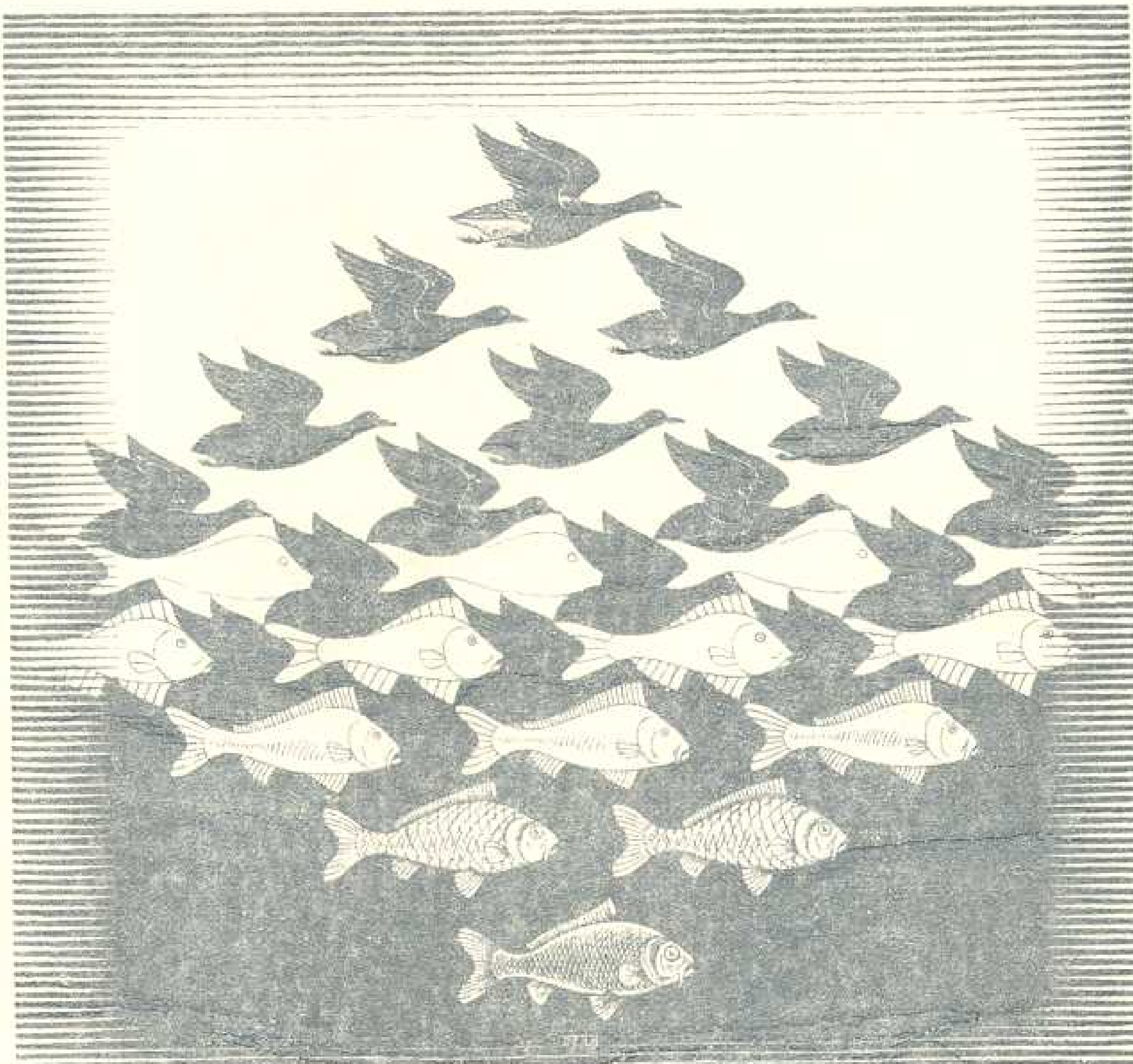
ALEPH

REVISTA DELS ESTUDIANTS DE MATEMÀTIQUES

NÚM. 4 NOVEMBRE 81



En aquest número:

Memòria d'un curs singular
Discriminació sexual en matemàtiques
Especialització en lògica
Jocs, entreteniments, i molt més

SUMARIO

EQUIPO TECNICO Y REDACTOR:
J. Coch, E. Comas, O. Cortés, F. Cucker, T. Pórtulas, M. Balló, A. Sabater.

COLABORADORES:
Vera Sacristán, Ventura Verdú, J.M. Font,
Familia Mora, T. Torrens.

P.V.P.: 40 Pts.
Editado en el "Chiringuito" (Cátedra de Astronomía 2º piso, Facultad de Matemáticas, Plaza Universidad).

EDITORIAL.

Al abrirse el curso, editamos este número cuatro de ALEPH casi sin cambios con respecto a nuestra línea habitual. Continuamos informando sobre las opciones, este número sobre la opción de Lógica.(el artículo del Dr. Simó todavía no ha llegado a nuestras manos). Rescatamos una entrevista al Grup Zero, que encontramos entre el material de ALEPH, y publicamos algunos artículos que nos han hecho llegar diversos alumnos, algunos de aquí y otros de la Autónoma.

Lamentamos el abandono de su tarea de coeditor -tarea que realizaba desde el número cero- de Alvaro inacua, actualmente licenciado. En cambio, nos alegramos de contar de nuevo con la colaboración de la familia Mora (familia de matemáticos y artistas) para la presentación gráfica de la Revista.

La colaboración del alumnado en este número nos da la esperanza de recibir aún más artículos y sugerencias para el número que viene. Para hacer llegar ideas a la Redacción de ALEPH, alcanza con ponerse en contacto con miembros del equipo técnico y redactor, o bien con dejarnos el material ensobrado bajo la puerta del "chiringuito" (Cátedra de Astronomía, 2ºPiso).

EL FULL D'EN M. RALLO

INFORMACIONS

EXAMENS DE GRAU

Als pocs dies d'haver començat el curs em varen fer a mans un document no signat amb data del juliol de 1981, que es reprodueix més endavant, el qual regula les proves per a assolir el Grau de Llicenciatura de la Facultat de Matemàtiques de la UCB. Aquest document va ser presentat a la Junta de Facultat a principis de juliol i pel fet que els PNN's l'havien rebut poques hores avans se'n va ajornar la discussió, que encara no s'ha dut a terme.

També a principis de curs els PNN's varen celebrar diverses reunions per tal d'estudiar aquest document. Fruit d'aquest estudi és el PROJECTE DE REGLAMENT DELS EXAMENS DE GRAU el.laborat per l'Assemblea de Professors no numeraris, i que també es reprodueix.

Les diferencies essencials entre un i altre són:

a) El de juliol dóna a la Facultat tots els poders de decissió sobre el mètode d'examen, mentre que el projecte dels PNN's delega aquesta decissió a l'alumne i a un Departement de la Facultat.

b) En la composició del tribunal en el document del juliol només s'hi permeten catedràtics, agregats i adjunts, mentre que l'única exigencia del documnet dels PNN's és la condició de ser doctor.

c) Hi ha diferencies notables també en la primera modalitat pel que fa a temps i materies d'examen.

d) Pel que fa a la segona modalitat, el document de juliol parla d'unes proves que no són especificades. Això enfronta a l'alumne amb un examen el contingut del qual (oral, escrit, pràctic, teòric?) és enigmàtic. El projecte dels PNN's suprimeix aquestes proves suplementàries.

El projecte dels PNN's millora essencialment el document del juliol, que només deixa en mans de l'alumne la possibilitat de sugerir la modalitat desitjada.

PROJECTE DE REGLAMENT DELS EXÀMENS DE GRAU

(Assemblea de Professors No Numeraris)

Les proves per a assolir el Grau de Llicenciatura de la Facultat de Matemàtiques de la Universitat de Barcelona es desenvoluparan d'acord amb les dues modalitats establertes a la present normativa, corresponent als alumnes l'elecció d'una o altra, segons el que s'hi disposa. La qualificació correspondrà a un Tribunal format per tres Professors de la Facultat que siguin Doctors i serà nomenat per la Junta de Facultat.

PRIMERA MODALITAT

Constarà de tres exercicis:

1) Exercici oral en què l'alumne desenvoluparà, en un terme no superior a una hora, una lliçó del programa cursat a una assignatura de la llicenciatura. L'alumne escollirà l'assignatura i en presentarà el programa, d'on el Tribunal assenyalarà una lliçó, disposant l'alumne de dues hores per a preparar-la.

2) Exercici escrit sobre un tema explicat a una assignatura de la llicenciatura o que sigui ampliació d'un tema ja introduït i d'un nivell similar. El Tribunal triarà el tema i l'alumne disposarà d'un mínim de quatre dies per a preparar-lo, i el redactarà en un terme màxim de tres hores.

3) Exercici pràctic que consistirà en la resolució de dos problemes del primer cicle de la llicenciatura a escollir entre tres que proposarà el Tribunal de matèries diferents. El temps de què disposarà l'alumne per a aquest exercici no serà inferior a tres hores.

La qualificació de cada exercici serà "Apte" o "No Apte", essent les proves eliminatòries i restant vàlides les proves superades per a les convocatòries successives a què l'alumne es presenti posteriorment. Un cop superada la tercera prova, el Tribunal donarà una qualificació global on es valoraran les tres proves i l'expedient acadèmic de l'alumne.

Les proves d'aquesta modalitat es faran en dues convocatòries anuals, al Juny i al Setembre, amb un mateix Tribunal.

SEGONA MODALITAT

Aquesta modalitat consistirà en la presentació i defensa d'un treball (Tesina) d'investigació o documentació que haurà de ser original en la seva realització i presentació, encara que no ho hagin de ser necessàriament el seu contingut o les conclusions a què s'hi arribi.

Els alumnes que escullin aquesta modalitat hauran de comptar amb el vist i plau d'un Departament de la Facultat, el qual nomenarà un Director entre els seus Professors que siguin Doctors i ho notificarà d'ofici a la Facultat.

Un cop finalitzat el treball i redactada la Tesina, i sempre que hagin transcorregut com a mínim tres mesos des de la notificació anteriorment esmentada, l'alumne presentarà a la Facultat dos exemplars de la Tesina amb el vist i plau del Director. Després de quinze dies la Facultat nomenarà el Tribunal, davant del qual l'alumne exposarà, en el terme màxim d'una hora, el treball realitzat.

La qualificació d'aquesta modalitat tindrà en compte la Tesina i l'expedient acadèmic de l'alumne.

Barcelona, 30 d'Octubre del 1981

Donem ara una còpia del document de juliol:

Las pruebas de Licenciatura de la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Barcelona se desarrollarán con arreglo a las dos modalidades que se establecen en el presente Reglamento, quedando los alumnos facultados para solicitar una u otra modalidad, correspondiendo a la Facultad la decisión final. La calificación en ambos casos correrá a cargo de un Tribunal constituido por tres Catedráticos, Profesores Agregados o Profesores Adjuntos de la Facultad sin que puedan ser los tres del mismo Departamento. Estas pruebas serán como sigue:

PRIMERA MODALIDAD

Constará de tres partes:

Primera.- Ejercicio escrito sobre un tema que el Tribunal propondrá.

Segunda.- Ejercicio oral en el que el alumno desarrollará, en un plazo no superior a media hora, una lección del programa cursado en una asignatura de la Licenciatura. El alumno elegirá la asignatura de la cual el Tribunal le señalará una lección que podrá preparar en dos horas, respondiendo además a las observaciones que formulare el Tribunal.

Tercera.- Ejercicio práctico que consistirá en la resolución de problemas propuestos por el Tribunal.

Cada uno de estos ejercicios será eliminatorio y los ejercicios aprobados serán válidos en las sucesivas convocatorias. En la calificación final el Tribunal valorará junto a los ejercicios el expediente académico del alumno.

En esta modalidad las pruebas de Licenciatura se efectuarán en las convocatorias de junio y septiembre.

SEGUNDA MODALIDAD

Constará de dos partes:

Primera.- a) Los alumnos solicitarán de la Facultad realizar un trabajo (tesina) en cualquiera de los Departamentos de la misma señalando orden de preferencia. La Facultad decidirá, con arreglo a las preferencias y expedientes de los alumnos su distribución entre los diversos Departamentos o exclusión de esta modalidad, haciendo pública su decisión.

b) Una vez la Facultad haya asignado Departamento, éste nombrará un director de la Tesina que tendrá que ser un profesor del Departamento en posesión del Grado de Doctor, bajo cuya dirección el alumno realizará la tesina en un plazo no inferior a tres meses.

c) Concluido el trabajo, el alumno presentará a la Facultad una Memoria con el visto bueno del Director con lo cual procederá a nombrar Tribunal una vez transcurridos quince días a partir de la presentación de la Memoria.

d) El alumno expondrá en el plazo máximo de una hora el trabajo realizado ante el Tribunal que podrá interrogarlo sobre lo que estime pertinente.

Segunda.- Realización de un ejercicio complementario que constará de una o varias pruebas y será señalado al alumno por el Tribunal.

La calificación será única y tendrá en cuenta los resultados de los dos ejercicios y el expediente académico del alumno.

Barcelona, julio de 1.981.

L'ENSENYAMENT DE LES MATEMÀTIQUES I LA FORMACIÓ DEL PROFESSORAT és el títol del document que recull els resultats de les Jornades que, sobre aquest tema, va tenir lloc els dies 23 i 24 de maig de 1981, organitzades per la Secció de Matemàtiques de la Societat Catalana de Ciències, sota el patronatge del Departament d'Ensenyament de la Generalitat.

• M'ha resultat d'especial interès l'apartat 7.5 títol a) on són tractats els estudis de Llicenciatura. Diu: "Els estudis de llicenciatura han de posar als futurs professors d'ensenyament mitjà en condicions de poder ensenyar matemàtiques des d'una perspectiva científica adequada". Sembla precisar més endavant el significat de "perspectiva científica adequada": "És important aconseguir que el matemàtic i en especial el futur professor d'ensenyament mitjà estigui familiaritzat amb problemes clàssics i moderns essencials, que conegui suficients exemples i models d'estructures generals que el portin a aplicacions interessants, que domini els mètodes de càlcul i que sàpiga formular oralment i per escrit raonaments matemàtics, tot això des de l'òptica d'una formació científica que li hagi permès d'aconseguir tant una bona formació en alguns punts fonamentals de les matemàtiques com un coneixement profund en algun tema específic que li permeti de fer-se una idea de la recerca actual".

• Assenyala la conveniència de que els futurs professors d'ensenyament mitjà hagin de cursar tots els estudis de llicenciatura i també que la llicenciatura no ha d'ésser orientada exclusivament cap a la formació del professorat.

• Continua dient que en el primer cicle cal cobrir i assimilar els coneixements de les <u>parts més importants de les matemàtiques</u>. Que seria desitjable partir de situacions concretes per anar profunditzant progressivament i també estalviar sistemàticament abstraccions o refinaments inútils.

• Finalment destaca tres punts.

• <u>Primer</u>: Reducció dels programes actuals. En aquest punt fa notar que la matèria a assimilar hauria d'ésser poca i el màxim de concreta i que el nombre d'hores de classe no hauria de passar de 20.

• <u>Segon</u>: Remodelatge de les classes de pràctiques. A més d'assenyalar la conveniència de que el nombre d'alumnes per classe no sobrepassi el 20, esmenta com a objectius d'aquestes classes: facilitar a l'alumne l'assimilació dels conceptes apresos a les classes teòriques, aprendre mètodes i mecanismes de càlcul, observar certes patologies de la teoria, contemplar vies d'aprofondiment o de generalització i despertar el sentit crític i creatiu de l'alumne.

• Tercer: Consideracions sobre el segon cicle. En aquest punt pràcticament només es toca la qüestió de les assignatures d'Història i de Didàctica. No es veu la conveniència de l'implantació de cap d'elles.

Una primera crítica d'aquest apartat del document podria començar observant que s'evita sistemàticament la concreció de les assignatures i dels temaris corresponents. Aixo és extrany ja que es dóna una gran importància al primer cicle. Per exemple quan es parla del bogatge matemàtic del professor: "... bona formació en algunes parts fonamentals de les matemàtiques ...", o quant es refereix al primer cicle "... assimilar els coneixements de les parts més importants de les matemàtiques". Diu després que la llicenciatura no ha d'ésser orientada **exclusivament** cap a la formació del professorat, pero existeix una orientació d'aquest tipus?. L'opció coneguda amb el nom de "Didàctica" no és altra cosa que una col.lecció d'assignatures disperses que semblen escollides segons un únic criteri: encabrir-hi tant com sigui possible.

D'altra banda, no es parla del tractament de problemes o exemples a les classes teòriques i sembla que es vulgui passar tota la responsabilitat sobre aquest tema a les classes pràctiques. Si tenim en compte el nombre de classes de problemes i la seva relació numèrica amb les de teoria sembla pràcticament impossible d'acomplir els objectius assenyalats; prou feina hi hauria per a acomplir només el primer!

És curiós observar, també, que no hi cap crítica dels mètodes com s'imparteixen les classes de teoría. Aixo ens fa pensar que són valorats com a bons. No cal pas dir que estic completament en desacord amb l'enunciat anterior i penso que caldria un nou enfoc de l'ensenyament de les matemàtiques. Us remeto en aquest punt al nº anterior d'aquesta revista.

Sobre el segon cicle crec que s'hauria de buscar una nova opció didàctica segons uns criteris basats en el que aquest ~~maxix~~ document proposa. No puc deixar de pensar en els problemes, que en la comissió docent, plantejaren algunes assignatures de primer cicle al intentar una reducció dels programes corresponents i recordo que en alguns casos es tendia a una ampliació. No crec pas que aquest problema sigui específic de la materia a tractar en aquestes assignatures, sinó que prové d'altres raons.

Un altre tema que hi he trobat a faltar és el de les avaluacions. Quins criteris cal seguir per a avaluar els coneixements de l'alumne? En la facultat de matemàtiques el nombre d'alumnes per classe, en determinades assignatures, és prou reduit com per a poder enfocar aquest tema des d'òptiques diferents a la dels tradicionals macro-exàmens de final de curs.

De totes maneres cal valorar positivament aquest document, ja que demostra un interès sobre el tema de l'ensenyament i això m'anima a pensar que molt possiblement aquest any s'aconseguirà arribar a acords en la comissió docent, que han d'afavorir a la facultat en general.

M. Ralló

por qué NO a la OTAN

En agosto de 1949, en Washington, se firmaba un acuerdo mediante el cual las principales potencia imperialistas se comprometían a la mutua cooperación militar, política y económica para repeler cualquier ataque externo a sus países miembros, y también a intervenir directamente para combatir cualquier peligro que amenace la "seguridad territorial" de cada uno de ellos.

Toda esta "buena voluntad democrática y occidentalista", no encubría el impresionante desarrollo en el que entraba la producción de armamentos, capitaneada por el más [illegible] de sus miembros, E.E.U.U. La unión en torno a los mismos intereses imperialistas se concretaba esta vez en el más grande y sofisticado dispositivo destructivo, la fuerza militar de la OTAN.

El desarrollo de la técnica y la ciencia de estas últimas décadas impresiona a cualquiera, y nos puede llegar a parecer que el desarrollo teórico y científico tienen implícitas un desarrollo progresivo de la humanidad, muchos son los datos que ilustran esta contradicción: por ejemplo el control de la fisión nuclear que constituye un descubrimiento que extiende las fronteras energéticas más allá [illegible] trasformada en bomba atómica se convierte en una tragedia para la humanidad. [illegible] toda esa capacidad productiva del hombre utilizada para construir misiles [illegible] vez más poderosos y sofisticados, que no solo no ayudan al desarrollo, sino que la cuestionan con el peligro de destrucción instantánea de pueblos enteros.

La ciencia tiene una existencia propia, pero su utilidad, esta determinada por los intereses de los que dirigen ese uso.

Por ejemplo, el uso pacífico de la energía nuclear tiene para fines militares un promedio fundamental. (el desecho de los reactores es la principal materia prima para la fabricación de explosivos).

Esta contradicción de gran desarrollo técnico y científico y el aumento constante de las fuerzas de destrucción en el planeta, la lleva consigo este sistema desde la primera vez que se demostró incapaz de dar una salida a su crisis, en la primera guerra y confirmado en la segunda y con la constante carga del peligro de la tercera, que no faltan datos para creerla definitiva.

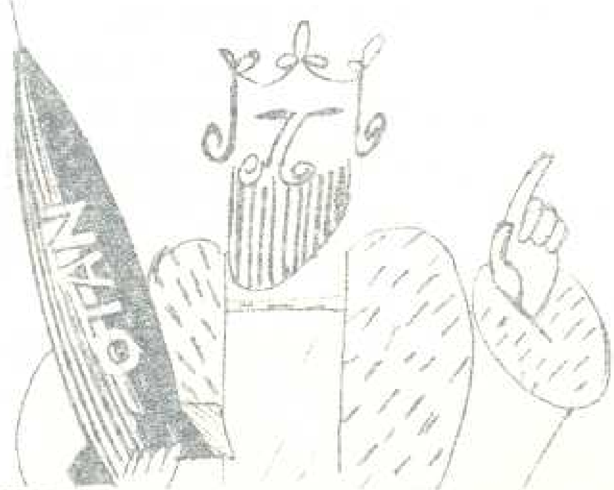
Muchos sistemas económicos y sociales de la historia de la humanidad han llegado a este punto, o son superados por otro, o se retorna a la barbarie.

Ante este panorama, podemos descifrar fácilmente cual es el interés que guía al gobierno que días atrás nos urgía con la "consecución" de la autorización para incluirnos en la Alianza.

Revisemos un poco la política actual de este gobierno y veremos que no se aparta un milímetro de la vocación imperialista de los ya integrados en el "club de mercenarios" del "amigo" Reagan.

Su oposición a las luchas democráticas de los Pueblos Catalán y Vasco, sus enclaves militares en pleno territorio marroquí (Ceuta, Melilla, Chafarinos) y la política económica de Guinea controlada desde las oficinas de los bancos españoles, las capitales en Latino América, etc. etc.

¿Qué conclusión extraemos del apartado que dice "preservar la integridad territorial"? ¿Es que la Alianza intervendrá contra catalanes y vascos si lle-



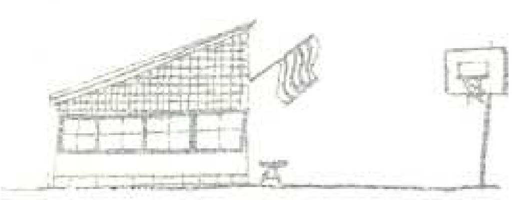
ga el día en que el ejército centralista del Juan Carlos no da abasto? y toda vía repica en los oídos de todos en tono confuso "lo caro que costaría a España una posición neutral", "Ayudaría al fortalecimiento de la democracia" ¿ayudó a la Grecia de los coroneles, al Portugal de Salazar y al golpe fascista en Turquía?.

Otras cosas más concretas y reales nos suenan también en los oídos; detengamonos en algunas de ellas, por ejemplo el aumento del Presupuesto Militar, que además de fortalecer nuestra casta de oficiales, destinará ≃ a 130.000 millones de pesetas (aumento del 40% del presupuesto actual) a armamentos.

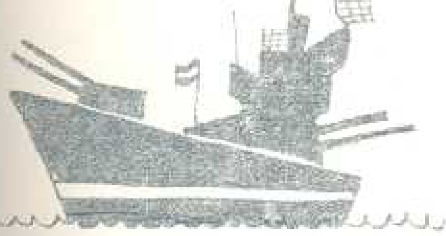
Con bastante escozor tratamos de ver la"relación" entre esta"inversión" y la solución a las cosas que más nos desgastan.

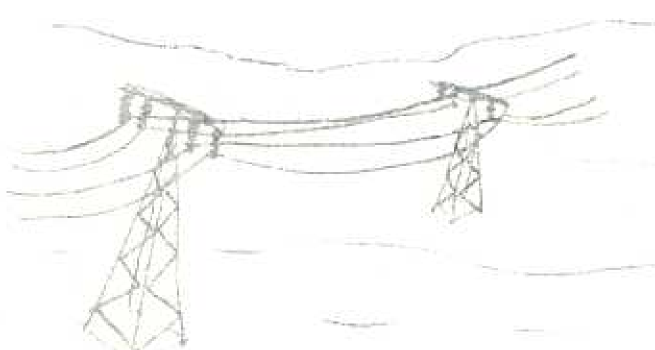
El problema del paro, donde además de las bajas de las empresas que cierran vamos a parar 400.000 jóvenes todos los años.

Cuando en la facultad nos aumentan la matrícula (que poco le falta para las 30.000 ptas.) "porque no hay pelas para la educación" y los docentes son cada vez son menos en relación al número de alumnos, los materiales de trabajo más caducos, etc. Veamos la siguiente comparación:



1 tanque 500.000 $ US = Equipamiento de 500 escuelas primarias con 30 alumnos por clase.





1 destructor 100 millones de dólares US = electrificación de 13 ciudades y 19 zonas rurales, con 9 millones de habitantes en total.

En la mili ya no solo nos pueden putear como hasta ahora mandándonos a Ceuta o Melilla sinó, ponernos como carne de cañón siempre dispuesta para intervenir desde las bases yanquis, desde Alemania, Inglaterra, etc. "en interés de occidente".

Sintetizando:
Como seres humanos: queremos seguir viviendo y en lo posible cada vez mejor y no peor como esta situación está indicando.

Como jóvenes no seremos parte de la fuerza militar de destrucción que representa la OTAN.

Como actuales o futuros científicos: estamos por la ciencia al servicio del hombre, imposible mientras los amos de las potencias que dominan el mundo sigan en el interés de desarrollar el arsenal destructivo.

Esta nota no pretende ser más que un grano de arena en favor de la campaña ANTI-OTAN que se lleva a cabo en todo el Estado.

Sr. Calvo Sotelo: todo el pueblo está en contra de la muestra más grande de autoritarismo de su gobierno, negándonos el derecho democrático a la expresión mediante Referéndum para decir NO A SUS PLANES IMPERIALISTAS!

NOTA: El comité ANTI-OTAN de la facultad tiene proyectadas una serie de actividades para el día 15 de Noviembre (proyectaremos una película, hay una función de teatro, etc. etc.) ya se avisará por medio de carteles, no falten.

Un miembro de nuestra facultad
del COMITE ANTI-OTAN.

L'OPCIÓ DE LÒGICA

L'actual estructura del pla d' estudis del segon cicle ofereix la possibilitat d' iniciar una especialització en Lògica Matemàtica. Actualment hi ha tres assignatures: una bàsica amb un contingut, ens atreviríem a dir, d'interès general per a tot matemàtic (Fonaments de la Matemàtica I, i dues més avançades, una (Fonaments de la Matemàtica II) que presenta dos temes clàssics, com són la recursivitat (primer teorema d' incompletesa de Gödel) i els models de la teoria de conjunts (proves de consistència i independència de l'axioma de l'el.lecció i la hipòtesi del continu) i l'altra (Teoria de Models) que s'introdueix en una materia molt algebràica i de gran fecunditat en les aplicacions.

Per als nostres objectius podem considerar la matemàtica moderna com la ciència dels objectes abstractes, siguin números reals, funcions, superfícies, estructures algebràiques o el que sigui. La lògica matemàtica afegeix una nova dimensió a aquesta ciència en fixar la seva atenció en el llenguatge que s' usa en les matemàtiques, en la forma com es defineixen els objectes abstractes i en les lleis (de la lògica) que ens governen quan raonem sobre aquests objectes. El lògic empren aquest estudi amb l'esperança de copçar el fenòmen de l'experiència matemàtica i també de contribuir en les matemàtiques. En la primera direcció tenim , per exemple, el teorema d'incompletesa de Gödel i en la segona l'anàlisi no standard i tot el que es refereix a la teoria de models.

La lògica matemàtica moderna té els seus origens en el somni de Leibniz d'un càlcul simbòlic universal que pogués abastar tota l'activitat mental d'una natura lògicament rigurosa, en particular les matemàtiques. Aquest projecte era massa ambiciós per a ser realitzat per un sol home i sobretot amb les eines que en aquell temps hom tenia a l'abast. Van ser Boole, Frege, Peano, Russell i Whitehead, Hilbert, Skolem, Gödel, Tarski i els seus seguidors els quals, amb mètodes abstractes més potents i motivats alguns d'ells (com Russell i Hilbert) per problemes sobre els fonaments de les matemàtiques, van realitzar una part significant del somni de Leibniz.

El contingut de l'assignatura: "Fonaments de la Matemàtica I", es centra en tres temes: Lògica de primer ordre, Teoria de Models i Teoria de Conjunts.

La primera part de l'assignatura va dirigida a establir el "Teorema de completesa de Gödel de la lògica de primer ordre" (1930)' Abans d'anunciar-lo intentem situar-lo històricament: hem dit abans que els orígens de la lògica matemàtica els trobem en Leibniz (segle XVII) . Podem dir que els primers treballs en la direcció apuntada per Leibniz són de mitjans del segle XIX (en el 1847 Boole publica "The mathematical analysis of logic").Els lògics d'aquesta època posen ènfasi en l'ús de la matemàtica per estudiar la lògica. El nivell que assoleixen és "grosso modo" el del càlcul de proposicions que evidentment, no era suficient per a transcriure tots els raonaments matemàtics i era només una resposta limitada al somni de Leibniz.

La construcció de formalismes més ben adaptats a les matemàtiques, és deguda fonamentalment a G. Frege. amb el "Begriffsschrift"(1879).Frege va donar el primer càlcul deductiu del que després s'anomenaria la lògica de primer i segon ordre.

En 1910 Russell i Whitehead donaren un càlcul deductiu que abastava la lògica de primer ordre i la teoria de tipus.Finalment en 1928 Hilbert i Ackermann ("Grundzuge der theoretischen Logik") delimitaren d'una manera clara la lògica de primer ordre i en donaren un càlcul deductiu.Els autors diuen en aquest treball que la pregunta fonamental de si el seu càlcul era complet, és a dir, que permetia deduir totes les fórmules vàlides, encara no havia trobat una resposta.La resposta la troba Gödel en el 1930 ("Die Vollstandigkeit der Axiome der Logischen FunktionenKalkuls").El treball (que fou la seva tesi doctoral) comença així:

" Hom sap que Russell i Whitehead han construit la lògica i la matemàtica posant al davant certes sentències evidents, i,deduint a partir d'elles els teoremes de la lògica i la matemàtica d'una manera puramnet formal,segons alguns principis d'inferència formulats amb tota precisió.Al voltant d'aquest procediment es planteja la qüestió de si el sistema d'axiomes i principis d'inferència que hem posat al davant és suficient, és a dir , si permet deduir cada teorema lògic matemàtic o si per una altra banda és possible pensar sentències vertaderes i que no es puguin derivar del sistema considerat. Aquesta pregunta ja ha trobat una resposta positiva pel domini de les fórmules de la lògica connectiva (P.Bernays 1926), és a dir, que s'ha demostrat que cada fórmula connectiva vàlida es segueix dels axiomes presentats als"Principia Matematica".Aquí farem el mateix per a un domini més ampli de fórmules és a dir, per les de la lògica de primer ordre".

La demostració que es veu en el curs és bàsicament la que dona Henkin en el 1949.

La segona part és una introducció a la teoria de models.Podem citar una frase briliant de H.J.Keisler que diu que la teoria de models és la unió de la lògica i l'àlgebra universal.Demostrem el teorema de compacitat i els de Lowenheim-Skolem i mostrem algunes de les seves conseqüències i aplicacions.

El teorema de compacitat el dona Gödel (1930) com a corol.lari del teorema de completesa.

Com a exemples de la seva utilitat en matemàtiques demostrem, en_tre altres coses que tot cos admet una clausura algebràica, i fem una introducció a l'anàlisi no-estandard.Per a situar-lo diguem que en 1961 Abraham Robinson va introduir un nou mètode (que s'anomena anàlisi no-estandard) per a tractar els límits tot respectant els infinitèssims de Newton i Leibniz de l'oblit. Aquest mètode combina les avantatges intuiitives de treballar amb infinitèssims amb la noció actual de rigor.La idea bàsica consisteix en utulitzar un model no-estandard de la teoria dels nombres reals.El teorema de compacitat s'usa per a establir l'esistència d' un d'aquests models no-estandard.

Els teoremes de Lowenheim-Skolem són l'inici de la teoria de models i fan referència a la grandaria possible dels models d'un conjunt satisfactible de sentències;encara que foren demostrats amb anterioritat, els obtenim com a corol.lari del teorema de completesa de Gödel.

El test de Lós- Vaught (1954) és una consequència d'aquests teoremes que s'aplica a la demostració que certes teories (com la dels grups abelians divisibles i sense torsió , la dels ordres lineals densos i sense extrems i la dels cossos de característica zero) són completes.

La tercera part de l'assignatura està dedicada a l'introducció a la teoria de classes i conjunts. Es parteix de l'axiomàtica de Von-Newman-Bernays-Gödel-Quine-Morse que estableix aquesta teoria com una teoria de primer ordre.

Com diu Bourbaki "els matemàtics de totes les èpoques han emprat, d'una manera més o menys conscient, raonaments de la teoria de conjunts. Pero amb tot això cal separar clarament totes les qüestions que fan referència a la noció d'infinit actual"; cal esperar les darreries del segle XIX per a trobar una obra important i creativa sobre l'infinit actual: la teoria de conjunts de Cantor.

Diguem, encara que només sigui de passada, que aquesta teoria va venir motivada per problemes d'analisi real, per exemple Cantor volia mesurar la grandària del conjunt de punts on no es satisfà la convergència de la sèrie de Fourier d'una funció.

El desenvolupament de la teoria va ser ràpid i ja el 1900, en el Congrés Internacional de matemàtics de Paris on Hilbert formula la llista dels problemes més importants de la matemàtica en aquell moment, posa com a primer problema un de conjunts: el problema del continu, que gairebé habia costat la salut mental a Cantor.

Junt amb un desenvolupament ràpid van començar a apareixer tot un seguit de paradoxes (més ben dit contradiccions), com la de Burali-Fort (1897) referent al "conjunt" dels ordinals, la de Cantor (1899) referent al "conjunt" de tots els conjunts, la de Russell (1902) referent al "conjunt" de tots els conjunts que no es pertanyen a sí mateixos, etc...

L'aparició de les paradoxes, junt amb el fet que la teoria de conjunts constituïa ja a finals del segle XIX un punt clau en el problema de la fonamentació de les matemàtiques conduí a la necessitat d'una presentació axiomàtico-formal de la teoria de conjunts que evités les paradoxes. Fonamentalment hi ha dues presentacions d'aquest tipus:
La de Zermelo (1908), completada per Fraenkel (1922) i la de Von Neuman (1925) - Bernays (1937) - Godel (1940) - Quine (1940).

Aquesta part de l'assignatura es clou amb l'estudi dels ordinals i els cardinals, nocions bàsiques en qualsevol desenvolupament de les matemàtiques que vagi més enllà dels conjunts finits o numerables i que, com hem indicat abans, van motivar el neixement de la teoria.

Ventura Verdú i J.M. Font

L'OPCIÓ LÒGICA - SEGONA PART

La TEORIA DE MODELS és la branca de la Lògica Matemàtica que tracta de la relació entre els llenguatges formals i les seves interpretacions o Models.

Els primers resultats que poden considerar-se de TEORIA DE MODELS són els de Löwenheim (1915) - Skolem (1920), de Completesa i Compacitat de Gödel (1930). Des d'aleshores la recerca dins aquesta àrea ha estat enorme, tant en qualitat com en quantitat. Aixo és degut, entre altres coses, que la TEORIA DE MODELS proporciona tècniques per resoldre problemes de la Matemàtica difícilment resolubles pels mètodes usuals. El primer que utilitza l'expressió TEORIA DE MODELS fou A. Tarski en 1954.

És gairebé impossible descriure el curs en poques línies. Aquí només donarem una lleugera idea d'alguns punts del programa.

El sentit amb que utilitzem la paraula Model és el mateix que usualment s'entén en Matemàtica per estructura. Per exemple grup cíclic, cos ordenat, espais vectorials, ... etc., són Models. En Fonaments I s'estudia com es poden descriure aquestes estructures formalment, quines són les propietats expressables en llenguatges de primer ordre i com podem d'unes propietats deduir-ne, formalment, d'altres. En TEORIA DE MODELS es va més enllà, doncs estudiem les propietats formals i la seva validesa analitzant els Models.

Un dels apartats més interessants és el de Construcció de Models. En Àlgebra de Tercer curs hom veu com d'estructures conegudes podem construir estructures del mateix tipus: productes directes, límits directes i inversos ... etc. Un problema que es planteja sovint és determinar quines propietats es conserven, i quines no quan fem construccions d'aquest tipus. Per exemple sabem que el producte directe de cossos no és un cos, en canvi, és un anell conmutatiu amb unitat que té elements no nuls no invertibles. En TEORIA DE MODELS estudiem quines propietats es conserven quan construim models nous de models coneguts. La construcció més important per nosaltres és l'Ultraproducte, doncs el Teorema de Łos ens determina les propietats, expressables en primer ordre, que se satisfan en aquesta construcció. Això permet de disposar d'un mètode de construcció de models fiable. Per exemple, que l'ultraproducte de cossos és un cos, és fàcilment comprovable.

En la mateixa línia d'alguns resultats esmentats abans estan els Teoremes de preservació que ens donen la forma que han de tenir les fórmules del llenguatge per tal que es preservi la seva validesa quan passem a subestructures, extensions, imatges homomorfes, unió de cadenes, productes directes, ... etc.; i recíprocament com ha d'ésser una classe d'estructures per tal que les fórmules que determinen la classe siguin d'una forma determinada. Per exemple una classe està determinada per un conjunt de sentències universals si, i només si és tancada per subestructures i per ultraproductes.

Un altre objectiu de l'assignatura és amplear l'estudi fet a Fonaments I sobre la completesa de certes Teories, això és, determinar si un conjunt de sentències satisfà la següent propietat: Tota sentència que se satisfà en un model d'aquest conjunt també se satisfà en qualsevol altre model d'ell. A través de la Model-completesa donem nous testos per determinar la completesa. Per exemple, el test de Models Primers ens permet d'assegurar que la teoria de cossos ordenats real-tancats és completa i decidible- i.e. existeix un mètode efectiu per determinar si una fórmula és veritat o no en tot cos d'aquest tipus.

Els resultats que hem intentat d'explicar entrarien dintre la TEORIA DE MODELS clàssica, doncs fan referència als càlculs de primer ordre. En el curs també veiem alguns aspectes de l'anomenada TEORIA ABSTRACTA DE MODELS, concretament el Teorema de Lindström. Al principi d'aquestes línies ens referíem, entre d'altres, als resultats de Lowenheim-Skolem i al de Compacitat com a propietats dels càlculs de primer ordre. El que ens ve a dir el Teorema de Lindström és que tot sistema lògic que satisfaci aquestes dues propietats i sigui extensió del de primer ordre forçosament és de primer ordre. Es clar que hom ha de definir amb precisió el que vol dir un sistema lògic i per una millor comprensió del concepte, dins l'assignatura i a títol d'exemple, donem un cop d'ull a lògiques de segon ordre i lògiques infinitàries.

Cal dir que la assignatura és només una introducció a la TEORIA DE MODELS, malgrat això les construccions i les tècniques utilitzades són, en alguns casos, un pèl complicades; això sí, d'una gran imaginació.

Toni Torrens

NOTA. En el proper número d'ALEPH esperem publicar l'article relatiu a FONAMENTS II, que encara no ha arribat a les nostres mans.

UN CURS 'SINGULAR'.

En el darrer número de l'ALEPH ja apuntàvem vers una més estreta col.laboració amb la Facultat de Matemàtiques de la Universitat Autònoma deBarcelona. Un grup d'alumnes de cinquè d'aquesta Facultat ens ha fet arribar material que concreta una mica més aquesta col.laboració.És el balanç del curs de teoría de nombres realitzat durant el curs acadèmic 80-81.Tal com ens el defineixen els autors es tracta d'un curs "singular".És aixo que els ha animat a reflexionar sobre els resultats aconseguits i a escriure aquest balanç que publiquem. També ens ha arribat el programa d'aquest curs, que publiquem perquè creiem que és molt il.lustratiu.

ℵ

TEORIA DE NÚMEROS

(I problemes pedagogics vinculats amb la seva ensenyança)

Professor: Dr.Pascual Llorente

1.- Teoria de números "ingènua"

Consideració de diversos problemes concrets (triangles pitagòrics i problemes diofàntics associats, estudi dels números primers, etc.) des d'un punt de vista elemental i amb l'heurística pròpia del treball matemàtic. Resolució d'algunes d'ells, formulació de conjectures i introducció de diversos mètodes de la teoria de números.

2.- Alguns mètodes de la teoria de números

a) Aproximació diofàntica: Fraccions contínues.Teoremes de Dirichlet i de Liouville.Aplicacions als problemes diofàntics i a l'estudi dels números trascendents.

b) Mètodes analítics: Demostració del teorema de Dirichlet sobre els primers en successions aritmètiques.

c) Mètodes geomètrics: Corbes algebraiques, punts singulars, gènere, punts racionals.Aplicacions a la resolució de problemes diofàntics.

d) Mètodes congruencials: Teoria de congruències, llei de reprocitat quadràtica, números p-àdics. Aplicacions.

e) Mètodes algebraics: Introducció a la teoria de números algebraics. Cossos quadràtics i formes quadràtiques.Altres aplicacions.

3.- Problemes pedagògics

Presentació deductivista i presentació heurística de l'ensenyança de les matemàtiques.Relació entre la història i l'ensenyança de les matemàtiques. El cas de la teoria de números.Preparació de classes, exposicions i crítica conjunta.

BALANC DEL CURS DE TEORIA DE NOMBRES 80-81.

Som alumnes de cinquè de la Universitat Autònoma de Barcelona(curs 1980-1981) que amb aquest article hem intentat fer un resum d´una assignatura diferent que ens ha donat una nova visió de la nostra carrera.

L´interès per a l´ensenyament de les matemàtiques es va fer palès quan el primer dia de classe es va preguntar a cada alumne perquè s´havia matriculat en aquesta assignatura S´ha de dir que prèviament s´havia anunciat que aquest curs seria un curs de teoria de nombres on també es tractarien qüestions relacionades amb l´ensenyament de la matemàtica.Llavors es plantejaren les següents opcions: a) fer un curs de teoria de nombres , b) fer un curs de pedagogia de les matemàtiques, c) fer un curs de teoria de nombres amb diverses activitats relacionades amb l´ensenyament de les matemàtiques.

Vam arribar a l´acord de seguir aquesta última.Llavors el professor va proposar que el curs de teoria de nombres fos un curs "singular", entenent-ho com a contraposició a un curs normal o convencional.

Un curs normal es caracteritza per seguir la concepció deductivista de les matemàtiques, el professor es limita a exposar de forma autoritària, oferint solament els resultats finals d´un llarg procés,amagat,ple de camins estèrils que tot sovint poden suggerir o inspirar noves teories.

Al començar el curs el professor va fer notar que en tot curs hi ha un discurs explícit i un altre implícit.El discurs explícit és allò que s´ensenya, en el nostre cas és tot el referent a teoria de nombres que s´ha anat desenvolupant durant el curs.El discurs implícit és la ideologia que es transmet en la manera de fer una classe: la concepció que el professor tingui de la matemàtica, de l´ensenyament de la matemàtica, i de la vida en general.

El discurs implícit del nostre curs ha pretès ser diferent del d´un curs normal.Podem dir que el nostre curs "singular" està basat en el mètode heurístic que consisteix en aprendre mitjançant activitats i experiències, el que realment importa és ensenyar a fer matemàtiques; és a dir, fer que els alumnes sàpiguen afrontar els problemes que se´ls puguin presentar. També s´ha de reproduir sempre que es pugui, el procés històric de gènesi de la matemàtica, encara que de vegades sigui millor un altre camí.

El curs va començar de forma passiva perquè no podia ser d´altra manera, degut a la inèrcia de l´ensenyament tradicional rebut durant tant de temps; un cop vençuda, en part, aquesta inèrcia, vàrem poder fer algunes classes actives.

Degut a que el nombre de matriculats era bastant gran, per tal que pogués ser actiu l'aprenentatge, es dividí la classe en grups (de quatre o cinc persones cadascun) procurant que fossin variats (gent amb més interes per la teoría de nombres que per la pedagogia i viceversa, i d'entre ells, alumnes d'aplicades i de fonamentals).

El procés heurístic que normalment seguirem a classe va ser passiu, en el sentit que en la resolució d'un cert problema la iniciativa la portava el professor, indicant camins que ens conduien a la resolució. Quan s'intuia algun resultat en certa manera fonamental en casos particulars, conjecturàvem un resultat final i intentàvem demostrar-lo.

Es va començar el curs parlant dels nombres primers. Un dels primers problemes amb que ens vam emfrontar va ser el de demostrae que el conjunt de primenrs és infinit, observant que donats els n primers nombres primers existeix un altre primer més gran que tots ells. Ens vam trobar amb la necessitat d'arribar a criteris de primalitat i de divisibilitat, per tal de simplificar càlculs a l'hora d'analitzar nombres grans. Ens sorgiren altres problemes com l'estudi de la densitat del conjunt de nombres primers, de la distància entre els seus elements i la distribució dels primenrs en succecions aritmètiques.

Aquestes questions i d'altres les estudiaren els diferents grups amb l'ajut de l'ordinador i més tard les exposarem a classe, mostrant detalladament el procés que havíem seguit. En un d'aquests treballs es va arribar a aproximar $\Pi(X)$, (nombre de primers anteriors a X) per $\int_2^x dt/\ln t$, resultat que dos segles avans havia conjecturat Gauss.

Es passa a l'estudi del "teorema de Pitàgores", buscant triàngles rectàngles de costats sencers. El problema es redueix a la resolució de l'equació diofàntica $x^2+y^2=z^2$. Per mitjà de consideracions congruencials es consegueix parametritzar x, y, z i així queda resolt el problema. Després d'observar l'analogia entre solucionar aquesta equació diofàntica homogènia i trobar els punts de coordenades racionals de $x^2+y^2=1$, se li dóna una visió netament geomètrica.

De l'estudi esmentat anteriorment, van sorgir altres qüestions com trobar els triàngles rectàngles de costats sencers amb catets consecutius, o quant tenen una determinada hipotenussa, i això donava lloc a analitzar altres equacions diofàntiques per a les que necessitàvem eines més sofisticades que motivaren l'estudi més general d'altres temes com: aproximació diofàntica, primer en succesions aritmètiques, geometria algebràica, teoria de nombres algebràics i teoria de congruències. Cada grup per separat havia de tractar un d'ells amb bastanta profunditat a fi que els permetés una visió suficientment amplia per a poder exposar el treball, seguint el camí invers al que segueixen els llibres consultats que és el de donar els resultats finals amagant les possibles motivacions i el procés dut a terme per a arrivar a formular-los.

El projecte resultava massa ambiciós , tant a la preparació com a l' exposició, donar el temps que disposàvem i com a consequència, només va exposar un dels grups.

Una altra experiència activa realitzada fou el treballar en grups a classe sobre el tema de les reprentacions decimals dels nombres racionals, arribant a caracteritzar els decimals fins, els periòdics purs i els periòdics mixtos, així com la longitud del període.Els grups anaven avançant segons les indicacions del professor, encara que no sempre seguíem els mateixos camins, però en general, les conjectures i resultats obtinguts van ser els mateixos.

A més a més, cada grup va preparar i exposar un tema senzill a nivell de BUP.El resultat va ser prou interessant, ja que ens va mostrar que tots èrem capaços de donar una visió diferent, nova i fins i tot original de la motivació i presentació d'un tema qualsevol, per a despertar l'interes i facilitar la comprensió per part dels alumnes de BUP.

A mig curs es va realitzar un control a classe, consistent en treballar sobre una equació diofàntica, en el que la vertadera importància era el fet de saber atacar el problema.Arrivar a la solució era, en certa manera, secundari.

Amb relació a l' ensenyament de la matemàtica, i al marge de la teoria de nombres, vam començar plantejant preguntes com: que ensenyar?, com ensenyar?, i perquè ensenyar?.Vàrem veure que les respostes venien condicionades pel concepte que tenim de la matemàtica.Per això la primera tasca que ens vam proposar era la d' intentar donar una definició de la matemàtica.Cada grup en va donar una i després van ser analitzades a classe.Els punts principals de les definicions eren:

-La matemàtica com a eina.
-La matemàtica com a llenguatge.
-La matemàtica com a joc.
-La matemàtica com a ciència.
-La matemàtica com a procés.

Com a eina serveix a l'estudi d'altres ciències com la física, la química, la biologia, etc., però també es va considerar que tenia una certa independència ja que és capaç de generar els seus propis problemes.Considerant que el llenguatge i la ciència són nocions molt generals, vam veure que seria necessari concretar més perquè sinó no ens aportava cap idea nova.

També es va tractar a les deficions la connexió entre matemàtica i lògica al dir que la matemàtica era l' estructuració del pensament o una forma de pensar. Per a intentar aclarir aquesta relació, un grup va haver d'estudiar un article d' en Karl L. Popper que es titula "Perque són aplicables a la realitat els càlculs de la lògica i l'aritmètica?", i després van exposar a classe les idees principals.

En quant a contactes amb els problemes de la didàctica de les matemàtiques varem tenir l'oportunitat de conèixer les experiències i les opinions d'alguns professors d' Instituts, mitjançant xerrades i enquestes.

S' han fet 23 enquestes a professors d' instituts localitzats al Vallès: Cerdanyola, Ripollet, Montcada, Santa Maria de Barberà i Sabadell.

El resultat és el següent:

Pregunta 1- Quins objectius preteneu amb l'ensenyament de la vostra assignatura?

-Aconseguir resoldre problemes de la vida quotidiana..................31 %
-Analitzar estructures i raonar.......................................68 %
-Domini del càlcul i llengiatge matemàtic.............................18 %
-Ensenyar matemàtiques experimentals i obertes a d'altres ciències.....25 %

Conclusions: Són pocs els professors que pensen en les matemàtiques com a instrument d' altres ciències.

Pregunta 2- Amb el pla d'estudis vigent, textos, programa i material disponible, crieu que es pot dur a terme els vostres objectius?

Alternatives

-Portar a terme el programa...22 %
-No portar a terme el programa..78 %

Alternatives:

-Una pedagogia més tradicional i amb més càlcul que matemàtica moderna.32 %
-Canvi del pla d'estudis..57%
-Un ensenyament menys compartimentat ....25 %

Conclusions: Hi ha poca imaginació a l' hora de donar alternatives, són pocs els partidaris d'una interdisciplina.

Pregunta 3- Comenteu els problemes sorgits en la relació amb els alumnes. En quina mesura afecten a l'aprenentatge?

-Manca d'interés de l'alumnat per l'assignatura.......................86 %
-Mal preparació de l' alumnat...30 %
-Preparació exclusiva per les qualificacions..........................25 %
-L'ambient social no afavoreix el treball.............................20 %
-Diferències en el nivell de coneixement de la classe.................16 %
-No tenen dificultats.. 8 %

Pregunta 4- Creieu que per a la majoría dels alumnes les matemàtiques són l'assignatura "fatal"?És més difícil motivar-les?

-Són l'assignatura fatal...43 %

-No són l'assignatura fatal......................................40 %

-Són fàcils pero és difícil motivar-les..........................60 %

-Són difícils i no es poden motivar..............................25 %

Pregunta 5- Els estudis universitaris donen una preparació adequada per a dedicar-se a l'ensenyament en el batxillerat? Alternatives.

-No preparen...69 %

Alternatives:

-Incloure història i pedagogia de les matemàtiques...............69 %

-Coneixements de psicologia......................................11 %

-Formar matemàtics amb una cultura integral......................23 %

-Fer classes de pràctiques durant la carrera ....25 %

Conclusions: Creiem que si el professorat sapigués més pedagogia es podría treure la fama d'assignatura "fatal" que tenen les matemàtiques.

Passem ara a explicar les dificultats que ens han anat sortint durant el curs.Creiem que la dificultat més gran ha estat l'organització actual de la nostra secció, ja que per a gran part de nosaltres, el sistema d'estudis és bàsicament estudiar de cara a l'examen.

Ens va costar adaptar-nos a aquesta assignatura perquè es tractava d'un curs "singular", un mètode diferent, no sabíem quina actitud prendre.Vam començar a anr a classe amb la mateixa actitud de sempre.

Al principi quan el professor feia alguna pregunta, ningú no contestava. Estem acostumats a que quan el professor pregunta, no tarda gaire a donar ell mateix la resposta, vam trigar a adonar-nos que quan el professor ens preguntava era perquè volia que contestèssim.En general no sabem pensar ni parlar a classe, la manera que hem fet la carrera no ens ho permet i estem per tant obligats a prendre apunts, d'aquí que la falta de participació sigui molt gran.També en aquesta assignatura volíem prendre apunts.Després d'un temps que era necessari per a coneixer-nos i comprendre el que realment es pretenia amb aquesta assignatura,la cosa va començar a funcionar una mica millor en aquest sentit.

Pero varen sorgir altres problemes.Un d'ells és que, tot i estant a cinquè, tenim una gran incultura matemàtica, no coneixem la història ni la didàctica, no sabem quins són els problemes que han motivat els grans teoremes, no sabem com l'hem d'afrontar.

Durant gran part del primer trimestre es va fer teoría de nombres, la cosa va funcionar bé al començament.A cada classe es deixaven problemes oberts que cadascú havia de pensar pel seu compte, i es comentaven a la classe seguent. Llavors molts de nosaltres vàrem comencar a tenir exàmens de les altres assignatures i com que ens havíem de dedicar completament a elles, vam comencar a perdre el ritme.

També ens ha costat treballar en grup.Les experiències fetes a classe han estat molt positives, pero el que s´ha hagut de fer fora ha estat una altra cosa: diferències d´horaris, manca de llocs per a reunir-nos, molts venim aquí només les hores de classe, qualsevol altra hora representa un sacrifici, per tant s´ intenten aprofitar les hores lliures entre classe i classe, que quasi no n´hi ha.

A més som gent de cinquè, la majoria desenganyats de la carrera, que tenim ganes d´acabar i marxar de la Universitat.Segurament amb gent de primer o segon hagués funcionat millor.

A l´hora de fer una valoració d´ aquest curs, hem de dir que en general ha estat un curs positiu, perquè ha aportat experiències noves i ens ha fet reflexiona sobre temes com l´ensenyament i la matemàtica en sí.

Quan una persona ha de donar classe, tendeix a fer-ho de la manera que ha conegut, tant a l´escola com a la Universitat.En el nostre cas, ens hem trobat sempre amb una ensenyança tradicionalista i autoritària.Per tant aquesta nova experiència ens haurà servit per a tenir un altre criteri a l´hora de donar classes.

També va resultar interessant el contacte amb diferents professors d´instituts que ens van apropar als problemes de l´ensenyanca, com els de relació entre professors i alumnes, programes massa extensos i mal estructurats, i falta de preparació pedagògica en els professors.

Hem tingut una relació professor-alumne diferent a la que havíem conegut fins ara, encara que no s´ha pogut establir totalment per la nostra actitud passiva.Degut a aquesta actitud tampoc els grups han funcionat com haurien i per tant els treballs no s´ han pogut realitzar totalment.La manera d´enfocar l´assignatura, respecte a la teoria de nombres ha estat positiva, hem après a afrontar els problemes i no parar-nos davant les dificultats.

Hem intentat investigar sobre problemes determinats, aprenent amb els fracassos com podíem seguir endavant, desenvolupant la nostra creativitat. Degut a que la nostra gran inèrcia no ha deixat que aquest curs anés tant bé com hauria, creiem que és necessari que aquesta assignatura o altres de didàctica matemàtica, història, etc., siguin més frequents en la carrera, principalment per a les persones que es volen dedicar a l´ ensenyanca.

Entrevista al Grup Zero

Fa alguns dies que en una de les nostres reunions algú va portar un article de la revista "Cuadernos de pedagogía". Tractava de l'ensenyament de les matemàtiques al BUP i en ell vàrem trobar reflectides i analitzades algunes de les qüestions que ens havíem plantejat. L'autor de l'article era el GRUP ZERO. Ens va semblar força interessant i vàrem intentar de parlar amb els autors. No ens va ser pas senzill pero al final ho aconseguírem.

Ara us oferim un resum de la xerrada. Va ésser molt espontània i animada. De totes maneres a l'hora d'escriure-la hem preferit agrupar una mica les opinions per temes, per molt que així hem perdut en espontaneitat. Bé, i feta la introducció, al gra.

Sobre el començament

Ens van explicar que el Grup Zero va comencar ferà tres o quatre anys de la necessitat d'una sèrie de gent que donava matemàtiques i que es trobava insatisfeta del funcionament. Veien que els conceptes no eren apresos, la gran quantitat de suspensos, ... Aleshores, conectaren amb una gent de València que feia temps que treballaven en aquesta línia i els hi van donar una bona empenta per començar.

Políticament

Les tres idees que vam treure més clares van ésser: dins del G.Z. existeixen diferens opcions polítiques, que més o menys s'està d'acord amb l'escola pública i que les matemàtiques són utilitzades com instrument de selecció.

Problemes al BUP

Els problemes, segons ells, de les matemàtiques al BUP són molts i bastant greus. Veuen que l'actitud del noi davant de les matemàtiques és la d'un aprenentatge sense saber el que estan fent i el perquè ho fan, estudiar per als exàmens i oblidar-ho tot seguit. Els nois consideren les matemàtiques com una assignatura teòrica, gens pràctica i totalment deslligada de la realitat. La falta de motivació és doncs un problema important. Es troben també els alumnes amb una dificultat d'expressió per a llegir qualsevol text i per a proposar dubtes.

També vàrem veure que, pel que ens van dir ells, hi ha un desfase entre els coneixements bàsics que s'haurien d'haver assolit a la EGB i els que en realitat s'han assolit. Les classes són excesivament nombroses.

Una altra de les dificultats que es troben prové, en gran part, d'una de les característiques del seu ensenyament: l'anul.lació dels problemes tipus. Durant tot l'ensenyament el que s'entén per problema no és sinó la copia (almenys a nivell de raonament) d'uns ja coneguts o l'aplicació d'una fórmula. Es per això que davant de la perspectiva del raonament els nens opten per "la Fórmula" o dir que això no s'ha donat.

De vegades, s'han trobat amb nens que tenen un sentiment d'inutilitat per no entendre les matemàtiques.

Respecte de l'avaluació

En principi, intenten valorar més el treball de classe que els exàmens. Però s'han trobat en alguns casos que si només són ells els que no fan examens, o que donen una altra valoració a l'examen es troben que els alumnes estudien més altres matèries. De totes maneres, en aquest punt no hi ha una uniformitat de tothom. Però això sí: quan posen exàmens miren que no siguin la típica "empollada".

Amb els altres professors

S'han trobat que hi ha professors de matemàtiques que diuen que el que ells fan no en són. Amb la resta de professors en general, com que no es marquen uns objectius comuns sinó que tot queda en mans de cadascú, intenten suavitzar aquesta manca de conexió "interpretant" els resultats obtinguts en els problemes; això els porta a que s'estableixin relacions amb altres assignatures (per exemple: resoldre un problema de la física amb instruments matemàtics però interpretar-ho físicament).

Objectius

Gairebé citem paraules textuals que ens varen dir que l'objectiu principal era "el superar l'alienació que produeix sobre el noi la presentació axiomàtica, que fa de les matemàtiques una cosa allunyada de la realitat, que té valor per ella i en ella mateixa, sobre la qual no cal pensar ni reflexionar perquè tot ja està fet i ben muntat".

Mitjans

En quant a l'exposició, intenten seguir el principi biogenètic, reproduint a nivell adequat el procés constructiu històric, tot i que això en la pràctica és difícil i comporta moltes dificultats. D'altra banda, parteixen de problemes reals en les seves classes i intenten que els alumnes arribin a la seva matematització escollint models adequats. Amb això es troben amb la dificultat de que els que poden ésser problemes reals per a nosaltres no ho són per a ells. Però el que ens van dir i al consultar els seus llibres, hem deduit que: una exposició d'un tema ve a ser: primer una sèrie d'exemples (diríem que amb un cert atractiu i algunes dades històriques), treball raonat sobre aquests exemples, construcció de la teoria i resolució de problemes amb llur interpretació.

Creuen que la intuició ha d'ésser abans que el rigor (per exemple: quan s'introdueixen les fraccions equivalents es fa veure la idea mitjançant dibuixos, abans que qualsevol mena de quocient d'un producte cartesià).

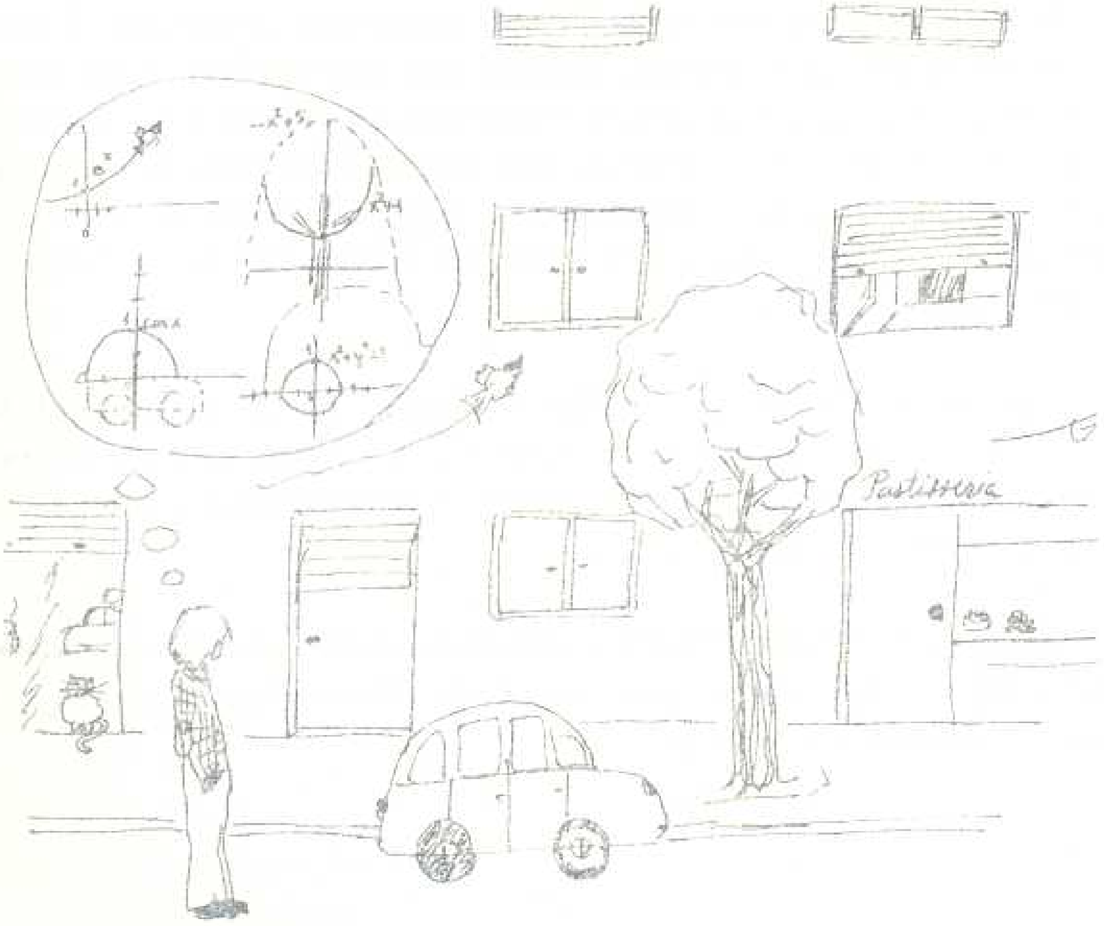
En quant a les definicions i demostracions, s'intenta que aquestes estiguin motivades per una sèrie d'exemples, lligats a fets reals, coneguts per ells.

Respecte dels programes

Ens varen dir que aquest és un dels temes bàsics. El temps ja ens apretava i més o menys ens van dir que seria necessària una total reestructuració, que els programes són excessivament llargs i en certs punts irracionals.

I això és tot. Queden coses per a dir i ens van quedar coses per preguntar. Si voleu adreçar-vos a ells els trobareu al I.C.E. (Universitat Autònoma de Barcelona - Hospital de St. Pau).

GRUP DE PEDAGOGIA



Miércoles, 28 de octubre de 1981 — DIARIO DE BARCELONA / 5

ANFOSSO

«Deseo irme a Madrid el próximo curso»

Federico Gaeta, cesado de nuevo en su cargo

La historia del ex director del Colegio Mayor Peñafort, Federico Gaeta, transcurre en un intercambio continuo de sus funciones. Mientras él apela al Ministerio de Educación y Ciencia, para ser restituido en su cargo, el señor Badia Margarit le envía oficios donde se le comunica que de nuevo ha sido desposeído de sus funciones. Y en este ir y venir, el señor Gaeta nos ha comentado: «He recibido con fecha 23 de octubre un oficio, en el que se comunica la destitución de mis funciones por, según ellos, incompatibilidad con las personas, tanto residentes como subordinadas; constante falta de mesura y equilibrio en mis decisiones, arbitrariedad en mi trato con los residentes; dificultad de relaciones con los directores y con las autoridades académicas y en el último punto se me comunica que, todo ello ha creado un estado permanente de tensión y de conflicto que hace inviable la normal vida del Colegio».

Destitución

La impresión que nos ha transmitido el señor Gaeta, es la de cansancio y en cierta forma de impotencia, le hemos preguntado a dónde piensa llegar y de forma clara nos dice: «A la destitución de Badia, por la apología del terrorismo que va en contra de la población castellana. Terra Lliure, quiere seguir con los mismos métodos que utiliza la ETA. Ante todo esto he presentado un voto de censura contra el equipo rectoral. Pienso que esto de entregar la Universidad a los PNN sin pasar por ningún control de competencia profesional, es un error, pues quiere decir que se sigue el método de la dedocracia. Badia lo hace todo por la vía de la violencia». Las declaraciones nos hacen pensar que el señor Gaeta pronto se irá a Madrid, ¿es cierto? «Bien, yo espero y deseo irme pronto a Madrid, tengo la impresión de que existe una situación de subversión».

¿En qué radica esta impresión? «En la demagógica desenfrenada de promesas que no se pueden cumplir mezcladas en las reivindicaciones legítimas».

Gaeta ha presentado su tercer envío de alzada, ante el oficio del 23 de octubre, ya que no lo considera legal, denunciando que el juez instructor que en él se inscribe es diez años más moderno que él, en escalafón, y que éste, junto con el secretario del oficio, han sido vicepresidentes de Badia y por tanto, partes interesadas en el tema.

Sabemos que en este caso los comentarios sobran. Sin embargo, hacemos algunas puntualizaciones.

•) El resumen hecho en el oficio del 23 de octubre es perfecto; no hemos leído nada que describa mejor el poco tiempo en que Gaeta fue decano de nuestra facultad.

•) Tratar poco más o menos que de etarra a nuestro rector nos deja realmente boquiabiertos.

•) La entrega de la Universidad a los PNN, por medio de la dedocracia, ídem.

•) Sólo queda decir que compartimos plenamente con Gaeta, su deseo de irse a Madrid. (Que sea pronto).

El caso de Gaeta nos hace reflexionar, sobre toda una situación general de nuestra universidad. ¿Cómo es posible que profesores, personas como Gaeta sigan en sus puestos? Dejemos ya de lado, su "falta de mesura", "arbitrariedad", etc. etc. puesto que si un profesor, digamos, tiene un "carácter extraño" (de hecho la mayoría de los matemáticos lo tienen), pero al mismo tiempo es buen investigador y docente, se le perdona. Pregunta: ¿es el caso del Dr. Gaeta? Según él, por supuesto, sí. Afirmó en otra carta al mismo diario que su contribución a la facultad está fuera de duda. Muy bien. Remitámonos a la última memoria de actividades del Seminario Matemático de Barcelona (1980), a disposición del público. Allí como se sabe cada profesor explica las actividades docentes y de investigación que ha hecho, así como asistencias a congresos, etc. Invito a que busquéis la memoria de Federico Gaeta (catedrático). Personalmente, no la he encontrado. Además he contado todas las hojas y no falta ninguna. Por otra parte, en sus cursos de licenciatura no tuvo un solo alumno.

Segunda pregunta: ¿Vale la pena a la Universidad mantener este tipo de catedráticos? Respuesta obvia.

Pregunta final: ¿Cómo hacer para evitar estos casos? Esta pregunta sí es difícil. Una idea puede ser la siguiente: que sea obligatorio presentar una memoria bienal (por ejemplo), al estudio de la cual, por parte de la Junta de Facultad o en todo caso un tribunal en el cual están presentes estudiantes, PNN y profesores de otros departamentos, esté supeditada la continuación del profesor en su puesto.

Esperamos que de una manera u otra estas irregularidades se subsanen pues nuestra Universidad necesita gente con capacidad para formar nuevos profesionales, y por otra parte no le sobran recursos económicos exactamente.

LA CIENCIA Y EL ATAQUE A LAS MUJERES

CHICOS, CHICAS Y MATEMATICAS

Jon Beckwith y John Durkin

He aquí la traducción de un artículo que ha aparecido en el número de Septiembre Octubre de este año de la revista *Science for the People* (Vol.13, nº5, pag.6). *SftP* es una revista mensual que edita el Science Resource Council inc., una sociedad no lucrativa, y que produce la organización nacional (de los USA) Science for the People. Como ellos mismos declaran siempre en su primera página,'ofrecemos una visión progresista de la ciencia y de la tecnología, y tocamos una amplia gama de temas. Agradecemos todo tipo de contribuciones: artículos, cartas, reseñas de libros, ilustraciones, comics, etc.'

El artículo pretende analizar un trabajo que apareció en la revista *Science* sobre las diferencias entre hombres y mujeres en lo que se refiere a la matemática, y su repercusión en la prensa, dentro de la campaña científica que está teniendo lugar en EEUU contra las mujeres. La traducción pretende ser fiel, así que no he eliminado referencias que pueden parecernos fuera de lugar a unos europeos sobre el poder de los hombres blancos o las minorías no crías. Los autores son Jon Beckwith, que investiga y enseña genética en la Harvard Medical School y John Durkin, doctorando en biofísica de la Universidad de Harvard.

vera S.

"¿Son los chicos mejores en matemáticas?" se preguntaba un artículo del *New York Times* del 7-12-80. "Dos psicólogos dijeron ayer que los chicos razonan matemáticamente mejor que las chicas, e instaron a los educadores a aceptar la posibilidad de que la causa sea algo más que simples factores sociales"[1]. El 15-12-80, *Time* nos llamaba la atención sobre "El factor sexo en la matemática": "Desde el surgimiento del feminismo...el peor rendimiento femenino en matemáticas ha sido atribuido generalmente a sexismo...Esta teoría ha hallado ya su mayor desafío en un estudio que aparece esta semana en la revista *Science*. Según sus autores...los hombres tienen de forma inherente mayor habilidad matemática que las mujeres"[2]. En *Newsweek*, el titular del artículo sobre este tema decía: "¿Tienen los varones un gen matemático?"[3] y pocos meses después la revista *Discover* empezaba su artículo de primera página, "los sexos y el cerebro" refiriéndose a este mismo estudio como el apoyo más reciente a la creencia de que las diferencias de roles según los sexos son innatas. Decía el subtítulo de dicho artículo: "Hombres y mujeres piensan de forma distinta, la ciencia está investigando el por qué"[4].

Esto no es más que una muestra de la extensa publicidad que siguió a la publicación de un estudio de Camilla Benbow y Julian Stanley de la John Hopkins University.[5] Considerando la enorme atención que se ha prestado a este estudio, parecería que en él se hubieran hecho nuevos e importantes descubrimientos científicos. Pero este no es el caso. Al mirar más de cerca se ve que no es más que otra tormenta en un vaso de agua: un caso de escasos datos científicos hinchado hasta convertirse en historia de periódico con un impacto social considerable. Es importante observar con detalle este estudio y la publicidad que le rodea para ver la influencia de los factores sociales en la investigación científica y su divulgación entre el público. ¿Cómo y por qué una investigación científica en particular obtiene tanta notoriedad?

EL ESTUDIO

En un artículo de investigación titulado "Diferencias por sexos en la habilidad matemática:¿naturaleza o artificio?"[5], Benbow y Stanley relataban los resultados de ocho años de investigaciones llevadas a cabo por el "Study of Mathematically Precocious Youth"(SMPY, estudio del joven matemáticamente precoz). Este grupo organiza investigaciones para identificar a jóvenes matemáticamente dotados. Benbow y Stanley los sometieron al test de aptitud escolar (SAT) y se encontraron con que en la parte de matemática los chicos conseguían puntuaciones más altas que las chicas. Puesto que todos se hallaban en cursos en los que todavía no se ha aprendido todo el material que abarca el SAT, Benbow y Stanley sostienen que este test mide la habilidad matemática de esos niños. Y dado que niños del mismo curso han recibido las mismas clases, las diferencias de rendimiento no se pueden atribuir a que los niños hayan recibido más enseñanzas que las niñas. Es más, Benbow y Stanley cuentan que chicos y chicas tienen la misma actitud hacia las matemáticas. Y concluyen:

"Nos decantamos hacia la hipótesis de que las diferencias según el sexo en el rendimiento y la actitud hacia la matemática provienen de una mayor habilidad matemática masculina, que a su vez puede relacionarse con una también mayor habilidad masculina en los problemas espaciales. Esta superioridad masculina probablemente es debida a una combinación de factores endógenos y exógenos. De todas formas, reconocemos que nuestros datos son consistentes con numerosas hipótesis alternativas. Sin embargo, no cabe la hipótesis de que los distintos sexos hayan recibido clases y cursos distintos.

y también parece prematuro asegurar que los procesos de socialización chicos-chicas sean la única explicación posible de la diferencia entre sexos."

La conclusión de Benbow y Stanley fue recogida por los medios de comunicación para dar a entender que son factores innatos (o "endógenos" en sus palabras) los responsables de las diferencias en la "habilidad" matemática. Esta afirmación se vio reforzada por la afirmación de Benbow de que "las mujeres deberían aceptar las diferencias"[6] y por la acusación de ambos a sus críticos por "practicar política sexual disimulada"[7].

PROCESOS DE SOCIALIZACION Y CAPACIDAD MATEMATICA

¿Pero qué es lo que de hecho han demostrado estos investigadores? Ellos han estudiado a jóvenes de los más dotados de capacidad matemática. El único condicionante social que han tenido en cuenta es el número de cursos de matemáticas recibidos. Sin embargo sostienen que con la eliminación de una de las posibles explicaciones de la diferenciación de capacidades están autorizados a sostener que los factores "endógenos" son elemento esencial en la determinación de la capacidad matemática. Debería ser obvio que hay muchos factores que actúan sobre los jóvenes y que también pueden explicar los resultados de ese estudio. Benbow y Stanley descartan esas posibilidades como "típicas explicaciones de tertulia". Sin embargo, existe todo un cuerpo de investigación que examina el impacto en la capacidad matemática de la socialización a través del esquema femenino-masculino*.

Los tutores y profesores suelen desaconsejar a las chicas que estudien matemáticas. En un estudio se halló que "el 42% de las chicas interesadas en carreras de matemáticas o ciencias declararon que sus tutores les habían desaconsejado que siguieren cusos de matemática superior"[9]. Caserly[10] entrevistó a tutores y recogió comentarios del siguiente tipo: "yo simplemente odio ver a una chica destacar demasiado". Incluso si las chicas continúan estudiando en

---

* Es particularmente sorprendente que esos autores hayan ignorado este trabajo si se considera que el mismo Stanley es el editor general de una serie de libros que incluye *Mujeres y mística matemática*[8]. Este libro relata el trabajo de un cierto número de investigadores que han documentado factores sociales, escolares y familiares, que afectan a las actitudes hacia la matemática.

cursos más avanzados de matemáticas, la confianza en su habilidad matemática se verá necesariamente afectada por el mensaje de estos consejeros.

Además las chicas están socialmente condicionadas para no querer destacar en matemáticas, ya que entonces podrían no gustarles a los chicos o bien podrían ser aisladas socialmente. De las entrevistas con chicas se pueden entresacar comentarios típicos:

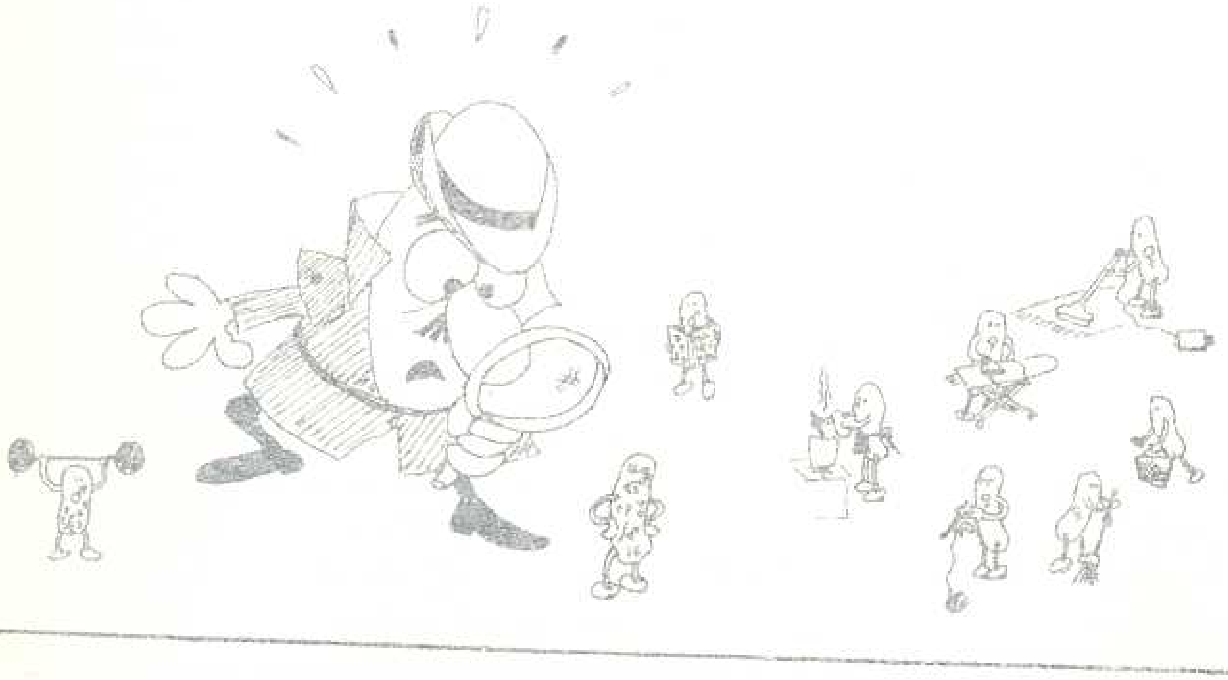
"...a los chicos no les gustan o incluso les asustan las chicas inteligentes, especialmente las lumbreras en matemáticas"[11]

"...las chicas no quieren que se las conozca como maniáticas de la ciencia por haber escogido todas las asignaturas de ciencias del plan..."[10].

Es más, algunos estudios han sugerido que los adolescentes asocian matemáticas con masculinidad[12].

Esta proceso de desmoralización empieza pronto. En un estudio sobre los enseñantes de la escuela elemental y superior,[13] Ernest halló que el 41% pensaba que los chicos son mejores que las chicas en matemáticas, mientras que ninguno creía que las chicas lo hicieran mejor que los chicos. Sugirió que "quizás nos hallamos ante el llamado 'Efecto Pigmalión' en enseñanza, según el cual el estudiante cumple hasta cierto punto (medible) en respuesta a las espectativas del profesor". Esto atañe directamente a las pretensiones de Benbow y Stanley de haber controlado las posibles diferencias según los cursos realizados. El estar sentados en una misma clase y escuchar al mismo profesor puede ser una experiencia distinta para chicos y chicas.

Probablemente son todavía más importantes la primera infancia



y la educación diferenciada según los sexos, que pueden tener efectos significativos en el posterior interés y capacidad matemáticas. Los distintos tipos de juguetes que se dan a los niños y a las niñas y las actitudes de los padres ante el trabajo escolar de sus hijos son factores que podrían tener un impacto importante. Las chicas coincidieron en que a la mayoría de ellas el juguete que más les había costado obtener era un pequeño laboratorio de química.[10] Fox y Cohn[14] citan un estudio de niños dotados en que salió a la luz que los padres de niños así suelen descubrir su interés por la ciencia a una edad muy temprana, discuten con ellos sobre sus estudios y les proporcionan juguetes y libros relacionados con la ciencia. Muy pocos se dan cuenta del interés de sus hijas por la ciencia.

Sin embargo, Benbow y Stanley se decantan "hacia la hipótesis de que las diferencias según el sexo en el rendimiento y la actitud hacia las matemáticas provienen de una mayor habilidad matemática masculina"[5]. Es evidente, incluso por la forma en que presentan sus datos, que no se toman el factor social demasiado en serio. La diferenciada capacidad matemática masculina-femenina está muy bien documentada en su trabajo; las medias y las desviaciones standard de los chicos y las chicas en cada una de las pruebas de aptitud están debidamente tabuladas, y se han computado las estadísticas apropiadas. Pero la tesis de que jóvenes que han recibido las mismas clases no se diferencian de manera importante en su actitud respecto de la matemática no tiene más documentación que la siguiente: "C. Benbow y J.Stanley: manuscrito en preparación". No nos informan de cómo evaluaron la actitud hacia la matemática ni en el reportaje de *Science* ni en un informe más extenso (Benbow y Stanley, Manuscrito en preparación, que gentilmente los autores nos han enviado). Ello es decisivo, ya que la evaluación de los sentimientos de los jóvenes hacia la matemática depende de la pregunta que se les formule. Varios investigadores les han preguntado simplemente a los chicos y chicas: "¿Te gustan las mates?" y han obtenido resultados muy parecidos para unos y otras.[13] Pero otras formas de examinar estas actitudes nos pintan una situación mucho más compleja. Por ejemplo, el sociólogo Sanford Dornbusch ha estudiado a los alumnos de las escuelas superiores del área de San Francisco en un intento de descubrir las causas del fracaso escolar:

"Una de las preguntas que les hicimos a los estudiantes era: Cuando sacas una mala nota, ¿Cuál crees que suele ser la razón? Había cuatro respuestas alternativas: Tuve mala suerte, no trabajé lo suficiente, no le caigo bien al profesor, no soy bueno en esta materia. La mayoría de los estudiantes atribuyó a la falta de estudio el fracaso en todas las materias. Sin embargo, al llegar a las matemáticas, el 26% de las chicas lo atribuyó a la falta de habilidad frente al 15% de los chicos...esto no ocurrió en ninguna otra asignatura".[15]

Fox y Cohn[14]. otros dos investigadores del SMPY, examinaron otras facetas de los caracteres de esos niños dotados. Se encontraron con que los chicos con mayor puntuación están están fuertemente orientados hacia trabajos de investigación en matemática y ciencias, y se orientan por una estimación elevada de lo teorico; las chicas mejor puntuadas tienden a valer más en temas más sociales que teóricos. Además los chicos tienen, mucho más que las chicas, experiencias matemáticas extra-académicas (estudian con un padre o profesor, trabajan en puzles matemáticos). Fox y Cohn concluyen:

"El estudio del SMPY sobre las características de los adolescentes matemáticamente precoces presta cierto apoyo a la explicación social de las diferencias entre sexos en los niveles más altos de habilidad y comprensión"

Esta conclusión es especialmente sorprendente ya que sus datos del SAT son *exactamente los mismos* que los de Bembow y Stanley (compárese la tabla 7.1 de Fox y Cohn con la tabla I de Benbow y Stanley).

Pero ninguno de nosotros puede recordar haber visto artículos en el *New York Times* titulados "¿Son las chicas apartadas de la matemática?"("Dos psicologos dijeron ayer que se desanima a las chicas de forma que no destaquen en matemáticas e instaron a los educadores a aceptar la posibilidad de que la causa sea algo más que simples factores genéticos...").

Por razones que tienen poco que ver con el mérito científico, los medios de comunicación han elegido resaltar el artículo de Benbow y Stanley, mientras han ignorado totalmente multitud de estudios que examinan los factores sociales que afectan a la capacidad femenina en matemáticas.

EL POR QUE DEL INTERES DE LOS MEDIOS DE COMUNICACION

Dada la naturaleza limitada de las conclusiones que los investigadores de la John Hopkins University han podido alcanzar, es sorprendente ver, en primer lugar, la intensidad de la reacción de los medios de comunicación y su predisposición a difundir especulaciones infundadas. Podría ser debido en parte al hecho de que *Science* no sólo eligió publicar este artículo sino que además lo acompañó con un reportaje de título provocativo:"Matemática y sexo:¿Han nacido las mujeres con menos habilidad?"[6].

Sin embargo, esta publicidad no parece sorprendente si examinamos la tendencia de los reportajes e investigaciones científicas sobre las diferencias varón-hembra de los últimos años. Cada vez son más los científicos que sugieren que el habitual lugar de la mujer en la sociedad -intelectual, económica, sexualmente y en general en las relaciones de poder- es consecuencia natural de las diferencias en la biología femenina y masculina. Rápidamente, los medios de comunicación recogen estas teorías.

Los sociobiólogos insinúan que "La madre naturaleza es sexista"[16] y que hechos sociales como el doble patrón sexual[17,18], la violación heterosexual[19,20], y la escasez de mujeres en "la ciencia, el gobierno y los negocios"[21] son consecuencia de la selección natural que opera de forma distinta entre hombres y mujeres. Otros sostienen que existen evidencias de una distinta estructura cerebral entre los hombres y las mujeres, y que ello resulta decisivo para los distintos roles sexuales que hallamos en la sociedad (incluyendo la distinta capacidad matemática)[4,22,23]. O bien, se nos sugiere que las diferencias hormonales entre hombres y mujeres pueden explicar las diferencias sociales que observamos[4,23].

No todas estas proposiciones son ridículas por sí mismas. Es concebible que diferencias biológicas influyan en las conductas humanas masculina y femenina. Sin embargo, en los ejemplos específicos que antes hemos citado, como el estudio de Bembow y Stanley, sencillamente no hay evidencias que den soporte a las conclusiones hechas a priori. La sociobiología ha sido ampliamente criticada como especulación contruída sobre prejuicios sociales de los científicos comprometidos en ella[24-28]. El entero campo de la lateralización del cerebro está en desorden, las hipótesis de funciones estrictamente determinadas para cada distinto hemisferio están todavía muy en el aire[29,30]. Hasta los más prominentes investigadores en hormonas admiten la dificultad de separar la infuencia de la socialización de la primera infancia de los factores biológicos[31,32].

Así pues, la extensa actividad investigadora actual en esto campos y la considerable publicidad que ha recibido no pueden explicarse sobre la base de algún nuevo descubrimiento. Hay que buscar la explicación del fenómeno en otra parte. En todos los casos que hemos mencionado, las presuntas nuevas aproximaciones hacia las bases del comportamiento individual, son sorprendentemente correlativas con las polémicas promovidas por el movimiento de las mujeres en los últimos diez o quince años. La exigencia de igualdad de derechos y el movimiento reivindicativo ahora chocan con el argumento de que la biología limita las posibilidades de las mujeres en comparación con las de los hombres. La toma de conciencia progresiva del problema de las violaciones y de su conexión con las relaciones de poder entre hombres y mujeres coincide con afirmaciones de que la violación es una consecuencia natural de la necesidad del hombre de difundir sus genes lo más extensamente posible. Y ahora una exposición científica razonada pretende quitar a las mujeres la posibilidad de decidir abortar[33].

Desde este punto de vista, la investigación sobre los roles sexuales se explica muy fácilmente como fenómeno social y político, pero no científico. Una vez más, la comunidad científica ha aparecido con una apología del status quo (en este caso, la dominación masculina), y una vez más, lo ha hecho con gran éxito. No existe una deliberada conspiración para promover estas investigaciones. Más bien es una consecuencia natural de que las subvenciones y fondos para la ciencia, la ciencia misma y los medios de difusión están dominados por sectores privilegiados de la sociedad, y particularmente por hombres blancos. Para los científicos, la verdadera elección de las preguntas a plantear está condicionada por sus prejuicios sociales. Es más, los supuestos que sustentan los estudios en estas complejas áreas del comportamiento humano reflejan inevitablemente los prejuicios de los que los realizan. Por ejemplo, Benbow y Stanley presuponen (aunque no son hechos comprobados) que 1º) las clases recibidas constituyen el factor ambiental de mayor importancia que puede dar lugar a capacidades matemáticas distintas y 2°) que los tests SAT son unas medidas de habilidad imparciales. Tales suposiciones requieren una visión particular de la sociedad.

LA HABILIDAD MATEMATICA

Benbow y Stanley sostienen haber demostrado que los varones tienen mayor "habilidad en el razonamiento matemático", o "aptitud matemática" que las hembras. Estos términos tienen connnotaciones que los medios de comunicación no han sido capaces de analizar críticamente. "Aptitud" implica algo que es fijo."Las chicas son menos aptas que los chicos" implica que hay una barrera en la comprensión femenina. La frase "habilidad en el razonamiento matemático" está construida con cuidado y suena muy precisa. Implica un único rasgo indivisible, una cualidad fundamental.

Es importante recordar, sin embargo, que la habilidad mental no puede medirse directamente. Ernest[34] ha puesto de manifiesto que los psicólogos ni tan siquiera están de acuerdo sobre la *definición* del concepto de habilidad en el razonamiento matemático. Lo que es observable es la capacidad en una tarea matemática. El experimento infiere habilidad de la capacidad. La conclusión que uno perfila depende, por lo tanto, del instrumento de medida que uno usa.

Benbow y Stanley escogieron el SAT. Existen cursos de entrenamiento para el SAT que mejoran sustancialmente las puntuaciones de aquellos que han asistido a ellos. De hecho, la mejoría de las notas de los estudiantes de las minorías, que normalmente son los que hacen estos tests peor, es incluso mayor que la mejoría demostrada por los estudiantes en su conjunto. Desde luego, ninguno de los estudiantes sobre los que trabajaron en el SMPY habrán asistido a estos cursos. Pero esta maleabilidad saca a la luz que la capacidad en un test es el resultado de una compleja interacción ente el substrato biológico (i.e. el cerebro) y experiencias impuestas. Metodológicamente, el estudio de Benbow y Stanley es desesperadamente inadecuado para diferenciar estas influencias.

Y por lo que hace a la habilidad matemática como rasgo aislado, debería ser obvio que la destreza en la resolución de problemas involucra muchas destrezas, como por ejemplo " motivación, perseverancia, habilidad para soportar frustraciones, un sentido estético, ánimo, inteligencia, imaginación, y muchas clases de capacidades, incluyendo la computacional, la espacial, la algebraica, la verbal"[34]. Nótese que mientras algunas de estas habilidades se enseñan formalmente, otras tienen que ver con actitudes y con la imagen de sí mismos.

Ciertamente, Benbow y Stanley han constatado una diferencia por sexos. Pero, aparte de la cuestión de cúal es la causa, lo que no está claro es en qué tema han demostrado que existe esa diferencia.

GENETICA Y COMPORTAMIENTO. A MODO DE CONCLUSION.

Incluso si alguno de estos estudios hubiera obtenido evidencias de la existencia de una componente biológica o genética en las diferencias de comportamiento social y de comprensión entre hombres y mujeres, esto no nos diría nada sobre la posibilidad de cambiar dichas diferencias[35]. Una contribución genética en un comportamiento está definida sólo para el entorno en que se mida. Un nuevo ambiente puede cambiar dicho comportamiento radicalmente, incluso si está influenciado por genes.

Newsweek, para continuar refiriéndonos al estudio de Benbow y Stanley, dice :"...si (las diferencias) son genéticas, tenemos que aprender a aceptarlas"[3] lo cual refleja esta extendida equivocación. Es como decir que tenemos que aceptar la miopía porque es genética y olvidarnos de desarrollar gafas; o que los niños nacidos con la enfermedad conocida por phenilacetonuria (niños azules) están condenados al retraso mental, cuando de hecho pueden ser tratados con éxito con una dieta libre de phenilalanina.

Si queremos hacer lo posible por llegar a un mundo en que hombres y mujeres contribuyan por igual en todos los terrenos sociales, nada puede decirnos la genética que contrarreste nuestros esfuerzos. Si hay rasgos innatos que afecten a la habilidad matemática de forma que algún grupo esté en ventaja, los débiles en estos rasgos podrían ser ayudados a través de la enseñanza. Como sugieren Tomizuka y Tobias:

"Si la visualización espacial contribuye al razonamiento matemático, enseñadla. Enmendad la enseñanza de la matemática de cabo a cabo y eliminad todos los factores culturales que desalientan a los niños de los dos sexos y de todas las razas a que cursen estudios matemáticos con placer y razonables espectativas de éxito."[14].

Efectivamente, se han hecho programas para elevar la capacidad matemática de las chicas y se han llevado a cabo con éxito[36-38]. La publicidad que estos estudios han tenido indica la actual receptividad de los círculos de influencia hacia estas ideas. Están destinadas a hacer mella en los padres, profesores y estudiantes que lean algo sobre ellas. Uno de nosotros habló recientemente en un curso de ciencias sobre el estudio de Benbow y Stanley. Una chica que ya había leído algo sobre el estudio dijo que creía que después de aquello era inútil que intentara obtener su grado en matemáticas. Da la impresión que este tipo de publicidad no hace más que aumentar el tratamiento diferenciado que reciben chicos y chicas. Los argumentos a favor de la acción positiva, particularmente en campos relacionados con la matemática y la ciencia, serán vistos como inviables si llegan a aceptarse estas suposiciones. La capacidad matemática se ha caracterizado por ser un "filtro decisivo" para cortar los caminos y oportunidades a las minorías de estudiantes no arios[39]. "La competencia en matemáticas es un prerrequisito importante para una gran variedad de carreras, particularmente las de tipo profesional. Además de las carreras de matemática y de ciencias de la naturaleza, las carreras de económicas y de ciencias sociales van requiriendo cada vez un mayor bagaje matemático a causa del aumento del uso de estadística y de tecnología de computadoras"[37].

Cualquier déficit en la base matemática y actitudes del tipo "las mujeres no pueden hacer matemática" van a limitar progresivamente las opciones de las mujeres. En general, el actual ataque científico contra las mujeres no hace más que reforzar el ataque político de las fuerzas reaccionarias. El estudio de Benbow y Stanley, como otros ataques científicos a las mujeres, proporciona un argumento aparentemente objetivo para mantener a las mujeres en su lugar.

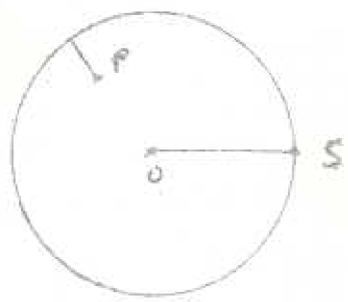
Debemos exponer las falacias que subyacen en este trabajo y su contenido político, para poder derribar un puntal importante de las políticas socialmente regresivas.

NOTAS

1. "Are boys better at maths?" (¿Son mejores los chicos en matemáticas?) The New York Times, 7-12-1980.
2. "The gender factor in math" (El factor sexo en la matemática) Time, 15-12-1980
3. Williams and King "Do males have a math gene?" ("Tienen los varones un gen matemático?") Newsweek, 15-12-1980.
4. Weintraub "The brain: His and Hers" (El cerebro: ellos y ellas) Discover 4-198
5. Benbow and Stanley "Sex differences in mathematical hability: fact or artifact Science 210 (Diferencias por sexos en la habilidad matemática nat. o art.?).
6. Kolata "Math and sex: are girls born with less ability?" (Matemática y sexo: ¿han nacido las mujeres con menos habilidad matemática?) Science 210.
7. Benbow and Stanley "Sex differences in math reasoning" (Diferencias sexuales en el razonamiento matemático) Science news 119.
8. Fox, Brody, Tobin "Women and the mathematical mystique" (Mujeres y la mística matemática) Baltimore, Johns Hopkins Press, 1980.
9. Haven "Factors associated with the selection of advanced academic mathematical courses by girls in high school" (Factores asociados a la elección por parte de las chicas de cursos avanzados de matemáticas en la escuela superior) Research bulletin 72-12, 1972. Princeton Educational Testing Service.
10. Casserly "Factors affecting female participation in advanced placement program in mathematics, chemistry and physics" (Factores que afectan a la participación femenina en los programas de colocación superior de matemáticas, química y física) Fox, L. et., op. cit. 138-163
11. Luchins and Luchins. "Female mathematicians: a contemporary Appraisal" (Mujeres matemáticas: una estimación contemporánea) Fox et al. op. cit.
12. Tomizuka and Tobias "Mathematical ability: is sex a factor?" (Habilidad matemática: ¿es el sexo un factor?) Science 212 (1981).
13. Ernest "Mathematics and sex" (Matemáticas y sexo) American mathematical Monthly 83 (1976).
14. Fox and Cohn "Sex differences in the development of precocious mathematical talent" (Diferencias por sexos en el desarrollo del talento matemático precoz) Fox L. et al., op. cit.
15. Dornbusch "To try or not to try" (Intentar o no intentar) Stanford Magazine 2 (1974).
16. Barash "Sociobiology and Behavior" (Sociobiología y comportamiento) New York: Elsevier, 1977.
17. Harris "Darwin and the Double Standard" (Darwin y el doble patrón) Playboy 1978
18. Symons "Eros and Alley Oop" (Eros y Alley Oop) Psychology Today. Feb. 1981.
19. Rhodes "Why do Men Rape?" (¿Por qué violan los hombres?) Playboy 1981.
20. Barash "Sexual selection in Birland" (Selección sexual en Birland) Psychology Today (March, 1978).
21. Wilson "On human nature" (Sobre la naturaleza humana. México, FCE, 1980) Cambridge : Harvard Univ. Press 1978

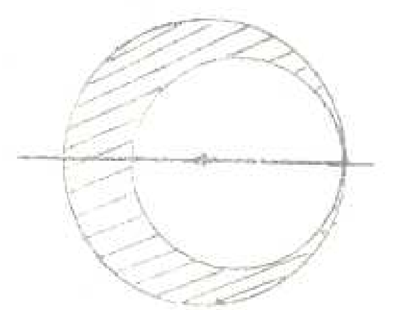
22. Durden-Smith "Male and female-why?" (Varón y hembra, ¿por qué?) Quest/80 Oct.
23. Gelman et Al. "Just how the sexes differ" (En qué difieren exactamente los sexos) Newsweek, mayo 1981.
24. Washburn "Human behavior of other animals" (El comportamiento humano de otros animales) American Psychologist 33 1978.
25. Lewontin "Sociobiology, another biological determinism" (La sociobiología: otro determinismo biológico) International Journal of health services 10 1980.
26. Bock "Human nature and History: a reponse to sociobiology" (La naturaleza humana y la Historia: respuesta a la sociobiología) New York: Columbia U. Press 80
27. Kaplan "The sociobiology debate" (El debate sobre la sociobiología) New York. Harper and Row, 1978.
28. Sociobiology Study Group. "The sociobiology packet, 1980" (El dossier sobre la sociobiología, 1980) Available from Science for the people, Cambridge.
29. Ver Junio, 1980 de Behavioral and Brain Sciences. Artículo de McGlone "Sex differences in human brain asymmetry: a critical survey" (Diferencias por sexos en la asimetría del cerebro humano; repaso crítico)
30. Gooch "Right brain left brain" (El cerebro derecho y el cerebro izquierdo) New Scientist Septiembre, 11 1980.
31. Erhardt y Meyer-Bahlburg "Effects of Prenatal Sex Hormones on Gender-Related Behavior" (Efectos de las hormonas prenatales en el comportamiento respectivo según el sexo) Science 211 (1981).
32. Rubin, Reinisch y Haskett "Postnatal gonadal steroid effects on human behavior" (Efectos sobre el comportamiento humano de los esteroides gonadales posnatales Science 211 (1981).
33. Donovan "Is the fetus a person?" (¿Es el feto una persona?) Science for the People (Nov./Dic. 1980).
34. Ernest "Is mathematics a sexist discipline?" (¿ Es la matemática una disciplina sexista?) en Fox, L. et. al. , op. cit..
35. Lewontin "The fallacy of biological determinism" (La falacia del determinismo biológico) The Sciences (Marzo/Abril 1976).
36. MacDonald "An Experiment in Mathematics Education at the College Level" (Un experimento en el campo de la enseñanza de la matemática a nivel de college) Fox et al. op. cit.
37. Brody and Fox "An accelerative intervention program from mathematically gifted girls" (Un programa de intervención aceleradora para chicas matemáticamente dotadas) en Fox et al. op. cit.
38. Blum y Givant "Increasing the participation of women in fields that use mathematics" (Aumentando la participación de las mujeres en los campos que usan matemáticas) Math Monthly 87 (1980).
39. Sells in Fox, L. et al., op. cit.

SOLUCION DEL PROBLEMA DEL NUMERO ANTERIOR



Agafem com unitat de mesura el radi del llac, i com sistema de coordenades les polars amb centre el del llac, i direcció 0° la que passa per la posició inicial del sàtir. Suposem que la barca de la matemàtica no es troba en el centre, sinó en un cert punt P. Desde quins punts podria la matemàtica escaparse seguint simplement la direcció del radi en que es troba? Perquè sigui així, si $P = (r, \theta)$ ha d'ésser $(1-r)\,4 < \min(\theta, 2\pi - \theta)$.

Aquesta equació defineix doncs un "àrea segura", ratllada la figura, i el nostre problema es redueix a portar a la matemàtica a aquesta àrea, no importa com es mogui el sàtir.



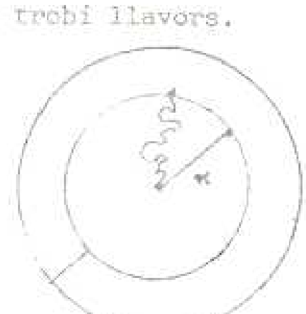
Per veure que això sempre es possible veiem que per $\theta = \pi$, l'anterior inequació queda:

$$1-r < \pi/4 \rightarrow r > 1-\pi/4$$

El que vol dir és que si la matemàtica es col.loca en "oposició" al sàtir hi ha una distància superior a $1-\pi/4$ del centre, i posa proa a la costa en la direcció del radi en que es troba en aquell moment està salvada. Pero com $4-\pi < 1 \rightarrow 1-\pi/4 < 1/4$, n'hi ha prou amb la següent estratègia.

a) Escollir x tal que $1-\pi/4 < x < 1/4$
b) Moure's per no importa quina trajectòria fins a qualsevol punt que disti x del centre.
c) Navegar en cercles de radi x fins trobar-se en "oposició" respecte del sàtir (o sigui que la matemàtica, el sàtir i el centre estiguin alineats i el centre sigui el punt mig entre la matemàtica i el sàtir).
d) Navegar directa a la costa al llarg del radi en que es trobi llavors.
e) Apretar a córrer.

Que sempre es consegueix c) és evident, ja que $x < 1/4$ i el radi de la circumferència és 1, al moure's sobre les trajectòries discretes la barca té una velocitat angular superior a la del sàtir.



NOTA: Hemos recibido un par de cartas comentando las soluciones que hemos presentado en números anteriores. A continuación las publicamos, esperando que sirvan de aliciente para futuras y numerosas intervenciones.

RESPECTE A LA SOLUCIO DEL PROBLEMA 3 DEL NUMERO 1

La solució donada al número 2 pág. 23 es podria millorar de la següent manera:

```
○ ● ○ ● ○
○     ● ○ ● ○
○ ○ ● ●     ○
    ● ● ○ ○ ○
```

Una ampliació d'aquest problema pot ser: ○ ● ○ ● ○ ● ○ ●
La solució que conec és en quatre moviments; a més, fent aquests quatre moviments dues vegades tornem a la posició inicial (un xic desplaçada).
Seria interessant intentar generalitzar aquests fets o donar-hi una explicació raonable.

Ricardo Solá (Autónoma).

ALGUNAS DUDAS SOBRE UNA SOLUCION PLANTEADA EN EL NUMERO ANTERIOR

Respecto a la solución del problema 2 que publicásteis en el Aleph pasado, he encontrado lo siguiente: supongamos que en la situación inicial cada pata de la mesa está en un pequeño pozo como en la figura 1.
Además que los pozos son como en la figura 2, o aún peor, figura 3.

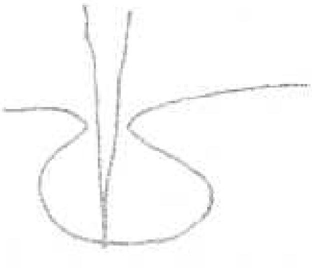


Figura 2

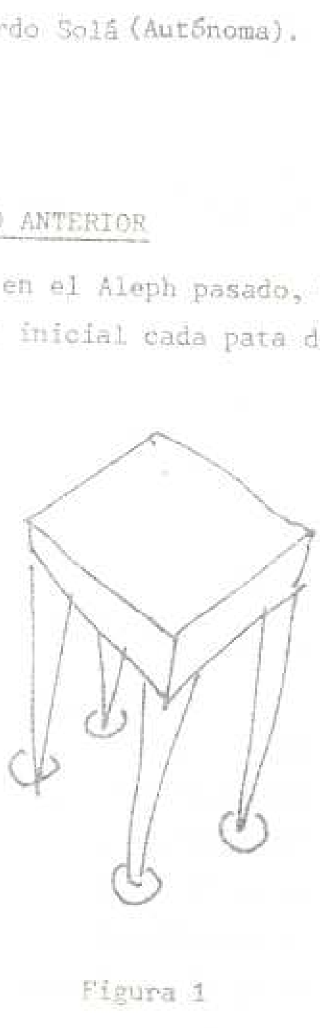


Figura 1

La superficie es en ambos casos continua*, y sin embargo es imposible llevar con continuidad la pata del lugar A al B, como proponíais en dicha supuesta resolución. Así que no parece ser cierto que, aún siendo la superficie continua, sea posible siempre girar, o simplemente mover, la mesa con continuidad de determinada posición a otra arbitrariamente elegida. Con lo cual la solución no me parece válida.

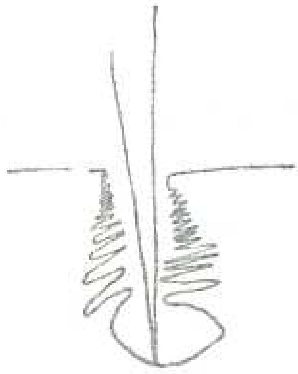


Figura 3

---

* En el problema se pedía que no hubiese escalones, pero no se hablaba de la continuidad. Supongo que es un olvido. Es obvio que si la superficie no es continua, no hay solución.

Un alumno de 5º

JUEGOS PROPUESTOS

UN "PUZZLE" GÖDELIANO

Existe una isla, raramente mencionada en los mapas y que cuando ésto sucede aparece con el corto nombré de isla G, habitada por caballeros (que siempre dicen la verdad) y bribones (que siempre mienten). De algunos de los habitantes se sabe que son caballeros o bribones, pero por el momento no de todos, llamándose caballeros o bribones probados aquellos de los que se sabe que lo son.

Los habitantes de esta isla, no tienen nombre, hecho que siempre ha dificultado la comunicación. Un día, sin embargo una gödelización cayó del cielo y asignó a cada habitante de la isla un número natural n, conocido como número de Gödel de este habitante, a quien notaremos P_n.
Hay además en la isla, un libro - que llamaremos libro de los conjuntos - en cuyas páginas, numeradas consecutivamente, se hallan descripciones de conjuntos de números naturales - que llamaremos conjuntos listados y que notaremos S_n si n es la página donde aparecen. Si n pertenece a S_n diremos que n es un número extraordinario. Además, para todo n diremos que n es asociado a m si y sólo si m es número de Gödel de alguna persona que asegura que n es un número extraor-

dinario (aseveración que puede ser verdadera o falsa según P_m sea un caballero o un bribón).

Sabemos que en la isla se verifican:

c_1 el conjunto de los números de Gödel de los caballeros probados es un conjunto listado.

c_2 lo mismo el de los bribones.

c_3 el complemento de un conjunto listado es listado.

c_4 todo número índice (de pág. del libro de los conjuntos) tiene al menos un asociado.

c_5 para todo conjunto listado A, el conjunto de los números que tienen al menos un asociado en A es nuevamente un conjunto listado.

Probar que hay al menos un caballero no probado y un bribón no probado (Godel). ¿Puede ser determinado si el conjunto de números de Gödel de todos los caballeros de la isla es listado o no? (Tarski).

EL JARDIN MAGICO DE GEORGE B.

George B. tiene un jardín de flores mágicas. Cada flor puede cambiar de color de un día al otro, pero sólo al rojo o al azul. Un día cualquiera, una flor es roja o bien azul. Se cumplen también:

c_1 dos flores cualesquiera no tienen todos los días el mismo color.

c_2 para cada dos flores A y B existe una flor C tal que C es azul si y sólo si A y B son rojas.

c_3 hay entre 200 y 300 flores en el jardín.

¿Cuántas flores hay?