

Tema 5. La funció de demanda individual: estàtica comparativa

Montse Vilalta

Microeconomia II

Universitat de Barcelona

Estàtica comparativa

$$\left. \begin{array}{l} x_1^* = x_1(p_1, p_2, m) \\ x_2^* = x_2(p_1, p_2, m) \end{array} \right\} \text{Funcions de demanda ordinària}$$
$$\left. \begin{array}{l} x_1^{h*} = x_1(p_1, p_2, \bar{u}) \\ x_2^{h*} = x_2(p_1, p_2, \bar{u}) \end{array} \right\} \text{Funcions de demanda compensada}$$

- Estudiarem com la demanda d'un bé varia quan varien els paràmetres. L'estudi de les respostes als canvis de l'entorn econòmic s'anomena **estàtica comparativa**.
- Comparem dues situacions: l'abans i el després de la variació de l'entorn. Ex: la demanda d'un bé abans i després d'un canvi de preu.

Funció de demanda ordinària

Canvis d'entorn que estudiarem:

1. Canvis proporcionals en preus i renda
2. Canvis en renda
3. Canvis en el preu d'altres béns
4. Canvis en preu del bé

1. Homogeneïtat de les funcions de demanda ordinària

- Què passa amb la quantitat demandada d'un bé si dupliquem els preus i la renda?

Situació inicial:

p_1, p_2, m

RP: $p_1x_1 + p_2x_2 = m$

Situació final:

$$p'_1 = 2p_1$$

$$p'_2 = 2p_2$$

$$m' = 2m$$

$$RP' : p'_1x_1 + p'_2x_2 = m'$$

Substituïnt:

$$2p_1x_1 + 2p_2x_2 = 2m$$

Dividim tot per 2 i obtenim
la RP de la situació inicial.

- Al multiplicar preus i renda per 2 no canvia el conjunt pressupostari del consumidor, per tant, la seva elecció òptima no canvia.

$$x_i^* = x_i(p_1, p_2, m) = x_i(tp_1, tp_2, tm) \quad \forall t > 0$$

- Quan preus i rendes augmenten en la mateixa proporció, l'elecció del consumidor no es veu afectada.
- Diem que la funció de demanda ordinària és homogènia de grau zero en tots els preus i la renda.

Una funció f és homogènia de grau k si:

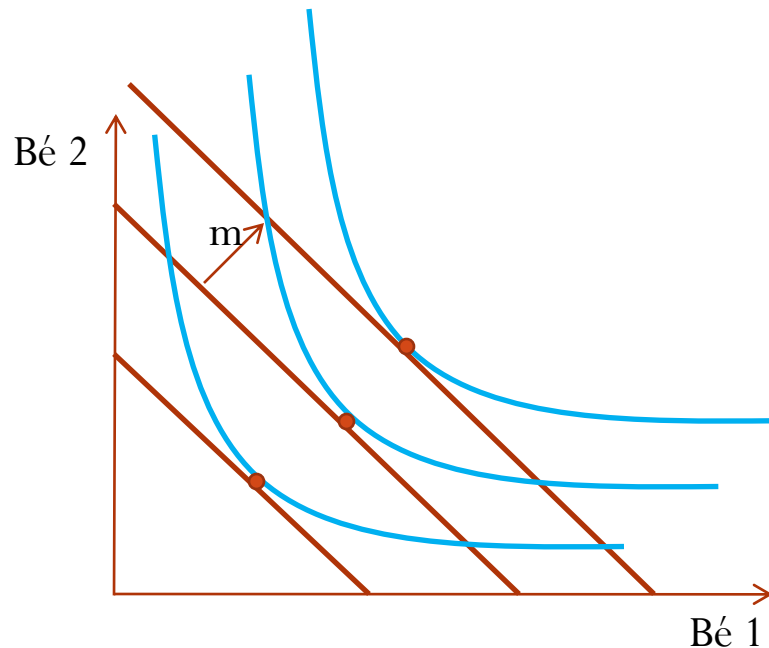
$$f(tx, ty, tz) = t^k f(x, y, z) \quad \forall t > 0$$

Per $k=0$ tenim que $t^0=1$.

Per $k=1$ tenim que $t^1=t$.

2. Canvis en la renda

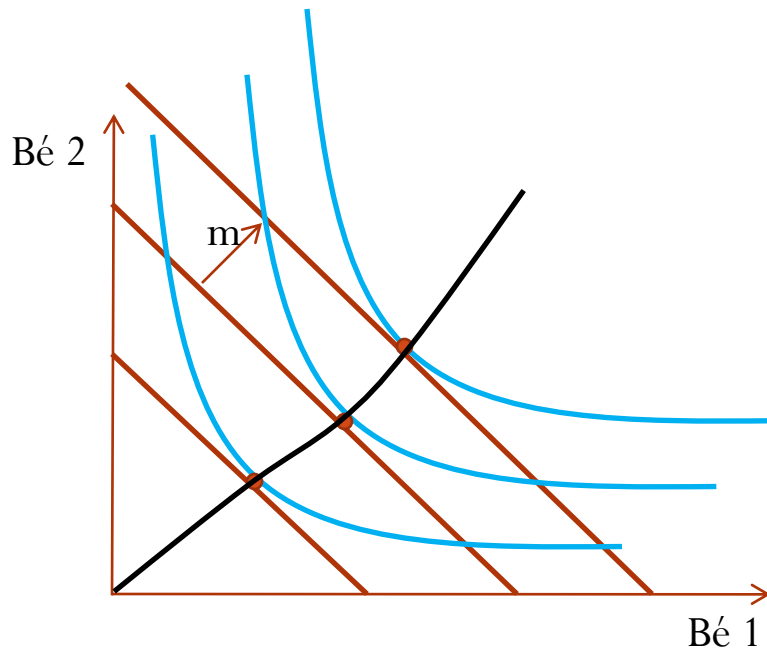
Com varia la demanda d'un bé si canviem la renda del consumidor? Suposem que els preus no varien.



- Segons com reacciona la demanda d'un bé a un canvi en la renda podem classificar els béns.
 - Diem que un bé és **normal** si la quantitat demandada augmenta quan augmenta la renda del consumidor.
(Normal perquè és el més normal que passi)
L'elasticitat renda de la demanda és positiva en un bé normal.
 - Diem que un bé és **inferior**, si a l'augmentar la renda del consumidor, disminueix al quantitat demandada del bé.
(Ex: roba de 2a mà, vi de garrafa, peix congelat,...)
L'elasticitat renda de la demanda és negativa en un bé inferior.

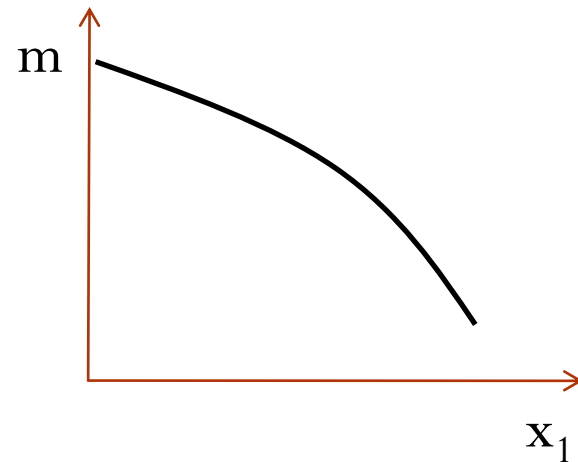
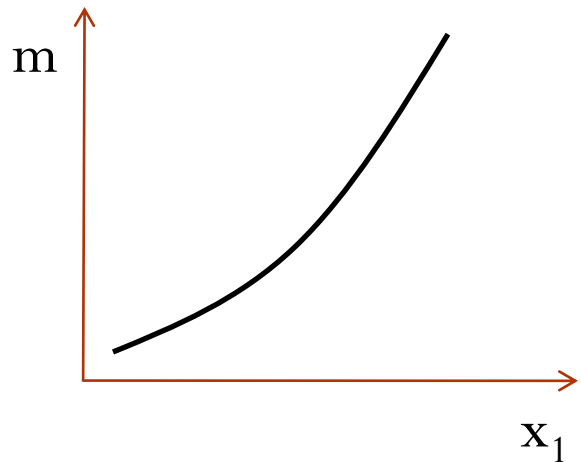
- Podem classificar els béns normal en:
 - Bé necessari: aquell que la seva demanda augmenta proporcionalment menys que la renda.
L'elasticitat renda és inferior a 1.
 - Bé de luxe: aquell bé que la seva demanda augmenta proporcionalment més que la renda.
L'elasticitat renda és superior a 1.
 - Cas divisor: amb preferències homotètiques, la demanda dels béns augmenta proporcionalment a la renda.
L'elasticitat renda és igual a 1.

- Corba renda-consum o trajectòria d'expansió de la renda:
Identifica el conjunt de cistelles òptimes per a diferents nivells de renda.



- Corba d'Engel:

Relaciona el nivell de renda amb la quantitat demandada d'un bé.



Quin dels dos gràfics correspon a un bé normal? I a un bé inferior?

Apunt matemàtic: L'elasticitat

- Suposem que $Y=f(X)$. Definim l'elasticitat de Y respecte de X com:

$$\varepsilon_{Y,X} = \frac{\text{canvi percentual de } Y}{\text{canvi percentual de } X},$$

$$\varepsilon_{Y,X} = \frac{\partial Y}{\partial X} \frac{X}{Y}.$$

- Interpretació: indica en % com varia Y davant d'una variació d'un 1% de X .
- Ex: l'elasticitat renda de la demanda $\varepsilon_{X,m}=2$, vol dir que un augment de la renda en un 1% provoca un augment d'un 2% en la demanda del bé X). Si l'elasticitat renda és negativa, llavors un augment de m implica una disminució de la demanda del bé X .

Exemples:

- Dibuixa la corba renda-consum, la corba d'Engel i troba l'elasticitat renda pels següents casos:
 - Béns complementaris perfectes
 - Preferències Cobb-Douglas
 - Béns substitutius perfectes

3. Canvis en el preu de l'altre bé

- Què passa amb la quantitat demandada del bé 1 si canvia el preu del bé 2?

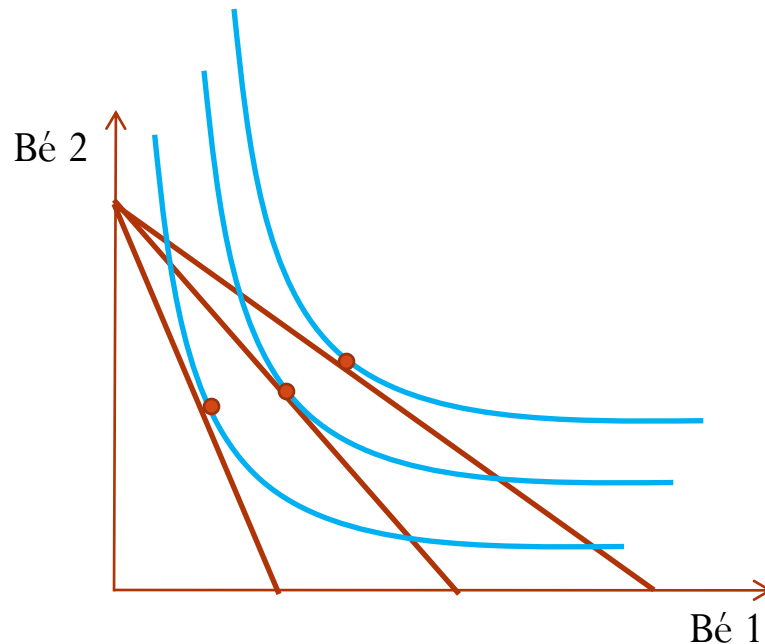
Si $\frac{\partial x_1}{\partial p_2} > 0$, diem que x_1 i x_2 són substitutius bruts.

Si $\frac{\partial x_1}{\partial p_2} < 0$, diem que x_1 i x_2 són complementaris bruts.

Si $\frac{\partial x_1}{\partial p_2} = 0$, diem que x_1 i x_2 són independents.

4. Canvis en el preu del bé

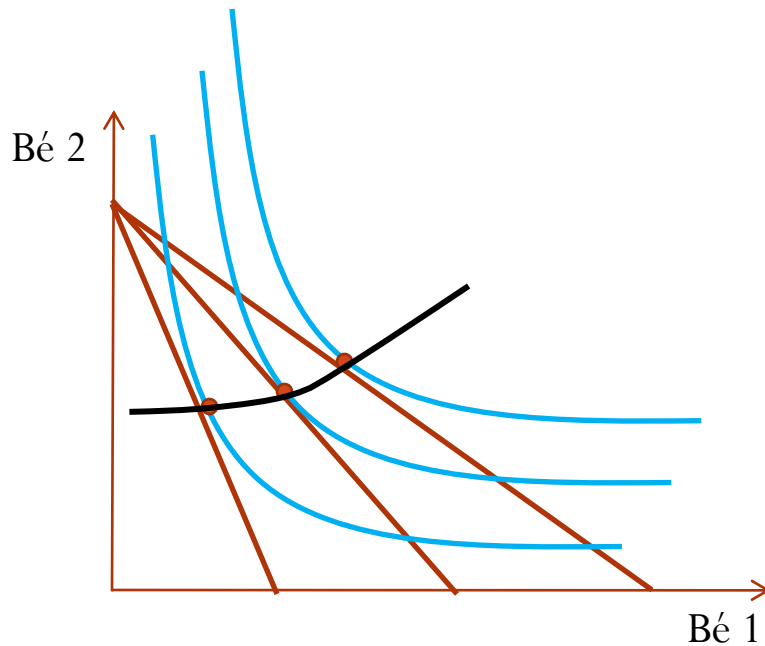
- Com varia la demanda del bé 1 si canvia el seu preu?
Suposem que mantenim la renda i el preu del bé 2 constants.



- Segons com reacciona la demanda d'un bé a un canvi en el preu podem classificar els béns.
 - Diem que un bé és **ordinari** si la quantitat demandada d'un bé disminueix quan augmenta el seu preu.
(Ordinari perquè és el més normal que passi)
L'elasticitat preu de la demanda és negativa en un bé ordinari.
 - Diem que un bé és **Giffen**, si a l'augmentar el seu preu, augmenta la quantitat demandada del bé.
(El bé Giffen existeix a la teoria, però no hi ha exemples reals clars).
L'elasticitat preu de la demanda és positiva en un bé Giffen.

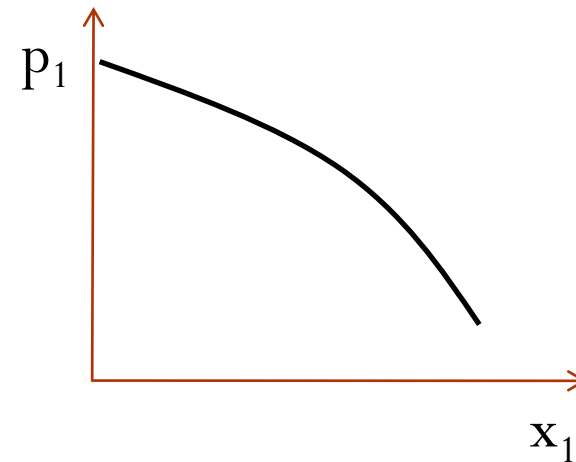
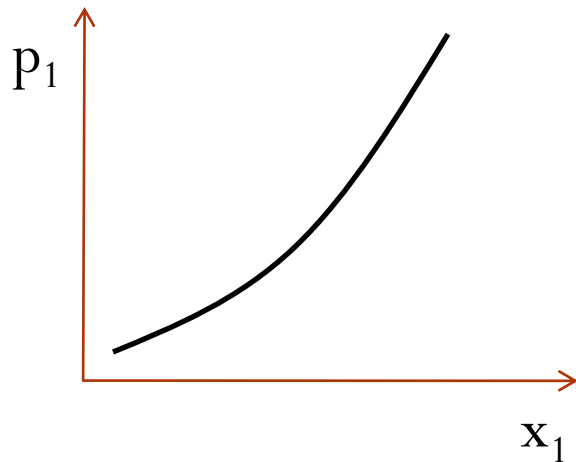
- Corba preu-consum:

Identifica el conjunt de cistelles òptimes per a diferents nivells de preu d'un bé.



- Corba de demanda:

Relaciona el nivell òptim de consum d'un bé amb el seu preu.



Quin dels dos gràfics correspon a un bé ordinari? I a un bé Giffen?

Exemples:

- Dibuixa la corba preu-consum, la corba de demanda i troba l'elasticitat preu pels següents casos:
 - Béns complementaris perfectes
 - Preferències Cobb-Douglas
 - Béns substitutius perfectes

Efecte substitució i efecte renda

- Suposa que tens 10 euros per comprar pipes i xupa-xups. Els preus inicials són 2 euros la bossa de pipes i 2 euros el xupa-xup. Si la bossa de pipes s'encareix fins a 4 euros, et sentiràs més ric o més pobre? I si s'abarateix a 1 euro? Per què et sents més ric o més pobre si tens la mateixa renda?
- Suposa que tens 10 euros per comprar pipes i xupa-xups. Els preus inicials són 2 euros la bossa de pipes i 2 euros el xupa-xup. Si la bossa de pipes s'encareix fins a 4 euros, menjaràs més o menys pipes que abans? Per què?

- El canvi en el preu d'un bé provoca dos canvis en el consumidor,
 1. Canvi en el cost d'oportunitat (p_1/p_2).
 2. Canvi en el poder adquisitiu del consumidor.

El primer canvi provoca una substitució del bé que s'ha encarit pel bé que ara és relativament més barat. Anomenem aquest efecte l'**efecte substitució**.

El segon canvi és similar a un canvi en la renda i per això l'anomenem **efecte renda**.

Anàlisi gràfic de l'ES i l'ER

- Dividim la variació del preu en dues parts:
 1. Primer deixem que variï el preu relatiu i mantenim constant el poder adquisitiu.
 2. Després mantenim constant el preu relatiu, i permetem que el poder adquisitiu s'ajusti.

Com podem mantenir constant el poder adquisitiu? Dues opcions:

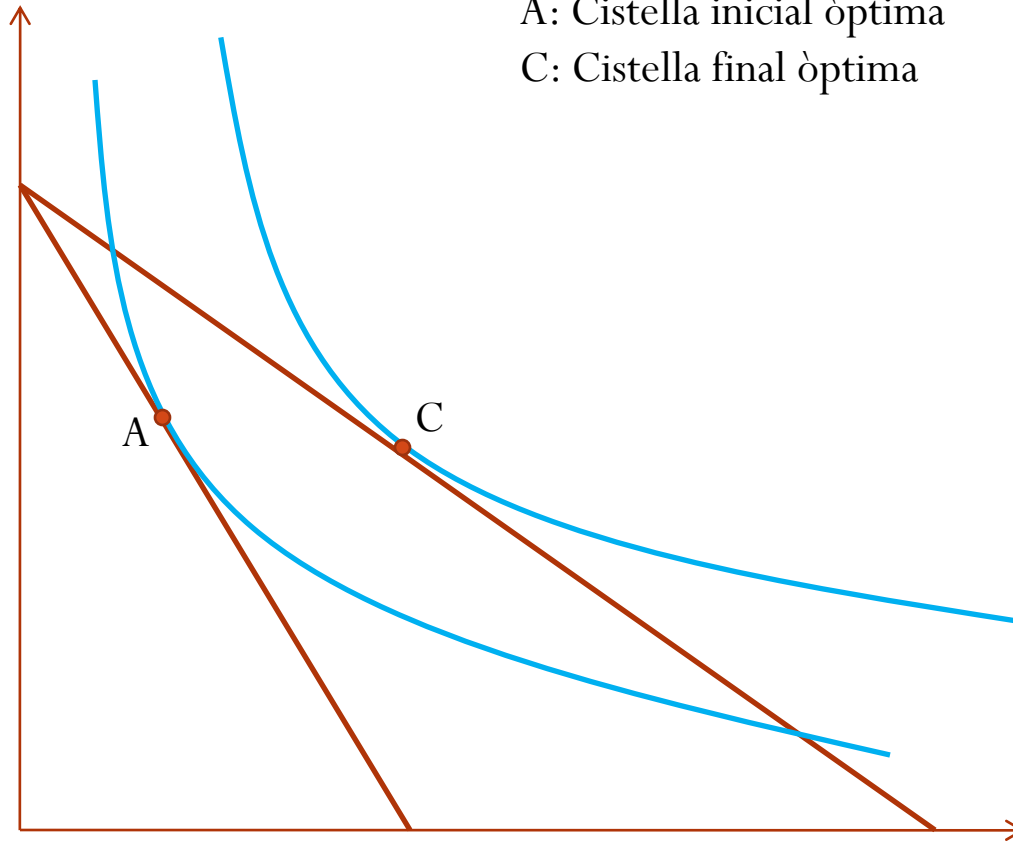
- A. Mètode d'Slutsky: mantenim la cistella inicial sobre la recta pressupostària.
- B. Mètode de Hicks: mantenim el nivell d'utilitat inicial.

A. Mètode d'Slutsky

Disminució del preu del bé 1:

A: Cistella inicial òptima

C: Cistella final òptima



A. Mètode d'Slutsky

Disminució del preu del bé 1:

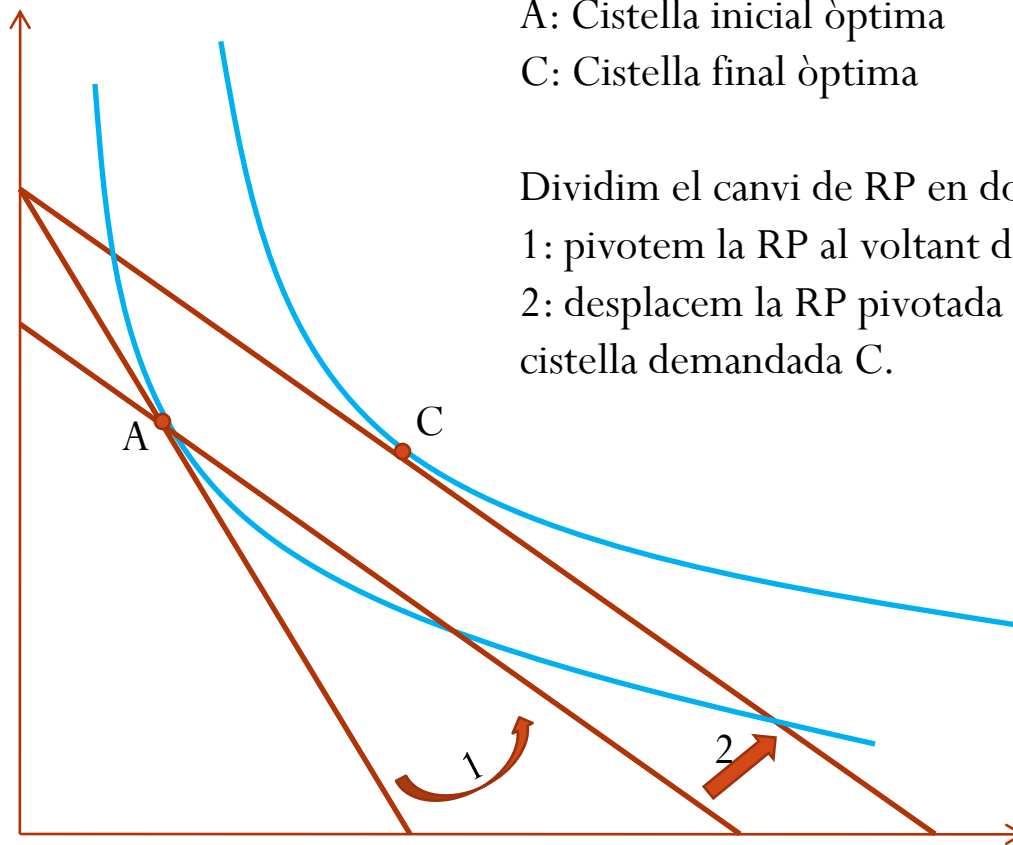
A: Cistella inicial òptima

C: Cistella final òptima

Dividim el canvi de RP en dos passos:

1: pivotem la RP al voltant de la cistella inicial A.

2: desplaçem la RP pivotada fins a la nova cistella demandada C.



A. Mètode d'Slutsky

Disminució del preu del bé 1:

A: Cistella inicial òptima

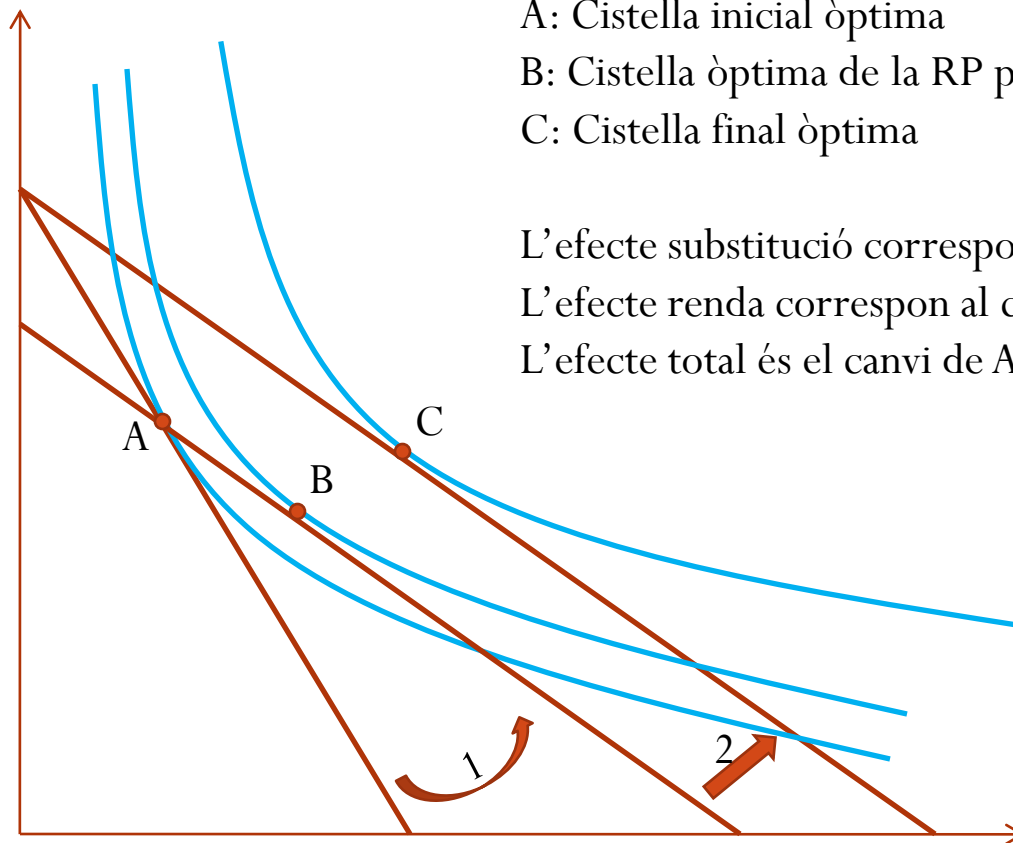
B: Cistella òptima de la RP pivotada

C: Cistella final òptima

L'efecte substitució correspon al canvi de A a B.

L'efecte renda correspon al canvi de B a C.

L'efecte total és el canvi de A a C.

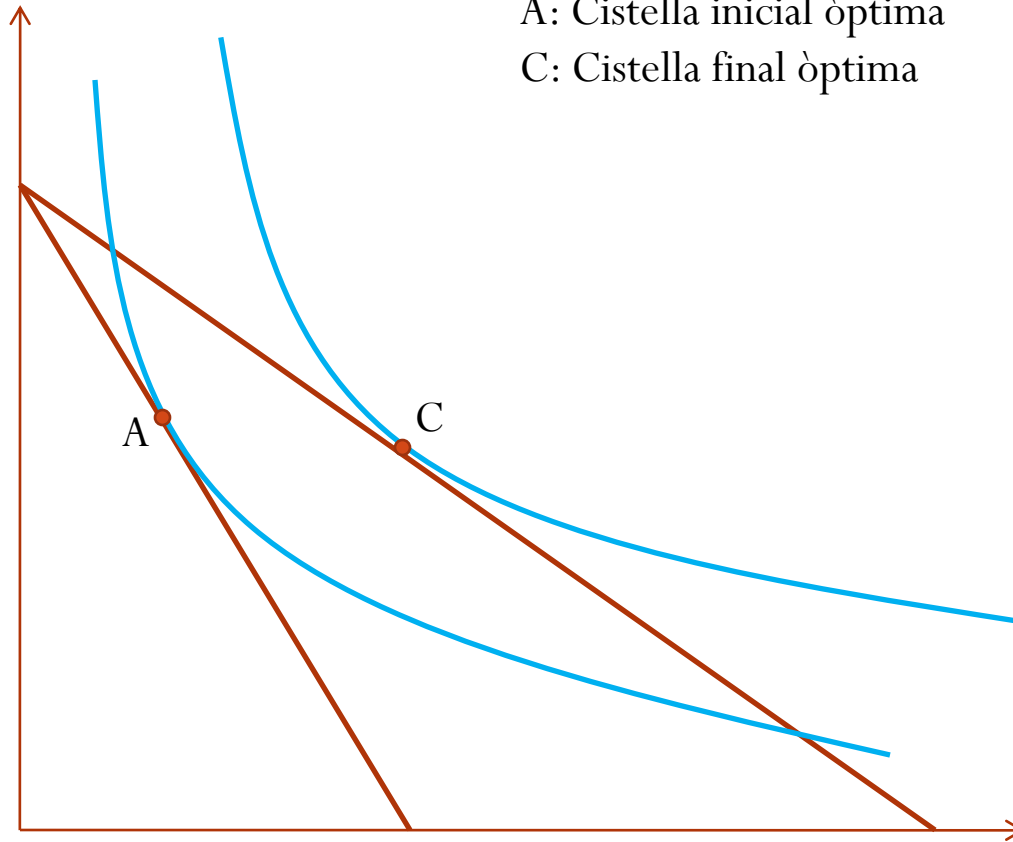


B. Mètode de Hicks

Disminució del preu del bé 1:

A: Cistella inicial òptima

C: Cistella final òptima



B. Mètode de Hicks

Disminució del preu del bé 1:

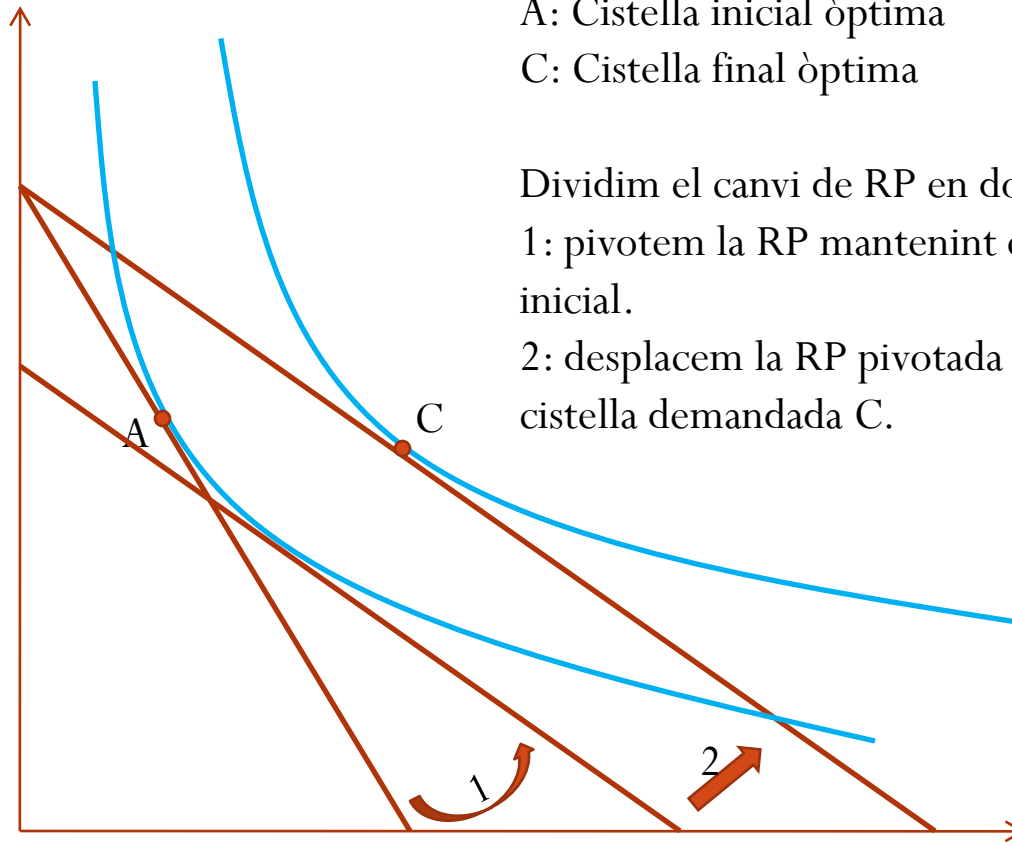
A: Cistella inicial òptima

C: Cistella final òptima

Dividim el canvi de RP en dos passos:

1: pivotem la RP mantenint el nivell d'utilitat inicial.

2: desplacem la RP pivotada fins a la nova cistella demandada C.



B. Mètode de Hicks

Disminució del preu del bé 1:

A: Cistella inicial òptima

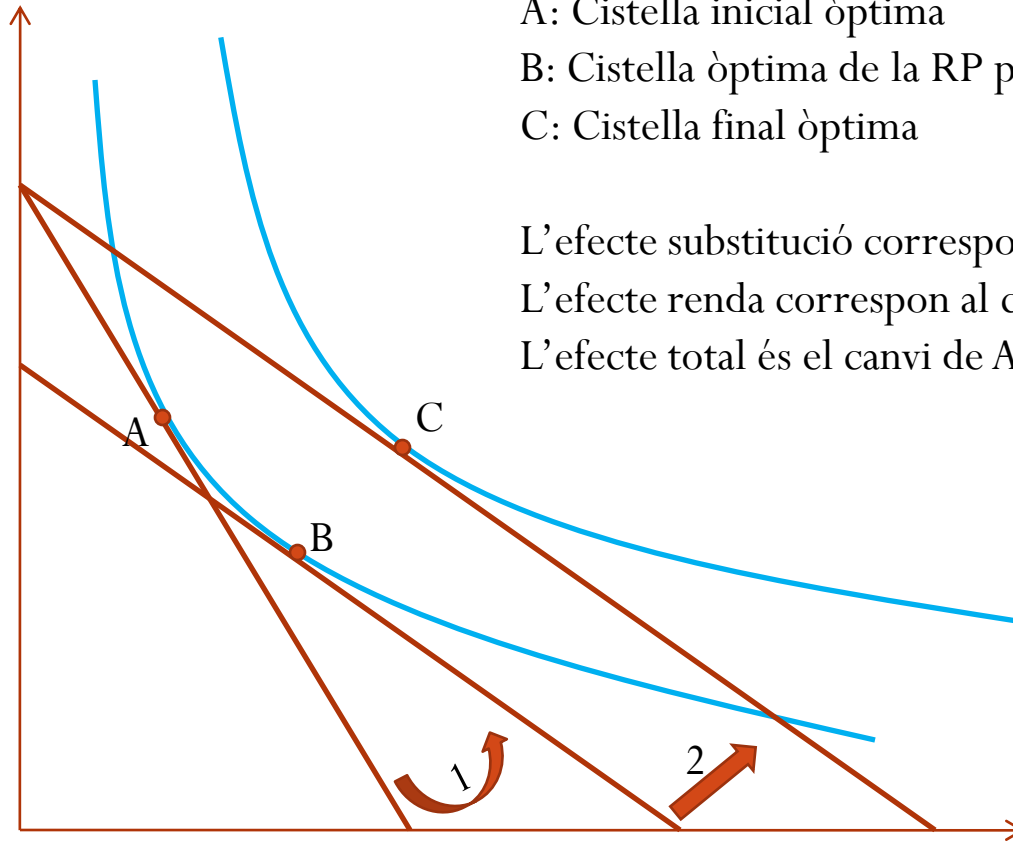
B: Cistella òptima de la RP pivotada

C: Cistella final òptima

L'efecte substitució correspon al canvi de A a B.

L'efecte renda correspon al canvi de B a C.

L'efecte total és el canvi de A a C.



Observacions

- Tant en el mètode d'Slutsky com Hicks, la RP pivotada i la cistella òptima B són elements teòrics per descriure l'efecte d'un canvi de preus, però no són observables en la realitat.
- L'efecte substitució ens indica com el consumidor substitueix un bé per l'altre quan canvia el preu relatiu però el poder adquisitiu es manté constant (no hi ha desplaçament cap enfora de la RP).
- L'efecte renda ens indica el canvi en el consum dels dos béns provocat per l'augment de la renda real o poder adquisitiu com a resultat de la disminució d'un preu.

Observacions

- Diem que l'ES sempre és negatiu, és a dir, en el pas de A a B sempre succeeix que preu i quantitat van en sentit contrari (si el preu augmenta, la quantitat disminueix, i si el preu disminueix la quantitat augmenta).
- L'ER pot ser positiu o negatiu segons si el bé és NORMAL o INFERIOR. Un augment del preu del bé provoca una disminució del poder adquisitiu (“renda”).
 - Si el bé és normal, una disminució de la “renda” provoca una disminució de la quantitat demandada del bé, i llavors diem que l'ER és negatiu (preu i quantitat van en sentit contrari).
 - Si el bé és inferior, una disminució de la “renda” provoca un augment de la quantitat demandada del bé, i llavors diem que l'ER és positiu (preu i quantitat van en el mateix sentit).

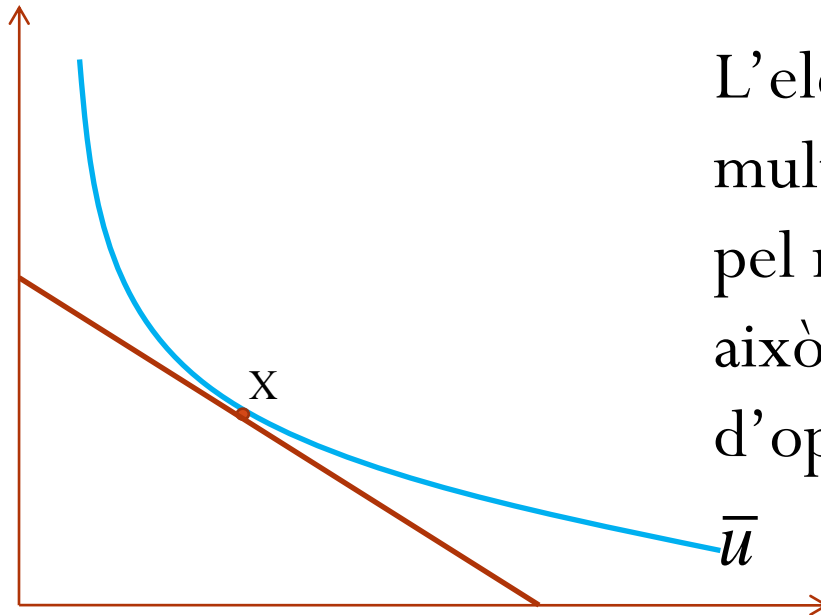
Funció de demanda compensada

Canvis d'entorn que estudiarem:

1. Canvis proporcionals en tots els preus
2. Canvis en el preu de l'altre bé
3. Canvis en el preu del bé

1. Canvis proporcionals en tots els preus

- Com varia la demanda compensada del bé 1 si tots els preus es multipliquen per dos? Suposem que mantenim el nivell d'utilitat constant.



L'elecció òptima X no varia si multipliquem tots els preus pel mateix número, ja que això no afecta al cost d'oportunitat (p_1/p_2).

La funció de demanda compensada és homogènia de grau zero en preus:

$$x_1^h(p_1, p_2, \bar{u}) = x_1^h(tp_1, tp_2, \bar{u}) \quad \forall t > 0.$$

2. Canvis en el preu de l'altre bé

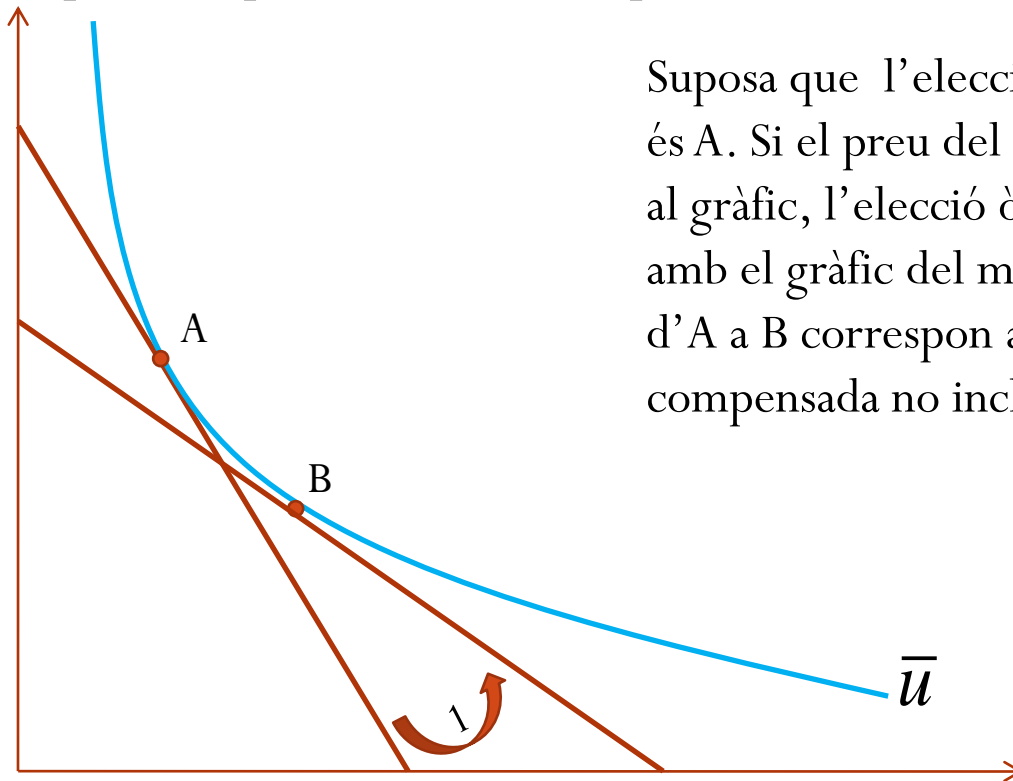
- Què passa amb la quantitat demandada del bé 1 si canvia el preu del bé 2?

Si $\frac{\partial x_1^h}{\partial p_2} > 0$, diem que x_1 i x_2 són substitutius nets.

Si $\frac{\partial x_1^h}{\partial p_2} < 0$, diem que x_1 i x_2 són complementaris nets.

3. Canvis en el preu del bé

Com varia la demanda compensada del bé 1 si canvia el seu preu?
Suposem que mantenim el preu del bé 2 i el nivell d'utilitat constants.

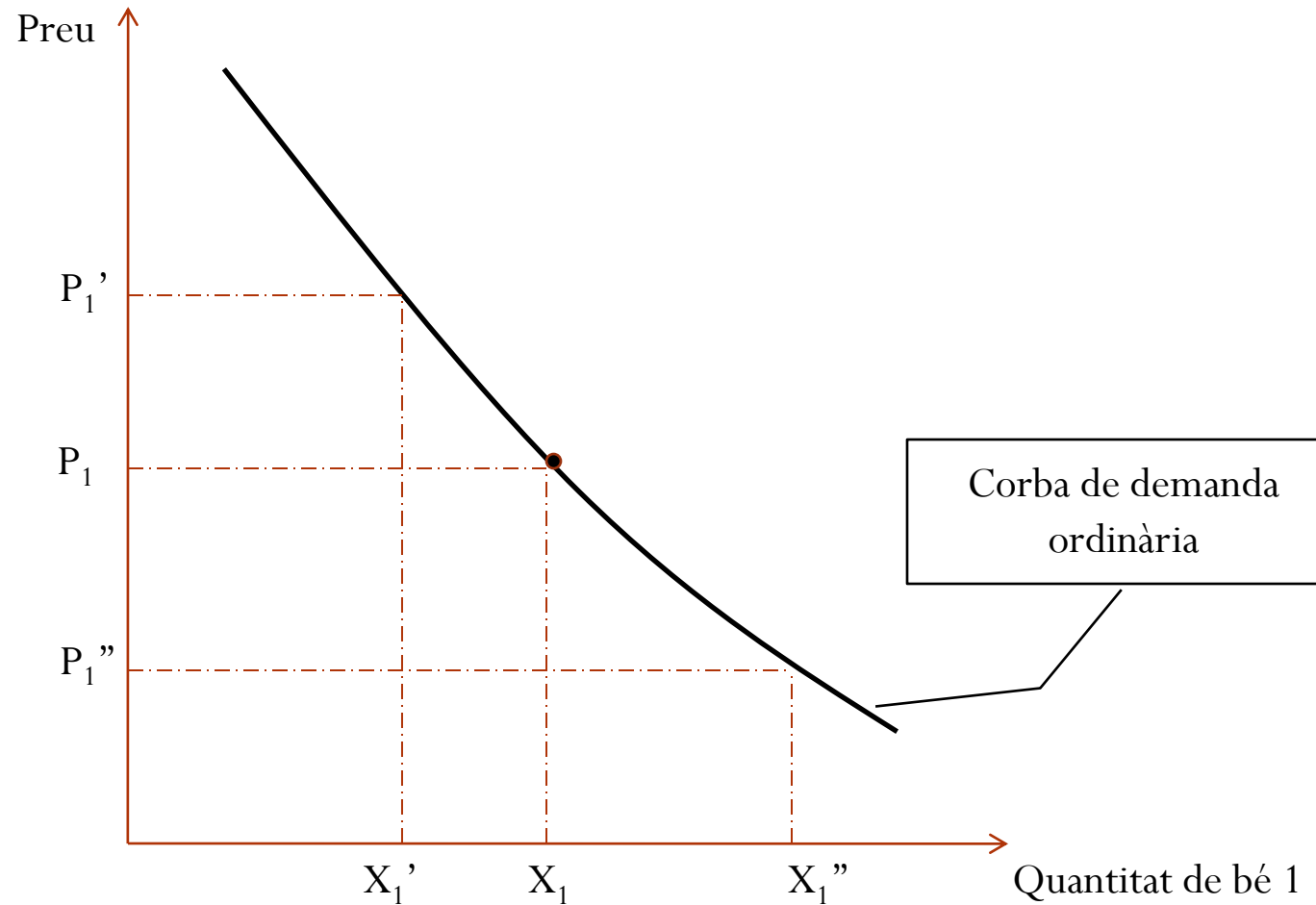


Suposa que l'elecció òptima donats els preus inicials és A. Si el preu del bé 1 disminueix com està dibuixat al gràfic, l'elecció òptima passa a ser B. Si compares amb el gràfic del mètode de Hicks veuràs que el pas d'A a B correspon a l'ES. És a dir, que la demanda compensada no inclou l'efecte renda.

Observacions

- La funció de demanda compensada o hicksiana ens indica la quantitat de bé que comprarien els individus si se'ls compensés totalment pels efectes renda de les variacions en el preu.
- La corba de demanda compensada sempre té pendent negatiu, perquè només incorpora l'ES, i com ja hem vist, l'ES sempre és negatiu. En canvi, la corba de demanda ordinària pot tenir pendent positiu si el bé és un bé Giffen.

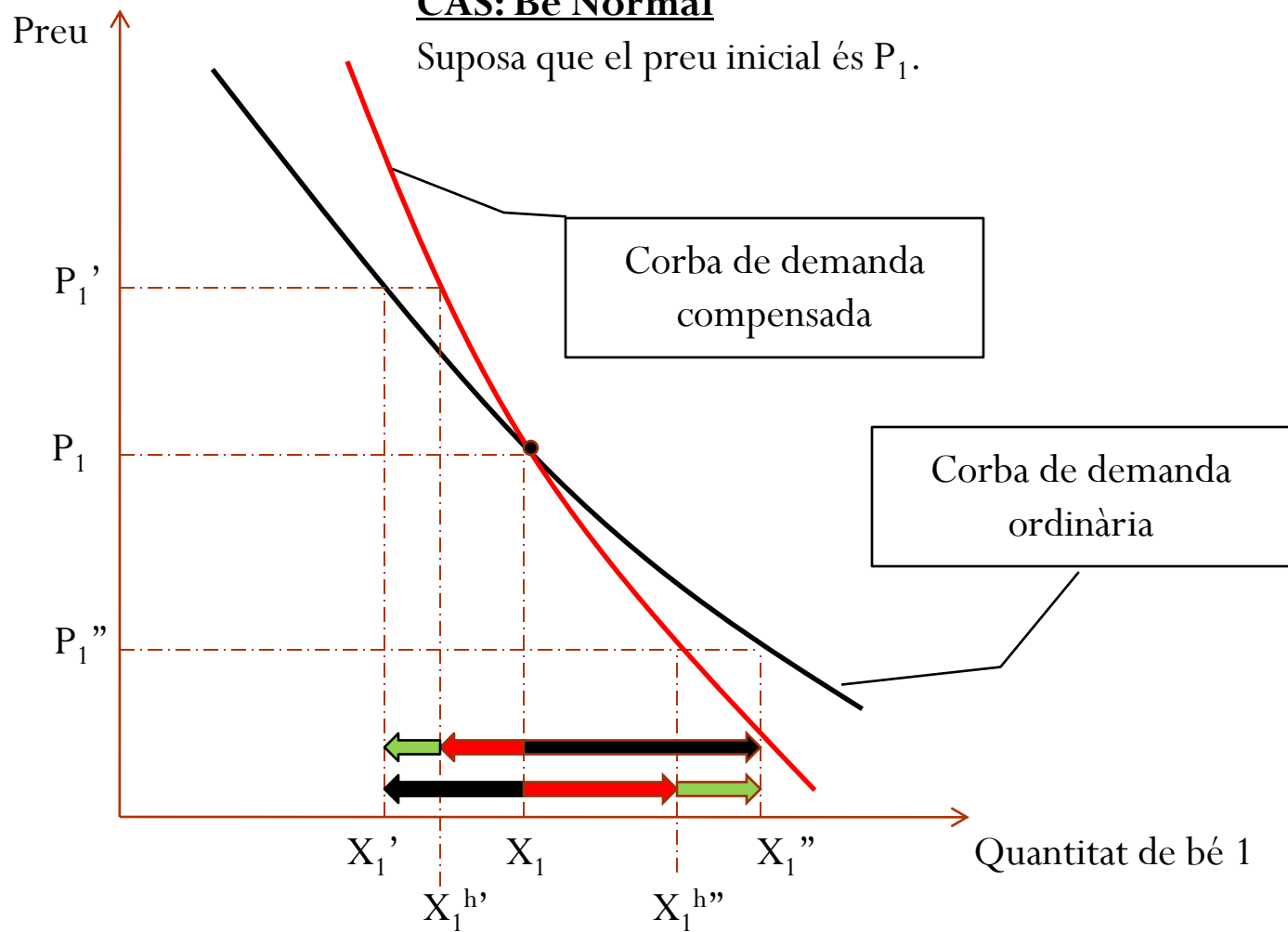
Comparació corbes de demanda






Comparació corbes de demanda

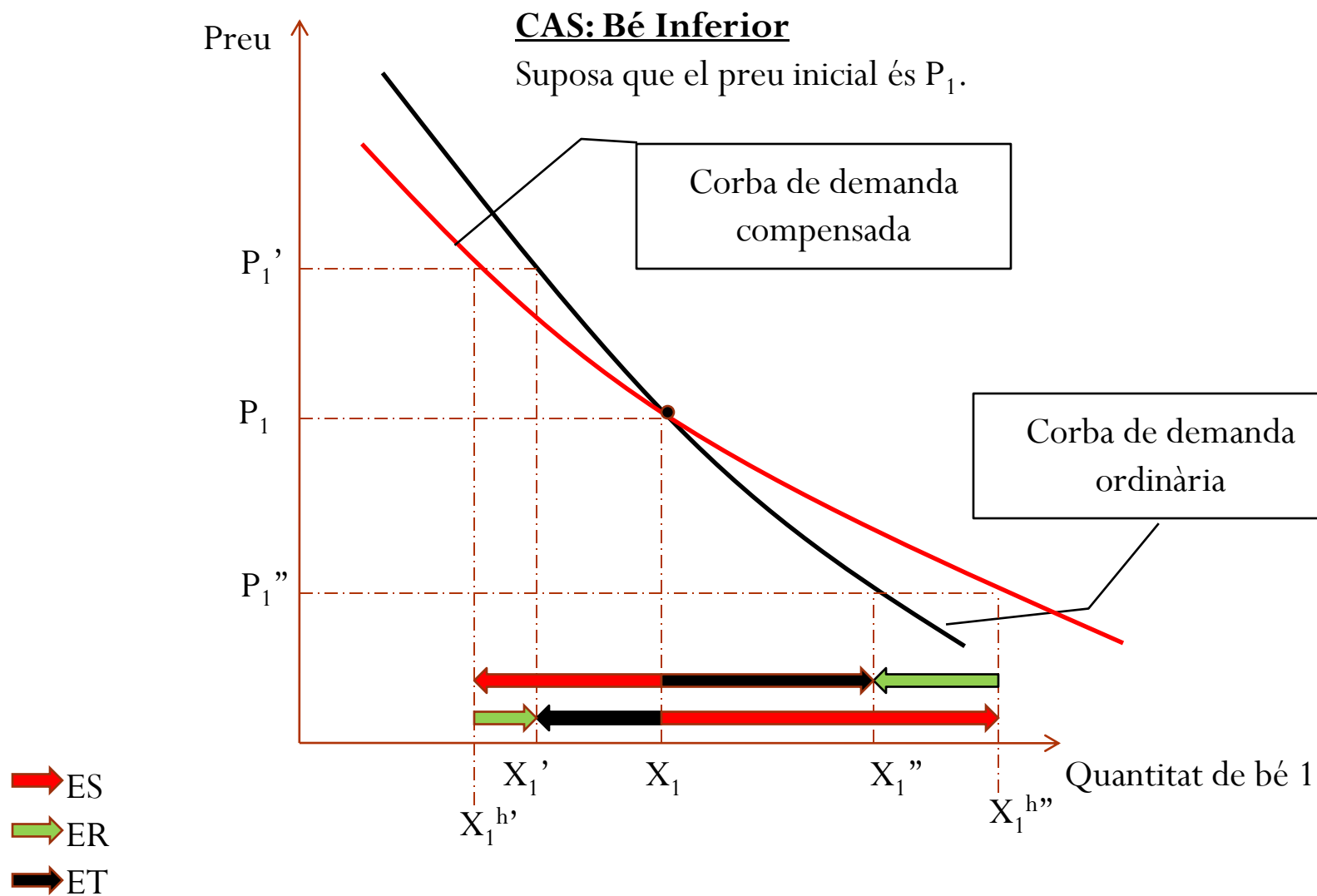
CAS: Bé Normal

Suposa que el preu inicial és P_1 .



-  ES
-  ER
-  ET

Comparació corbes de demanda



Observacions

- $ET=ES+ER$

P		ES	ER	Efecte total
Bé Ordinari	Bé Normal	X	X	X
	Bé Inferior	X	X	X
Bé Giffen	Bé Inferior	X	X	X

Un bé Normal no pot ser mai Giffen.

Un bé Inferior és Giffen si l'ER és superior a l'ES.

L'Equació d'Slutsky

Anàlisi matemàtic de l'efecte d'un canvi en el preu del bé.

Com trobar l'Equació d'Slutsky

A partir de la relació entre demandes:

$$x_1^h(p_1, p_2, \bar{u}) \equiv x_1(p_1, p_2, E(p_1, p_2, \bar{u}))$$

Derivem respecte el preu del bé 1:

$$\frac{\partial x_1^h}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1}{\partial p_1} + \frac{\partial x_1}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial p_1}$$

Re-ordenem:

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^h}{\partial p_1} - \underbrace{\frac{\partial x_1}{\partial E} \frac{\partial E}{\partial p_1}}_{ER}$$

ET *ES*

Substituïm $\frac{\partial E}{\partial p_1} = x_1$ (lema de Shepard),

i obtenim l'equació d'Slutsky:

$$\boxed{\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^h}{\partial p_1} - \underbrace{x_1 \frac{\partial x_1}{\partial m}}_{ER}}$$

ET *ES*

Observacions

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^h}{\partial p_1} - \underbrace{x_1 \frac{\partial x_1}{\partial m}}_{ER}$$

ET *ES* *ER*

		ES	ER	Efecte total
Bé Ordinari	Bé Normal	-	-	-
	Bé Inferior	-	+	-
Bé Giffen	Bé Inferior	-	+	+

Noteu que tots els béns Giffen són inferiors, però no tots els béns inferiors són Giffen.

Exemple numèric

- Suposem que en Pepet té la següent funció de demanda de llet:

$$x_1 = 10 + \frac{m}{10p_1}.$$

- La seva renda inicial és de 12000 euros i el preu de la llet és de 100 euros el litre. Per tant, la seva demanda de llet és de $10 + 12000 / (10 \times 100) = 22$ litres.
- Suposem ara que el preu baixa a 80 euros el litre. La demanda corresponen a aquest nou preu serà de $10 + 12000 / (10 \times 80) = 25$ litres.
- La variació de la demanda provocada pel canvi en el preu de la llet és de 3 litres. Això és l'efecte total del canvi en el preu.

Mètode d'Slutsky

- EFFECTE SUBSTITUCIÓ:

Primer hem de trobar quina renda fa que en Pepet tingui el mateix poder adquisitiu abans i després del canvi de preus.

Amb la disminució del preu de la llet, en Pepet deixa de pagar $(100-80) \times 22 = 440$ euros. Hem de restar aquesta quantitat a la seva renda per mantenir constant el seu poder adquisitiu.

$$m^i = 12000 - (100 - 80) * 22 = 11560.$$

Si en Pepet tingués 11.560 euros i el preu de la llet fos 80 compraria $10 + 11560 / (10 \times 80) = 24,45$ litres.

L'efecte substitució és $ES = 24,45 - 22 = 2,45$ litres.

Mètode d'Slutsky (continuació)

- EFFECTE RENDA:

L'efecte renda és la diferència del que compra en Pepet amb els nous preus i la seva renda amb el que compraria si tingués la renda calculada abans i els preus nous.

$$ER = x_1(80, 12000) - x_1(80, 11560) = 25 - 24,45 = 0,55 \text{ litres.}$$

- Amb el canvi de preu, en Pepet comprarà un total de 3 litres més de llet. Una part (2,45 litres) els compra perquè ha baixat el cost d'oportunitat de la llet. La resta (0,55 litres) els compra perquè ha augmentat el seu poder adquisitiu.

Pregunta:

Sabries dir quin tipus de bé és la llet per a en Pepet?

Aplicació

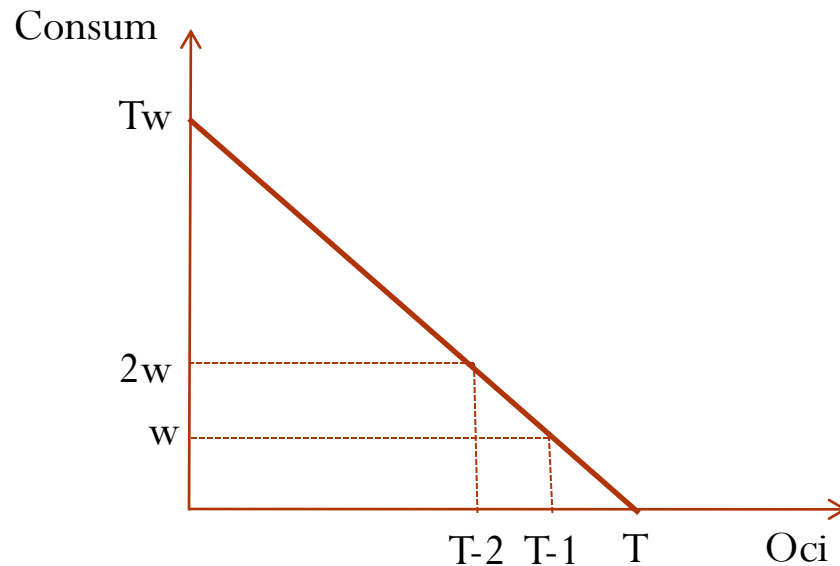
L'oferta individual de treball

Per a què serveix entendre l'ES i l'ER?

- Imagina't que tens una feina de cambrer on cobres 20 euros la hora. El manager del bar et diu que a partir de demà et pagaran el doble. Voldràs treballar més o menys hores que abans?
- Si no t'agrada la idea de fer de cambrer, imagina't que treballes en un banc internacional on cobres 60 euros la hora. El cap de departament et diu que degut a la crisi financera a partir de demà cobraràs 40 euros la hora. Voldràs treballar més o menys hores que abans?
- Què hi tenen a veure l'ES i l'ER en si vull treballar més o menys hores?

L'oferta individual de treball

Suposem que en Pepet disposa de T hores que pot dedicar a treballar o a l'oci. Treballar no li agrada, però li proporciona un salari de w euros per hora treballada. Amb aquests diners pot comprar béns de consum, que tenen un preu igual a 1.



La restricció pressupostària és:

$$c = w(T - n)$$

on c = consum, n =hores d'oci

i $(T-n)$ =hores treballades.

- Podem reescriure la recta pressupostària de la següent manera:

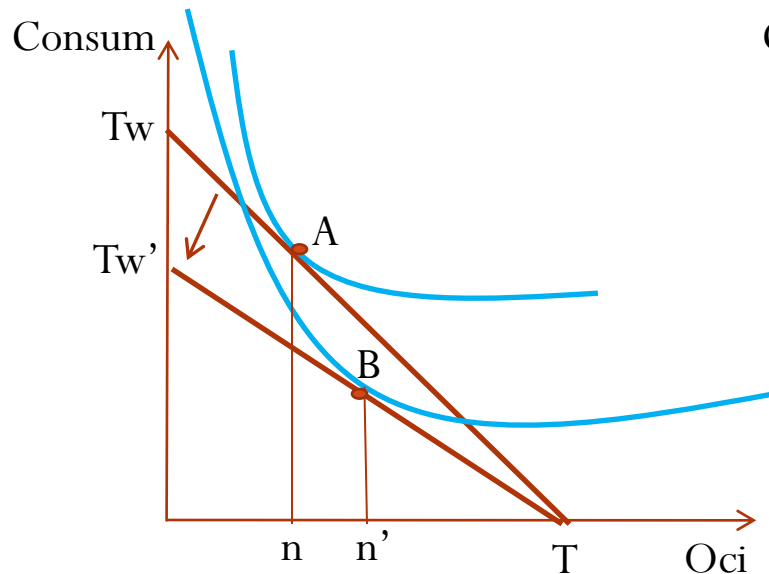
$$c + wn = wT$$

$$x_2 \quad p_1 x_1 \quad m$$

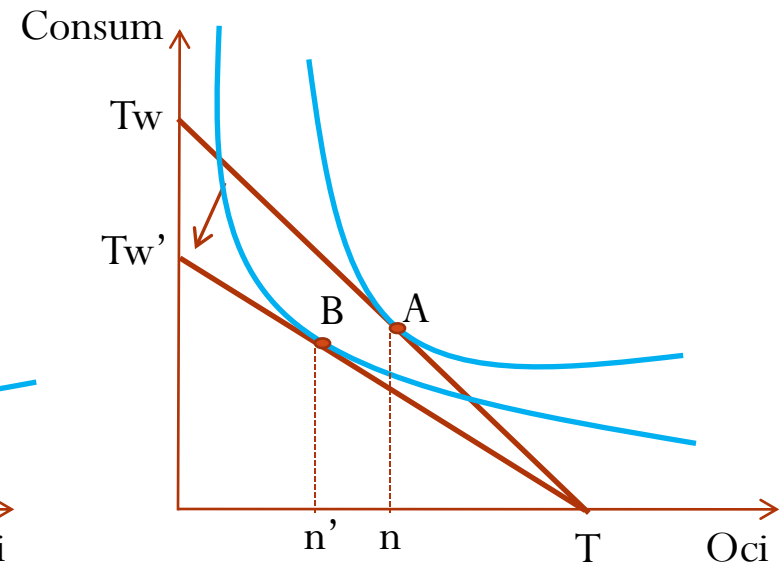
- Podem interpretar-la de la següent manera: tenim una renda $m = wT$ i comprem dos béns: consum i oci. El preu del consum és 1 i el preu de l'oci és w .
- Quina és la diferència principal amb la recta pressupostària que ja coneixem?
- Doncs, ara ja podem veure com un canvi en el preu de l'oci, és a dir, en el salari, afecta la nostra decisió de quantes hores treballar.

Disminució del salari (w)

- La recta pressupostària es desplaça com indica el gràfic.
- Ens podem trobar dues respostes diferents al canvi en w :



Augment de l'oci, és a dir,
disminució de les hores treballades.



Disminució de l'oci, és a dir,
augment de les hores treballades.

Per què?

- Una disminució del salari correspon a una reducció al preu de l'oci. Per tant l'efecte substitució farà que volem consumir més oci.
- Per altra banda, com que el salari també afecta a la nostra renda, ara som més pobres. Això fa que si l'oci és un bé normal volem consumir menys oci.
- Segons quin efecte és més gran, l'efecte total d'una disminució del salari serà un augment o una disminució de l'oci, i el que això implica en les hores treballades.
- En els gràfics anteriors, quin té un ES més gran que l'ER?