

TEMA 3
CONTRASTOS D'HIPÒTESIS PARAMÈTRIQVES
EXERCICIS RECOMANATS
ESTADÍSTICA ECONÒMICA I EMPRESARIAL II
GRAU EN ECONOMIA

3.1. El director d'una empresa sap que el volum de les comissions dels seus venedors es pot modelitzar amb una distribució normal amb valor esperat de 580 unitats monetàries i desviació estàndard igual a 80. Per diverses raons, el director de l'empresa creu que s'ha produït un increment de les comissions, de forma que el seu import mitjà ha augmentat fins a 600 unitats monetàries, mantenint-se la desviació estàndard i la normalitat de la població. Per analitzar la validesa d'aquesta creença, el director de l'empresa selecciona una mostra de 100 venedors. Quin serà el nivell de significació del contrast si el criteri de decisió és rebutjar la hipòtesi nul·la $H_0:\mu=580$ davant la $H_1:\mu=600$ quan \bar{X} sigui superior a 590 unitats monetàries? Quina és la potència del contrast?

3.2. A partir de l'enunciat del primer exercici, amb la finalitat de reduir el nivell de significació s'estableix el criteri de decisió de la següent manera: "es rebutja H_0 si la mitjana de la mostra és superior a 595". Determinar el nou nivell de significació i la potència del contrast.

3.3. A partir de l'enunciat del primer exercici, comprovar com varien el nivell de significació i la potència del contrast si s'estableix la grandària de la mostra en 144 elements.

~~3.4. Sigui X una variable amb la següent funció de densitat: $f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}$ $x > 0$ $\theta > 0$~~

~~Trobar la millor regió crítica per al contrast de $H_0:\theta=2$ front $H_1:\theta=3$ a partir d'una mostra de tamany $n=1$. Calcular també la potència del contrast.~~

3.5. Suposi que s'ha obtingut una mostra aleatòria simple de tamany n d'una població normal $N(\mu, 25)$. Trobar la regió crítica òptima per al contrast de la hipòtesi $H_0:\mu=10$ front a l'alternativa $H_1:\mu=15$.

3.6. Trobar la regió crítica òptima per al contrast de la hipòtesi $H_0:\lambda=1$ front a l'alternativa $H_1:\lambda=2$ en una distribució de Poisson.

3.7. Se sap que una grip es cura sense cap tractament en 8.3 dies de mitjana. Un laboratori farmacèutic ha preparat un nou específic que es creu que serà eficaç per al tractament de la grip. S'agafa una mostra de 7 pacients i se'ls administra el producte. Els símptomes tarden a desaparèixer 8.1 dies de mitjana, amb una desviació estàndard de 1.04 dies. Amb un nivell de significació 0.01, i en el cas que la variable temps de curació es distribueixi normalment, quina és la conclusió de l'estudi?

3.8. Amb la finalitat de determinar si la velocitat que s'assoleix circulant per Barcelona és independent de l'hora en què es realitza el trajecte, s'ha efectuat un seguiment d'una mostra de cotxes en dues franges horàries diferents i s'han obtingut els resultats següents, relatius als quilòmetres que havien recorregut durant 30 minuts:

$$n_1 = 15 \quad \sum X = 570 \quad \sum X^2 = 21896 \quad n_2 = 12 \quad \sum X = 240 \quad \sum X^2 = 5018$$

Contrastar la hipòtesi que la velocitat que es pot assolir és independent de l'hora de circulació, assumint subpoblacions normals amb la mateixa variància i mostres independents

3.9. Per tal d'establir si les cotitzacions de dos tipus de títols de renda fixa (A i B) presenten la mateixa dispersió, s'obtenen dues mostres aleatòries i independents de 17 dies de cotització cadascuna. Les cotitzacions al tancament d'A van presentar una variància de 125.25 i les de B una variància de 638.5. Si les poblacions són normals, es pot concloure que ambdós títols presenten la mateixa estabilitat en la seva cotització al 10% de significació?

3.10. Una empresa de productes de neteja es planteja la conveniència del canvi dels actuals envasos de plàstic per uns nous de cartró reciclat. El canvi no es farà tret que més del 60% dels seus clients ho prefereixi. Els resultats d'una enquesta efectuada a 200 clients indiquen que 140 estan a favor del canvi. Verificar amb una significació de l'1% que el canvi s'efectuarà a partir de l'evidència que proporciona la mostra.

3.11. Es desitja comprovar si hi ha diferència entre els assalariats i els empresaris pel que fa a una determinada mesura econòmica. D'una mostra de 200 empresaris, 118 van manifestar que estaven d'acord amb la mesura, i d'una mostra de 250 assalariats hi van estar d'acord 138. La diferència entre les proporcions mostrals és suficient per afirmar que la proporció d'empresaris favorables a la mesura és més gran que la proporció d'assalariats favorables? (Considerar $\alpha=0.01$).

3.12. El propietari d'un restaurant creu que la quantitat de diner que de mitjana gasta cada client en un sopar és de 45 €. Suposi que el propietari del restaurant sap que la desviació típica de la despesa individual és de 10 €. Per contrastar aquesta hipòtesi selecciona les factures de 100 sopars a l'atzar obtenint una mitjana de 40 € per persona. Contrastar la hipòtesi que la despesa mitjana és efectivament de 45 €. (Nivell de significació $\alpha=0.05$).

3.13. Una organització de consumidors manté que la publicitat relativa a la classificació de les marques de tabac en normal, mitjana o baixa, depenent de la seva quantitat de nicotina, és enganyosa, ja que el contingut mitjà de nicotina de les cigarretes és semblant a totes les marques. L'anàlisi del contingut de nicotina en mg. de 24 marques proporciona els resultats següents:

	Baixa	Mitjana	Normal
	0.13	0.82	1.01
	0.40	0.86	1.01
	0.42	0.91	1.02
	0.57	0.95	1.02
	0.61	0.97	1.04
	0.67		1.06
	0.69		1.08
	0.74		1.13
	0.76		1.26
	0.78		
Mitjana	0.577	0.902	1.070
Variància	0.04218	0.00387	0.00662

A partir d'aquesta informació, contrastar el supòsit de l'organització de consumidors.

3.14. S'ha extret una mostra de 64 observacions d'una població normal amb esperança desconeguda i variància igual a 1600; i també una mostra de 144 observacions d'una segona població normal, amb esperança desconeguda i variància 2304. La mitjana de la primera mostra ha estat de 247.42 i la de la segona de 258.22. Es vol contrastar amb aquesta informació mostral la hipòtesi nul·la d'igualtat d'esperances matemàtiques en poblacions normals. (Nivell de significació $\alpha=0.05$).

3.15. Per contrastar la igualtat de salaris entre homes i dones amb el mateix lloc de treball, s'agafa una mostra de 60 dones obtenint una salari mitjà de 1,040 unitats monetàries per hora amb $\sum x_i^2 = 80$, i també una mostra de 120 homes, obtenint un salari mitjà de 1,250 unitats monetàries per hora amb $\sum x_i^2 = 200$. Efectuar el contrast amb un nivell de confiança de 95%.

3.16. Una entitat de crèdit vol conèixer si el percentatge de crèdits fallits és el mateix en els crèdits hipotecaris que en els crèdits per al consum. Per fer-ho, selecciona aleatòriament 100 crèdits al consum, entre els que en troba 8 de fallits, mentre que en troba 3 de fallits en una mostra de 60 crèdits concedits per a la compra d'una vivenda. Efectuar el contrast amb un nivell de confiança del 95%.

3.17. Siguin p_1 i p_2 les proporcions d'estudiants de cada sexe que estan a favor que es permeti fumar en els exàmens escrits. Si 27 d'una mostra de 90 dones, i 51 d'una mostra de 98 homes són favorables a aquesta proposta, contrasti la igualtat de les proporcions amb un nivell de confiança del 90%.

3.18. Una empresa fabrica aparells elèctrics, la durada dels quals es pot considerar una variable aleatòria normalment distribuïda amb mitjana 600 hores i variància 4000 hores². Amb l'objectiu de millorar la qualitat dels productes, es procedeix a la renovació d'una part del sistema productiu, amb l'esperança d'aconseguir una vida mitjana dels productes superior a l'antiga. De la producció obtinguda amb el nou sistema de producció s'extreu una mostra de 10 productes i es comprova que la seva durada expressada en hores és:

$$580, 590, 620, 530, 700, 650, 610, 630, 590, 670$$

A partir d'aquests resultats, es desitja saber amb un nivell de confiança del 95% si realment ha millorat la durada mitjana dels productes sota els següents supòsits:

a. *La modificació de les instal·lacions afecta únicament a la vida mitjana i no a la forma de la distribució.*

b. *La forma de la distribució (pel que fa a la seva dispersió) pot veure's afectada.*

3.19. Les vendes setmanals d'una empresa poden considerar-se una variable aleatòria (X) amb distribució normal de paràmetres μ i σ^2 . Amb la finalitat d'augmentar les vendes mitjanes, el propietari de l'empresa decideix incrementar les despeses destinades a la promoció, política que serà mantinguda sempre que les vendes mitjanes setmanals siguin superiors a 5000 unitats. Amb la finalitat d'estudiar l'eficàcia d'aquesta política, se seleccionen aleatòriament 15 establiments on es venen els productes de l'empresa obtenint, una setmana després d'implantar la nova campanya publicitària, unes vendes mitjanes de 5200 unitats amb una desviació estàndard de 372.3. A partir d'aquests resultats, s'ha de mantenir la política de promoció?

3.20. Se suposa que la despesa familiar en un determinat bé de consum és una variable aleatòria amb distribució normal amb mitjana μ i variància σ^2 . En un estudi sociològic es desitja saber si el nivell de la despesa familiar és el mateix per a les famílies de les zones urbanes i per les de les zones rurals. Amb aquest objectiu s'agafen dues mostres de 210 i 240 famílies de les

zones urbanes i rurals, respectivament, obtenint per a la zona urbana un consum mitjà de 60 productes i una desviació estàndard de 21.2, mentre que a les zones rurals el consum mitjà es de 52 i la desviació estàndard de 18.3. Permeten aquests resultats descartar la hipòtesi que la despesa familiar mitjana és igual en ambdues zones? (Suposi que les variàncies poblacionals de les dues zones són iguals).

3.21. En l'exerici anterior, contrastar el supòsit que s'ha efectuat relatiu a la igualtat de les variàncies poblacionals?

3.22. El director d'una empresa ha calculat que les vendes dels seus productes han suposat els darrers anys un 20% del mercat. Amb l'objectiu d'incrementar la quota de participació en el mercat decideix efectuar una campanya publicitària. Per veure si aquesta campanya és efectiva, efectua un cop iniciada la campanya una enquesta a 1200 potencials consumidors del seu producte, dels quals 260 afirmen haver comprat algun dels productes anunciats. S'ha vist modificada la quota de participació en el mercat de l'empresa?

3.23. Un analista creu que un partit polític obtindrà el mateix percentatge de vots en les ciutats A i B. Per verificar aquesta hipòtesi, encarrega una enquesta a les dues ciutats per saber quin percentatge dels votants s'inclinarà en les eleccions pel seu partit polític. En la ciutat A dels 950 enquesats 425 declaren que votaran al partit, mentre que a la ciutat B ho faran 365 de les 850 persones enquestades. Quina conclusió s'extreu de les enquestes efectuades? (Nivell de significació $\alpha=0.05$).

3.24. La cotització de les accions d'una companyia durant un any determinat s'ha observat que es distribueix normalment amb desviació estàndard igual a 115 €. Se selecciona una mostra aleatòria de la cotització assolida en 100 dies, obtenint un valor mitjà de 2650 €, i es desitja contrastar la hipòtesi que $\mu=2700$ € amb un nivell de significació $\alpha=0.05$.

3.25. El pes d'un producte és una variable aleatòria distribuïda normalment. Les normes exigeixen que el pes del producte sigui igual a 150 grams. Amb la finalitat de determinar si una partida de productes presenta diferències significatives respecte a aquest valor, s'agafa una mostra aleatòria de 15 productes i s'obté un pes mitjà de 151.234 grams i una desviació estàndard de 4.072 grams. Contrastar la hipòtesi a un nivell de significació del 10%.