

A.2. Aplicació didàctica pel professor de Batxillerat.

A.2.2. Fitxa del professor

Triangle de Sierpiński



Exercici 1:

a) Digues quin és el seu iniciador, generador i la regla generadora?

b) Calcula la seva dimensió Hausdorff i digues si compleix $D_H > D_T$?

Solució de l'exercici 1:

a) Tenim com:

- Iniciador: Triangle equilàter.
- Generador: Eliminar el triangle equilàter interior.
- Regla generadora: Prenem els punts mitjos de cada costat en el triangle inicial i construïm un altre triangle equilàter.

b) Pel que fa al càlcul de les dimensions, tenim que:

- La dimensió topològica és: $D_T = 1$.
- La dimensió de Hausdorff serà: si observem la figura al límit, s'observen 3 còpies d'ella mateixa amb un factor d'ampliació 2, tenim que, la seva dimensió de Hausdorff és:

$$D_H = \frac{\ln 3}{\ln 2} = 1,58496250...$$

- En aquesta cas $1,58496250 > 1$ i es compleix $D_H > D_T$

Catifa de Sierpińsk



Exercici 2:

a) Digues quin és el seu iniciador, generador i la regla generadora?

b) Calcula la seva dimensió Hausdorff i digues si compleix $D_H > D_T$?

Solució de l'exercici 2:

a) Tenim com:

- Iniciador: Quadrat.
- Generador: Eliminar el quadrat interior
- Regla generadora: Dividim cada costat del quadrat en tres parts de la mateixa longitud, de manera que obtenim un quadrat dividit en 9 quadrats idèntics, tots ells a l'interior del quadrat inicial.

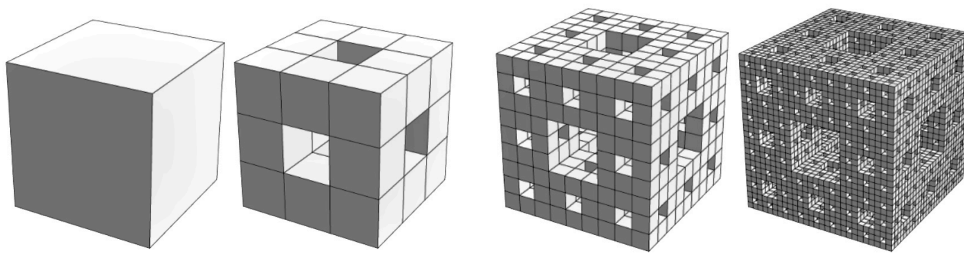
b) Pel que fa al càlcul de les dimensions, tenim que:

- La dimensió topològica és: $D_T = 1$.
- La dimensió de Hausdorff serà: si observem la figura al limit, s'observen 8 còpies d'ella mateixa amb un factor d'ampliació 3, tenim que, la seva dimensió de Hausdorff és:

$$D_H = \frac{\ln 8}{\ln 3} = 1,89278926....$$

- En aquesta cas $1,89278926 > 1$ i es compleix $D_H > D_T$

Esponja de Menger



Exercici 3:

a) Digueu quin és el seu iniciador, generador i la regla generadora?

b) Calcula la seva dimensió Hausdorff i digueu si compleix $D_H > D_T$?

Solució de l'exercici 3:

a) Tenim com:

- Iniciador: Cub.
- Generador: Eliminar el cub interior
- Regla generadora: Dividim cada cara del cub en tres parts de la mateixa longitud, de manera que ens queda el cub dividit en 27 cubs idèntics.

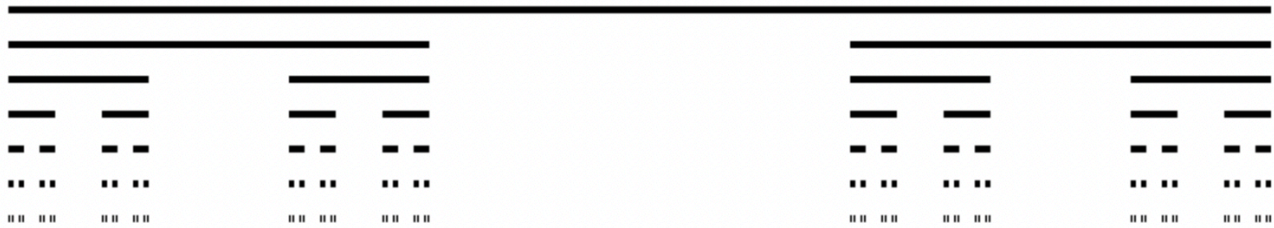
b) Pel que fa al càlcul de les dimensions, tenim que:

- La dimensió topològica és: $D_T = 2$.
- La dimensió de Hausdorff serà: si observem la figura al limit, s'observen 20 còpies d'ell mateixa amb un factor d'ampliació 3, tenim que, la seva dimensió de Hausdorff és:

$$D_H = \frac{\ln 20}{\ln 3} = 2,72683302....$$

- En aquesta cas $2,72683302 > 2$ i es compleix $D_H > D_T$

Conjunt de Cantor



Exercici 4:

- Digues quin és el seu iniciador, generador i la regla generadora?
- Calcula la seva dimensió Hausdorff i digues si compleix $D_H > D_T$?

Solució de l'exercici 4:

a) Tenim com:

- Iniciador: Segment.
- Generador: Eliminar el segment central.
- Regla generadora: Dividim el segment en tres parts iguals.

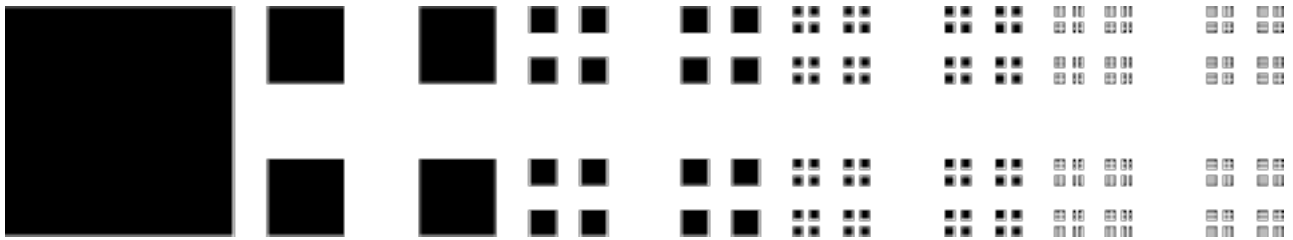
b) Pel que fa al càlcul de les dimensions, tenim que:

- La dimensió topològica és: $D_T = 0$.
- La dimensió de Hausdorff serà: si observem la figura al limit, s'observen 2 còpies d'ell mateixa amb un factor d'ampliació 3, tenim que, la seva dimensió de Hausdorff és:

$$D_H = \frac{\ln 2}{\ln 3} = 0,63092975....$$

- En aquesta cas $0,63092975 > 0$ i es compleix $D_H > D_T$

Pols de Cantor bidimensional



Exercici 5:

a) Digues quin és el seu iniciador, generador i la regla generadora?

b) Calcula la seva dimensió Hausdorff i digues si compleix $D_H > D_T$?

Solució de l'exercici 5:

a) Tenim com:

- Iniciador: Quadrat.
- Generador: Mantenim els quadrats dels extrems.
- Regla generadora: Dividim cada costat del quadrat en tres parts de la mateixa longitud, de manera que obtenim un quadrat dividit en 9 quadrats idèntics, tots ells a l'interior del quadrat inicial.

b) Pel que fa al càlcul de les dimensions, tenim que:

- La dimensió topològica és: $D_T = 1$.
- La dimensió de Hausdorff serà: si observem la figura al limit, s'observen 4 còpies d'ell mateixa amb un factor d'ampliació 3, tenim que, la seva dimensió de Hausdorff és:

$$D_H = \frac{\ln 4}{\ln 3} = 1,26185950\dots$$

- En aquesta cas $1,26185950 > 1$ i es compleix $D_H > D_T$