

INFORME FINAL PROJECTE

(Barcelona, 1 de juliol de 2017)

Títol del projecte: “Aprenentatge de Matemàtiques en els graus d’Economia i Empresa utilitzant GeoGebra i Wiris” (**Codi del Projecte:** 2014PID-UB/063)

Coordinació: Mercè Boncompte Pons (UB)

Participants: Anna Castañer Garriga (UB)
Josep M. Izquierdo Aznar (UB)
Jesús Marín Solano (UB)
Jorge Navas Ródenes (UB)
Marina Núñez Oliva (UB)
Gonzalo Rodríguez Pérez (UB)

Grup d’Innovació docent: mathEopt

Facultat: Economia i Empresa

Departament: Matemàtica Econòmica, Financera i Actuarial

Resum

L’objectiu del nostre projecte ha estat millorar la docència de les assignatures de Matemàtiques dels Graus d’Economia i ADE, introduint a la docència el software gratuït GeoGebra. Inicialment, havíem pensat treballar també amb Wiris, però ben aviat vam veure que GeoGebra s’adaptava molt millor a la nostra idea d’explicar i visualitzar conceptes teòrics.

El projecte va sorgir en el context de la implantació dels graus, en un moment en què vèiem que ja no podríem seguir fent les classes de pràctiques a les aules d’informàtica amb el programa Derive, que disposaríem de menys hores de docència i que a les aules només hi hauria un ordinador per al professor i un canó de projecció. En aquelles circumstàncies vam pensar que la capacitat de GeoGebra per donar vida a funcions i vectors podia ajudar-nos a explicar els conceptes teòrics de les assignatures de Matemàtiques d’una manera tan atractiva com intuïtiva.

Hem elaborat un conjunt de materials (*applets*) per a les assignatures de Matemàtiques I i Matemàtiques II dels graus d’ADE i ECO, i Presa de Decisions del grau d’ADE. Gràcies a la plataforma Moodle hem pogut posar aquestes *applets* a disposició d’alumnes i professors. Finalment, hem copsat l’interès per aquesta nova forma d’explicar i d’estudiar les Matemàtiques amb enquestes al final dels dos cursos acadèmics que ha durat el projecte.

Línies d’innovació vinculades: LMS (Moodle), Avaluació formativa, Project-based learning (PBL), Casos i Simulacions.

Paraules clau: Software matemàtic, concepte teòric, *applet*.

1. Mancances detectades

Una de les principals dificultats que hem trobat és la limitació del GeoGebra en el càlcul i representació de funcions de més d'una variable. Les representacions tridimensionals sovint resulten de difícil comprensió, fins i tot per als professors, fet que comporta un major repte perquè les *applets* en R^3 siguin útils.

Una altra dificultat ha estat l'aprenentatge del propi software. Hem estat autodidactes i, per tant, ens ha calgut fixar-nos en la construcció d'*applets* trobades a la xarxa, amb un cost de temps força elevat.

Un tercer obstacle se'ns ha presentat a l'hora d'aplicar les *applets* a la docència: el poc temps de què disposem per explicar el programa de l'assignatura. En efecte, utilitzar les *applets*, encara que té un retorn de comprensió per part de l'alumne, té un cost inevitable de temps quan es vol mostrar el funcionament de l'*applet* a l'aula.

2. Objectius

El nostre objectiu principal ha estat potenciar la capacitat de comprensió abstracta dels nostres alumnes i millorar la comprensió de les nostres assignatures.

GeoGebra permet acomplir el somni de tants professors de matemàtiques que voldríem posar a l'abast tangible dels nostres alumnes conceptes abstractes com la combinació lineal de vectors, la dependència i independència lineals, les bases d'un espai vectorial, les coordenades d'un vector en diferents bases, els conceptes topològics de conjunts oberts, tancats i aïllats, les corbes de nivell d'una funció de dues variables, les famílies de corbes que són solució d'una equació diferencial, i tants d'altres.

Per la dificultat que implica la manca de temps per impartir el programa de l'assignatura de Matemàtiques I, hem hagut de renunciar sovint al luxe d'interactuar amb l'*applet* a l'aula de docència i limitar-nos només a indicar que hi havia aquest material en el Campus i a animar l'alumnat a utilitzar-lo en el seu treball autònom. A Matemàtiques II i a Presa de Decisions, les *applets* que expliquen l'anàlisi de sensibilitat quan varien els coeficients de la funció objectiu i quan canvien els termes independents de les restriccions han estat especialment valuoses.

D'aquesta manera, creiem haver assolit els següents objectius inicialment plantejats:

- Millorar la comprensió de les assignatures implicades.
- Estimular l'interès de l'alumne per les qüestions matemàtiques.
- Millorar la docència de l'assignatura amb nous recursos informàtics.
- Donar noves eines a l'aprenentatge autònom.

3. Desenvolupament de l'actuació

La nostra tasca principal ha estat dissenyar les *applets* per tal que l'estudiant pugui entendre els conceptes que es volen explicar de la manera més autodidacta possible. Per aquest motiu, hem dividit la pantalla que troba l'alumne en visualitzar una *applet* en dues parts. A l'esquerra, apareix el text que el guiarà en el seu aprenentatge i a la dreta,

el gràfic amb el qual l'alumne podrà interactuar fent que les funcions i els vectors "tinguin vida" quan es segueixin les instruccions donades en el text de l'esquerra.

Les *applets* que hem fet són les següents:

- PDF Mates I (veure Annex 1)
- PDF Mates II (veure Annex 2)
- PDF Presa Decisions (veure Annex 3)

En el PDF Mates II hi ha afegida una *applet* que correspon a la interpretació geomètrica de les condicions de Kuhn-Tucker, tot i que no s'inclouen actualment en el programa de Matemàtiques II.

S'han passat enquestes als professors (curs 2015-16) i als alumnes de Presa de Decisions (curs 2016-17) per tal de mesurar el grau de satisfacció generat per la introducció de les *applets*.

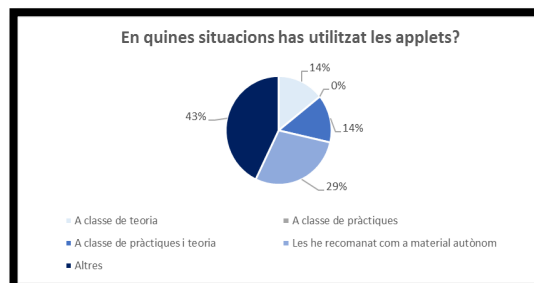
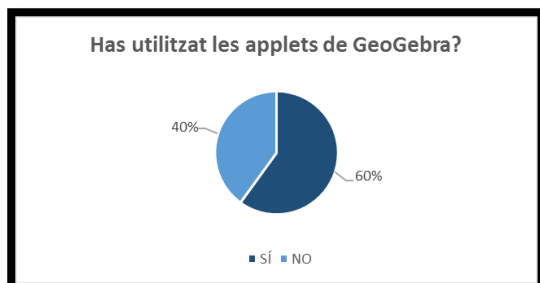
El treball del becari concedit al projecte ha estat d'especial ajuda per detectar les mancances de les *applets* que anàvem construint. Ell les provava i redactava un informe per a cada *applet* on consignava tot el que creia que no funcionava prou bé. Posteriorment, el professor responsable de l'*applet* feia els canvis adients per tal de millorar-la.

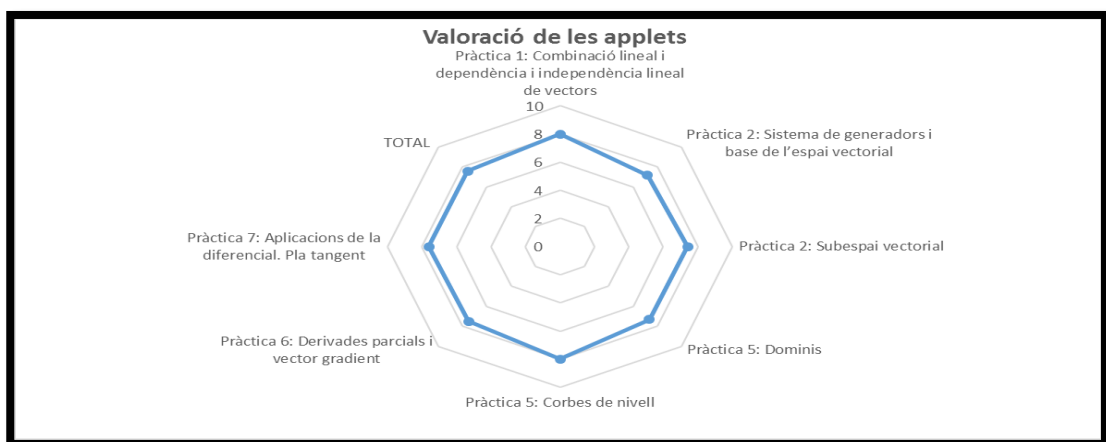
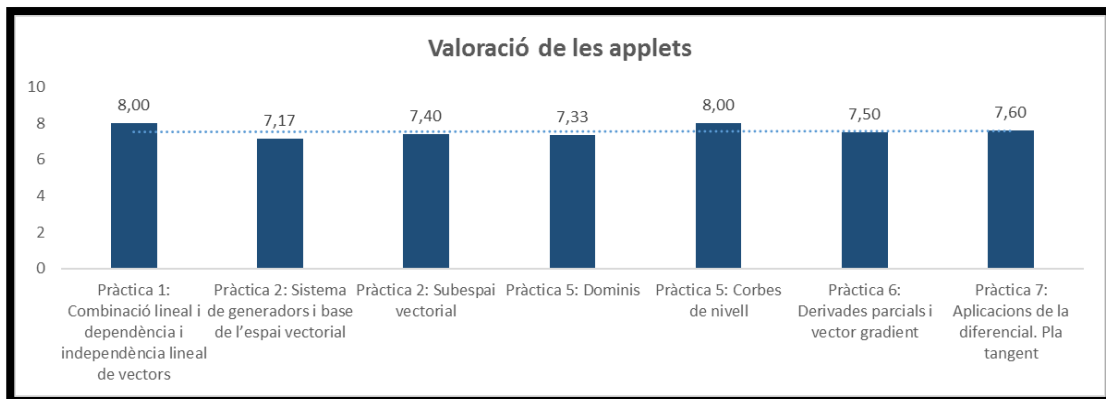
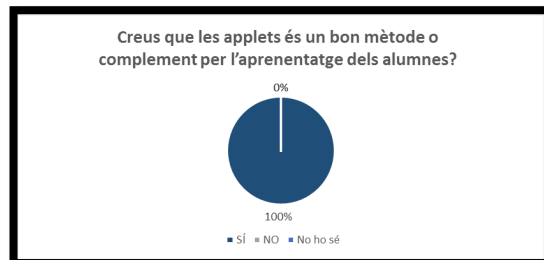
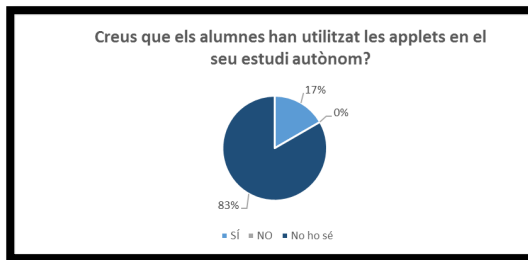
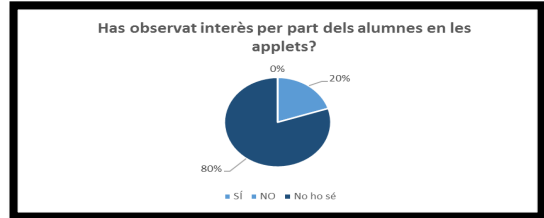
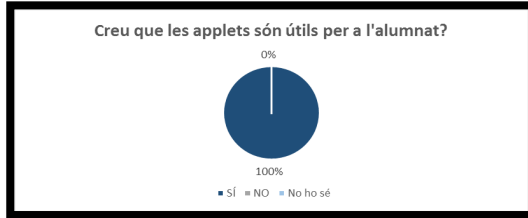
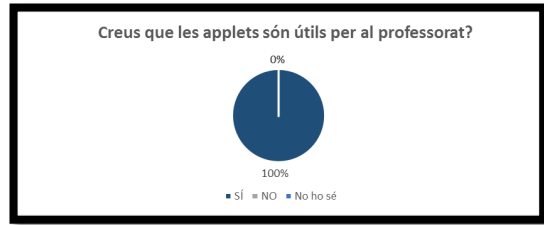
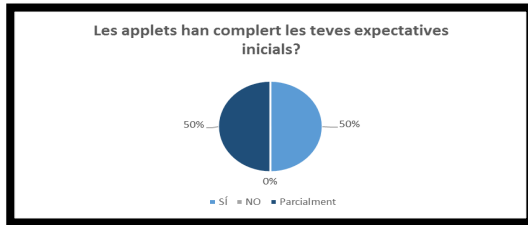
4. Avaluació, resultats i interpretació

4.1. Avaluació

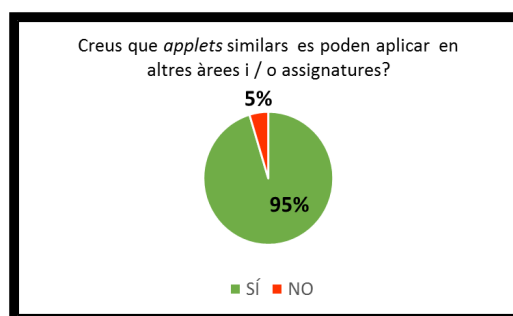
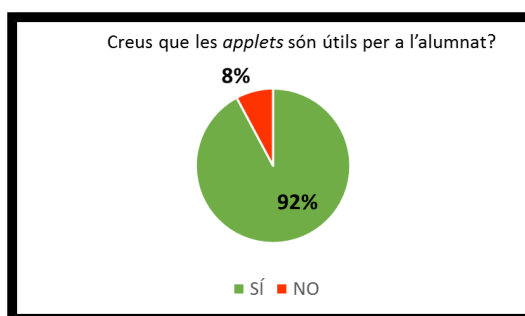
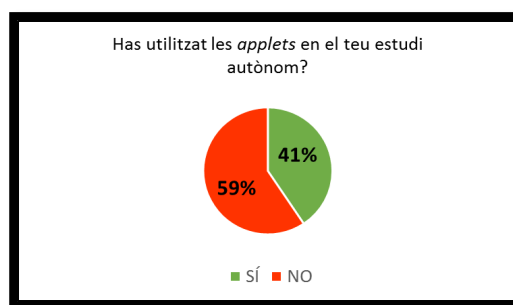
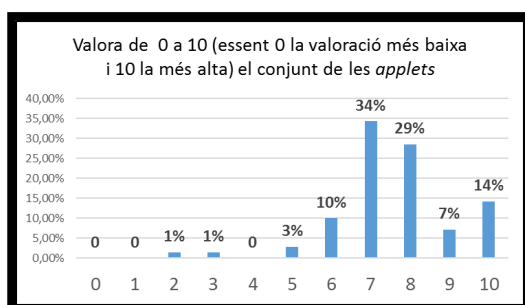
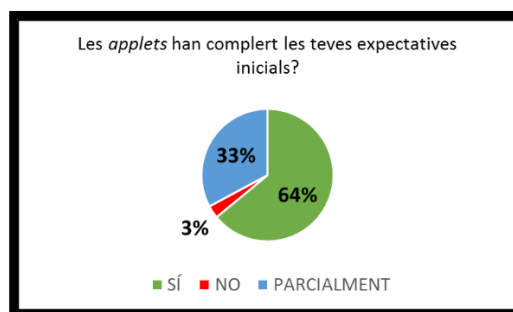
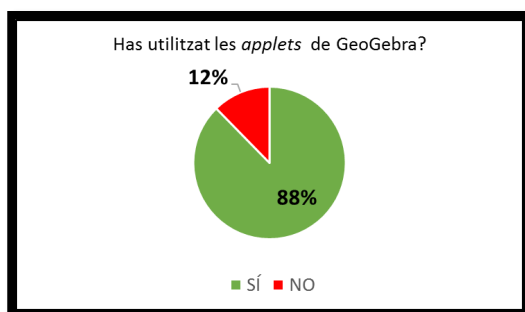
Per valorar el profit que podem treure de la utilització de les *applets*, presentem l'opinió d'alguns professors (curs 2015-16), així com dels alumnes de dos grups de classe de l'assignatura de Presa de Decisions (curs 2016-17) que han utilitzat les *applets* per al càlcul de funcions de valor mitjançant el mètode de bisecció en dos o en quatre trams. Aquests alumnes han rebut les explicacions de l'anàlisi de sensibilitat en Programació Lineal amb l'ajut de les *applets*.

Opinió del professorat:





Opinió de l'alumnat:



Creiem, però, que no hem pogut aprofitar plenament els avantatges de les *applets* per la manca de temps en la docència de l'assignatura de Matemàtiques I i perquè el curs 2015-16, quan hauríem pogut testar l'interès de les *applets* de Matemàtiques II, cap dels professors del grup d'innovació docent mathEopt no va tenir assignada la docència d'un grup de Matemàtiques II (primera vegada en molts cursos).

L'interès de l'explicació amb la visualització que aporten les *applets* creiem que és absolutament innegable. Però si no es poden utilitzar a l'aula amb una certa tranquil·litat, queden relegades a l'àmbit del treball autònom on poc podem incidir els professors del grup per tal de guiar, aclarir i resoldre possibles dubtes en la utilització de les *applets*.

4.2. Resultats i interpretació

Els resultats creiem que són bons en ells mateixos perquè hem encetat una nova manera d'ensenyar les matemàtiques i hem deixat el camí obert per tal d'anar creant noves *applets* per explicar altres conceptes si ho creiem necessari.

Primerament, però, cal dir que l'acceptació per part del professorat ha estat molt diversa. El problema del poc temps per impartir el programa ha estat important. Uns professors han vist en les *applets* una magnífica eina docent, encara que només les hagin pogut

aprofitar com a suport per al treball autònom dels estudiants. Altres, en canvi, han preferit continuar fent la docència com l'havien fet sempre.

Quant a l'acceptació per part dels estudiants, les puntuacions són molt bones. De 70 alumnes, només 2 donen una qualificació per sota de 5; 9, entre 5 i 6; 44, entre 7 i 9, i 15, 9 o 10. Aquests alumnes van treballar amb les *applets* per respondre a una activitat en què havien de calcular una funció de valor. Creiem, pels comentaris que van acompanyar l'enquesta, que alguns van puntuar les *applets* més com un instrument de càlcul que com un recurs per explicar conceptes teòrics. Creiem, a més, que aquesta nota ha estat afectada per les dificultats que es van trobar, per exemple, a l'hora d'utilitzar nombres grans, tot i que es resolien a classe a mida que es plantejaven. Ens fa la impressió que en el moment de respondre l'enquesta, els quedaven ja molt lluny les explicacions teòriques que s'havien fet sobre l'anàlisi de sensibilitat en Programació lineal i que, per altra banda, tampoc no tenien la referència de què hauria pogut ésser aquella explicació sense l'ajuda de l'*applet*.

5. Valoració de l'experiència

L'experiència per al professorat que l'hem duta a terme ha estat molt bona, però també molt costosa en temps. Entrar en el món de les *applets* ens ha demanat un gran esforç.

Tanmateix, el resultat -esperem- és un treball que facilitarà als alumnes i professors que vénen darrera nostre l'explicació dels temes que hem pogut tractar. Tant de bo aquest projecte, amb la creació de les *applets*, hagi contribuït a donar un pas endavant en la millora del procés d'aprenentatge del nostre alumnat.

6. Difusió del projecte

- 1) Taller "Eines gràfiques per a l'elaboració de documents docents i científics" impartit pel professor del nostre grup Josep M. Izquierdo el dia 1 de juliol de 2014 amb el reconeixement de l'ICE.
- 2) Presentació del "Aprendizaje autónomo del alumno y herramientas para el docente mediante el uso del GeoGebra" a la V Jornada de Intercambio de Experiencias de Innovación Educativa en Finanzas, València, 5 de juny de 2015 (s'incorpora el pòster presentat en l'Annex 4)

Article publicat en: Boncompte, M.; Castañer, A.; Izquierdo, J.M.; Marín, J.; Navas, J.; Núñez, M.; Rodríguez, G. (2015) Aprendizaje autónomo del alumno y herramientas para el docente mediante el uso del GeoGebra. En: *V Jornada de Intercambio de Experiencias de Innovación Educativa en Finanzas* (pp. 199-207). Ed. Tirant lo blanch.

- 3) Presentació de "La millora en la comprensió abstracta i la docència de les matemàtiques amb l'ajuda de GeoGebra" a la V Jornada Interuniversitària d'Innovació Docent en Matemàtica Aplicada a l'Economia i l'Empresa, Barcelona, 8 d'octubre de 2015.

- 4) Presentació del “Aprendizaje autónomo en las asignaturas de Matemáticas del grado de ADE mediante *applets* con GeoGebra” (pòster) a les XXIII Jornadas Asepuma-XI Encuentro Internacional, Gijón, 9 i 10 de juliol de 2015.
- 5) Presentació de “El uso de *applets* realizadas con GeoGebra en las asignaturas cuantitativas de los grados de ADE y ECO” a les XXIV Jornadas Asepuma-XII Encuentro Internacional, Granada, 7 i 8 de juliol de 2016.
- 6) Presentació de “Uso de GeoGebra para explicar conceptos teóricos de Matemáticas en los grados de ADE y ECO” al XIV Foro Internacional sobre la Evaluación de la Calidad de la Investigación y de la Educación Superior (FECIES), Granada, 22-24 de juny de 2017.

Tota aquesta tasca de difusió es completarà el mes de setembre amb una publicació OMADO per recopilar el treball i posar-lo a disposició de tota la comunitat universitària.

Referències

- Arango, J.G., Gaviria, D.Y. y F.S. Rojas (2012). El GeoGebra y las matemáticas financieras. En: Córdoba, F.J. y J. Cardeño (2012) (coord.) *Desarrollo y uso didáctico de GeoGebra*. Fondo Editorial ITM.
- Boj, E., Ceballos, D., Espinosa, F., Esteve, J., Mármol, M., Navas, J., Sales, J. y X. Varea (2005a). *Matemática Empresarial. Un enfoque práctico con Derive y Excel*. DELTA Publicaciones.
- Boj, E., Ceballos, D., Espinosa, F., Mármol, M., Navas, J., Sales, J. y X. Varea (2005b). *Matemática Económica. Un enfoque práctico con Derive*. DELTA Publicaciones.
- Boncompte, M.; Castañer, A.; Izquierdo, J.M.; Marín, J.; Navas, J.; Núñez, M.; Rodríguez, G. (2015) Aprendizaje autónomo del alumno y herramientas para el docente mediante el uso del GeoGebra. En: *V Jornada de Intercambio de Experiencias de Innovación Educativa en Finanzas* (199-207). Ed. Tirant lo blanch.
- Stojančević, T. y N. Džaleta (2012). Mathematical modeling of options using GeoGebra. *Acta Electrotechnica et Informatica*, vol. 12, n.3, pp. 79-81.





ANNEXOS

Annex 1





(clicar sobre la imatge per anar a les *applets*)


Applets amb GeoGebra
Per complementar les pràctiques: comprensió abstracta de les matemàtiques

TEMA 1: Espai vectorial \mathbb{R}^n

- Pràctica 1: Combinació lineal i dependència i independència lineal de vectors 
- Pràctica 2: Sistema de generadors i base de l'espai vectorial  Subespai vectorial 
- Topologia 

TEMA 3: Funcions reals de n variables








- Pràctica 5: Domini  i corbes de nivell 
- Pràctica 6: Derivades parcials i vector gradient 
- Pràctica 8: Aplicacions de la diferencial. Pla tangent 




Annex 2

(clicar sobre la imatge per anar a les *applets*)

Applets amb GeoGebra (MATES II)





- Optimització amb restriccions d'igualtat. Condició necessària. Interpretació Multiplicador de Lagrange 
- Programació lineal 
- Programació lineal. Anàlisi sensibilitat. Variació coeficients funció objectiu 
- Programació lineal. Anàlisi sensibilitat. Variació terme independent d'una restricció 
- Integral Definida 
- Equacions diferencials lineals 
- Interpretació geomètrica de les condicions de Kuhn-Tucker 






Annex 3

(clicar sobre la imatge per anar a les *applets*)

Applets amb GeoGebra (PRESA DE DECISIONS)

- Funcions de valor lineals 
- Funcions de valor (mètode de la bisecció: 2 trams) 
- Funcions de valor (mètode de la bisecció: 4 trams) 
- Programació lineal 

- Programació lineal. Anàlisi sensibilitat. Variació coeficients funció objectiu 
- Programació lineal. Anàlisi sensibilitat. Variació terme independent restriccions 



V Jornada de Intercambio de Experiencias de Innovación Educativa en Finanzas

Cátedra de Finanzas
Internacionales

VNIVERSITAT
IB VALÈNCIA

Santander
UNIVERSIDADES

VNIVERSITAT
IB VALÈNCIA (%)
Facultat d'Economia

APRENDIZAJE AUTÓNOMO DEL ALUMNO Y HERRAMIENTAS PARA EL DOCENTE MEDIANTE EL USO DEL GEOGEBRA



Boncompte, M., Castañer, A., Izquierdo, J.M., Marín, J., Navas, J.,
Núñez, M., Rodríguez, G.
Grup Consolidat d'Innovació Docent en Matemàtica Econòmica
i Optimització (mathEopt)
Dept. de Matemàtica Econòmica, Financera i Actuarial



ABSTRACT

Este proyecto tiene por objetivo elaborar, mediante el software GeoGebra, nuevas herramientas didácticas que puedan ser empleadas por los docentes y estudiantes de aquellas asignaturas en las que se imparten matemáticas y en las que se observan, para un colectivo significativo de estudiantes, dificultades de asimilación.

1. INTRODUCCION

Este proyecto lo estamos desarrollando un colectivo de profesores de la Facultat d'Economia i Empresa de la UB que impartimos docencia en asignaturas tales como matemática económica, optimización, teoría de juegos y matemática de las operaciones financieras. La acción que pretendemos llevar a cabo tiene como objetivo estimular y ayudar al estudiante a mejorar su capacidad de abstracción valiéndonos del software de código abierto y de libre disponibilidad GeoGebra. Consideramos que la potencial mejora de las habilidades matemáticas del estudiante podría trasladarse también a otras materias básicas de los estudios de economía y de empresa (ver Bravino et al. (2004), Arango et al. (2012) y Stojancevic y Dzaleta (2012)).

OBJETIVOS: Nuestra propuesta pasa por la elaboración de una serie de fichas didácticas vía *applets* (construcciones interactivas) y GeoGebraBooks (colección de materiales y hojas de trabajo) con objeto de:

- 1) Potenciar la comprensión de los contenidos de carácter matemático.
- 2) Mejorar los resultados académicos de los estudiantes.
- 3) Motivar el interés por las matemáticas.
- 4) Aplicar nuevos recursos informáticos que favorezcan el aprendizaje autónomo del estudiante.

2. DISEÑO DE ACTUACION

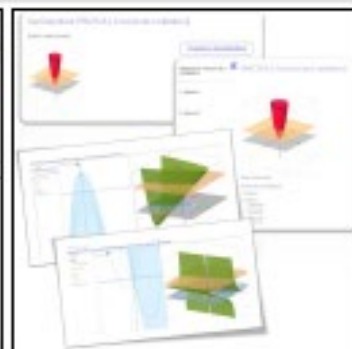
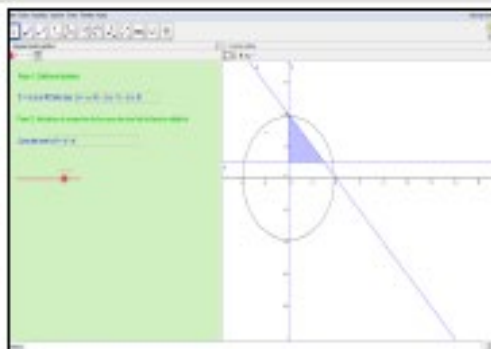
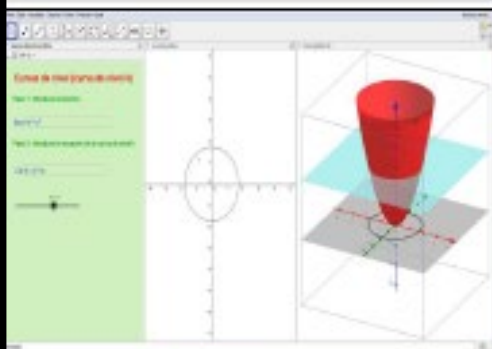
En primer lugar organizamos talleres para los profesores implicados en el proyecto con el objetivo de dar a conocer y aprender a utilizar las herramientas básicas de GeoGebra. Posteriormente, para la confección de materiales, nos centramos en los contenidos de Matemáticas I y II de ADE y Economía. Nuestra previsión es que las fichas didácticas podrán ser utilizadas durante el primer semestre del curso 2015/2016 poniéndolas a disposición de los coordinadores de Matemáticas I y II para ser distribuidas al resto del profesorado a través de la plataforma digital Moodle de la UB.

3. PRIMERAS APPLETS ELABORADAS

El desarrollo de materiales y recursos docentes conlleva la mayor parte del trabajo. Hay que destacar que el objetivo principal no es la creación de material nuevo, sino ayudar en la comprensión de conceptos matemáticos utilizando tecnologías asociadas a un software gratuito de uso sencillo y atractivo.

Como se ve en las capturas de pantalla, el paso de la abstracción a la visualización resulta fundamental.

Mediante el GeoGebraBook, se pueden recopilar de forma organizada los *applets* según el tema que se quiera desarrollar.



4. CONCLUSIONES

Puesto que este proyecto se encuentra aún en fase de elaboración, no disponemos a día de hoy de resultados evaluados en términos de autoaprendizaje de los estudiantes. No obstante, tanto por nuestra propia experiencia como por la literatura existente sobre estos temas, somos optimistas acerca de la mejora de los resultados académicos de aquellos alumnos que sigan esta metodología.

5. REFERENCIAS

- Arango, J.B., García, D.T. y F.S. Rojas (2012). El GeoGebra y las matemáticas financieras. En Córdoba, F.J. y J. Cardeño (2012) (coord.) *Diseñado y geoGebra*. Fondo Editorial FM.
- Bó, E., Caballero, D., Espinosa, F., Batace, J., Marín, M., Navas, J., Sales, J. y X. Vives (2005). *Matemática Empresarial. Un enfoque práctico con Derive y Excel*. DELTA Publicaciones.
- Bó, E., Caballero, D., Espinosa, F., Marín, M., Navas, J., Sales, J. y X. Vives (2005). *Matemática Económica. Un enfoque práctico con Derive*. DELTA Publicaciones.
- Bravino, L.S., Murgaña, O.A. y V. Caballero (2014). Análisis de la tasa instantánea de interés a partir de su representación gráfica. XXXV Jornada Nacional de Profesores Universitarios de Matemática Financiera, octubre, Argentina. <http://www.ri.conicet.gov.ar/handle/document/1011209>. <http://www.ri.conicet.gov.ar/handle/document/1011209>
- CRAI (2011). *Conexión Virtual con Moodle 2.3. Manual d'usuari*. http://crai.udg.edu/wordpress/wp-content/uploads/2011/07/Manual_Moodle_2.3.pdf
- Sorlin, A. (2012). Moodle 2.0 Manual del Profesor. http://www.moodle.org/doc/moodle20_manual_profesor.pdf
- Stojancevic, S. y N. Dzaleta (2012). Mathematical modeling of options using GeoGebra. *Acta Mathematica et Informatica*, vol. 12, n.3, pp. 79-81.