)$

- Si $m(t) = m\sin(\omega_m t)$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $\boxed{\dfrac{d\theta(t)}{dt} = m\sin(\omega_m t)}$

3.3 Modulación de argumento

- Para analizar a que corresponde esta modulación consideraremos la frecuencia instantánea de la señal:

$$f_{ins} = \frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}(\arg) = \frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}(\omega_c t + \theta(t)) \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad f_{ins} = \frac{1}{2\pi}\left(\omega_c + \frac{d\theta(t)}{dt}\right) \quad \rightarrow$$

$$\boxed{f_{ins} = \frac{1}{2\pi}(\omega_c + m(t))} \leftarrow$$

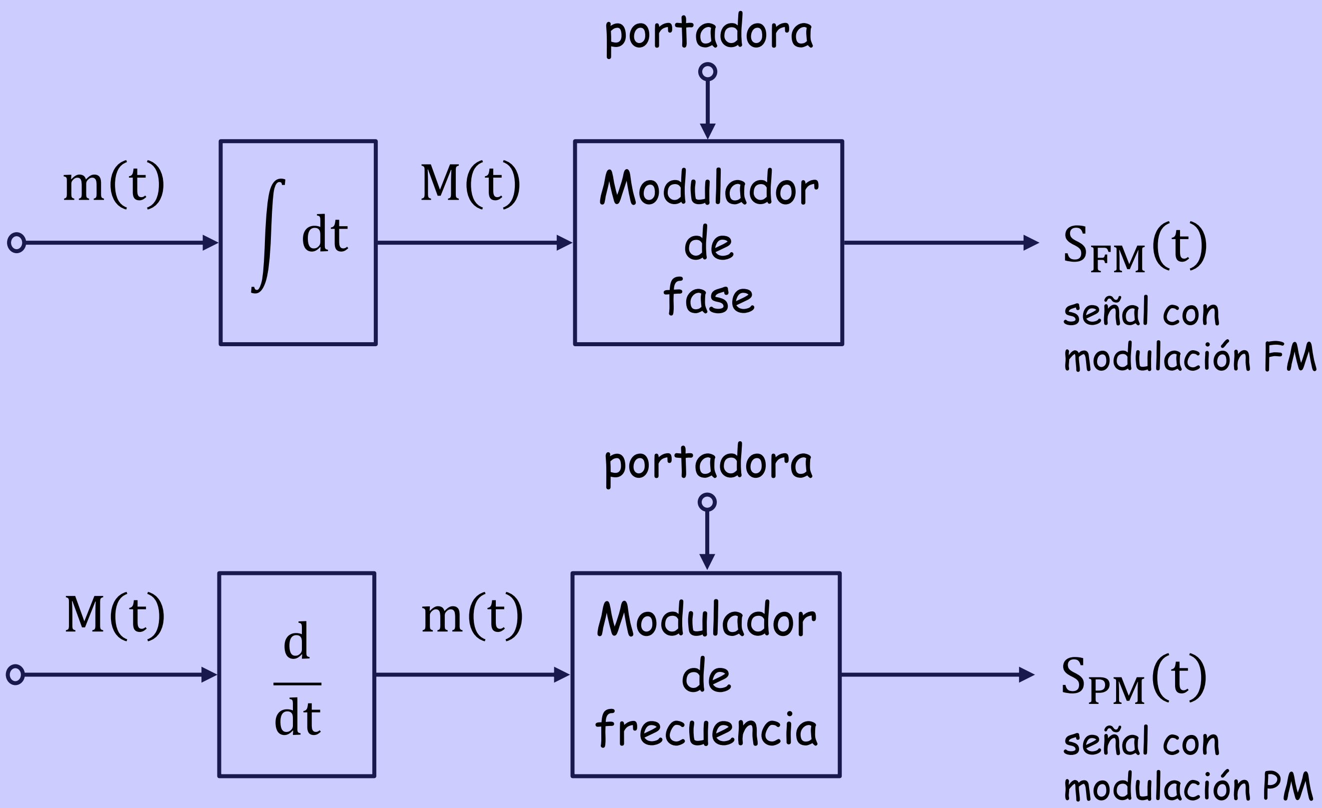
Modulación de frecuencia FM

- Si $m(t) = m\sin(\omega_m t) \quad \rightarrow$

$$\rightarrow \quad f_{ins} = \frac{1}{2\pi}(\omega_c + m\sin(\omega_m t))$$

3.3 Modulación de argumento

- La distinción entre PM y FM es más formal que real, ya que cualquier PM se puede interpretar como FM y viceversa.



3.3 Modulación de argumento

- Consideremos ahora que la variación del ángulo de una determinada onda EM es sinusoidal:

$$S(t) = A \sin(\omega_c t + \beta \sin(\omega_m t))$$

donde $\beta =$ profundidad de modulación o factor de modulación de argumento

- La frecuencia instantánea de la señal vendrá dada por:

$$f_{ins} = \frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}(\arg) = \frac{\omega_c}{2\pi} + \frac{\beta\,\omega_m}{2\pi}\cos(\omega_m t)$$

3.3 Modulación de argumento

- Como el coseno varía entre -1 y 1, la máxima variación de frecuencia instantánea será:

$$\boxed{\Delta f = \frac{\beta\,\omega_m}{2\pi} = \beta\, f_m} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\beta = \frac{\Delta f}{f_m}}$$

- La frecuencia instantánea variará entre:

$$f_c - \Delta f \qquad y \qquad f_c + \Delta f$$

- Pero esto no quiere decir que la distribución espectral de S(t) esté confinada entre estos dos valores.

3.3 Modulación de argumento

- Espectro de una señal modulada en ángulo:

$$S(t) = A \sin[(\omega_c t + \beta \sin(\omega_m t))] =$$

$$= A \sin(\omega_c t) \cos[\beta \sin(\omega_m t)] +$$

$$+ A \cos(\omega_c t) \sin[\beta \sin(\omega_m t)]$$

- Las funciones trigonométricas de funciones trigonométricas son también funciones periódicas que podemos expresar como una serie de Fourier.

3.3 Modulación de argumento

- Espectro de una señal modulada en ángulo:

$$\cos[\beta \sin(\omega_m t)] = J_0(\beta) + 2\, J_2(\beta) \cos(2\, \omega_m t) +$$

$$+ 2\, J_4(\beta) \cos(4\, \omega_m t) + \ \ldots$$

$$\ldots + 2\, J_n(\beta) \cos(2n\, \omega_m t) + \ \ldots$$

$$\sin[\beta \sin(\omega_m t)] = 2\, J_1(\beta) \sin(\omega_m t) +$$

$$+ 2\, J_3(\beta) \sin(3\, \omega_m t) + \ \ldots$$

$$\ldots + 2\, J_{2n-1}(\beta) \sin([2n-1]\omega_m t) + \ \ldots$$

- donde J_n son las funciones de Bessel de primera especie de orden n.

3.3 Modulación de argumento

- Si sustituimos en S(t) y agrupamos términos:

$$S(t) = A\,[\,J_0(\beta)\sin\omega_c t + \qquad \longleftarrow \boxed{\text{carrier}}$$

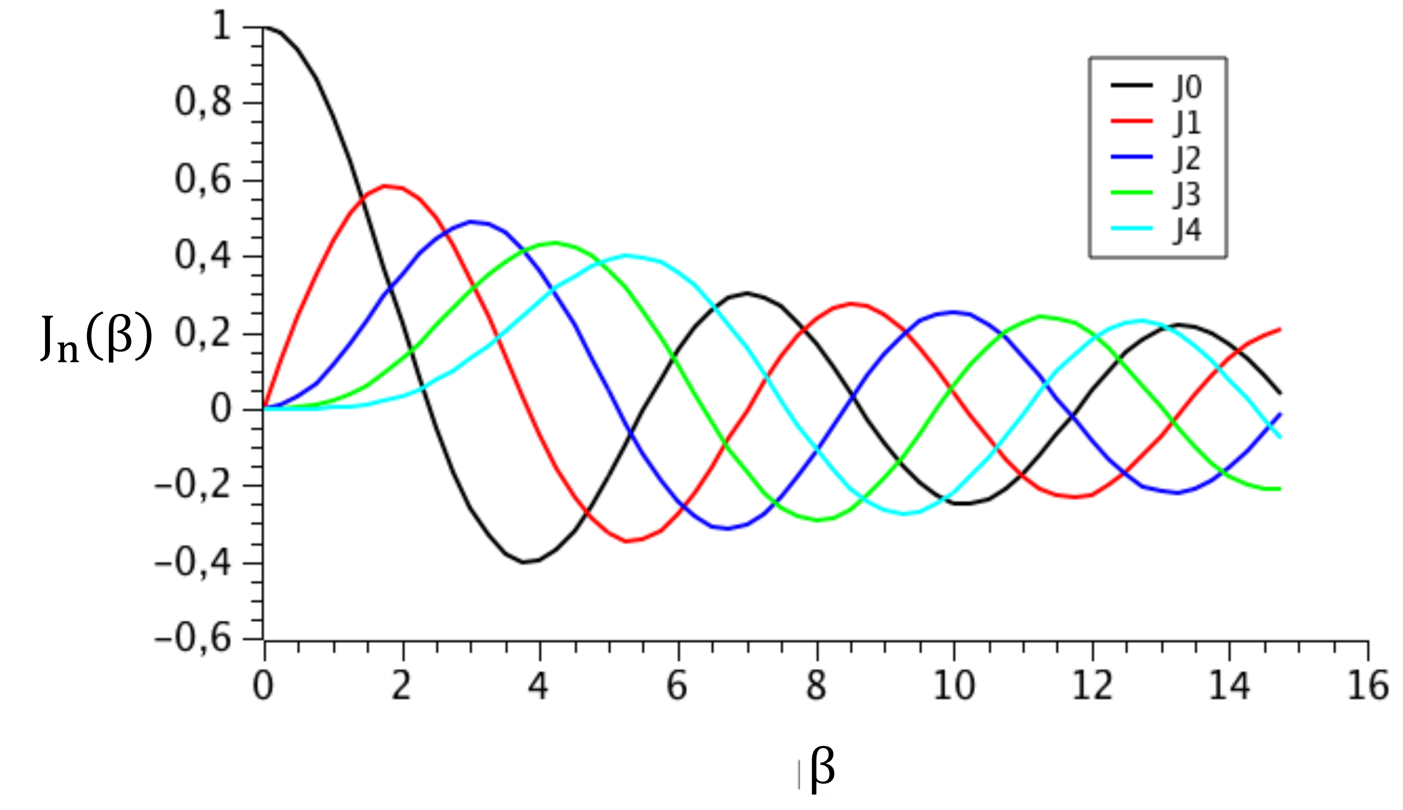
$$+\; J_1(\beta)\{\sin[(\omega_c+\omega_m)t] - \sin[(\omega_c-\omega_m)t]\} + \qquad \longleftarrow \boxed{\text{1st SB}}$$

$$+\; J_2(\beta)\{\sin[(\omega_c+2\omega_m)t] + \sin[(\omega_c-2\omega_m)t]\} + \qquad \longleftarrow \boxed{\text{2nd SB}}$$

$$+\; J_3(\beta)\{\sin[(\omega_c+3\omega_m)t] - \sin[(\omega_c-3\omega_m)t]\} + \qquad \longleftarrow \boxed{\text{3rd SB}}$$

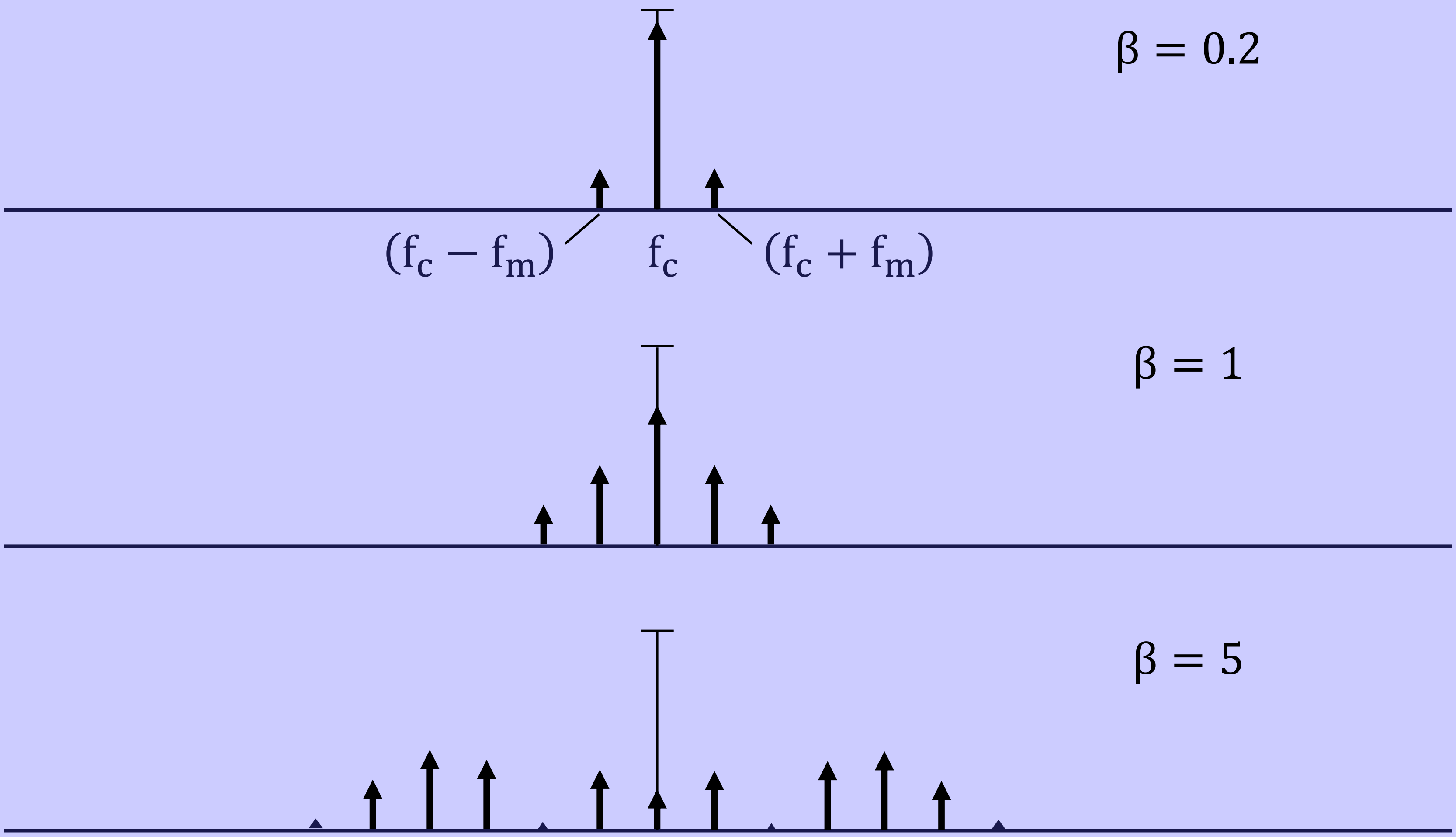
$$+\; -----$$

3.3 Modulación de argumento



GRAF Grup de Radio-Freqüència

3.3 Modulación de argumento



GRAF
Grup de Radio-Freqüència

3.3 Modulación de argumento

n \ β	1	2	3	4	5	6	7
0	0.7652	0.2239	-0.2601	-0.3971	-0.1776	0.1506	0.3001
1	0.4401	0.5767	0.3391	-0.0660	-0.3276	-0.2767	-0.0047
2	0.1149	0.3528	0.4861	0.3641	0.0466	-0.2429	-0.3014
3	0.0196	0.1289	0.3091	0.4302	0.3648	0.1148	-0.1676
4	0.0025	0.0340	0.1320	0.2811	0.3912	0.3576	0.1578
5		0.0070	0.0430	0.1321	0.2611	0.3621	0.3479
6		0.0012	0.0114	0.0491	0.1310	0.2458	0.3392
7			0.0025	0.0152	0.0534	0.1296	0.2336
8				0.0040	0.0184	0.0565	0.1280
9					0.0055	0.0212	0.0589
10					0.0014	0.0069	0.0235
11						0.0020	0.0083
12							0.0026

$n_{max} \approx \beta + 1 \longrightarrow$ Como mínimo 98% potencia de la señal

3.3 Modulación de argumento

- Teniendo en cuenta que las líneas espectrales están separadas f_m, podemos expresar el BW de la señal con modulación de argumento como:

$$\boxed{\mathrm{BW} = 2\, n_{max}\ f_m \approx 2\,(\beta + 1)\ f_m}$$

- Por otro lado al calcular la frecuencia instantánea vimos que:

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} \quad \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{\mathrm{BW} = 2\,(\Delta f + f_m)}$$

3.3 Modulación de argumento

- Podemos distinguir dos casos extremos:

1º) $\beta \gg 1 \longrightarrow \Delta f \gg f_m \longrightarrow \boxed{BW \approx 2\,\Delta f}$

- El ancho de banda de la señal viene determinado por la frecuencia instantánea. Habrá tantas líneas espectrales como corresponda para llenar el espectro entre $f_c - \Delta f$ y $f_c + \Delta f$

2º) $\beta \ll 1 \longrightarrow \Delta f \ll f_m \longrightarrow \boxed{BW \approx 2\,f_m}$

- El ancho de banda de la señal sólo contiene 2 líneas espectrales y se expande entre $f_c - f_m$ y $f_c + f_m$

3.3 Modulación de argumento

- En el primer caso $(\beta \gg 1 \quad ; \Delta f \gg f_m)$

  Hablaremos de modulación de ángulo o argumento de banda ancha (BBFM)*

- En el segundo caso $(\beta \ll 1 \quad ; \Delta f \ll f_m)$

  Hablaremos de modulación de ángulo de banda estrecha (NBFM)+

  - En este último caso podemos utilizar expresiones aproximadas de $J_n(\beta)$:

$$\text{Si} \quad \beta \ll 1 \longrightarrow \begin{cases} J_o(\beta) \approx 1 \\ J_n(\beta) \approx \frac{1}{n!}\left(\frac{\beta}{2}\right)^n \end{cases}$$

* Brad Band Frequency Modulation

\+ Narrow Band Frequency Modulation

3.3 Modulación de argumento

- Si $\beta \ll 1$ vemos que las contribuciones de las bandas laterales disminuyen muy rápidamente al aumentar n. Si nos quedamos en primer orden:

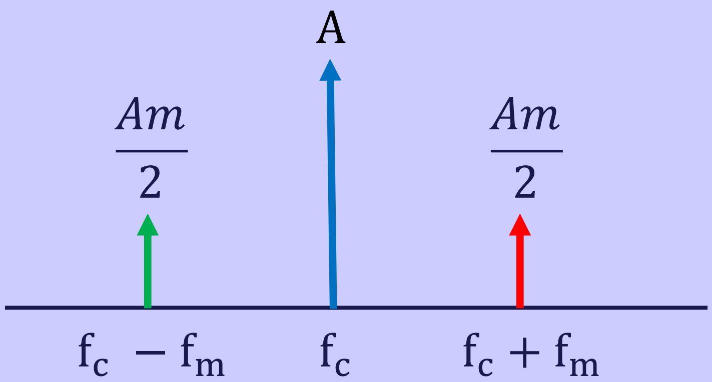
$$S(t) = A\left[\sin(\omega_c t) + \frac{\beta}{2}\{\sin[(\omega_c + \omega_m)t] - \sin[(\omega_c - \omega_m)t]\}\right]$$

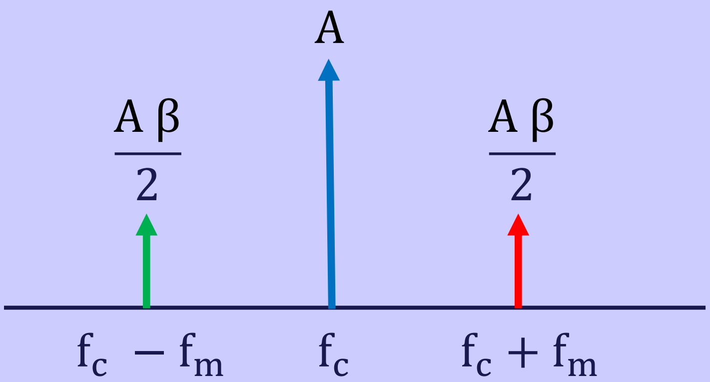
- El resultado es una señal portadora en f_c

  y dos bandas laterales en $f_c - f_m$ y $f_c + f_m$.

3.3 Modulación de argumento

- Hay una gran similitud entre esta señal y una de AM convencional. De hecho si sólo miramos el espectro son iguales.



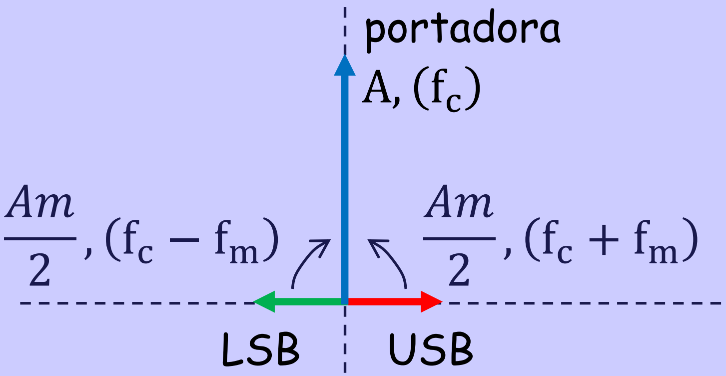


$$\mathrm{AM(t)} = \mathrm{A}\sin(\omega_c \mathrm{t}) + \frac{Am}{2}\cos[(\omega_c + \omega_m)\mathrm{t}] - \frac{Am}{2}\cos[(\omega_c - \omega_m)\mathrm{t}]$$

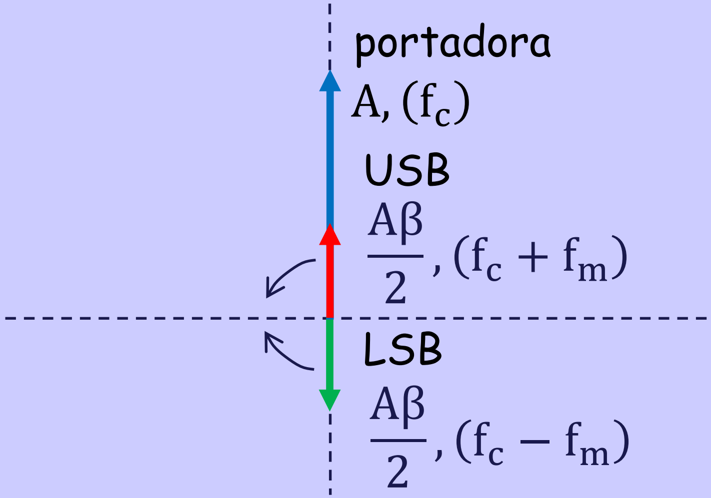
$$\mathrm{NBFM(t)} = \mathrm{A}\sin(\omega_c \mathrm{t}) + \frac{\mathrm{A}\,\beta}{2}\sin[(\omega_c + \omega_m)\mathrm{t}] - \frac{\mathrm{A}\,\beta}{2}\sin[(\omega_c - \omega_m)\mathrm{t}]$$

3.3 Modulación de argumento

- No obstante hay una diferencia fundamental que es la fase relativa entre la portadora y las bandas laterales:



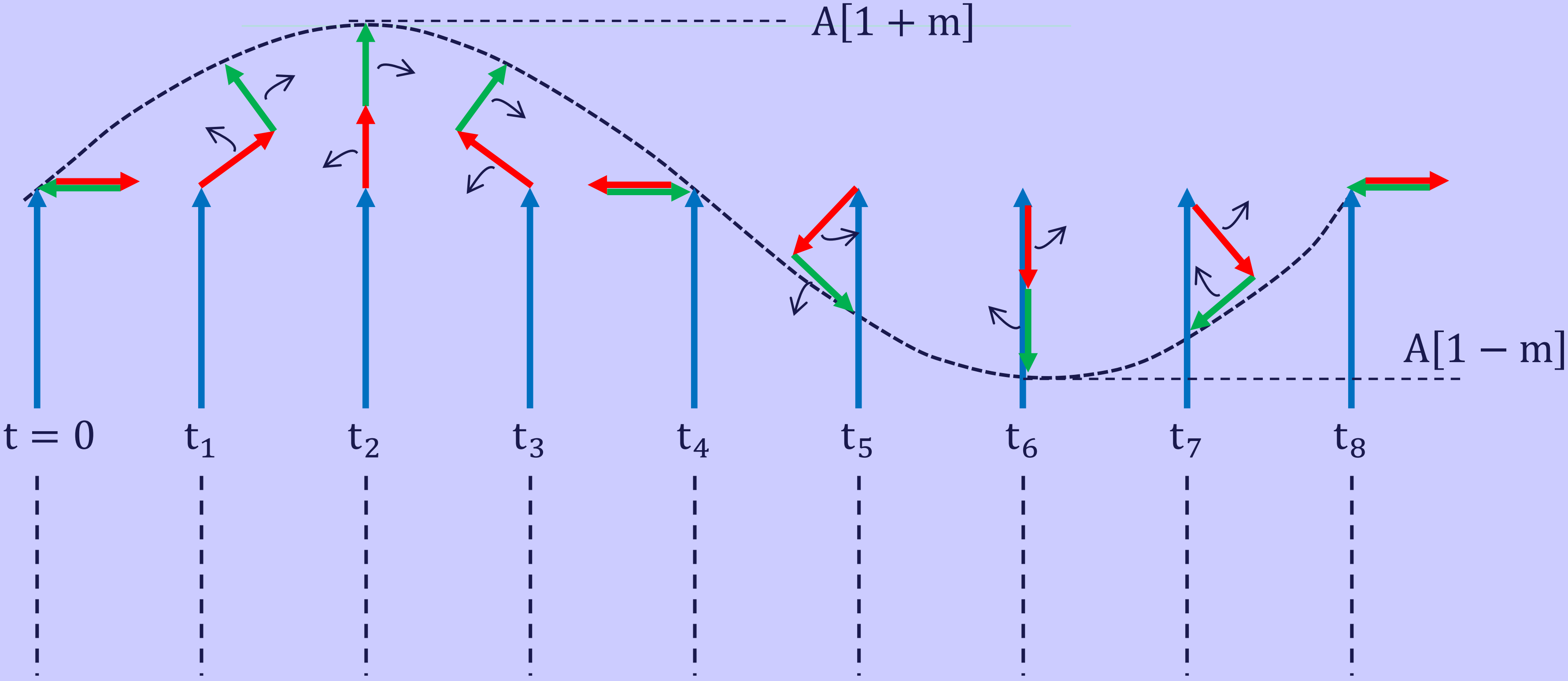
$AM(t)$



$NBFM(t)$

3.3 Modulación de argumento

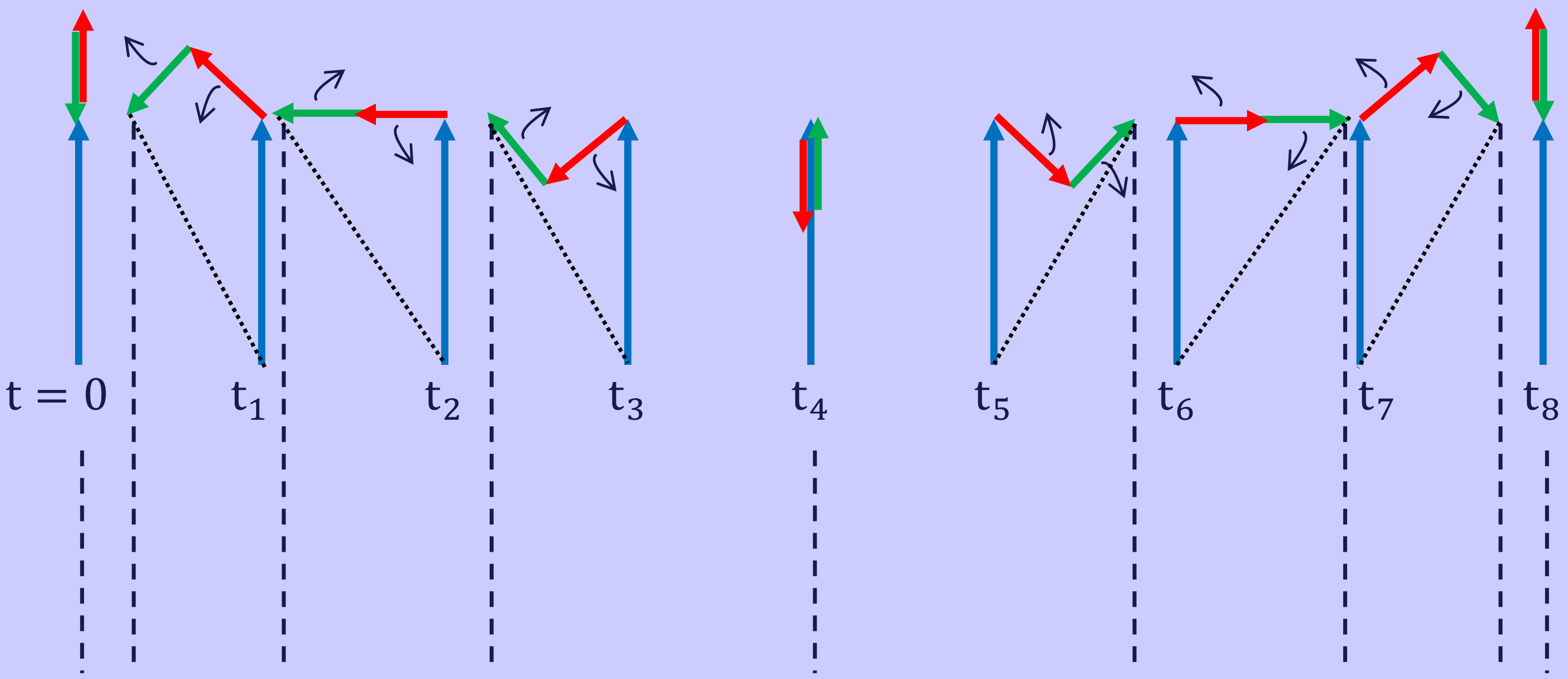
- AM(t)



GRAF Grup de Radio-Freqüència

3.3 Modulación de argumento

- NBFM(t)



3.3 Modulación de argumento

- Generación de señales con modulación de argumento
  - Generación directa
  - Generación indirecta

- Generación directa: implica la utilización de VCOs*
  - Los VCOs son osciladores LC donde uno de los elementos del tanque resonante (en general, C) se puede sintonizar electrónicamente usando una tensión de control.
  - La frecuencia instantánea de oscilación vendrá dada por:

$$f_{ins}(V_c) = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\,C(V_c)}}$$

* Voltage Controlled Oscillator

3.3 Modulación de argumento

- Para variaciones pequeñas de la tensión V_c :

$$C(V_c) \approx C_o + \left.\frac{dC}{dV}\right|_{V=V_o} (V - V_o)$$

donde V_o es una tensión de polarización de referencia.

- Para la frecuencia instantánea obtendríamos la siguiente expresión en primer orden:

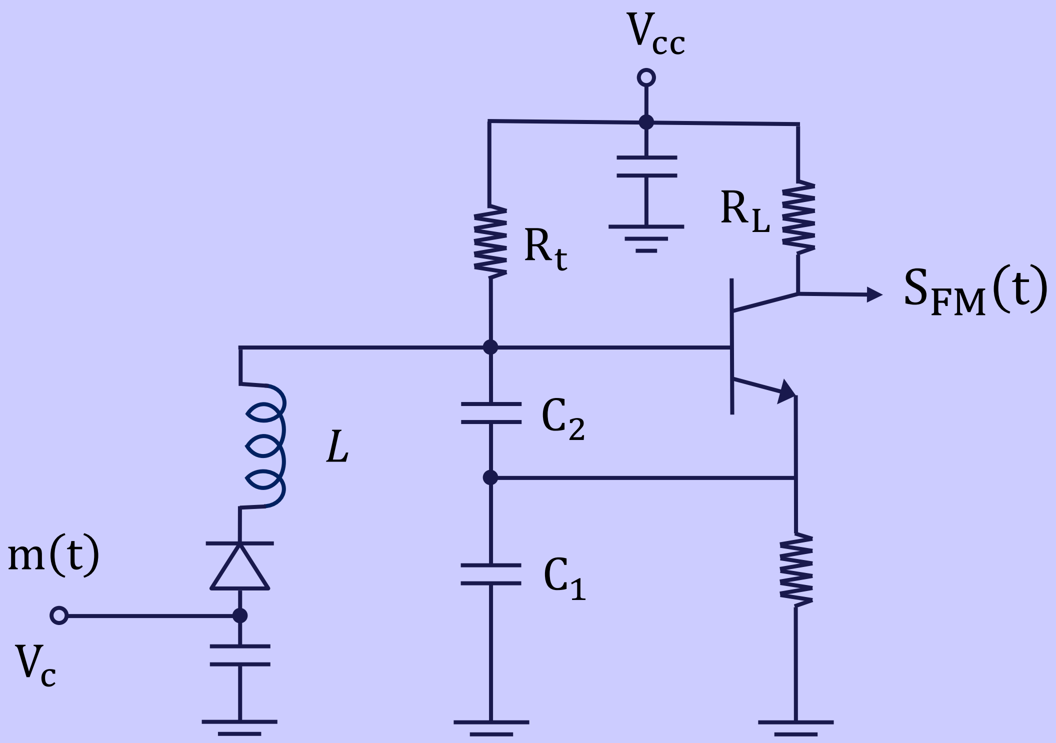
$$f_{ins} \approx f_o + k\,(V - V_o)$$

donde

$$k = -\frac{f_o}{2L\,C_o}\left.\frac{dC}{dV}\right|_{V=V_o} \qquad f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\,C(V_o)}}$$

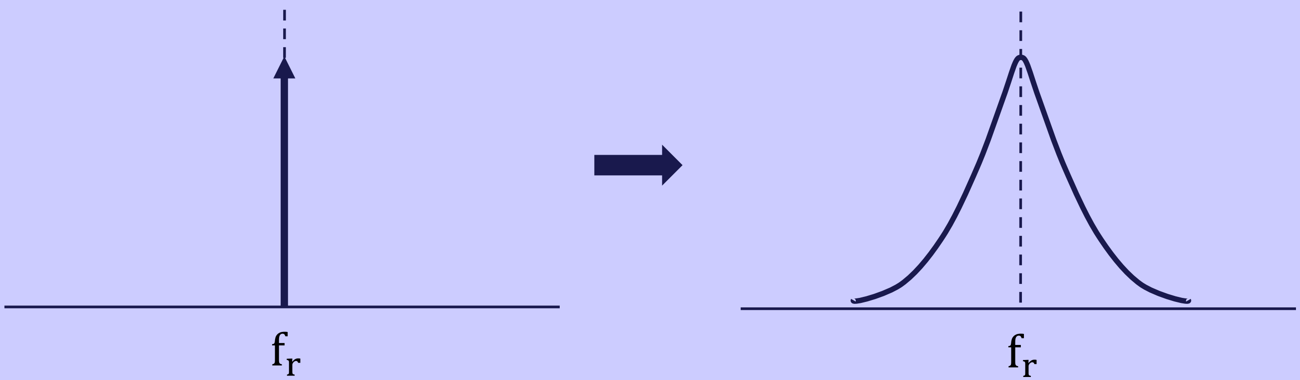
3.3 Modulación de argumento

- Si substituimos por (V-V_o) por m(t) tendremos directamente un sistema de modulación FM (PM con las conversiones adecuadas).



3.3 Modulación de argumento

- El problema que presenta este procedimiento de generación directa es la estabilidad en frecuencia.
  - Cualquier ruido a nivel de V_c (amplitud) se transformará en variaciones de la frecuencia de salida (ruido de fase) sin ninguna relación con la modulación m(t).



GRAF Grup de Radio-Freqüència

3.3 Modulación de argumento

- Generación indirecta de señales con modulación de argumento.
  - La generación indirecta se basa en la expresión de una señal NBFM.

$$\mathrm{NBFM}(t) = A \sin[w_c\, t + \beta(t)]$$

donde

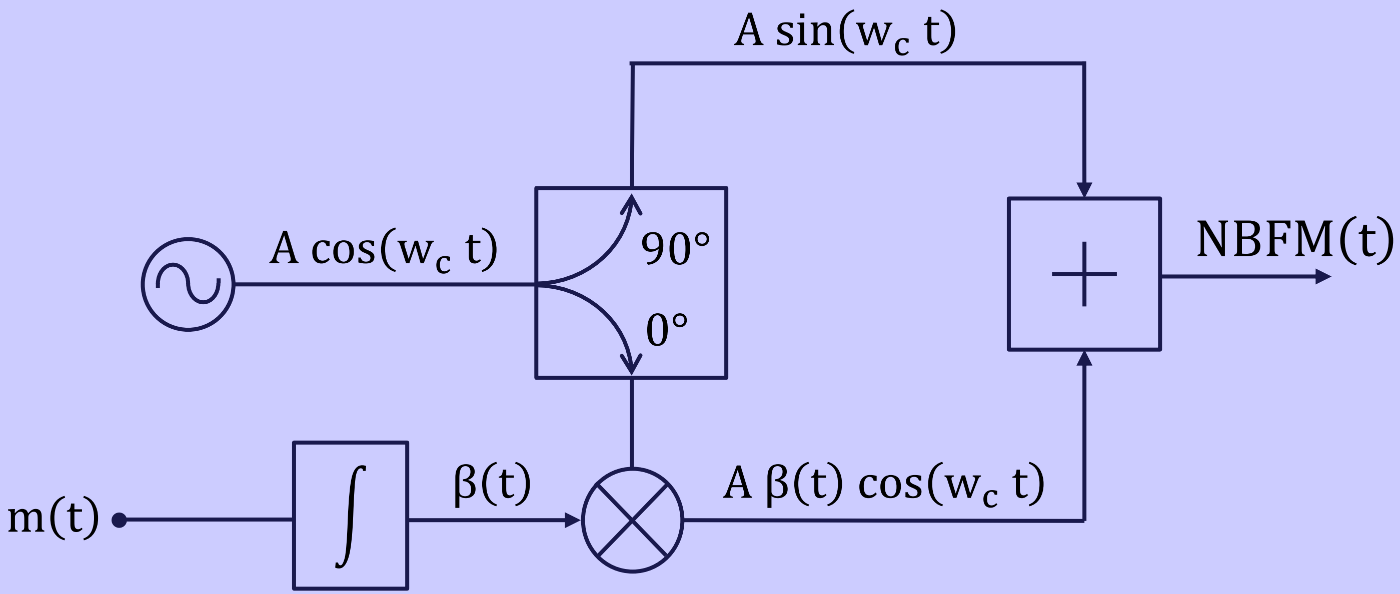
$$\beta(t) = \int m(t)\, dt \quad ; \quad m(t) = \text{mensaje}$$

  - Si $|\beta(t)| \ll 1 \quad \forall t \longrightarrow$

$$\longrightarrow \boxed{\mathrm{NBFM}(t) \approx A\, [\sin(w_c\, t) + \beta(t) \cos(w_c\, t)]}$$

3.3 Modulación de argumento

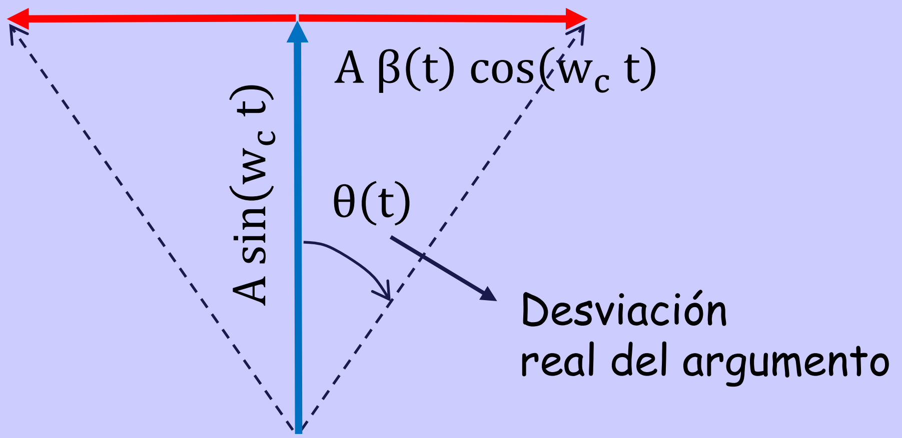
- Generación Indirecta de señales con modulación de argumento.
  - El siguiente esquema permite implementar la señal NBFM(t) a partir de una portadora de referencia.



GRAF Grup de Radio-Freqüència

3.3 Modulación de argumento

- La ventaja de la generación indirecta es que la frecuencia de la portadora es fija y puede ser muy estable (osciladores de resonador piezoeléctrico, SAW, resonador dieléctrico, cavidad resonante, en función de, f).
- El inconveniente es que el factor de modulación $\beta(t)$ tiene que ser muy pequeño.



GRAF Grup de Radio-Freqüència

3.3 Modulación de argumento

- Para implementar la modulación indirecta hemos asumido que

$$|\beta(t)| \ll 1 \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \theta(t) \approx \beta(t) \approx \sin[\beta(t)] \approx \tan[\beta(t)]$$

- Las consecuencias si $|\beta(t)| \approx 1$ es un error en la amplitud de la señal NBFM(t). Ya no es constante:

$$\boxed{A_s = A\sqrt{1 + |\beta(t)|^2} \neq A}$$

$$A_s \approx A\left(1 + \frac{|\beta(t)|^2}{2}\right) \quad \text{si} \quad |\beta(t)| \ll 1$$

3.3 Modulación de argumento

- Además, por construcción la máxima desviación del argumento que podemos conseguir es:

$$-{}^{\pi}/_{2} \leq \theta(t) \leq {}^{\pi}/_{2}$$

- Para solventar este problema y conseguir factores de modulación mayores que $\pi/2$ sin una gran distorsión de la amplitud, Amstrong propuso el siguiente procedimiento:

1º) $\mathrm{NBFM(t)} \longrightarrow [\mathrm{NBFM(t)}]^2$

$$\mathrm{S} = [\mathrm{NBFM(t)}]^2 = \mathrm{A_s^2}\,\sin^2[\mathrm{w_c t} + \beta(\mathrm{t})]$$

3.3 Modulación de argumento

$$S = \frac{A_s^2}{2}\left[1 + \cos\left(2\, w_c t + 2\, \beta(t)\right)\right]$$

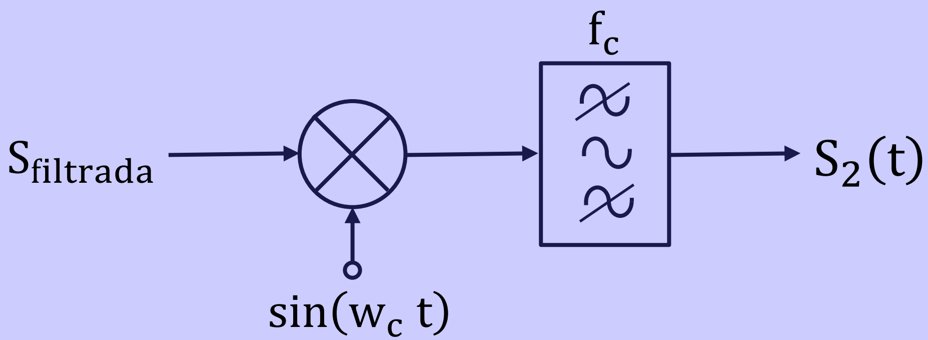
- Si filtramos la componente DC (BB)

$$\boxed{S_{\mathrm{filtrada}} = \frac{A_s^2}{2} \cos\left[2\, w_c t + 2\, \beta(t)\right]}$$

- La profundidad de la modulación se ha multiplicado por 2, pero la frecuencia de sus componentes espectrales (f_m) no ha cambiado.

3.3 Modulación de argumento

2°) Esta señal se puede bajar en frecuencia utilizando un mixer.



- De esta forma obtendríamos:

$$\boxed{S_2(t) = \frac{A_s^2}{4} \sin[w_c t + 2\,\beta(t)]}$$

que es una señal a la frecuencia original con un factor de modulación doble del original.

3.3 Modulación de argumento

- Distorsión de amplitud $\beta' = 2\,\beta$

  - Señal $S(t) \Rightarrow \dfrac{A_{max}}{A_{min}} \approx 1 + 2\,\beta^2$

  - Señal $S_2(t) \Rightarrow \dfrac{A_{max}}{A_{min}} \approx 1 + \beta^2$

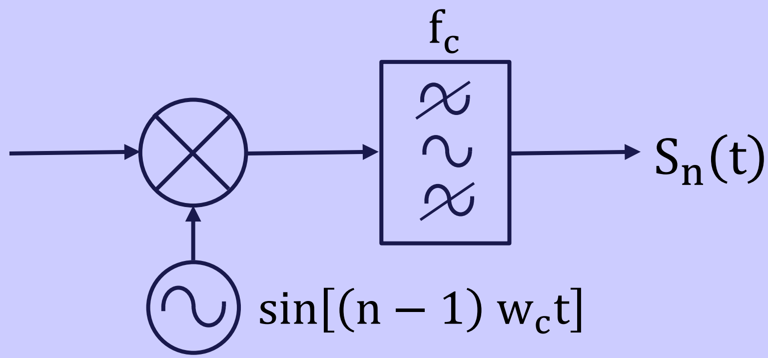
- Al generar la señal con modulación $2\,\beta(t)$ de forma indirecta en un único paso tenemos una distorsión de amplitud que es el doble que la que obtenemos generando la señal en dos pasos.

3.3 Modulación de argumento

- Este procedimiento lo podemos generalizar para una potencia n:

1°) $\mathrm{NBFM}(t) \longrightarrow [\mathrm{NBFM}(t)]^n$

2°) $[\mathrm{NBFM}(t)]^n$



- Salvo una fase:

$$\boxed{S_n(t) = A_n \sin[w_c t + n\,\beta(t)]}$$

3.3 Modulación de argumento

- Se puede conseguir aumentar el factor de modulación n veces sin modificar las componentes espectrales (f_m).

  - Distorsión de amplitud $\quad S(t)^{*} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{A_{max}}{A_{min}} \approx 1 + \dfrac{n^2\,\beta^2}{2}$

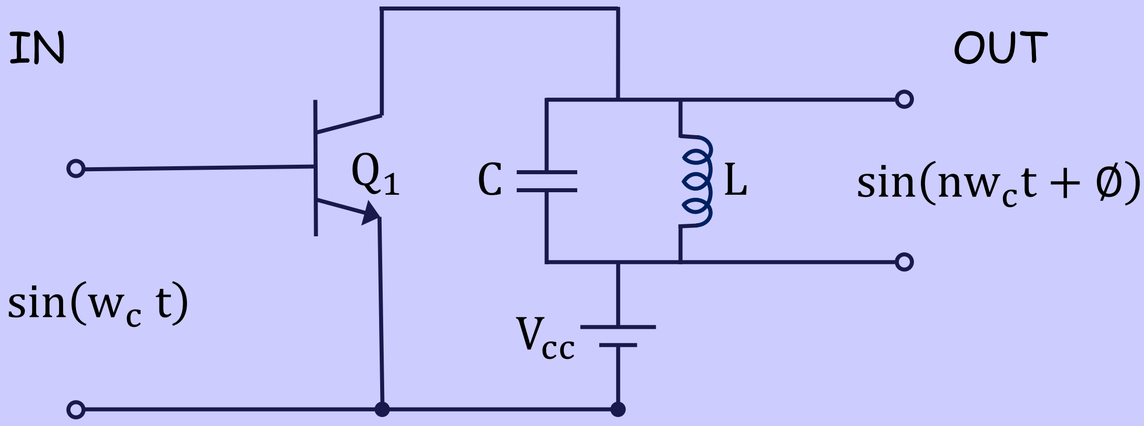
  - Distorsión de amplitud $\quad S_n(t) \quad \Rightarrow \quad \dfrac{A_{max}}{A_{min}} \approx 1 + \dfrac{n\,\beta^2}{2}$

- La cuestión ahora es: ¿cómo elevamos la señal NBFM(t) a la n-ésima potencia ?

* Si es posible la generación indirecta

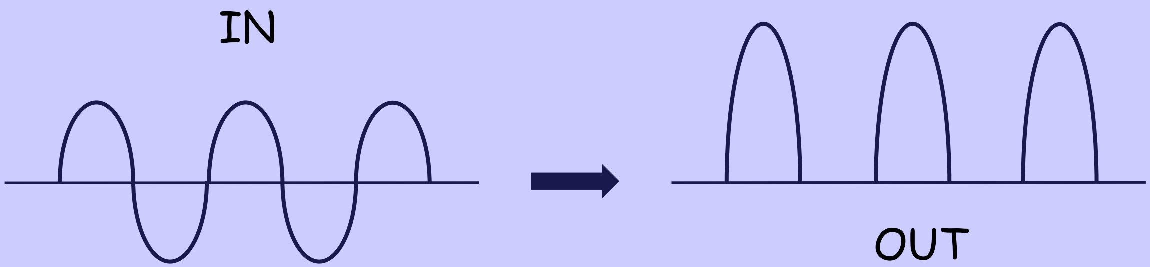
3.3 Modulación de argumento

- Un circuito que permite realizar esta función es el amplificador de clase C.



- El transistor Q_1 conmuta entre zona de corte y zona activa, generando una señal rectificada en la salida (OUT) de la señal en la entrada (IN).

3.3 Modulación de argumento



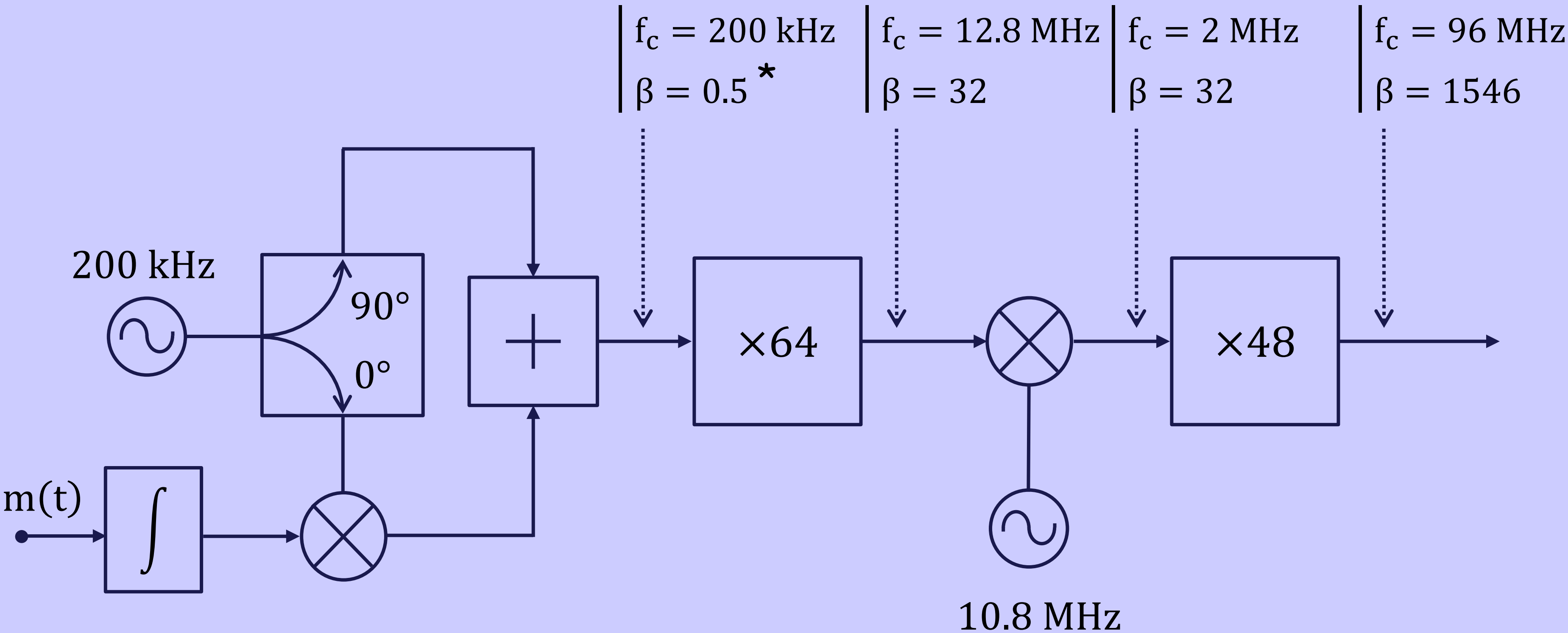
$$\sin(w_c\, t) \quad \Rightarrow \quad G \sin(w_c\, t)\left[\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\sin[(2n+1)\, w_c\, t]}{2n+1}\right]$$

donde G indica la ganancia

- La amplitud de los términos en frecuencia $(2n+1)f_c$, decae con $1/(2n+1)$. En la práctica sólo son realizables multiplicaciones de frecuencia de como máximo un factor 5.

3.3 Modulación de argumento

Esquema de Amstrong para la generación de señales FM

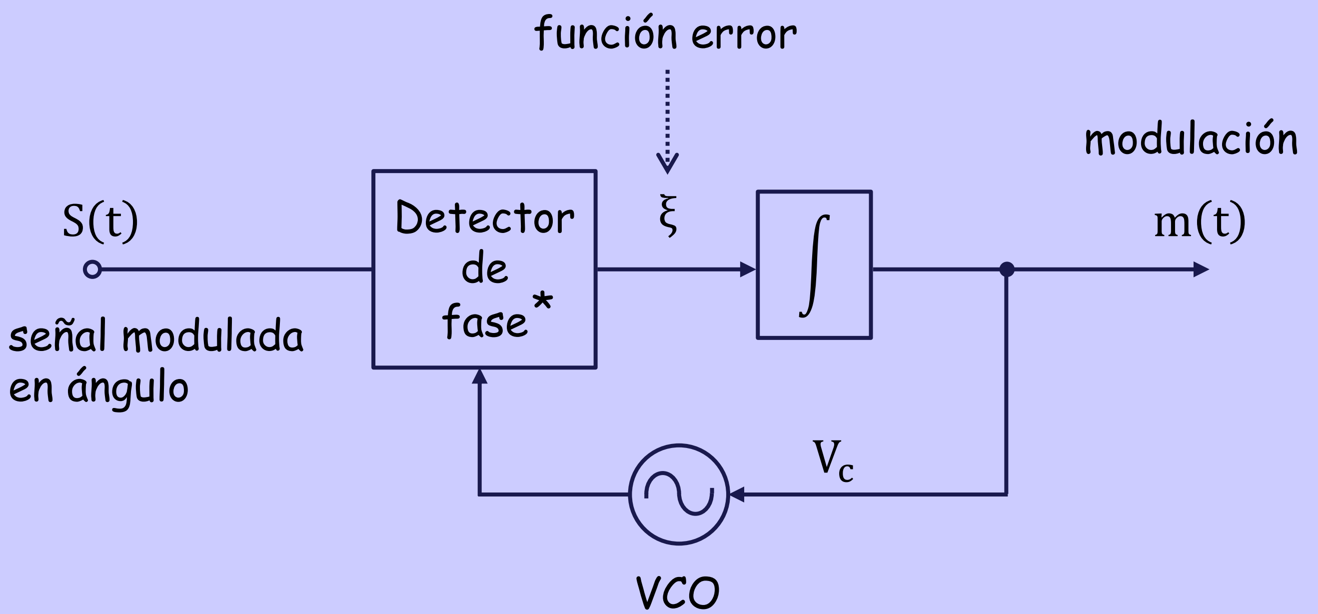


*$(\beta = 0.5 \;\Rightarrow\; \Delta f = 25\text{ Hz}\,;\;\; f_m = 50\text{ Hz})$

3.4 Demodulación de argumento

- También tenemos dos opciones para la demodulación de señales con modulación de argumento.

  1º) Demodulación directa: consiste en utilizar un PLL para sincronizar en frecuencia y fase.



* Puede ser un mixer

3.4 Demodulación de argumento

- Para asegurar que la función error, ξ, sea nula la salida del VCO debe tener la misma frecuencia instantánea que la señal de entrada.

- En consecuencia la señal de control del VCO, V_c deberá reproducir las variaciones de la frecuencia de entrada $\Rightarrow \left(V_c = m(t)\right)$

- El funcionamiento será correcto si:

  - rango $\quad \mathrm{VCO} \geq 2\Delta f$

  - Tiempo de respuesta integrador y $\mathrm{VCO} < \dfrac{1}{f_m|_{max}}$

3.4 Demodulación de argumento

2º) Demodulación indirecta por conversión FM $\longrightarrow$ AM.

- Consideremos una señal genérica con modulación de argumento y su derivada:

$$S(t) = A\sin[w_c\, t + \theta(t)]$$

$$\dot{S}(t) = \frac{d}{dt}S(t) = A\left(w_c + \frac{d\theta(t)}{dt}\right)\cos[w_c\, t + \theta(t)]$$

Si $\boxed{w_c \gg \frac{d\theta(t)}{dt}^{*}}$ $\Rightarrow$ $\dot{S}(t)$ es una señal con doble modulación:

de Argumento

y de Amplitud Convencional.

* Situación habitual

GRAF
Grup de Radio-Freqüència

3.4 Demodulación de argumento

- De acuerdo con esto podemos utilizar un detector de envolvente para realizar la demodulación. La salida del detector sería:

$$A\left[w_c + \frac{d\theta(t)}{dt}\right] = A\left[w_c + m(t)\right]$$

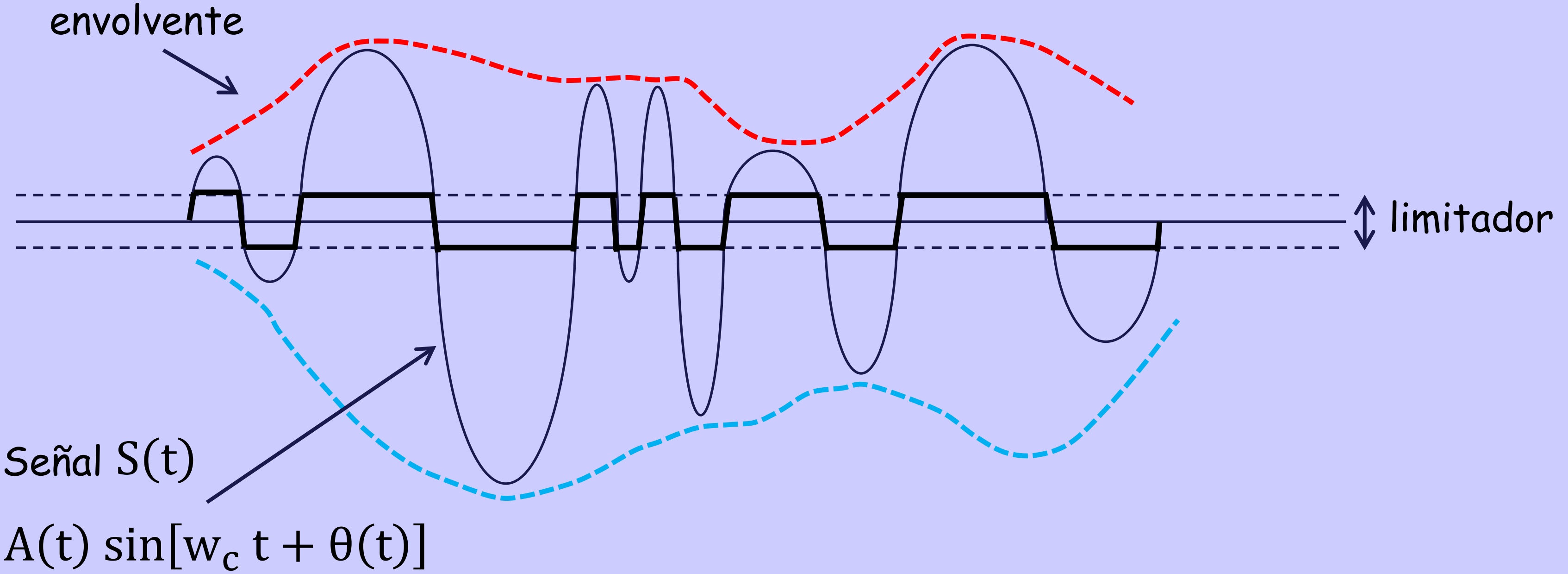
para una señal modulada en frecuencia

- En consecuencia, las variaciones temporales de la envolvente reproducen la modulación original.

3.4 Demodulación de argumento

- Este procedimiento es válido siempre que no haya variaciones de la amplitud de la señal original S(t). Si las hubiera se interpretarían como variaciones de la frecuencia de forma errónea.

- Para evitar este problema, antes de la conversión FM-AM deberemos eliminar la modulación AM residual. (LIMITADORES)



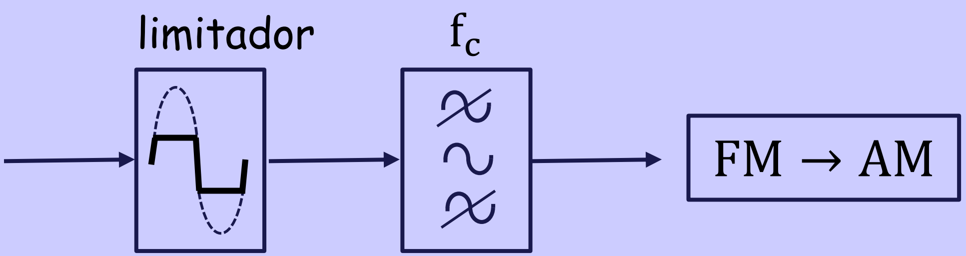
GRAF Grup de Radio-Freqüència

3.4 Demodulación de argumento

- El resultado es una onda con la misma modulación en frecuencia que la señal original pero de amplitud constante*.

- La onda generada es cuasi-cuadrada con lo que deberemos filtrarla antes de la demodulación, para quedarnos con el armónico fundamental.

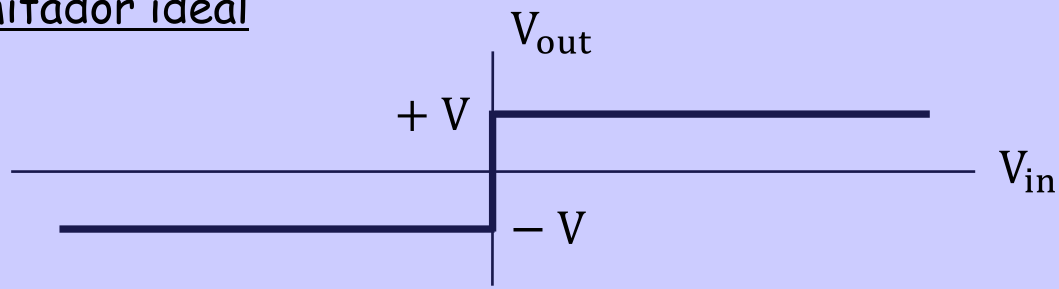
$A(t)\,\sin[w_c\,t+\theta(t)]$



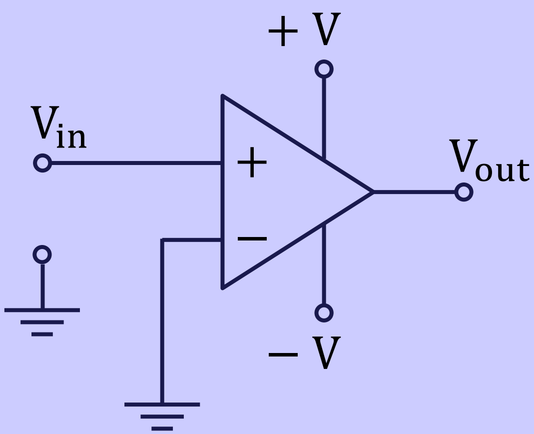
* En primera aproximación

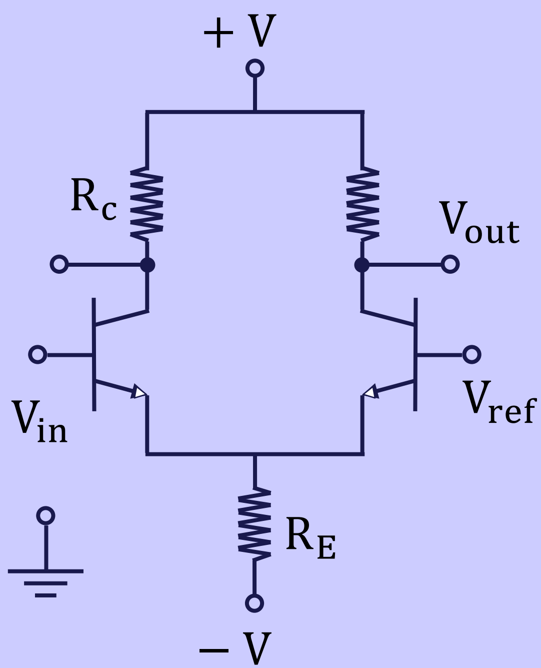
3.4 Demodulación de argumento

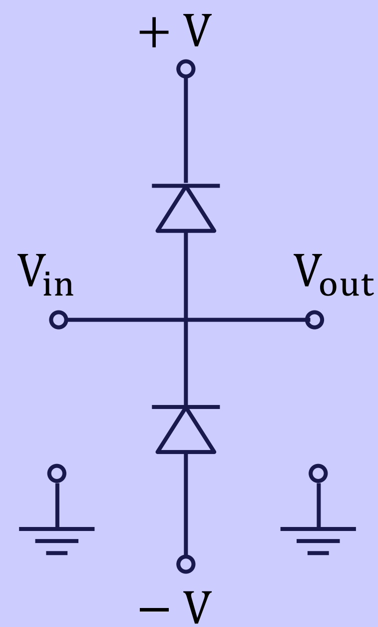
- Limitador ideal



- Implementaciones prácticas:



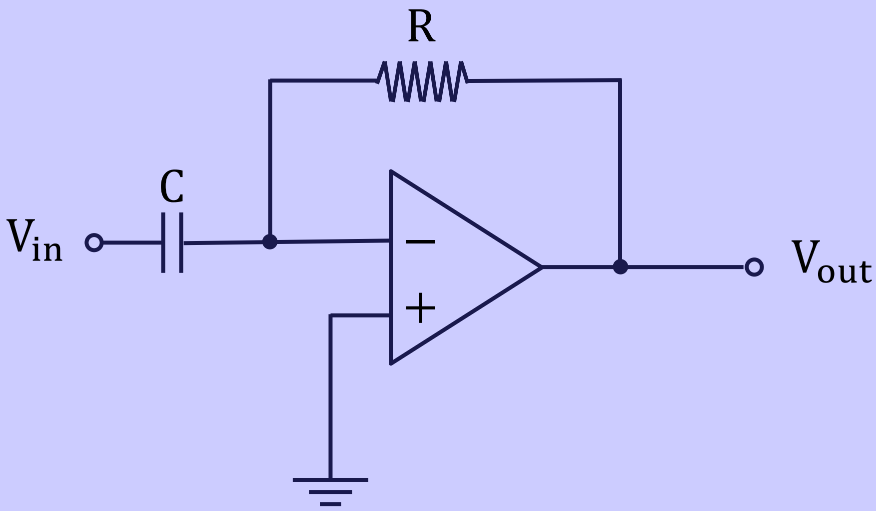




3.4 Demodulación de argumento

- Para conseguir la demodulación indirecta por conversión FM →AM nos queda por ver como conseguimos hacer la derivada de la señal recortada y filtrada.

- Una opción es utilizar un diferenciador analógico:



- ¿ Limitaciones en frecuencia ?

3.4 Demodulación de argumento

- Otra opción es utilizar un circuito con una respuesta similar en el rango de frecuencias de interés.

  - La respuesta en frecuencia de un diferenciador ideal es:

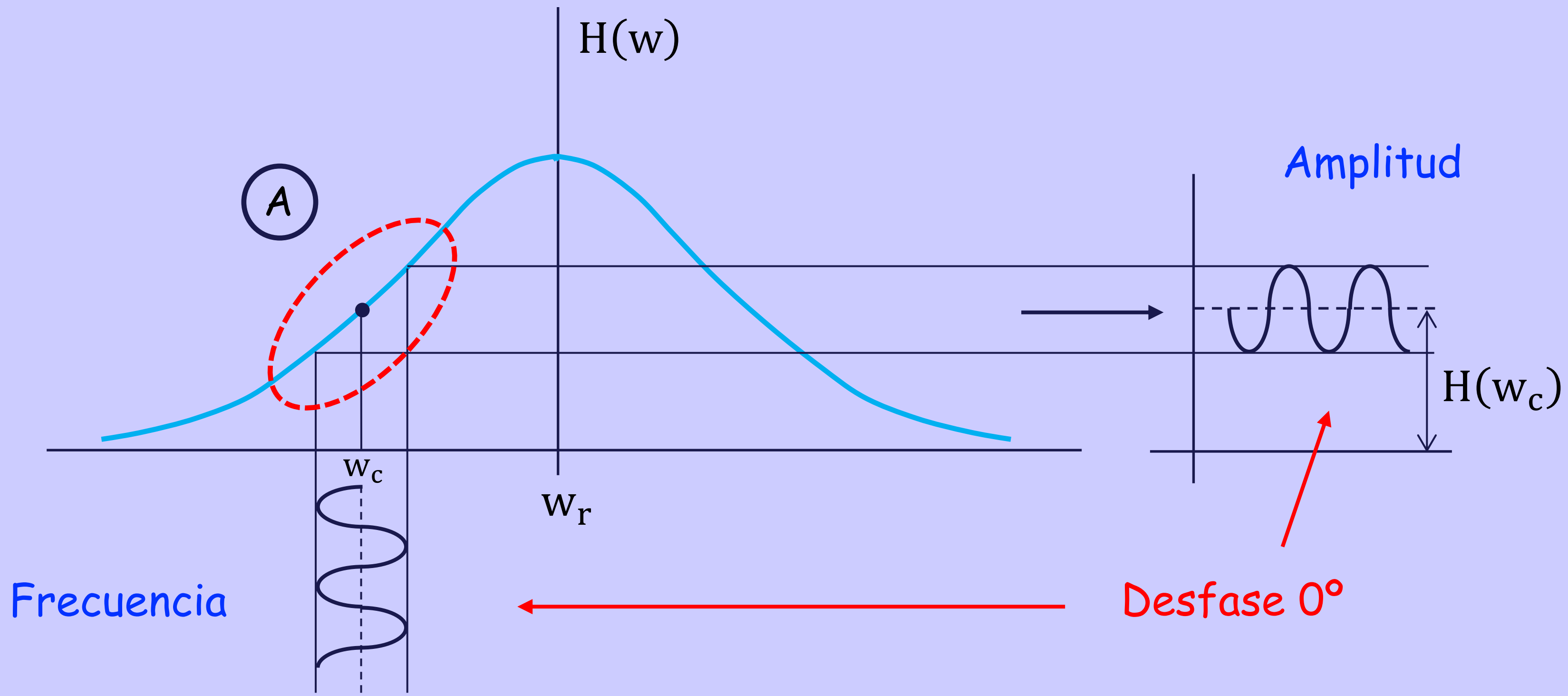
$$H(w) = j\,w \quad \Rightarrow \quad |H(w)| = w$$

  - Un circuito que tiene una respuesta lineal en un cierto rango de frecuencias es el tanque LC, con resonancia $w_r = 2\pi\, f_r$

$$|H(w)| \approx \frac{R}{\left[1 + Q^2\left(\frac{w}{w_r} - \frac{w_r}{w}\right)^2\right]^{1/2}}$$

Donde R es la resistencia equivalente en paralelo del tanque y Q el factor de calidad

3.4 Demodulación de argumento

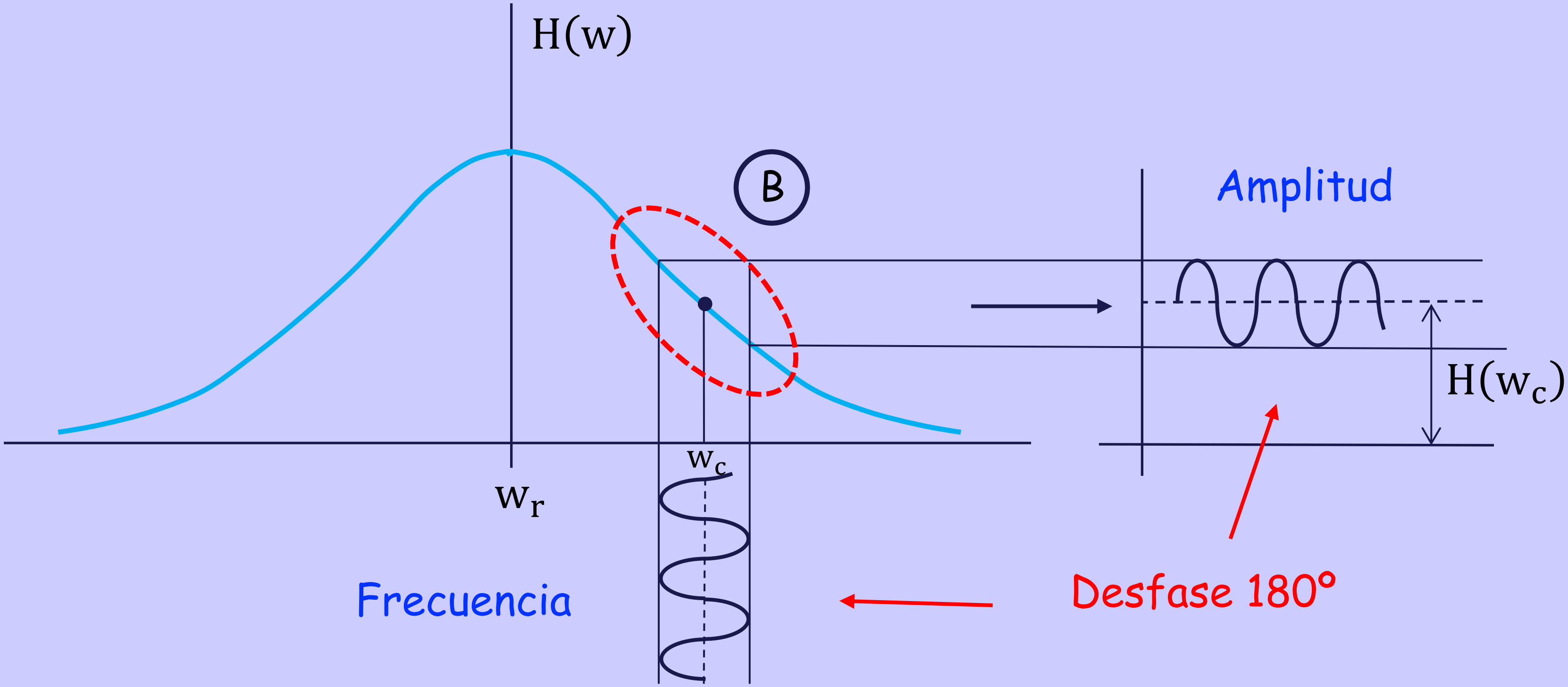


A ➡

$$|H(w)| \approx |H(w_c)| + k\,(w - w_c)$$

$$k = \left.\frac{d|H(w)|}{dx}\right|_{w-w_c} > 0$$

3.4 Demodulación de argumento



B ➡

$$|H(w)| \approx |H(w_c)| + k' (w - w_c)$$

$$k' = \left.\frac{d|H(w)|}{dx}\right|_{w-w_c} < 0$$

3.4 Demodulación de argumento