TRABAJO DE FIN DE GRADO

Grado en Estadística

Título: Modelo de Black-Litterman aplicado al mercado español: era post-Covid

Autor: Adrian Catalán Martí

Director: Jose Bonifacio Saez Madrid

Departamento: Estadística

Convocatoria: Septiembre 2021

UNIVERSITAT DE BARCELONA

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH
Facultat de Matemàtiques i Estadística

Agradecimientos

A mi tutor de proyecto José Bonifacio Saez Madrid por darme conocimientos y guiarme durante toda esta magnífica experiencia.

A mi familia y amigos por apoyarme y confiar en mi a lo largo de todos estos meses, los cuales tampoco han sido fáciles a causa de la situación de pandemia que todos hemos vivido.

Y por último, agradecer y dedicar este proyecto a Nerea Calderón Mulero por ser un apoyo fundamental. Gracias a tu paciencia y entrega hoy puedo con alegría presentar mi trabajo de fin de carrera.

Gracias.

Resumen

En este trabajo se desarrolla la aplicación de un modelo de optimización de carteras basado en las teorías de Black-Litterman. El modelo se aplica al mercado Español con datos del IBEX-35 y durante el período de tiempo comprendido entre el 14 de Marzo de 2019 y el 14 de Marzo de 2020 para así probar la consistencia del modelo a la hora de predecir los datos durante el período de pandemia ocasionados por la COVID-19. El modelo será capaz de generar portafolios óptimos dado unas opiniones del gestor generadas completamente aleatorias (intentando simular el desconocimiento de la situación económica antes de la pandemia) de este modo se supone que el mercado es eficiente en su nivel más fuerte. Finalmente, se comprobará si los resultados obtenidos a partir del modelo se asemejan a los datos reales mediante la creación de un test de comparación de medias apareadas.

Palabras claves: Black-Litterman, portafolios eficiente, mercado Español, IBEX-35, modelo de optimización de carteras.

Clasificación AMS(MSC2010): 91G10 Portfolio theory

62J15 Paired and multiple comparisons

62C10 Bayesian problems; characterization of Bayes procedures

Abstract

This work develops the application of a portfolio optimization model based on Black-Litterman theories. The model is applied to the Spanish market with data information related to IBEX-35 and it has been made with information about the period of time between March 14, 2019 and March 14, 2020 in order to test the consistency of the model when predicting the data during the pandemic period caused by COVID-19. The model will be able to generate optimal portfolios given completely random generated manager opinions (trying to simulate the lack of financial information economists had before the pandemic). Finally, you will check whether the results obtained from the model are similar to the actual data by creating a paired means comparison test.

Key workds: Black-Litterman, efficients portfolios, Spanish market, IBEX-35, portfolio optimization model.

Índice general

Índice de figuras

Capítulo 1

Introducción

A principios del año 2020 todos nos vimos afectados de alguna manera por la crisis que desencadenó la pandemia mundial debida a la aparición y expansión del COVID-19, el cual empezó a manifestarse como una emergencia sanitaria mundial ese mismo año. Más de un año y medio después y sin que la situación mejore, la economía mundial, y particularmente la economía Española, que es la que se desarrollará en este trabajo, ha sufrido grandes perdidas de dinero. A partir del 14 de Marzo de 2020 y durante todo ese periodo, se han instaurado en España un seguido de estados de alarma que han provocado la desaparición del turismo, la emergente clausura temporal de la restauración, del comercio y del ocio y la suspensión y reducción de la actividad del resto de sectores. Meses después, exactamente el 9 de Mayo de 2021, se levantó el estado de alarma en todo el país, lo que reactivó los distintos sectores de ocio y poco a poco, la economía.

A raíz de esta cadena de sucesos, muchos profesionales del sector de las finanzas, entre ellos los especialistas inversores del mercado, despertaron un gran interés por la nueva situación económica del país. Entre las grandes motivaciones, emergió una especial atracción por conocer el estado del mercado Español tras toda la situación de pandemia, para así poder entender como y de que manera afecta en la toma de decisiones a la hora de invertir en uno o diversos activos.

Sin embargo, la posición económica a partir de la aparición de la COVID-19 fue completamente imprevisible, ya que la situación financiera se vio afectada por la aparición de este suceso inesperado que perturbó el precario equilibrio del mercado y lo hizo prácticamente imposible de predecir.

Existen múltiples estudios financieros que teorizan, a partir de la construcción de diversos modelos de optimización de carteras, sobre la mejor inversión del conjunto de activos ya sea, o bien maximizando la rentabilidad de las acciones o bien minimizando el riesgo, acción que variará dependiendo del punto de vista y los propios intereses de cada inversor. Entre los métodos más destacados, se encuentran los modelos de optimización de Markowitz, CAPM y Black-Litterman. Cada uno teoriza sobre la mejor manera de obtener el portafolio más rentable. Entre ellos, el último se diferencia por la complejidad de su construcción ya que depende en gran parte de la subjetividad del inversionista.

La dificultad del estudio del mercado español durante la época COVID deriva en el propio desconocimiento de la situación del mercado ya que no se podía predecir una situación de este tipo, por lo que la subjetividad del inversionista queda totalmente distorsionada al no ser capaces de suponer que la economía podía quedar afectada por una pandemia mundial.

1.1. Objetivos del trabajo

El objetivo principal que sostiene este trabajo es la aplicación del modelo de optimización de carteras propuesto por Black-Litterman dentro del mercado español durante el tiempo comprendido entre el 14 de Marzo de 2019 y el 14 de Marzo de 2020, período de tiempo anterior a la pandemia.

A partir de esa fecha y con la información de las sociedades que conforman el IBEX-35, se busca construir un modelo que sea capaz de obtener una predicción del mercado bursátil durante la pandemia creando la opinión del gestor de manera aleatoria. De este modo, se supone que el mercado es eficiente y, por lo tanto, la información histórica, actual y futura existente en el mercado, al estar ya incluida en los precios, nadie podría con sus conocimientos financieros realizar una predicción mejor que el propio mercado, por lo que se considerará que el mercado se mueve de forma aleatoria. Finalmente, y a partir de estas suposiciones, se determinará el conjunto de activos en el que es más rentable su inversión.

1.2. Justificación del trabajo

Durante todo el grado he ido desarrollando una motivación por el sector financiero al mismo tiempo que he adquirido muchos conocimientos en el ámbito de la estadística y la programación. A raíz de la aparición de estos nuevos interés, ha surgido la idea de realizar un trabajo relacionado con el mundo financiero aplicando algunas técnicas estadísticas aprendidas a lo largo de toda la carrera.

Al mismo tiempo, me pareció muy interesante poder aplicarlo a un entorno actual y conocido como es la situación económica que ha provocado la pandemia de la COVID-19.

Respecto al mercado seleccionado, decidí escoger el mercado Español ya que es el mercado más conocido y familiar y a su vez del que más interesaba estudiar. Entre otros, me he propuesto conocer como se producía la evolución dictada por el modelo y si este era capaz de predecir, con una cierta precisión, el paso del COVID en España y su evolución en el mercado bursátil.

Para realizar este proyecto, primero de todo se explicará todos los conceptos necesarios para poder entender este modelo financiero, luego se pasará al caso práctico donde se aplicará la teoría con código de programación R y para finalizar llevaremos a cabo los resultados que se han obtenido.

Capítulo 2

Metodología

2.1. Estructura de la memoria

La memoria está estructurada en 3 bloques principales. El primero es el bloque de conceptos generales y conceptos previos necesarios para entender los conocimientos posteriores. El segundo está enfocado al modelo Black-Litterman donde se explica con bastante detalle el modelo y sus fundamentos. El tercero está compuesto por los resultados del modelo aplicado a los datos de este trabajo, donde, aparte de aplicar el procedimiento, se explica también las formulas y los resultados.

2.2. Recursos

2.2.1. R

R es el lenguaje por excelencia en el mundo de la estadística. Gracias a él y con la ayuda de algunas de sus funciones, se han obtenido los datos históricos de los componentes del IBEX-35. A partir de esta obtención, se han realizado los cálculos y gráficos necesarios para desarrollar la parte práctica de este trabajo, que es la construcción de un modelo de optimización de carteras basado en las teorías de Black-Litterman.

2.2.2. Manuales financieros

Se ha requerido el uso de páginas específicas gracias a las cuales se han conseguido los datos relativos a la prima de riesgo en España en un cierto periodo de tiempo (Bolsamania, 2021) y se han obtenido los pesos de los activos que forman el IBEX-35 (BME, 2021).

Capítulo 3

Conceptos básicos en finanzas

Para poder empezar, es necesario conocer algunos de los conceptos más importantes en el ámbito de las finanzas, ya que serán necesarios para comprender y seguir el hilo del marco teórico. A partir de estos conceptos, se irá desarrollando posteriormente toda la parte práctica de la memoria.

- **Acciones**: Partes iguales en las que se divide el capital social de una sociedad anónima. Estas partes son poseídas por una persona, que recibe el nombre de accionista, y representa la propiedad que la persona tiene en la empresa, es decir, el porcentaje de la empresa que le pertenece al accionista.

- **Activo**: Derecho que obtiene una persona física o jurídica a recibir unos ingresos en el futuro por parte de otra persona. Estos pueden ser emitidos por cualquier unidad económica (empresa, Gobierno, ...).

- **Activo o Tasa libre de riesgo**: Activo que tiene un riesgo de no pago cercano a 0. En el mercado real, se utilizan los bonos del Estado a largo plazo y, a veces, las Letras del Tesoro a corto plazo.

- **Bono del Estado**: un Bono del Estado es un tipo de inversión basado en el sistema de deudas donde se presta dinero a cambio de una tasa de interés.

- **Cartera**: Determinada combinación de activos financieros en los cuales se invierte. Una cartera puede estar compuesta por instrumentos de renta fija y de renta variable.

- **Cartera eficiente**: Toda cartera eficiente es aquella que cumple las siguientes dos condiciones:

  - 1. Para su nivel de rendimiento esperado, no existe otra cartera con menor riesgo.

- 2. Para el riesgo que conlleva, proporciona la máxima rentabilidad esperada para su riesgo.

- **Dividendos**: Parte de las ganancias de una sociedad, los cuales se distribuyen periódicamente entre los accionistas.
- **Frontera eficiente**: Conjunto de carteras más eficientes de un mercado, esta dará mayor rentabilidad según el riesgo que se quiera asumir.
- **IBEX 35**: Es el principal índice bursátil dentro del mercado español. Está compuesto por las 35 empresas más negociadas del país.
- **Invertir**: Acción de emplear una cantidad de dinero en un proyecto o negocio con el objetivo de obtener ganancias.
- **Liquidez**: Capacidad de ser facilmente transformado en dinero en efectivo.
- **Mercado Bursátil**: Conjunto de todas las instituciones empresas o individuos que realizan transacciones de productos financieros.
- **Renta fija**: Denominación que se da a la inversión en activos emitidos por entidades públicas (deuda pública: Estado, Comunidades Autónomas, etc.) y privadas (renta fija privada), a cambio de la obtención de una cierta renta conocida.
- **Renta variable**: Es un tipo de inversión en la que la recuperación del capital invertido y la rentabilidad de la inversión no están garantizadas, ni son conocidas de antemano. Un claro ejemplo de renta variable son las acciones.
- **Retorno de un activo**: Es la relación entre los beneficios netos y los activos totales de una empresa. Mediante este ratio se representa la rentabilidad de una empresa respecto el activo invertido (ya sea financiado con fondos propios o ajenos).
- **Retorno de un activo**: Es la rentabilidad esperada de un activo pasado un cierto periodo de tiempo.
- **Riesgo**: Incertidumbre producida en el rendimiento de una inversión.
- **Solvencia**: Capacidad de responder a una deuda.

Capítulo 4

Modelos de optimización de carteras

Es razonable pensar que al realizar un tipo de inversión, una de las principales preocupaciones deriva en reducir el riesgo de perder capital. La manera más estratégica se basa en la diversificación del capital en no solo uno si no en varios activos, de esta manera se consigue minimizar el riesgo, dicho en otras palabras, la incertidumbre.

Desde hace muchos años, diversos economistas dentro del sector de la inversión han llevado a cabo diferentes planteamientos sobre modelos que pretenden optimizar la rentabilidad esperada en un conjunto de acciones, es decir, han buscado la manera de definir un modelo eficiente que sea capaz de maximizar el beneficio en una cartera.

Entre los modelos de optimización de carteras más conocidos en el mundo de las finanzas, destacan los modelos planteados por Markowitz, Sharpe y Black-Litterman. Los creadores de estos modelos basan su teoría en distintas suposiciones, de las cuales se hablará en este capítulo, de modo que se llegue a la optimización propuesta por cada uno de ellos.

4.1. El modelo de Markowitz

El modelo de Markowitz fue ideado por el economista estadounidense especializado en el análisis de inversiones Harry Markowitz en 1952. Markowitz en su artículo (Markowitz, 1968) estudió el proceso de selección de una cartera de inversión y su composición óptima, de tal manera que fuese posible maximizar la rentabilidad para un cierto nivel de riesgo aceptado.

4.1.1. Supuestos del modelo de Markowitz

A la hora de crear el modelo óptimo, Markowitz definió un seguido de hipótesis necesarias para que su teoría se cumpliese:

1. En primera instancia, Markowitz consideró el rendimiento de una cartera como una variable aleatoria, de tal modo que el inversionista estima, para el tiempo en que la cartera está activa en el mercado, una distribución de probabilidades para el portafolio. Por otro lado, el valor esperado de esta variable aleatoria definida como $E(R_i)$, se utiliza para cuantificar la rentabilidad de dicha inversión. Por consiguiente, la primera suposición de Markowitz se basa en la maximización de esta esperanza:

$$Max(E(R_p)) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i) \tag{4.1}$$

2. La varianza o la desviación estándar de la rentabilidad de la cartera se utiliza como una medida de dispersión, a modo que se obtenga una medida de riesgo individual para cada uno de los activos y a todo el portafolio.

3. En el mercado hay una competencia perfecta, tampoco existen costes en las transacciones ni impuestos en la renta ni capitales ni transferencia de títulos. Los activos se pueden dividir tantas veces como uno quiera, la información esta al alcance de todos los inversionistas y estos pueden endeudarse y, a su vez, prestar a la misma tasa sin limites.

$$\sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i \, w_j \, \sigma_{ij} \tag{4.2}$$

   Donde:

   w_i y w_j son los pesos de las acciones i y j correspondientes

   σ_{ij} es la desviación estándar entre las dos acciones pertinentes.

4. El propio inversor racionalmente elegirá aquella composición del portafolio que le aporte la mayor rentabilidad y a su vez le suponga un menor riesgo. Bajo este supuesto, se buscará la cartera de máxima utilidad de entre todas las posibles carteras que forman la frontera eficiente.

5. No se pueden realizar ventas en corto, por lo tanto, los pesos de la cartera no pueden ser negativos.

6. La suma total de los pesos que forman la cartera ha de ser estrictamente 1.

A partir de esto, la cartera óptima será el punto tangente entre la frontera eficiente y las curvas de indiferencia del inversor, estas creadas a partir de la función de utilidad, cuya forma indica el grado de aversión al riesgo del inversor.

4.2. El modelo de Sharpe

William Sharpe es un economista estadounidense nacido en 1934 que ha buscado apoyar con sus aportaciones la teoría de la economía financiera. Sharpe desarrolló su modelo de optimización de carteras (Sharpe, 1964) a partir de algunas de las teorías del modelo de Markowitz sobre la diversificación y la teoría de Portfolio.

Su método se basa en estimar el retorno de cada activo como una relación de equilibrio en donde compensa el retorno según el riesgo sistemático y no sistemático. También forman parte de la creación de este modelo Jack L. Traynor, John, Litner y Jan Mossin.

Este modelo es conocido con el nombre de CAPM (Capital Asset Pricing Model), un modelo de valoración de activos financieros. Su modelo se basa en el equilibrio del mercado, de tal manera que la oferta de los activos financieros iguale a la demanda. Siguiendo este enfoque, el mercado en esta situación es perfecto en términos de competencia y, a partir de esto, la interacción entre la oferta y la demanda determinará el precio de los activos.

Fórmula del modelo CAPM:

Se puede estimar la rentabilidad del activo a partir:

$$E(r_i) = r_f + \beta[E(r_m) - r_f]$$

Donde:

- $E(r_i)$: Tasa de rentabilidad esperada del activo i.
- r_f: Rentabilidad de un activo libre de riesgo. (suelen ser los activos de deuda pública).
- $beta$: sensibilidad del activo respecto a su mercado en que cotiza.
- $E(r_m)$: Tasa rentabilidad esperada del mercado en que cotiza el activo.

De estos valores que componen la formula también se puede obtener la siguientes conclusiones:

- $r_m - r_f$: Este será la prima de riesgo asociada al mercado donde cotiza el activo.
- $r_i - r_f$: Es la prima de riesgo al activo.

4.2.1. Supuestos del modelo CAPM

Supuestos del modelo:

- Tenemos la información perfecta en cuanto a retornos esperados, varianza y covarianza de los activos y además, los agentes no pueden afectar los precios.
- Los agentes son adversos al riesgo.
- Existe un activo libre de riesgo, bajo el cual los individuos pueden prestar y endeudarse sin límites.
- La rentabilidad de los activos siguen una distribución de probabilidad Normal.
- Es un modelo estático, no dinámico. Los inversionistas escogen solo un período.
- La oferta de activos financieros es una variable exógena, fija y conocida.

Así, el modelo CAPM es utilizado para determinar la tasa de retorno esperada de un activo, de tal manera que en una cartera que esté diversificada con este modelo podrá ubicarse en algún punto de la Linea del Mercado de Capitales, también conocida como Capital Market Line (CML).

La única diferencia entre los agentes es el grado de aversión al riesgo. Así, los que no quieran asumir tanto riesgo van a tener una mayor participación del activo libre de riesgo y aquellos que estén dispuestos a asumir mayor riesgo tendrán una mayor proporción de activos de mayor riesgo. Esto nos indica que como mínimo tendrán un activo de riesgo en la cartera.

Con esta idea, el modelo CAPM con equilibrio, los individuos van a continuar con la cartera de mercado con una asignación de activos w_m. De este modo, los individuos, que solo atienden al riesgo sistemático, se plantean como determinar esta asignación del portafolio que consiga una representación del mercado en general.

4.3. El modelo de Black-Litterman

Los economistas financieros Robert Litterman y Fischer Black desarrollaron un modelo de distribución de activos en la gestión de carteras. Este modelo, que denominaron Modelo Black-Litterman (MBL), fue publicado por ambos en el año 1992.

Este modelo se originó a partir de la idea de mejorar las carencias que se encontraban en los modelos del CAPM y el modelo de Markovitz. Intentando así mejorar estos de una manera que pudiese resultar más práctica en el mercado real y así poder aplicarse con seguridad.

Este modelo parte de una serie de rentabilidades esperadas donde se iguala la oferta y la demanda de los activos financieros si todos los accionistas tuviesen las mismas expectativas. En el caso de que las expectativas no se diferenciasen respecto al mercado, no tendrían porque concretar un rendimiento para cada activo, porque estos entran en dicho modelo con su retorno de equilibrio. En este modelo, a diferencia del de Markovitz, se pregunta para que rentabilidad esperada supone la ponderación que indica la capitalización.

4.3.1. Transformación modelo CAPM

Black-Litterman transforma el modelo CAPM a partir de una optimización inversa con la finalidad de obtener las rentabilidades de equilibrio:

$$\Pi = \lambda \Sigma w_m \tag{4.3}$$

Donde,
λ: Coeficiente de aversión al riesgo implícito.
Σ: Matriz de Varianza y covarianza.
w_m: Asignación de mercado.

4.3.2. Supuestos del modelo

El modelo Black-Litterman se basa en 3 grandes supuestos:

- El individuo tiene una función de utilidad estrictamente cóncava, es decir, es adverso al riesgo. A mayor riesgo, el individuo quiere más retorno y viceversa.
- Los rendimientos siguen una distribución Normal.

- El modelo MBL(Modelo Black-Litterman) utiliza los supuestos del modelo CAPM ya que se basa en este último para estimar los retornos de equilibrio para así incorporarlos o no a las expectativas del gestor de carteras.

El modelo Black-Litterman, a diferencia de otros modelos, incorpora variables intuitivas y subjetivas junto con la incorporación del modelo CAPM, el cual aporta las expectativas como punto inicial con el fin de comparar las expectativas propias con las posibles oportunidades de inversión.

4.3.3. Optimización portafolio eficiente

Para obtener el valor óptimo de los pesos de cada acción para crear así la mejor cartera se utiliza la metodología de optimización de carteras del modelo de Markowitz.

Esta optimización consta de las siguientes restricciones:

- La suma de los pesos de la cartera tiene que ser estrictamente 1.
- Ninguno de los pesos que forman la cartera puede ser valores negativos, ya que en este caso en concreto no tenemos ventas en corto.

4.3.4. Técnicas Bayesianas en el Modelo Black-Litterman

Para poder realizar el modelo Black-Litterman primero de todo hay que saber que este está formado a partir de un modelo bayesiano, es decir, tiene una distribución de probabilidad a *priori*, una distribución de probabilidad *condicional* y a partir de estas, se obtiene una distribución de probabilidad a *posteriori*.

El teorema de bayes explica el siguiente formula, la cual se aplica en el modelo Black-Litterman:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} \tag{4.4}$$

Donde:

$P(A|B)$: Probabilidad condicional del suceso A dado primero el suceso B. (Probabilidad a posteriori)

$P(B|A)$: Probabilidad condicional del suceso B dado primero el suceso A.

$P(A)$: Probabilidad del suceso A. (Probabilidad a priori)

$P(B)$: Probabilidad del suceso B.

Como ya se ha mencionado, el modelo Black-Litterman es un modelo conseguido a partir de utilizar metodos bayesianos. Para ello se necesita de una distribución a priori la cual es:

$$E(R) \sim N(\Pi, \tau\Sigma) \tag{4.5}$$

Y con la distribución de las vistas que sigue:

$$E(R) \sim N(Q, \Omega) \tag{4.6}$$

Entonces, se consigue la función a posteriori;

$$E[R] \sim N(E[R], [(\tau\Pi)^{-1} + P^t\Omega^{-1}P]^{-1}) \tag{4.7}$$

Donde:

$$E(R) = [(\tau\Pi)^{-1} + P^t\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Pi)^{-1}\Pi + P^t\Omega^{-1}P] \tag{4.8}$$

Donde τ es el coeficiente de error, Π es el exceso de retorno implícito de Sharpe, P es la matriz de vistas del gestor y Ω es el nivel de certezas de las vistas.

De este modo se consiguen las rentabilidades esperadas del modelo Black-Litterman de tal manera que esta formado tanto por las rentabilidades esperadas del modelo CAPM y de las opiniones subjetivas del gestor.

Capítulo 5

Aplicación de Black-Litterman en el mercado español

Como ya se ha comentado anteriormente, el objetivo principal de este trabajo es aplicar la teoría de Black-Litterman en el mercado Español. Con este proposito, se efectuará una representación del modelo Black-Litterman aplicado concretamente en el índice del IBEX-35. A partir del modelo, se realizará una predicción de los activos que conforman el mejor portafolio.

El periodo de tiempo que se ha utilizado comprende las fechas desde que empezó el estado de alarma en España, el 14 de Marzo de 2020, hasta el 30 de Junio de 2021, semanas después de que se produjese el levantamiento del estado de alarma.

A continuación se explicarán y detallaran paso a paso las formulas y cálculos que se han llevado a cabo para construir el modelo de optimización de carteras de Black-Litterman a partir de los datos obtenidos del IBEX 35.

5.1. Base de datos IBEX-35

Para obtener la base de datos de las 35 empresas que forman el IBEX-35, se ha utilizado la función *getSymbols* del paquete *"quantmod"* en R, y se ha obtenido una base de datos para cada uno de los activos con la siguiente información: el precio de apertura de la acción diaria, su precio más alto, su precio más bajo, su precio de cierre, el volumen de acciones vendidas y el precio ajustado. A partir de aquí se han realizado los cálculos y las transformaciones necesarias con los datos para obtener el modelo.

Los datos obtenidos hacen referencia a las fechas comprendidas entre el 14 de marzo del 2019 y el 14 de marzo del 2020. Posteriormente, se han obtenido los datos de los dividendos de las 35 empresas, de este modo, se han calculado las rentabilidades con mayor precisión en comparación a si no se tuviesen en cuenta estos dividendos.

5.2. Construcción del modelo

5.2.1. Exceso de retorno implícito

Previamente a la aplicación del modelo, se ha calculado el exceso de retorno implícito a partir de la obtención de la aversión al riesgo, la matriz de covarianzas y los pesos de las acciones en el mercado:

- **Aversión al riesgo:** Riesgo que se quiere asumir.

- **Pesos:** Los pesos del mercado se han obtenido a partir de los informes publicados por BME (Bolsa de Mercado Español) del marzo de 2020.

- **Matriz de covarianzas:** Una vez obtenida las rentabilidades diarias de cada una de las empresas que se están analizando, se ha calculado su correlación para, posteriormente, obtener la matriz de covarianzas.

A partir de estas tres variables se aplica la fórmula (4.1) para obtener el exceso de retorno implícito.

5.2.2. Aversión al riesgo λ

El coeficiente de aversión al riesgo mide el grado de riesgo que esta dispuesto ha asumir un inversionista. En los retornos implícitos influye de tal manera que cambia la escala al vector.

El riesgo de aversión λ, segun Grinold y Kahn (1999), se calcula dividiendo el exceso de rentabilidad esperada del portafolio entre la varianza de este, de tal manera se obtiene:

$$\lambda = \frac{E(r) - r_f}{\sigma^2} \tag{5.1}$$

El exceso de retorno del portafolio, numerador de la formula anterior, es definido como los retornos esperados del portafolio durante el periodo de consideración con el peso de capitalización del mercado con la tasa libre de riesgo.

$$E(r) - r_f = \sum_{i=1}^{N} w_{mkt}\mu_i - r_f \tag{5.2}$$

A su vez, el numerador de esta formula es comparable a la prima de riesgo (Idzorek y Adrogue, 2003), y en este caso, la prima de riesgo de marzo del 2020, con un valor de 1,17

Para la obtención de la varianza del portafolio utilizaremos el peso de capitalización del mercado y la matriz de varianzas y covarianzas de los activos que componen el IBEX-35.

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{N} w_i^2\sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \tag{5.3}$$

5.2.3. Opinión del gestor P y Q

Una de las principales particularidades que presenta el modelo BL, a diferencia del resto de modelos existentes, es que presenta variables definidas a partir de la subjetividad del gestor, es decir, depende del propio conocimiento del inversionista que el conjunto de activos se presenten de una o de otra manera.

La opinión del gestor queda reflejada en la matriz P de dimensiones KxN, que forma las vistas (filas) de cada uno de los activos que se analizan. Del mismo modo, la matriz Q de dimensiones $1xK$ se forma a partir de la opinión del gestor. Esta matriz está formada por la rentabilidad esperada de las vistas que forma la matriz P, de tal modo que sea posible tener una opinión amplia del gestor.

Parte del objetivo de este trabajo es evaluar la adaptación del modelo de Black-Litterman ante las circunstancias económicas producidas por la COVID-19. Es por esto que, a la hora de construir la matriz P con las vistas del gestor, se ha creado un programa en R que, de manera completamente aleatoria realiza las posibles vistas y rentabilidades esperadas de un gestor. De esta manera, se busca obtener los rendimientos del mercado teniendo como opinión del gestor unas conjeturas totalmente estocásticas. A partir de la generación de estos datos, se construyen las matrices P y Q.

Al suponer una matriz de vistas aleatorias, se ha de tener en cuenta que la matriz no contenga muchas filas ya que se puede caer en el error de crear vistas contradictorias, es decir, es posible que se genere una opinión opuesta del gestor en diferentes vistas. Por ejemplo, supongamos A y B dos activos diferentes, en este caso sería un error de contradicción encontrar una vista donde pudiésemos apostar más por A que por B si en una de las siguientes vistas se diese el caso de que es mejor apostar más por B que por A, ya que de este modo no se obtendrían unos resultados potencialmente razonables.

Para la matriz Q (que indica las rentabilidades esperadas de las filas de la matriz P), se han definido valores aleatorios de tal manera que el máximo de rentabilidad posible de cada vista es del 10 %.

5.2.4. Matriz Ω

La matriz Ω se ha calculado de la siguiente manera:

$$\Omega = P\Sigma P^k \tag{5.4}$$

Esta matriz nos indica el nivel de certeza de las vistas del gestor, dado que esta matriz solo tiene valores diferentes a 0 en su diagonal, cada una de sus posiciones pertenece a la certeza de la vista correspondiente en P.

5.2.5. Valor de τ

El modelo Black-Litterman parte de unos supuestos totalmente subjetivos, lo que implica que la predicción del modelo dependerá de la opinión del inversionista. Es por esto que se añade al modelo un umbral de incertidumbre respecto los resultados, el cual se denomina mediante el parámetro τ.

Así que a continuación se mencionarán las distintas formas que los economistas han planteado para así obtener el valor, ya que uno de los grandes problemas del modelo Black-Litterman es la obtención de este parámetro.

Este parámetro refleja el nivel de confianza que tenemos respecto la credibilidad de los resultados que se obtienen.

- En el año 1992 Black-Litterman propusieron para τ un valor próximo a 0 ya que la incertidumbre de la media es mucho menor que la incertidumbre en el rendimiento.
- En el 1999 He y Litterman establecen como valor de τ como 1/t, esto es el ratio de la varianza muestral y la varianza de la distribución, debido a que se pueden relacionar con el supuesto de que t sea mayor que 20 ya que esto nos dará una τ a 0,05 y este es cercano a 0 tal y como propusieron Black y Litterman.
- En el 2000, Satchell y Scowcroft, ajustaron el valor de τ a 1, siendo totalmente opuestos a las opiniones anteriores a ellos.

- En el 2003, Blamont y Firoozye, propuesieron el valor de τ aproximadamente 1 dividido entre el numero de observaciones, considerando $\tau\Sigma$ como el error estándar de los retornos de equilibrio implícito.

Al escoger un método para obtener el coeficiente del valor de τ, el cual multiplica a la varianza de la distribución a priori, se ha decantado por el método más reciente, el de Blamont y Firoozye.

5.2.6. Formula Black-Litterman

La formula del modelo Black-Litterman,(Black, F. Litterman, R., 1992) la cual nos aporta los rendimientos esperados, es la siguiente:

$$E(R) = [(\tau\Pi)^{-1} + P^t\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Pi)^{-1}\Pi + P^t\Omega^{-1}P] \tag{5.5}$$

$$R \sim N(\mu, \Sigma) \tag{5.6}$$

$$\mu \sim N(\Pi, \tau\Sigma) \tag{5.7}$$

Una vez obtenidos los rendimientos de exceso esperados del modelo Black-Litterman, se ha creado una función en R que nos permita obtener los pesos con restricciones. De este modo, se consiguen los pesos a invertir dado que las restricciones son no poseer ninguna acción previamente y que la suma de todos los pesos sea 1 (100 %).

5.2.7. Simulaciones

Para conseguir comparar el modelo con otros posibles resultados aleatorios, dado que la matriz P de vistas del gestor y la matriz Q de rentabilidades esperadas de estas vistas son totalmente aleatorias, se ha creado el modelo 10 veces. Así, se podrá comparar los resultados con mayor fiabilidad ya que podría darse el caso que una de estas simulaciones no sea coherente con el resto.

Con estos resultados podremos saber si el modelo en cuestión tiene sentido según el mercado o si en este caso el modelo creado sale totalmente aleatorio en casi todas las simulaciones.

5.2.8. Comparación estadística de los resultados obtenidos

Una vez obtenidos los pesos por el modelo Black-Litterman se ha hecho un contraste de hipótesis para ver si los resultados de estas simulaciones podía tener alguna relación con la realidad a día de hoy.

El Contraste de hipótesis realizado es el siguiente:

$$\begin{aligned} H_0 &: D = 0 \\ H_1 &: D \neq 0 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Donde D es la diferencia de las medias de cada uno de los activos dado que en este caso el contraste consiste en datos apareados. Así se encontrará si se puede afirmar que es significativamente igual o no a la realidad.

Para poder hacer este contraste de hipótesis, primero se ha de comprobado que la variable D siga una distribución normal y posteriormente hacer un test de la T de Student, ya que en este caso, la varianza poblacional no es conocida.

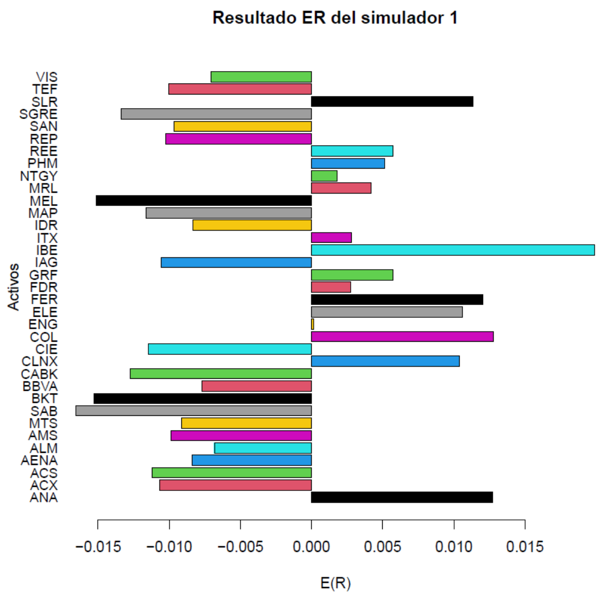
Capítulo 6

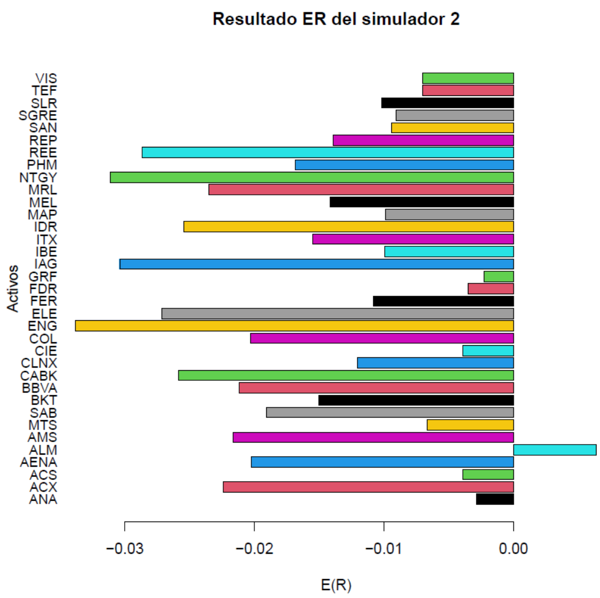
Resultados

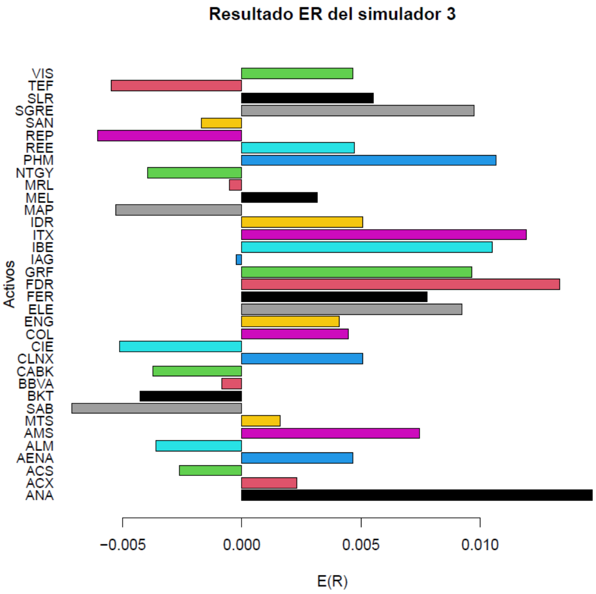
Uno de los principales propósitos que sostiene este trabajo es la comparación de los distintos resultados para los pesos de los activos obtenidos para cada una de las simulaciones del modelo de Black-Litterman.

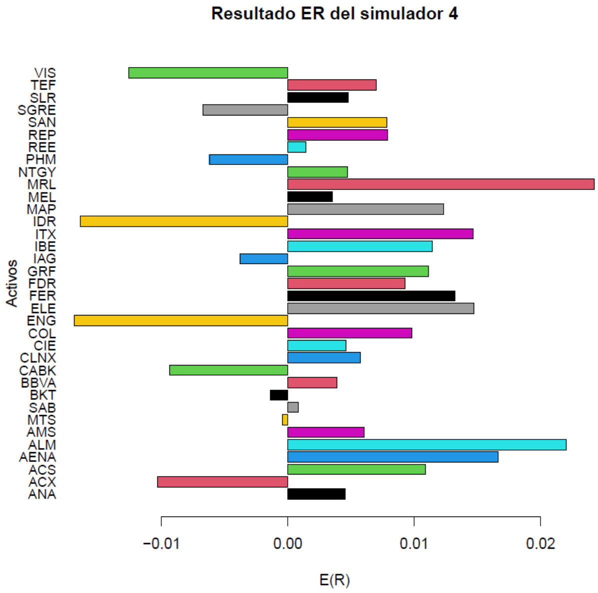
En este caso práctico, se han realizado un total de 10 simulaciones del modelo Black-Litterman, cada una de ellas con valores aleatorios distintos con los que se ha creado la matriz de vistas P y el vector Q.

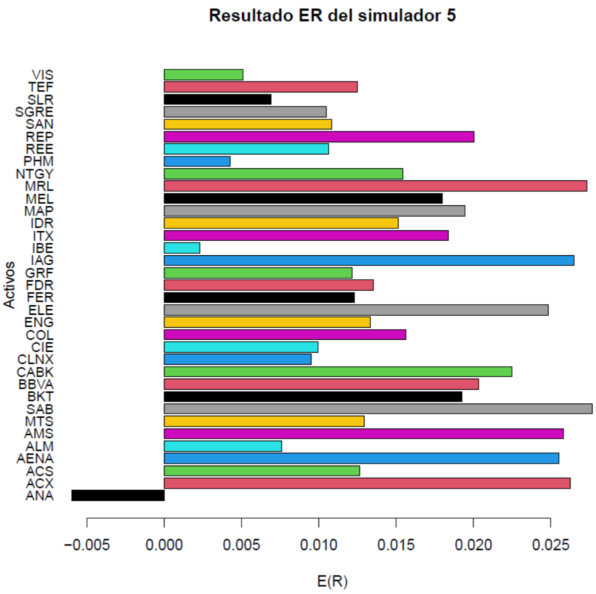
A continuación se mostrarán gráficamente los resultados obtenidos para el modelo de Black-Litterman de las 10 simulaciones:

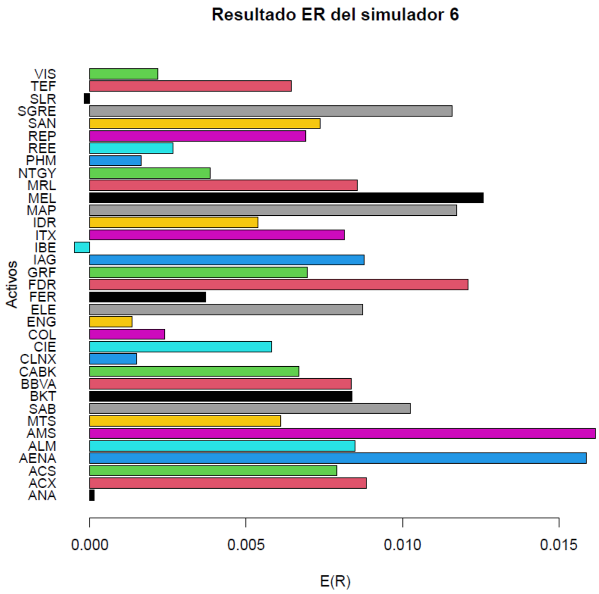


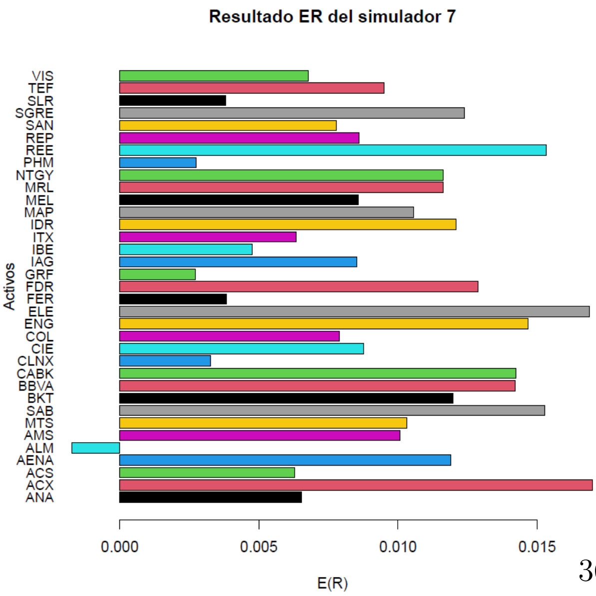


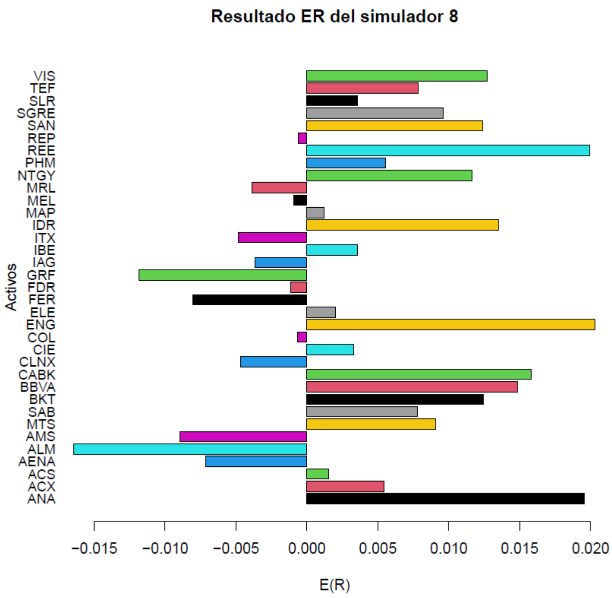

Resultado ER del simulador 3
Activos
E(R)
-0.005 0.000 0.005 0.010
VIS TEF SLR SGRE SAN REP REE PHM NTGY MRL MEL MAP IDR ITX IBE IAG GRF FDR FER ELE ENG COL CIE CLNX CABK BBVA BKT SAB MTS AMS ALM AENA ACS ACX ANA


Resultado ER del simulador 4
Activos
E(R)
-0.01 0.00 0.01 0.02
VIS TEF SLR SGRE SAN REP REE PHM NTGY MRL MEL MAP IDR ITX IBE IAG GRF FDR FER ELE ENG COL CIE CLNX CABK BBVA BKT SAB MTS AMS ALM AENA ACS ACX ANA


Resultado ER del simulador 5
Activos
E(R)
-0.005 0.000 0.005 0.010 0.015 0.020 0.025
VIS TEF SLR SGRE SAN REP REE PHM NTGY MRL MEL MAP IDR ITX IBE IAG GRF FDR FER ELE ENG COL CIE CLNX CABK BBVA BKT SAB MTS AMS ALM AENA ACS ACX ANA


Resultado ER del simulador 6
Activos
E(R)
0.000 0.005 0.010 0.015
VIS TEF SLR SGRE SAN REP REE PHM NTGY MRL MEL MAP IDR ITX IBE IAG GRF FDR FER ELE ENG COL CIE CLNX CABK BBVA BKT SAB MTS AMS ALM AENA ACS ACX ANA


Resultado ER del simulador 7
Activos
E(R)
0.000 0.005 0.010 0.015
VIS TEF SLR SGRE SAN REP REE PHM NTGY MRL MEL MAP IDR ITX IBE IAG GRF FDR FER ELE ENG COL CIE CLNX CABK BBVA BKT SAB MTS AMS ALM AENA ACS ACX ANA


Resultado ER del simulador 8
Activos
E(R)
-0.015 -0.010 -0.005 0.000 0.005 0.010 0.015 0.020
VIS TEF SLR SGRE SAN REP REE PHM NTGY MRL MEL MAP IDR ITX IBE IAG GRF FDR FER ELE ENG COL CIE CLNX CABK BBVA BKT SAB MTS AMS ALM AENA ACS ACX ANA

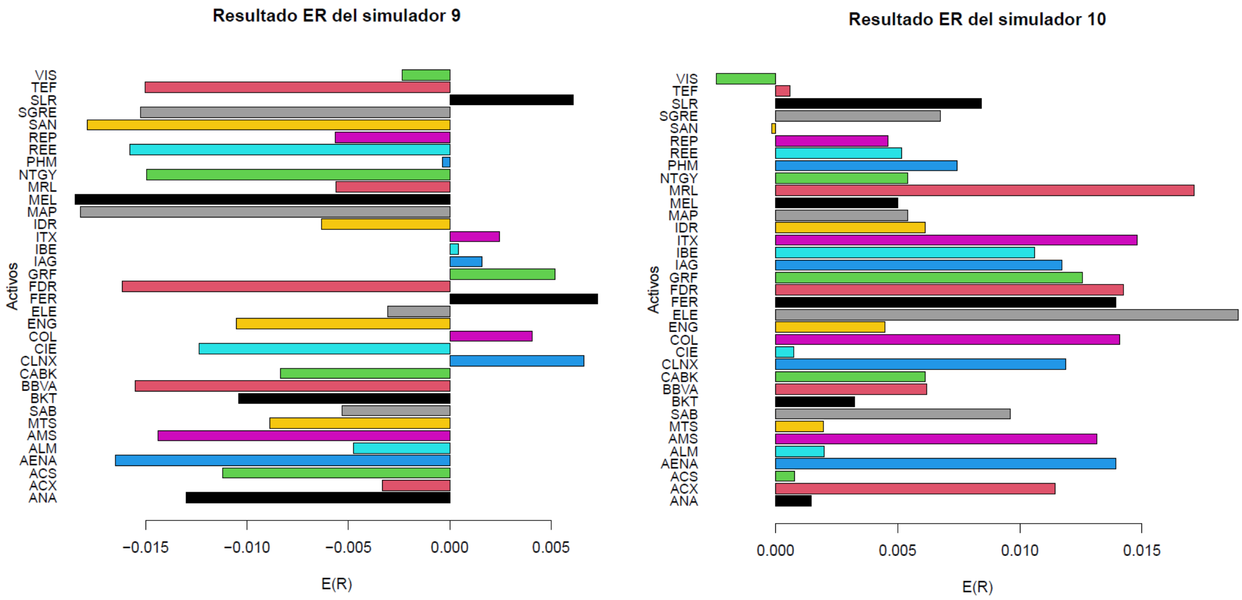


Figura 6.1: E(r) calculada a partir del modelo Black-Litterman para cada una de las simulaciones.

Se puede observar como para cada una de las distintas ejecuciones, el resultado de las rentabilidades esperadas según el modelo utilizado difieren entre sí. Esto puede deberse a la gran influencia que presenta el modelo de Black-Litterman ante la subjetividad del gestor, que en este modelo práctico ha sido creada estocásticamente.

A partir de la ejecución de cada una de las simulaciones y la obtención de las rentabilidades esperadas, se han estimado los nuevos pesos de inversión para cada uno de los activos. Estos resultados indican los distintos activos sobre los que se debe invertir y el porcentaje de inversión que debe aplicarse en cada uno de ellos.

A continuación se presenta gráficamente cada una de las simulaciones de los pesos de los activos y más adelante una tabla junto con sus respectivos porcentajes de inversión:

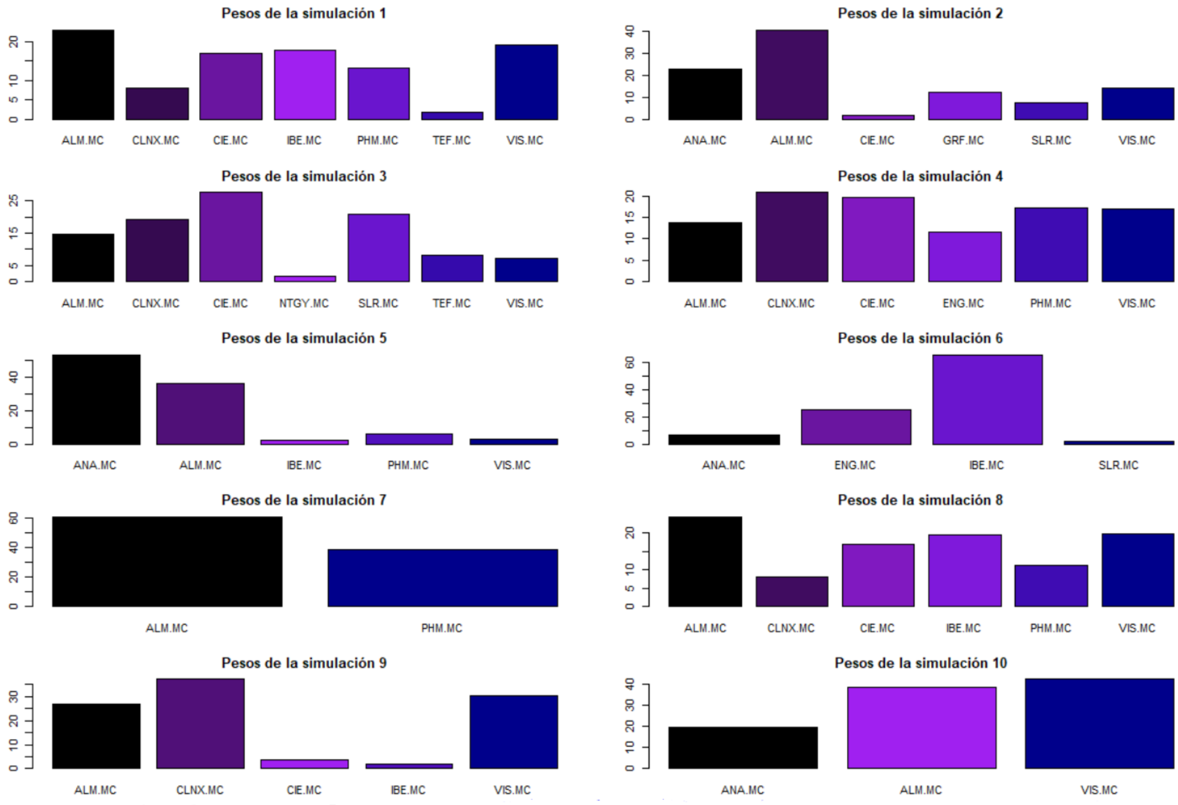


Figura 6.2: Resultados de los pesos de los activos del modelo Black-Litterman

Cuadro 6.1: Simulación 1

ALM	CLNX	CIE	IBE	PHM	TEF	VIS
22.947	8.1417	16.899	17.7835	12.9726	1.9028	19.3527

Cuadro 6.2: Simulación 2

ANA	ALM	CIE	GRF	SLR	VIS
23.4483	41.0875	1.5018	13.7584	5.7501	14.4539

Cuadro 6.3: Simulación 3

ALM	CLNX	CIE	NTGY	SLR	TEF	VIS
15.5174	17.9921	26.906	1.9785	21.9935	8.2515	7.3611

Cuadro 6.4: Simulación 4

ALM	CLNX	CIE	ENG	PHM	VIS
13.8591	21.0015	19.4413	11.3622	17.0987	17.2373

Cuadro 6.5: Simulación 5

ANA	ALM	IBE	PHM	VIS
53.4102	36.0716	1.4457	6.4869	2.5856

Cuadro 6.6: Simulación 6

ANA	ENG	IBE	SLR
9.7829	21.9989	62.3833	5.835

Cuadro 6.7: Simulación 7

ALM	PHM
61.5602	38.4398

Cuadro 6.8: Simulación 8

ALM	CLNX	CIE	IBE	PHM	VIS
24.4149	8.2712	16.7397	19.5567	11.1288	19.8887

Cuadro 6.9: Simulación 9

ALM	CLNX	CIE	IBE	VIS
26.9996	36.8725	3.6877	2.2308	30.2094

Cuadro 6.10: Simulación 10

ANA	ALM	VIS
19.0435	38.2094	42.747

El gráfico muestra como para cada una de las simulaciones el número de activos con peso positivo no supera las 7 sociedades de las 35 que conforman el índice bursátil en estudio, mientras que el mínimo es 2.

Por otro lado, se puede observar que hay acciones con peso positivo que aparecen más frecuentemente en las simulaciones (aunque difieran en el porcentaje de inversión), como por ejemplo las sociedades ALMIRALL, S.A. o VISCOFAN, S.A. .

Finalmente, se busca comprobar si las rentabilidades obtenidas a partir del modelo para cada una de las simulaciones son iguales a las rentabilidades reales durante la época de COVID (entre el 15 de Marzo de 2020 y el 14 de Marzo de 2021). Para dar respuesta, se escoge realizar varios contrastes de hipótesis de medias para muestras apareadas. En este caso, existe una relación unívoca entre los activos de la primera muestra con los de la segunda, es por esto que se dice que las dos muestras están emparejadas.

Antes de realizar el contraste, se ha comprobado la normalidad de los datos para cada una de las simulaciones y los p-valores obtenidos son los siguientes:

Cuadro 6.11: P-valores del contraste de normalidad

Sim1	Sim2	Sim3	Sim4	Sim5	Sim6	Sim7	Sim8	Sim9	Sim10
0.17	0.09	0.14	0.09	0.07	0.08	0.08	0.07	0.11	0.12

Se observa que, con un nivel de significación del 5 %, y con el test de normalidad de Shapiro, los p-valores obtenidos nos indican que no tenemos motivos para rechazar la hipótesis nula de normalidad para cada una de las muestras.

Si las muestras parten de dos poblaciones con distribución normal, su diferencia también seguirá una distribución normal. Así, se procede como si se tratara de un contraste de hipótesis de una muestra sobre la media de las diferencias, aplicando el test de hipótesis visto en el subapartado 5.2.8.

Como se desconoce la varianza de la población, el estadístico de contraste sigue una *t de Student* con n - 1 grados de libertad:

$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{s_D}{\sqrt{n_D}}} \sim t_{n-1} \tag{6.1}$$

donde $\bar{d}$ es la media de las diferencias, s_D es la desviación estándar y n_D es el número de elementos de la muestra de las diferencias.

Se ha construido en R una función que realiza este test para cada una de las muestras del simulador contra la muestra de datos reales y los p-valores obtenidos (para un nivel de confianza del 95 %) son inferiores a 0.05 por lo que no se puede asumir que la media de las diferencias sean iguales:

Cuadro 6.12: P-valores del contraste de hipótesi de la media para muestras apareadas

Sim1	**Sim2**	**Sim3**	**Sim4**	**Sim5**
$3{,}65 * 10^{-8}$	$3{,}75 * 10^{-9}$	$5{,}00 * 10^{-8}$	$8{,}84 * 10^{-8}$	$3{,}87 * 10^{-7}$
Sim6	**Sim7**	**Sim8**	**Sim9**	**Sim10**
$9{,}26 * 10^{-8}$	$1{,}45 * 10^{-7}$	$6{,}54 * 10^{-8}$	$2{,}04 * 10^{-8}$	$1{,}28 * 10^{-7}$

A partir de los resultados obtenidos, la diferencia de la media de las muestras del modelo y la de la muestra de datos reales no es significativa a la hora de concluir que el modelo realiza buenas predicciones.

Capítulo 7

Conclusiones

Tal y como se presentaba a lo largo de la introducción, el principal objetivo del trabajo era construir un modelo de optimización de carteras basado en las teorías de Black Litterman para un periodo de tiempo anterior al COVID-19. Con los resultados obtenidos, se pretendía comprobar si el modelo era bueno para predecir las rentabilidades reales obtenidas durante la pandemia.

La teoría para la creación de un modelo óptimo de carteras según Black-Litterman plantea que es necesario plasmar de alguna manera la opinión y el conocimiento que tiene el inversionista sobre el mercado. Es por esto que propone que a la hora de construir el modelo, es precisa la creación de una matriz de vistas con sus rentabilidades a partir de la opinión del gestor.

Con el inicio del estado de alarma la incertidumbre en los mercados fue tan grande que nadie podría predecir su comportamiento, y eso, si bien no es exactamente un mercado eficiente, si está en la línea de que los precios en aquel momento podían fluctuar en cualquier dirección.

Es por esto que el principal problema planteado a lo largo de este proyecto era la creación de estas matrices de opinión, ya que con la situación que nos engloba en la actualidad era impredecible saber como iban a oscilar las acciones dentro del mercado Español. Por este motivo se ha propuesto, como alternativa, crear estas matrices de opiniones a partir de la generación de posibles valores aleatorios (suponiendo una hipótesis de eficiencia del mercado). Con este planteamiento se asume que el mercado es eficiente en su nivel fuerte y, por lo tanto, con la información histórica, actual y futura recogida en aquel momento, resultaría imposible que alguien con sus conocimientos financieros fuese capaz de realizar mejores predicciones que el propio mercado.

A la hora de construir estas matrices, se ha tenido en cuenta que la generación de muchas vistas aleatorias podría ocasionar vistas contradictorias, por lo que, dentro de cada simulación, se han limitado las vistas a un número reducido.

Los resultados obtenidos en cuanto a las rentabilidades esperadas difieren de las rentabilidades de la muestra de datos reales para todas las simulaciones realizadas. Al ejecutar los tests de contrastes de muestras apareadas que comparan los datos obtenidos a partir del modelo y los datos reales, es evidente observar que el modelo no ha sido capaz de predecir, en ninguno de los casos, la evolución del mercado ante un acontecimiento imprevisible como ha sido la pandemia. Es posible que realizando 100 simulaciones, alguna podría haber dado un contraste parecido entre el modelo y la realidad, pero no por ello tendríamos la certeza de que esos parámetros encontrados fueran los adecuados para futuras situaciones futuras de pandemias. Esto es debido a que el modelo en ningún momento ha tenido en cuenta una variable que fuese capaz de explicar la influencia del COVID-19 en el mercado Español.

Por otro lado, a pesar de que cada una de las simulaciones tenía una matriz de vistas aleatorias diferentes, hay simulaciones que proponen la construcción del portafolio eficiente a partir de los mismos activos, aunque difieran del porcentaje de inversión en cada una. Esto indica que, por más simulaciones que se realicen, hay un cierto grado de fiabilidad a la hora de decir que estos activos son importantes a la hora de optimizar el resultado del modelo de Black-Litterman. De este modo es posible determinar que, aunque el modelo tenga vistas totalmente aleatorias, este nos indica cuál es el movimiento de equilibrio del mercado Español con los datos anteriores al COVID-19.

A partir de estas conclusiones, es razonable pensar en la necesidad de modificar la parametrización de las matrices de opinión del gestor P y Q dentro del modelo, de manera que fuesen capaces de adaptarse a cualquier tipo de pensamiento económico en función de los próximos acontecimientos y ajustándose a una situación inesperada como ha sido la situación de estado de alarma. Se trataría de buscar en el futuro otro parámetro que dentro de la fórmula de Black-Litterman tuviese en consideración factores inesperados difíciles de contemplar. Naturalmente, incorporar .$^{\text{el}}$ parámetro de excepcionalidad.$^{\text{en}}$ la fórmula de Black-Litterman para mejorarla y reflexionar la manera de cómo tenerlo en cuenta no será fácil, de igual manera que hizo en su día Black-Litterman para mejorar los defectos del modelo de Markowitz. Lo que queda de manifiesto en este Trabajo de Fin de Grado es que el modelo de Black-Litterman tampoco habría funcionado en una situación prevista de pandemia y, por tanto, tampoco funcionará en situaciones futuras excepcionales.

Capítulo 8

Bibliografía

Satchell, S., and A. Scowcroft. (2000). *«"A Demystification of the Black-Litterman Model: Managing Quantitative and Traditional Portfolio Construction."»*

Black, F. Litterman, R. (1990). *«"Global Asset Allocation with Equities, Bonds and Currencies", Fixed Income Research. Goldman Sachs»*.

Black, F. Litterman, R. (1992). *«"Global Portfolio Optimization", Financial Analysts Journal, Sep-Oct, pp. 28-43»*.

Bolsamania. (2021). *«Prima de Riesgo de España»*
https://www.bolsamania.com/prima-riesgo/ESPANA/noticias

BME: Bolsa Mercado Español.
https://www.bolsasymercados.es/esp/Home

Cheung, W. (2007). *«"The Black-Litterman Model Explained" Lehman Brothers, Equity Quantitative Analytics»*.

He, G. Litterman, R. (1999) *«"The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios" »*.

Idzorek, Tom. (2004). *«"A Step-By-Step Guide to the Black-Litterman Model: Incorporating user specified confidence level", Zephyr Associates, Inc»*.
https://www.cis.upenn.edu/ mkearns/finread/idzorek.pdf

Idzorek, Tom. Adrogue, Jill. (2003). *«Black-Litterman Return Forecasts: Using Black-Litterman Return Forecasts for Asset Allocation Results in Diversified Portfolios»*.
https://faculty.fuqua.duke.edu/ charvey/Teaching/BA453$_2$006/*Black* %20*Litterman.pdf*

Litterman, R. (ed.) (2003). *« “Modern Investment Management: An equilibrium Approach. Ed. John Wiley. New Jersey“ »* .

Markowitz, Harry M. (1968). *« Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments »* .

Satchell, S. Scowcroft, A. (2000). *«“A Demystification of the Black-Litterman Model: Managing Quantitative and Traditional Portfolio Construction”. Journal of Asset Management. Vol.1 nº 2. pp. 138-150 »* .

West, G. (2004). *«“An introduction to Modern Portfolio Theory: Markowitz, CAPM. APT and Black-Litterman”. Financial Modelling Agency. November»* .

Apéndice A

Anexo I: Ejemplo: datos obtenidos en la simulación 10

Cuadro A.1: Vector Q

	Q
View1	0.051
View2	0.056
View3	0.074
View4	0.040
View5	0.081
View6	0.024
View7	0.061
View8	0.056
View9	0.007
View10	0.003

Cuadro A.2: Matriz Ω

V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10
8e-04	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0024	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	9e-04	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0014	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0015	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0019	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	6e-04	0.0000	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	5e-04	0.0000	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0016	0.0000
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	6e-04

Cuadro A.3: Matriz de vistas P

$P_{sim_{10}}$	View1	View2	View3	View4	View5	View6	View7	View8	View9	View10
ANA	-0.37	-0.73	-0.91	0.66	0.91	0.51	0.33	0.00	0.31	-0.47
ACX	0.62	-0.04	-0.12	-0.60	-0.74	-0.99	0.40	0.24	0.44	0.62
ACS	0.48	0.60	0.67	0.00	-0.91	-0.43	-0.97	-0.35	-0.03	0.35
AENA	0.28	0.57	0.04	0.91	0.96	-0.54	-0.72	0.51	0.32	-0.74
ALM	-0.76	0.33	-0.63	-0.96	0.62	0.17	0.51	-0.52	-0.97	0.47
AMS	-0.47	0.00	0.09	-0.79	0.67	-0.77	-0.51	0.80	0.48	-0.45
MTS	0.31	-0.86	-0.20	-0.12	-0.32	0.50	0.97	-0.27	-0.75	0.66
SAB	0.37	-0.77	0.04	-0.07	0.32	-0.40	0.14	0.27	0.66	0.25
BKT	-0.17	-0.83	0.00	0.60	-0.44	0.40	0.30	-0.80	0.59	-0.64
BBVA	-0.28	0.73	0.63	0.30	0.13	-0.50	-0.33	0.35	0.97	0.47
CABK	-0.26	-0.92	0.73	0.96	0.74	0.79	-0.30	-0.57	0.38	0.74
CLNX	0.47	0.97	0.02	-0.80	0.34	0.77	0.33	0.63	-0.73	-0.74
CIE	-0.48	-0.46	-0.04	0.37	-0.91	0.43	0.38	0.61	0.59	0.11
COL	-0.55	-0.09	0.50	0.32	0.20	-0.79	-0.53	-0.63	-0.97	0.64
ENG	0.00	0.25	-0.02	0.61	-0.62	0.99	-0.65	0.35	0.03	0.00
ELE	0.67	0.86	0.14	-0.32	-0.75	0.24	-0.57	0.66	-0.31	-0.94
FER	-0.62	-0.98	0.58	-0.42	-0.34	-0.17	-0.24	0.91	-0.66	0.89
FDR	0.55	0.09	-0.95	0.34	0.32	-0.38	0.94	-0.24	-0.72	0.80
GRF	0.81	0.66	0.95	-0.82	0.91	-0.51	0.24	-0.65	0.72	-0.11
IAG	0.76	0.58	-0.47	0.80	0.79	-0.52	-0.14	-0.35	0.75	-0.80
IBE	-0.31	0.46	-0.09	-0.30	-0.67	0.54	0.53	0.52	-0.44	0.94
ITX	-0.55	0.83	0.46	0.07	-0.91	-0.24	0.57	-0.51	-0.48	-0.25
IDR	0.40	-0.57	-0.14	0.42	-0.09	0.52	-0.40	-0.27	-0.59	-0.66
MAP	-0.81	0.77	0.12	-0.88	0.09	-0.52	0.65	-0.66	0.73	0.13
MEL	0.17	0.62	-0.04	0.79	-0.79	0.00	0.83	0.11	0.00	-0.42
MRL	-0.06	0.04	-0.46	0.82	0.44	-1.00	0.56	0.74	0.97	0.45
NTGY	-0.67	-0.66	0.91	-0.91	0.91	-0.26	0.72	0.78	0.00	0.68
PHM	-0.88	-0.33	-0.73	-0.61	0.75	0.91	-0.38	-0.78	0.11	-0.89
REE	0.06	-0.97	0.20	0.12	-0.13	0.40	-0.94	0.57	-0.21	-0.47
REP	-0.40	-0.58	0.47	-0.12	-0.20	0.38	-0.56	-0.11	-0.11	-0.13
SAN	-0.20	-0.60	-0.02	-0.66	-0.96	-0.40	-0.83	0.65	-0.32	-0.68
SGRE	0.88	-0.62	-0.67	0.12	0.79	1.00	-0.20	-0.61	-0.38	0.42
SLR	0.55	0.98	-0.58	-0.37	0.00	-0.91	0.20	-0.74	0.21	0.74
TEF	0.20	-0.25	0.02	0.88	-0.32	0.52	-0.33	-0.91	0.00	-0.35
VIS	0.26	0.92	-0.50	-0.34	-0.79	0.26	0.00	0.27	-0.59	-0.62

Apéndice B

Anexo II: Código en R - Simulaciones modelo Black-Litterman y portafolios eficientes

```
#########################
#### LECTURA DE DATOS ####
#########################


#install.packages("quantmod")
library(quantmod)
#install.packages("stringr")
library(stringr)
#descargar datos historicos ibex35
acciones<-getSymbols(c("ANA.MC","ACX.MC","ACS.MC","AENA.MC",
                      "ALM.MC","AMS.MC","MTS.MC","SAB.MC","BKT.MC","
                         BBVA.MC",
                      "CABK.MC","CLNX.MC","CIE.MC","COL.MC","ENG.MC"
                         ,"ELE.MC","FER.MC",
                      "FDR.MC","GRF.MC","IAG.MC","IBE.MC","ITX.MC","
                         IDR.MC","MAP.MC",
                      "MEL.MC","MRL.MC","NTGY.MC","PHM.MC","REE.MC",
                         "REP.MC","SAN.MC",
                      "SGRE.MC","SLR.MC","TEF.MC","VIS.MC"),src="
                         yahoo", from="2019-03-14",to="2020-03-14")
library(MASS)
library(stringr)



#####################
#### RENTABILIDAD ####
```

```r
######################

ac_closed <- data.frame(eval(parse(text=acciones[1]))[,4])

for(i in 2:length(acciones)){
    ac_closed<-cbind.data.frame(ac_closed,eval(parse(text=acciones[i
       ]))[,4])
}
ac_closed



l_v <- c()
for(i in 1:length(acciones)){
    l <- length(getDividends(acciones[i], from="2019-03-14",to="
       2020-03-14"))
    l_v <- c(l_v, l)
}

ac_closed_div <- ac_closed

options(warn=-1)
for(i in 1:length(acciones)){
    divi <- getDividends(acciones[i], from="2019-03-14",to="
       2020-03-14")
    longitud <- length(divi)

    if(longitud!=0 ){
        k <- as.data.frame(divi)
        fecha <- as.vector(row.names(k))
        nombre <- paste0(str_sub(names(as.data.frame(divi)), 1, -5),
           ".Close")

        for( j in 1:length(fecha)){
            position_fecha <- which(row.names(ac_closed_div)==fecha[j
               ])
            ac_closed_div[position_fecha, nombre] <- ac_closed_div[
               position_fecha, nombre] + k[j,1]

        }
    }
}
ac_closed[,7]==ac_closed_div[,7]
options(warn=0)
```

```
rent_diaria <- data.frame(diff(log(ac_closed_div[,1])*100))
for (i in 2:length(acciones)) {
    rent_diaria <- cbind.data.frame(rent_diaria, diff(log(ac_closed_
       div[,i])*100))
}

colnames(rent_diaria) <- acciones
row.names(rent_diaria) <- row.names(ac_closed_div)[2:nrow(ac_closed_
   div)]
rent_diaria


Corrematriz<-cor(ac_closed_div) #ac_closed_dev
desviacionest<-apply(ac_closed_div,2,sd)/100
pesos<-c(1.15,0.57,1.45,3.43,0.44,5.52,1.18,0.67,0.79,7.20,
         4.32,7.54,0.51,0.54,1.05,1.79,3.78,1.08,2.01,2.08,
         13.63,11.48,0.28,0.68,0.23,0.85,1.74,0.29,1.75,3.33,
         11.53,1.58,0.39,4.59,0.56)/100
sum(pesos)


Covmat = as.matrix(Corremattriz) * (desviacionest %*% t(desviacionest)
   )[1]


tasalibreriesgo<-0.0041
tasalibreriesgo14marzo2021<-0.0033
tasa<-0.0033
tasalibreriesgodiaria<-(1+tasa)^(1/360)-1

lambda<- 1
numerador<-0
media<-c()
for(i in 1:length(rent_diaria)){
    numerador<-numerador+pesos[i]*colMeans(rent_diaria)[[i]]
    media<-c(media,pesos[i]*colMeans(rent_diaria)[[i]])
}
mean(media)
num<-numerador-tasalibreriesgodiaria


var1<-0
var2<-0
for(i in 1:length(rent_diaria)){
    var1<-var1+(pesos[i]^2*var(rent_diaria[,i]))
    for(j in 1:ncol(rent_diaria)){
        var2<-var2+(pesos[i]*pesos[j]*sd(rent_diaria[,i])*sd(rent_
```

```
            diaria[,j])*Covmat[i,j])
    }
}

varianza<-var1+var2

aversionriesgo<-1.17/varianza
#aversionriesgo
#aversionriesgo <- 2.5
# o 2.25

excesoderetornoimplicito<-aversionriesgo*Covmat%*%pesos




#####################################
#### FUNCION PORTAFOLIO EFICIENTE ####
#####################################



#OPTIMIZACI N EN R

## Encontrar las carteras esquinas.
efficient.portfolio <-function(er, cov.mat){
    call <- match.call()
    #
    # check for valid inputs
    #
    asset.names <- rownames(er)
    er <- as.vector(er) # assign names if none exist
    N <- length(er)
    cov.mat <- as.matrix(cov.mat)
    if(N != nrow(cov.mat))
        stop("invalid inputs")
    if(any(diag(chol(cov.mat)) <= 0))
        stop("Covariance matrix not positive definite")
        Dmat <- 2*cov.mat
        dvec <- rep.int(0, N)
        Amat <- cbind(rep(1,N), er, diag(1,N))
        bvec <- c(1,0, rep(0,N))
        result <- quadprog::solve.QP(Dmat=Dmat,dvec=dvec,Amat=Amat,
            bvec=bvec,meq=2)
        w <- round(result$solution, 6)

    names(w) <- asset.names
```

```r
    er.port <- crossprod(er,w)
    sd.port <- sqrt(w %*% cov.mat %*% w)
    ans <- list("call" = call,
                "er" = as.vector(er.port),
                "sd" = as.vector(sd.port),
                "weights" = w)
    class(ans) <- "portfolio"
    return(ans)
}




#######################
#### SIMULADOR B-L ####
#######################



dw <- data.frame()

ER_sim <- data.frame()

for (s in 1:10){

    dfp<-data.frame(row.names = acciones)
    set.seed(s*10)

    for(j in 1:10){
       # set.seed(j)

        pinicial<-runif(17,0,1)

        posp<-sample(35,35,replace=F)

        pospa<-posp[1:17]

        pospb<-posp[18:35]

        p <- c(rep(0,35))

        for(i in 1:17){
            if(p[pospa[i]]==0||p[pospb[i]]==0){
                p[pospa[i]]<-pinicial[i]
```

```
            p[pospb[i]]<--p[pospa[i]]
        }

    }
    p <- p
    dfp<-rbind(dfp,p)
}
q<-c()
dfq<-data.frame(row.names = acciones)
for(i in 1:length(acciones)){
    aux<-runif(length(acciones),-10,10)
    dfq<-cbind(dfq,aux)
}
dfq
#set.seed(s)
q<-c(runif(10,0,0.1))
q<-as.data.frame(q)


tau<-1/length(acciones)
tau

Omega<-matrix(0,nrow=nrow(dfp),ncol=nrow(dfp))
p<-as.matrix(dfp)

for(i in 1:nrow(p)){
    Omega[i,i]<-p[i,]%*%Covmat%*%(t(p)[,i])*tau
}
Omega
qf<-as.matrix(q,nrow=nrow(q),ncol=ncol(q))

#New Combined Return Distribution

p1 <- ginv(tau*Covmat)
p2 <- t(p)%*%solve(Omega)%*%p

p12 <- solve(p1+p2)

p3 <- p1%*%excesoderetornoimplicito
p4 <- t(p)%*%solve(Omega)%*%qf

p34 <- p3+p4

ER <- p12%*%p34


rownames(ER)<-rownames(excesoderetornoimplicito)
```

```
    colnames(ER)<-"E[r]"

    if(s==1){
        ER_sim <- ER
    }else{

        ER_sim <- cbind(ER_sim, as.numeric(as.vector(ER)))
    }

    colnames(ER_sim)[s] <- paste0("Sim",s)

    ER # Expected Excess Returns
    sum(ER[,1])

    ginv(Covmat)%*%ER  #Portfolio Allocation Calculations
    sum(ginv(Covmat)%*%ER)

    #PORTFOLIO ALLOCATION OUTPUTS
    Weight_BL<-(ginv(Covmat)%*%ER)/sum(ginv(Covmat)%*%ER)
    Weight_BL


    soluciooon<-efficient.portfolio(ER,Covmat)
    sw <- soluciooon$weights*100
   # pander::pandoc.table(soluciooon$weights*100)

    dw <- rbind(dw,sw)

}


########
#### FIN SIMULADOR




colnames(dw) <- acciones


dw <- cbind(dw, Suma_Pesos=apply(dw, 1, sum))
#View(dw)

#pander::pandoc.table(dw)


#b <-as.numeric(as.vector(dw[1,]))
```

```r
#barplot(b[-length(b)], names=acciones, horiz=TRUE)



##################################
#### Gr ficos Simulador pesos ####
##################################



par(mfrow=c(5,2), mar=c(2.7,2.7,2.7,2.7))
#par(mfrow=c(5,2))
for(fil in 1:nrow(dw)){
    v <- c()
    name <- c()

    for(col in 1:(ncol(dw)-1)){

        if(dw[fil,col]!=0){
            v<- c(v, dw[fil,col])

            name <- c(name, names(dw[col]))


        }
    }
    Grafico = barplot(v, names=name,
                      col=colorRampPalette(c('black', 'purple', '
                         darkblue'))(length(v)),
                      main=paste("Pesos de la simulacin", fil ),
                         xlab="Activos", ylab="Pesos")
    print(Grafico)

}




##################################
#### Gr ficos Simulador ER #######
##################################


pdf("plots.pdf")
```

```r
nombres <- str_sub(rownames(ER),1,nchar(rownames(ER))-9)
#par(mfrow=c(5,2), mar=c(2.7,3,2.7,3))
for(cols in 1:ncol(ER_sim)){
    print(barplot(ER_sim[,cols], names=nombres, horiz=1, las=1, cex.
       names=0.9,
                    #col=colorRampPalette(c('black', 'purple', '
                       darkblue'))(length(nrow(ER_sim))),
                    col=1:35,
                    main=paste("Resultado ER del simulador", cols ),
                       xlab="E(R)", ylab="Activos"))

}
dev.off()


#### Rentabilidades Reales del Mercado espaol

accionesReales<-getSymbols(c("ANA.MC","ACX.MC","ACS.MC","AENA.MC",
                          "ALM.MC","AMS.MC","MTS.MC","SAB.MC","BKT.MC","
                             BBVA.MC",
                          "CABK.MC","CLNX.MC","CIE.MC","COL.MC","ENG.MC"
                             ,"ELE.MC","FER.MC",
                          "FDR.MC","GRF.MC","IAG.MC","IBE.MC","ITX.MC","
                             IDR.MC","MAP.MC",
                          "MEL.MC","MRL.MC","NTGY.MC","PHM.MC","REE.MC",
                             "REP.MC","SAN.MC",
                          "SGRE.MC","SLR.MC","TEF.MC","VIS.MC"),src="
                             yahoo", from="2020-03-14",to="2021-03-14")
library(MASS)
library(stringr)



#####################
#### RENTABILIDAD ####
#####################



ac_closed_Reales <- data.frame(eval(parse(text=accionesReales[1]))
   [,4])

for(i in 2:length(acciones)){
    ac_closed_Reales<-cbind.data.frame(ac_closed_Reales,eval(parse(
       text=acciones[i]))[,4])
}
ac_closed_Reales
```

```
l_v <- c()
for(i in 1:length(acciones)){
    l <- length(getDividends(acciones[i], from="2020-03-14",to="
       2021-03-14"))
    l_v <- c(l_v, l)
}

ac_closed_div_Reales <- ac_closed_Reales

options(warn=-1)
for(i in 1:length(accionesReales)){
    divi <- getDividends(accionesReales[i], from="2020-03-14",to="
       2021-03-14")
    longitud <- length(divi)

    if(longitud!=0 ){
        k <- as.data.frame(divi)
        fecha <- as.vector(row.names(k))
        nombre <- paste0(str_sub(names(as.data.frame(divi)), 1, -5),
           ".Close")

        for( j in 1:length(fecha)){
            position_fecha <- which(row.names(ac_closed_div)==fecha[j
               ])
            ac_closed_div_Reales[position_fecha, nombre] <- ac_closed
               _div_Reales[position_fecha, nombre] + k[j,1]

        }
    }
}
ac_closed[,7]==ac_closed_div[,7]
options(warn=0)

rent_diaria_Reales <- data.frame(diff(log(ac_closed_div_Reales[,1])*
   100))
for (i in 2:length(acciones)) {
    rent_diaria_Reales <- cbind.data.frame(rent_diaria_Reales, diff(
       log(ac_closed_div_Reales[,i])*100))
}

colnames(rent_diaria_Reales) <- accionesReales
row.names(rent_diaria_Reales) <- row.names(ac_closed_div_Reales)[2:
   nrow(ac_closed_div_Reales)]
mediarentabilidaddiariareal<-colMeans(rent_diaria_Reales)
```

```r
#MEDIARENTABILIDADESDIARIAS <- colMeans(rent_diaria)
class(mediarentabilidaddiariareal)


##Contraste de hipotesis

D<-BL-mediarentabilidaddiariareal

qqnorm(D)
qqline(D)

v_pv <- c()
cont1 <- 0
for(i in 1:ncol(ER_sim)){
    BL<-as.numeric(ER_sim[,i])
    names(BL)<-accionesReales
    class(BL)
    class(mediarentabilidaddiariareal)
    D<-BL-mediarentabilidaddiariareal
    pv <- shapiro.test(D)$p.value
    if(pv>=0.05){
        v_pv <- c(v_pv, pv)
        cont1 <- cont1+1
    }

}

tablapv<-as.data.frame(v_pv,ncol=10)
nombres<-c("Sim_1","Sim_2","Sim_3","Sim_4","Sim_5","Sim_6","Sim_7","
   Sim_8","Sim_9","Sim_10")
colnames(tablapv)<-nombres

shapiro.test(D) #Aceptamos hipotesis de distribucin  Normal

t.test(mediarentabilidaddiariareal,BL, paired=T,alternative="two.
   sided") #Deducimos que la media de los datos no son iguales.
ER_sim


contador<-0
pval<-c()
for(i in 1:ncol(ER_sim)){
    D<-as.numeric(as.vector(ER_sim[,i]))-mediarentabilidaddiariareal
    #Shapiro.test(D)$p.value
    pvalor<-t.test(as.numeric(mediarentabilidaddiariareal),as.numeric
       (as.vector(ER_sim[,i])), paired=T, alternative="two.sided")$p.
       value
```

```
    if(pvalor>=0.05){
        contador<-contador+1
    }
    pval<-c(pval,pvalor)
}
contador
pval
```