

## Grado en Estadística

---

**Título:** Metodología ARIMAX aplicada al análisis de la evolución de datos de suicidios en España.

**Autora:** Raquel Ortiz Martín

**Directora:** Lesly María Acosta Argueta

**Departamento:** Departamento de Estadística e Investigación Operativa

**Convocatoria:** Junio 2022



## **AGRADECIMIENTOS**

Agradecer a Lesly todo su tiempo y conocimientos, por ayudarme e instruirme cuando no sabía como seguir, por aportar ideas y hacer este trabajo posible.

A mi familia; por su paciencia, apoyo y su ayuda desinteresada en todo momento.

A Mérida, mi fiel compañera de cuatro patas, por hacerme compañía en todas las horas dedicadas al trabajo.

A mis amigas y compañeras de universidad Sara y Marina, por guiarme en el camino, aprender juntas y, en definitiva, hacer de mi etapa universitaria un lugar más comfortable.

¡Gracias!

## RESUMEN

En la actualidad, la temática de la salud mental está adquiriendo mayor relevancia, pero aún se tienen pocos registros y estudios al respecto. A través del presente trabajo, que analiza estadísticamente la dinámica natural del número de suicidios en España, se quiere contribuir a dar un enfoque científico a la temática y también a que la ideación suicida tenga la importancia y visibilidad que merece.

El objetivo estadístico de este estudio es analizar, con fines predictivos, la evolución de los datos de suicidios mensuales en España a lo largo del tiempo entre 1990 y 2019.

Para el análisis estadístico, se han obtenido registros de suicidios del Instituto Nacional de Estadística (INE) y se ha recurrido al análisis de series temporales. Concretamente, se ha aplicado la metodología ARIMA (*autoregressive integrated moving average*) clásica de Box-Jenkins y su extensión conocida como ARIMAX.

El procedimiento de construcción de un modelo ARIMAX, ha permitido seleccionar al final un modelo con buena calidad de ajuste y capacidad predictiva. Además, los resultados obtenidos permiten predecir con cierta confianza el comportamiento que podría seguir el número de personas que deciden quitarse la vida si no se implantan medidas de prevención efectivas.

**Palabras clave:** suicidio, serie temporal, metodología ARIMA, metodología ARIMAX, modelo predictivo.

# RESUM

En l'actualitat, la temàtica de la salut mental està adquirint major rellevància, però encara es tenen pocs registres i estudis sobre aquest tema. A través del present treball, que analitza estadísticament la dinàmica natural del nombre de suïcidis a Espanya, es vol contribuir a donar un enfocament científic a la temàtica i també al fet que la ideació suïcida tingui la importància i visibilitat que mereix.

L'objectiu estadístic d'aquest estudi és analitzar, amb finalitats predictives, l'evolució de les dades de suïcidis mensuals a Espanya al llarg del temps entre 1990 i 2019.

Per a l'anàlisi estadística, s'han obtingut registres de suïcidis de l'Institut Nacional d'Estadística (INE) i s'ha recorregut a l'anàlisi de sèries temporals. Concretament, s'ha aplicat la metodologia ARIMA (*autoregressive integrated moving average*) clàssica de Box-Jenkins i la seva extensió coneguda com a ARIMAX.

El procediment de construcció d'un model ARIMAX, ha permès seleccionar al final un model amb bona qualitat d'ajust i capacitat predictiva. A més, els resultats assolits permeten predir amb una certa confiança el comportament que podria seguir el nombre de persones que decideixen llevar-se la vida si no s'implanten mesures de prevenció efectives.

**Paraules clau:** suïcidi, sèrie temporal, metodologia ARIMA, metodologia ARIMAX, model predictiu.

## **ABSTRACT**

Currently, the issue of mental health is becoming more relevant, but there are still few records and studies. Through this work, which analyses statistically the natural dynamics of the number of suicides in Spain, we want to contribute to give a scientific approach to the subject and to make suicidal ideation have the importance and visibility it deserves.

The statistical objective of this study is to analyse, for predictive purposes, the evolution of monthly suicide data in Spain overtime between 1990 and 2019.

For statistical analysis, suicide registries have been obtained from the National Statistical Institute (INE) and time series analysis has been used. Specifically, the classic Box-Jenkins ARIMA (autoregressive integrated moving average) methodology and its extension known as ARIMAX has been applied.

The construction procedure of an ARIMAX model, has allowed to select at the end a model with good quality of fit and predictive capacity. In addition, the results obtained allow predicting with some confidence the behaviour that could follow the number of people who decide to take their lives if effective prevention measures are not implemented.

**Keywords:** suicide, time series, ARIMA methodology, ARIMAX methodology, predictive model.

# **CLASIFICACIÓN AMS**

37M10 Time series analysis

62M10 Time series, auto-correlation, regression, etc.

62M20 Prediction

91D10 Models of societies, social and urban evolution

# ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1 JUSTIFICACIÓN DEL TEMA .....	1
1.2 OBJETIVOS Y ESTRUCTURA DEL TRABAJO .....	2
2. EL SUICIDIO: ANTECEDENTES .....	4
3. METODOLOGÍA ARIMAX.....	8
3.1 INTRODUCCIÓN .....	8
3.2 CONCEPTOS BÁSICOS.....	8
3.3 MODELOS ESTADÍSTICOS ARIMA .....	10
3.4 ETAPAS DE CONSTRUCCIÓN DEL MODELO SARIMA.....	15
3.5 METODOLOGÍA ARIMAX.....	20
4. RESULTADOS: ARIMA CLÁSICO .....	24
4.1 ANÁLISIS DESCRIPTIVO.....	24
4.2 MODELIZACIÓN VÍA ARIMA .....	25
5. RESULTADOS: EXTENSIÓN ARIMAX.....	55
5.1 EFECTOS CALENDARIOS.....	55
5.2 ANÁLISIS DE INTERVENCIÓN .....	56
5.3 VALORES ATÍPICOS.....	57
5.4 SELECCIÓN DEL MODELO FINAL .....	66
5.5 PREDICCIÓN A LARGO PLAZO .....	67
6. CONCLUSIONES, LINEAS FUTURAS Y LIMITACIONES .....	70
BIBLIOGRAFÍA .....	73
ANEXOS .....	78
A. GRÁFICOS COMPLEMENTARIOS .....	78
B. TABLAS COMPLEMENTARIAS.....	89
C. CÓDIGO EN LENGUAJE R .....	92

# ÍNDICE DE FIGURAS

2.1 Tasas de suicidio estandarizadas en Europa.....	5
2.2 Medidas para ayudar a una persona con dolor emocional.....	6
4.1 Suicidios registrados en España entre los años 1990 y 2019.....	24
4.2 Gráfico de medias-varianzas por cada mes (izquierda) y <i>boxplot</i> por períodos anuales (derecha).....	26
4.3 Monthplot de la serie .....	27
4.4 Serie de suicidios en escala logarítmica y con diferenciación estacional, $d_{12}$ Inserie (superior). Serie de suicidios en escala logarítmica, con diferenciación estacional y regular, $d_{1d_{12}}$ Inserie (inferior) .....	28
4.5 ACF/PACF de la serie estacionaria, $d_{1d_{12}}$ Inserie .....	29
4.6 Gráficos para la validación de normalidad del modelo 1 .....	36
4.7 Gráficos para la validación de homocedasticidad del modelo 1 .....	37
4.8 Gráficos para la validación de autocorrección del modelo 1 .....	37
4.9 (P)ACF para la validación del modelo 1.....	38
4.10 Gráficos para la validación de normalidad del modelo 3 .....	38
4.11 Gráficos para la validación de homocedasticidad del modelo 3.....	39
4.12 Gráficos para la validación de autocorrección del modelo 3 .....	40
4.13 (P)ACF para la validación del modelo 3.....	40
4.14 Gráficos para la validación de normalidad del modelo 7 .....	41
4.15 Gráficos para la validación de homocedasticidad del modelo 7 .....	42
4.16 Gráficos para la validación de autocorrección del modelo 7 .....	43
4.17 (P)ACF para la validación del modelo 7.....	43
4.18 Gráficos para la validación de normalidad del modelo 9 .....	44
4.19 Gráficos para la validación de homocedasticidad del modelo 9.....	44
4.20 Gráficos para la validación de autocorrección del modelo 9 .....	45
4.21 (P)ACF para la validación del modelo 9.....	46

4.22 Salida de R para el estudio de estabilidad del modelo 1 .....	48
4.23 Salida de R para el estudio de estabilidad del modelo 3.....	48
4.24 Salida de R para el estudio de estabilidad del modelo 7 .....	48
4.25 Salida de R para el estudio de estabilidad del modelo 9.....	49
4.26 Capacidad predictiva del modelo 1 .....	50
4.27 Capacidad predictiva del modelo 3.....	50
4.28 Capacidad predictiva del modelo 7 .....	51
4.29 Capacidad predictiva del modelo 9.....	51
4.30 Predicción a largo plazo de todos los modelos .....	53
5.1 Listado de atípicos detectados (izquierda) y perfil de atípicos (derecha) obtenidos con el modelo 1 .....	58
5.2 Listado de atípicos detectados (izquierda) y perfil de atípicos (derecha) obtenidos con el modelo 3 .....	58
5.3 Listado de atípicos detectados (izquierda) y perfil de atípicos (derecha) obtenidos con el modelo 7 .....	59
5.4 Listado de atípicos detectados (izquierda) y perfil de atípicos (derecha) obtenidos con el modelo 9 .....	59
5.5 Predicción out-of-sample más IC 95% del modelo 1 con tratamiento de atípicos .....	62
5.6 Predicción out-of-sample más IC 95% del modelo 3 con tratamiento de atípicos .....	63
5.7 Predicción out-of-sample más IC 95% del modelo 9 con tratamiento de atípicos .....	63
5.8 Predicción a largo plazo con los tres modelos y tratamiento de atípicos.....	64
5.9 Predicción a largo plazo con modelo final (modelo 1).....	67

# ÍNDICE DE TABLAS

3.1 Expresión de $AR(\infty)$ , $MA(\infty)$ mediante pesos $\pi$ y $\psi$ .....	13
3.2 Tipos de atípicos estudiados .....	22
4.1 Varianza de la serie.....	28
4.2 Posibles modelos estacionarios propuestos en su forma compacta .....	30
4.3 Tabla resumen de los modelos estimados.....	35
4.4 Resumen de los resultados de validación de los cuatro modelos preseleccionados.....	46
4.5 Resumen de resultados de capacidad predictiva para los cuatro modelos preseleccionados .....	52
5.1 Estudio de significancia de la variable de intervención ‘Día mundial de la prevención del suicidio’ con 4 modelos. Valores AIC/BIC sin y con variable AI. ....	56
5.2 Selección del modelo 1 .....	65
5.3 Selección del modelo 3 .....	65
5.4 Selección del modelo 9 .....	65
5.5 Criterios de selección del modelo final después de tratar atípicos.....	66
5.6 Valores de la predicción final a largo plazo estimada con el modelo 1.....	68
5.7 Valores de predicción para 2020 con modelos 1 y 3.....	69

# 1. INTRODUCCIÓN

Uno de los principales temas con mayor resueno a nivel mundial en estos últimos años ha sido el referente a la Covid-19, y es que esta enfermedad ha traído consigo problemas tanto a nivel socioeconómico como de salud física y mental. A pesar de todas las desgracias que ha aportado, en todo se encuentra un aspecto positivo y en este caso, se podría decir que ha servido para comenzar a darle un poco más de visibilidad e importancia al bienestar psicológico de la población.

En pleno siglo XXI y en un país desarrollado como España, el tema de la salud mental es un problema poco abordado, con escaso estudio y del que se tienen pocos registros. Así que, a modo de contribución personal, me gustaría ampliar el repertorio de estudios de este ámbito (ejemplo de uno de ellos en la siguiente referencia [1]) tratando de manera más científica la temática suicida.

## 1.1 JUSTIFICACIÓN DEL TEMA

Con el motivo de fin de carrera, tenía que realizar un trabajo donde se pusieran de manifiesto los contenidos aprendidos durante mi estancia en la universidad. Después de debatir internamente, me decidí a aplicar el contenido de la asignatura de Series Temporales. Esta decisión fue debida a que, mientras que me explicaban, tenía la sensación de que me estaban enseñando una herramienta muy práctica, la cual era aplicable a temas muy diversos y me iba a permitir seguir mi máxima de tratar un tema de actualidad. Después de barajar entre diversas opciones, me decidí a utilizarla en el ámbito de los suicidios.

En muchas ocasiones se cree que el suicidio solo afecta a gente sin recursos, pero en el presente se conoce que incluso es la primera causa de muerte no natural entre los adolescentes [2]. Recordando un caso actual mediático, a continuación, se incluye la emotiva carta que publicó en la red social *Instagram* la madre de Drayke Hardman, un menor de 12 años que se suicidó después de sufrir *Bullying* escolar durante más de un año.

*“This.... This is the result of bullying, my handsome boy was fighting a battle that not even I could save him. It is real, it is silent and there is nothing absolutely nothing as a parent you can do to take this deep hurt away [...]*

*He was 12.... 12 years old. How does a 12 year old who was so knowingly fiercely loved by everyone think that life is so hard he needs to take himself from it..* 

*This boy knew love, every single day of his life, he was our world, my world, his dads world, his sisters world... [...] I'm not sure how to navigate this life without you. I was suppose to spend the rest of my life with you, and instead you spent the rest of yours with me. My heart is shattered, I don't know how to fix it, or if I ever will, but I will spend every minute teaching kindness in the memory of my favorite dude.” [3]*

Con la intención de corroborar el hecho de que los suicidios es un tema de actual relevancia, se muestran una serie de titulares publicados en los tres primeros meses del año 2022 referentes a dicha temática:

#### Afectación del suicidio en los jóvenes:

- “La pandemia ha elevado de forma grave la cifra de intentos frustrados o consumados en la población de 15 a 29 años” [4].
- “Los jóvenes alicantinos piden atención: ‘Hay más suicidios en menores de 30 años que muertes por Covid’” [5].

#### Datos nacionales:

- “Aumentan un 9% los intentos de suicidio por consumo de lejía o derivados” [6].
- “El 35% de las personas que se suicidan no están en tratamiento o no lo siguen” [7].
- “Así funciona la aplicación que pretende evitar un 10% de los suicidios en España” [8].
- “Un agente se quita la vida cada 11 días: Marlaska reformará el protocolo anti-suicidios en Interior” [9]

#### Afectación a personas famosas:

- “Cheslie Krydt, miss Estados Unidos en 2019, se suicida arrojándose desde un rascacielos en Manhattan” [10].
- “La muerte de Verónica Forqué pone el foco en el suicidio, el gran tabú de la salud mental en España” [11].

## **1.2 OBJETIVOS Y ESTRUCTURA DEL TRABAJO**

A través del presente estudio se quiere contribuir a que el tema de la salud mental y, concretamente, el de la sintomatología de ideación suicida, tenga la importancia que merece y que entre todos y todas lleguemos al punto donde deje de ser un tema tabú y se proporcionen los recursos necesarios independientemente del estatus socioeconómico de las personas.

De manera más específica, el objetivo de este estudio es observar la tendencia que va a seguir el número de personas que deciden quitarse la vida si no se implantan medidas de prevención efectivas.

Como en todo estudio estadístico, hace falta la existencia de unos datos, por lo que, para asegurar una fuente fiable, se han extraído los valores mensuales del número de suicidios en España del Instituto Nacional de Estadística (INE) [12]. Cabe decir que, se han considerado los años desde el 1990 hasta la actualidad y no desde el 1980 como informa el INE, debido a que ya son suficientes años para generar la serie temporal, y contra más antigüedad presenten los datos, más probabilidad hay que no se hayan anotado todos los registros. También se ha decidido eliminar el año 2020 debido a que los modelos ARIMA son muy sensibles a rupturas bruscas de la serie temporal [13] y este año fue protagonizado por la pandemia de la enfermedad Covid-19.

Para modelizar el número de suicidios en España se hará de la llamada metodología ARIMAX, explicada luego, ya que permite observar el patrón de los datos y así encontrar un modelo estadístico capaz no solo de explicar el comportamiento de los mismos, sino también de realizar predicciones. Con dicho modelo estadístico, se hará una predicción de los suicidios para los años 2020, 2021 y 2022.

El Trabajo de Final de Grado se encuentra dividido en las siguientes secciones:

**El suicidio: antecedentes:** Contextualización sobre el tema elegido (Capítulo 2).

**Metodología:** Explicación teórica de la metodología ARIMA y de su extensión ARIMAX (Capítulo 3).

**Resultados:** Identificación, estimación, validación y selección de modelos para predicción (Capítulo 4). Posterior corrección de éstos mediante el estudio de efectos calendario, análisis de intervención y tratamiento de atípicos. (Capítulo 5).

**Conclusiones:** Principales resultados a los que se ha llegado después de haber realizado el estudio correspondiente (Capítulo 6).

## 2. EL SUICIDIO: ANTECEDENTES

Antes de comenzar con el trabajo en sí, me gustaría hacer una pequeña contextualización sobre el tema elegido.

Según la RAE, el suicidio se puede definir como *la acción o el efecto de quitarse voluntariamente la vida* [14], aunque para el colegio de psicólogos de Madrid es mucho más; ellos le dan la siguiente definición:

*“El Suicidio, la muerte autoinfligida o la muerte silenciada es, una realidad para el aproximado millón de personas que se quitan la vida en el mundo cada año, uno cada 40 segundos. El drama del Suicidio, no termina con la persona que ha decidido quitarse la vida, continúa con los que dolorosamente viven en la presencia de la ausencia del fallecido: los supervivientes.”* [15]

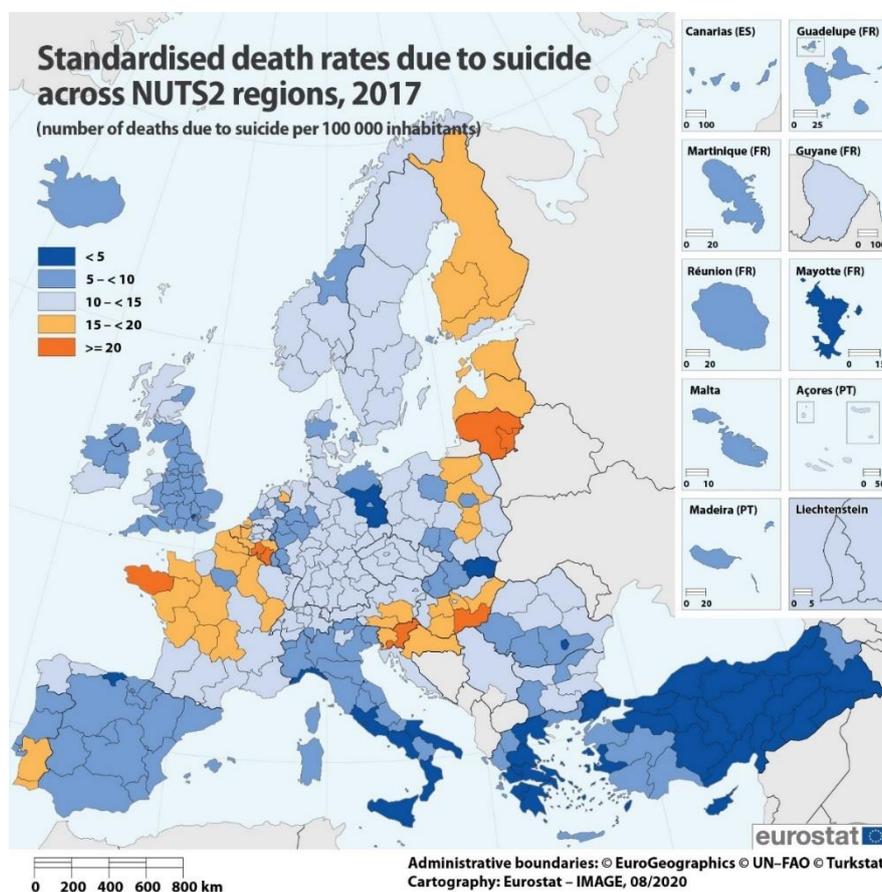
Como se puede comprobar, las dos visiones sobre el mismo tema son muy diferentes, pero ¿y cómo abordan la prensa y los medios de comunicación el tema del suicidio? Pues en este caso, a nivel nacional, hay mucha controversia, incluso ha surgido un efecto denominado como el “Efecto *Wether*”. Dicho efecto cuestiona la “gestión de la información del suicidio por la prensa española [...] y su repercusión en los receptores” [16] (Müller, F. *El “Efecto Werther”, Universidad de Murcia, 2011*); concretamente hace referencia a que los medios de comunicación podrían inducir a actos de imitación del suicidio. Un claro ejemplo de ello se pudo observar después de la muerte del cantante español Antonio Flores, donde el artículo mencionado anteriormente demuestra que después de este hecho, se produjo un ligero aumento en el número de suicidios debido a que *“el tratamiento de esta noticia fue inadecuado”* [16]. Por el contrario y como hace saber la Asociación Española de Neuropsiquiatría, *“el contenido de las noticias también puede constituir un efecto preventivo, denominado efecto Papageno”* [17] (Herrera Ramírez et al., 2015). Para intentar evitar el “Efecto *Wether*” e inducir al “Efecto Papageno” la revista de la mencionada Asociación recuerda que la OMS (Organización Mundial de la Salud) ha elaborado unas *“recomendaciones dirigidas a los medios de comunicación como parte del programa de prevención del suicidio (SUPRE)”* [17]. Cabe destacar que un artículo publicado en 2015 por dos psiquiatras y un psicólogo clínico del Hospital San Agustín, Asturias, en la revista de la Asociación Española de Neuropsiquiatría concluye que *“la mayoría de las noticias recogidas no tienen en cuenta las directrices impuestas por la OMS”* [17].

¿Pero por qué la OMS ha tomado dichas medidas? Lo justifica con algunas cifras de carácter mundial [18]:

- Cada año se suicidan cerca de 700 000 personas.
- Por cada suicidio consumado hay unos 20 casos de tentativas suicidas.
- El suicidio es la cuarta muerte entre los jóvenes de 15 a 19 años.
- El 77% de los suicidios se produce en los países de ingresos bajos y medianos.
- La ingestión de plaguicidas, el ahorcamiento y el disparo con armas de fuego son algunos de los métodos más comunes de suicidio en el mundo.

Centrados ahora en el ámbito europeo, la oficina estadística Eurostat aporta los siguientes datos [19]; ver figura 2.1:

- Alrededor de 48 700 personas de la Unión Europea (UE) murieron como resultado de autolesiones intencionales en 2016, lo que corresponde al 1% de todas las muertes de ese año.
- Casi 8 de cada 10 de estos suicidios (77%) fueron entre hombres.
- En promedio, hubo casi 11 suicidios por cada 100 000 habitantes en el año 2016.
- La tasa estandarizada de mortalidad por suicidio más alta se encuentra en Lituania y la más baja en Chipre; y es que, el número de suicidios, no se distribuye de la misma manera en toda la región europea:



**Figura 2.1:** Tasas de suicidio estandarizadas en Europa

Finalmente, en el territorio español, el cual será el objeto de estudio, se tienen los siguientes registros [20]:

- En 2020, 3 941 personas se quitaron la vida, el mayor número conocido de la historia. Esto supone una persona cada dos horas y cuarto o, de otra manera, 11 al día.
- La defunción por suicidio ha sido la primera causa de muerte no natural en España y la segunda causa de muerte en jóvenes de entre 15 y 29 años.
- Entre dos y cuatro millones de personas poseen ideación suicida a lo largo de su vida.

Como se puede observar a partir de las cifras reportadas, la tentativa suicida es un tema con relevancia para la población mundial, por lo que, además de las recomendaciones que se le hace a la prensa, se han adoptado diversas medidas, legislaciones y protocolos para intentar reducir el número de víctimas.

Entre las medidas de carácter internacional se encuentran:

- **Día internacional de la prevención del suicidio** celebrado anualmente desde el 2003 el 10 de septiembre [21]. Este día fue organizado por la Asociación Internacional para la Prevención del suicidio (IASP) y avalado por la Organización Mundial de la Salud (OMS) [22]. El objetivo de la creación de este día es reflejar de manera internacional la importancia de la prevención del suicidio.
- **Asociación internacional para la prevención del suicidio:** Comprensión y prevención de conducta suicida [23].
- El proyecto “**Optimizing suicide prevention programs and their implementation in Europe**” coordinado por la Universidad de Leipzig (Alemania) y financiado en gran parte por la UE (aportando un total de 2.991.727€ de los 3.840.135,62€ necesarios) y que pretende conseguir una prevención eficiente del suicidio [24].
- La **National Institute of Mental Health (NIH)** ha establecido las medidas en la figura 2.2, para ofrecer ayuda a personas con malestar emocional [25]:



Figura 2.2: Medidas para ayudar a una persona con dolor emocional

A nivel nacional también se han tomado otras medidas como por ejemplo, la creación de la Fundación Española para la Prevención del Suicidio (FSME) [26] o el teléfono gratuito contra el suicidio creado por el Gobierno (024), el cual se puso en funcionamiento el 10 de mayo de 2022 y ese mismo día recibió unas mil llamadas [27].

Además, también existen asociaciones de miembros de la FAAFES (Confederación Española de Agrupaciones de Familiares y Personas con Enfermedad Mental) [28] o el teléfono de la Esperanza, el cual consiste en un servicio telefónico donde se ofrece ayuda para superar problemas emocionales [29].

Algunas comunidades autónomas como por ejemplo Andalucía [30], Castilla la Mancha [31] o Aragón [32], entre otras, también han creado programas para la prevención del suicidio. Cataluña, incluso da un paso más y crea la Asociación Catalana para la Prevención del Suicidio (ACPS) [33] o el teléfono para la prevención del suicidio cunado por el Ayuntamiento de Barcelona [34].

Para terminar el presente capítulo, me gustaría destacar la reciente canción con temática suicida que ha publicado la cantautora, además de psicóloga, Rozalén. La artista asegura que para poder realizarla con la importancia merecida, estuvo leyendo cartas suicidas durante días y una vez que tenía la letra escrita, la compartió con sus profesores de la universidad, terapeutas, asociaciones, psicólogos, ... para asegurarse que recibía la importancia merecida [35]. Dicha canción empieza de la siguiente manera:

“Sé de los fantasmas que habitan en ti  
Del pozo frío y oscuro del que no logras salir  
De los cristales atravesando tu garganta gris  
Y ya sólo contemplas una forma de dejar de sufrir”

Como recomendación personal, os invito a escuchar la canción “Agárrate a la vida” prestando especial atención a la letra de ésta.

## 3. METODOLOGÍA ARIMAX

### 3.1 INTRODUCCIÓN

La metodología ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) utiliza datos de series temporales para construir modelos estadísticos que reflejen la estructura de correlación presente en los datos; fue desarrollada inicialmente por los estadísticos George Edward Pelham Box y Gwilym Meiron Jenkins y publicada por primera vez en 1970 en su libro: *Time Series Analysis: Forecasting and Control* [36].

Antes de pasar a hablar propiamente de la metodología empleada en el presente trabajo, es necesario conocer una serie de conceptos básicos.

### 3.2 CONCEPTOS BÁSICOS

#### 3.2.1 Proceso estocástico

Un proceso estocástico es un conjunto de variables aleatorias  $\{X_t\}$  donde el índice  $t$  supone una indexación temporal, pero ¿qué es una indexación temporal? algo tan sencillo como variables secuenciadas en el tiempo. Cabe destacar que dichas variables tienen su propio orden, y que no son independientes debido a la indexación temporal.

Además, el proceso estocástico se caracteriza por la probabilidad conjunta de las variables que lo conforman,  $F_{(X_1, \dots, X_T)}(X_1, \dots, X_T)$  para cualquier valor de  $T$ . Así pues, si se puede identificar la distribución conjunta de las observaciones, gracias al proceso estocástico, se podrá saber si el presente está relacionado con el pasado. Consecuentemente, se respetará la máxima de que la relación del presente con el pasado se mantiene estable en el futuro.

Las realizaciones variables aleatorias  $\{X_t\}$  de un proceso estocástico constituyen la serie temporal observada, también referida como trayectoria. Así, las series temporales son realizaciones del proceso estocástico [37].

#### Distribución del proceso estocástico

Para analizar las distribuciones marginales (para cada  $X_t$ ) y las conjuntas (para cada par  $X_t$  y  $X_s$ ) se hace uso de las siguientes funciones:

- La función de media (primer momento):  $E(X_t) = \mu_t \quad \forall t$
- La función de varianza (segundo momento centrado):  $E((X_t - \mu_t)^2) = \sigma_t^2 \quad \forall t$
- La función de (auto-)covarianza entre  $X_t$  y  $X_s$ :

$$E((X_t - \mu_t)(X_s - \mu_s)) = \gamma(X_t, X_s) = \sigma_{t,s} \quad \forall t, s$$

- La función de (auto-)correlación entre  $X_t$  y  $X_s$ :

$$\frac{E((X_t - \mu_t)(X_s - \mu_s))}{\sqrt{V(X_t)V(X_s)}} = \rho(X_t, X_s) = \frac{\sigma_{t,s}}{\sqrt{\sigma_t^2 \sigma_s^2}} \quad \forall t, s$$

### 3.2.2 Proceso estacionario

Un proceso estacionario es aquel en que la distribución conjunta de cualquier subconjunto de observaciones  $(X_{t_1}, \dots, X_{t_2})$  es la misma a lo largo de todo el proceso (no depende del origen de la serie):

$$F_{(X_{t_1}, \dots, X_{t_2})}((X_{t_1}, \dots, X_{t_2})) = F_{(X_{t_1+h}, \dots, X_{t_2+h})}((X_{t_1+h}, \dots, X_{t_2+h})) \quad \forall t_1, t_2, h$$

Una definición menos restrictiva impondría que solo el primer orden y el segundo sean independientes del origen. Un proceso estacionario en sentido débil es aquel en el que la media del proceso y las covarianzas no dependen del origen de la serie:

$$E(X_t) = \mu \quad \forall t$$

$$V(X_t) = \sigma^2 \quad \forall t$$

$$Cov(X_t, X_{t+h}) = E((X_t - \mu)(X_{t+h} - \mu)) = \sigma_h \quad \forall t, h$$

De forma práctica, una serie estacionaria en el sentido débil tiene la media y la varianza constante y las covarianzas sólo dependen del lapso de tiempo entre las observaciones.

#### **Ejemplo de proceso estacionario: Ruido Blanco (*White Noise*)**

Un caso particular de proceso estacionario de gran importancia es el ruido blanco. El *White Noise* corresponde a una situación en la que la distribución marginal de la serie es la siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} X_t \sim N(0, \sigma^2) \\ \text{Función de autocorrelación: } \rho(h) = 0 \quad h > 1 \end{array} \right\} \text{ m.a.s. } N(0, \sigma^2)$$

En los procesos estacionarios de tipo WN no hay correlación entre el presente y el pasado, los datos son incorrelacionados entre sí.

### Ejemplo de proceso no-estacionario: Paseo aleatorio (*Random Walk*)

Un paseo aleatorio es un proceso estocástico no estacionario que se caracteriza porque su primera diferencia si es un ruido blanco.

$$X_t \sim N(\mu_t = X_{t-1}, \sigma^2 = 1) \leftrightarrow X_t = X_{t-1} + Z_t \leftrightarrow X_t - X_{t-1} = Z_t \text{ donde } Z_t \sim N(0, \sigma^2)$$

Se observa que  $Z_t$  es un Ruido Blanco.

Antes de continuar, se introduce la siguiente notación:

### 3.2.3 Operador Retardo: B (*Backshift*)

El operador B aplicado a un proceso (o serie temporal) hace referencia a retroceder el subíndice:

$$BX_t = X_{t-1}$$

$$B^k X_t = B \dots^k \dots B X_t = X_{t-k}$$

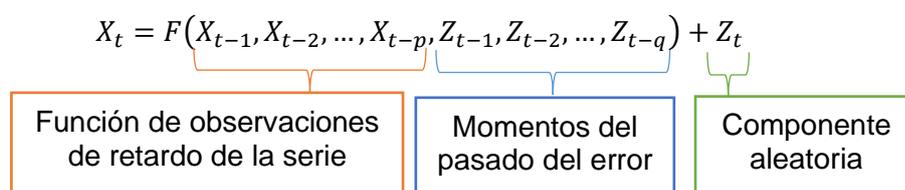
### Operador diferencial (regular o estacional)

$$(1 - B)X_t = X_t - X_{t-1} \rightarrow \text{diferenciación regular de orden } d = 1.$$

$$(1 - B^S)^D X_t = X_t - X_{t-S} \rightarrow \text{diferenciación estacional con } D = 1 \text{ de orden } S.$$

## 3.3 MODELOS ESTADÍSTICOS ARIMA

Los modelos ARIMA son aquellos modelos **CON memoria** de la trayectoria, ya que se expresan como combinación lineal de observaciones y errores del pasado.



A las perturbaciones ( $Z_t$ ) se le pueden llamar shocks, innovaciones, errores, ... Cada una de estas innovaciones se calcula como:

$$Z_t = X_t - \tilde{X}_{t|t-1}$$

La expresión anterior corresponde al modelo lineal estocástico ARMA (p, q) que incluye p términos de observaciones anteriores y q términos de innovaciones pasadas, donde p y q son números finitos. A continuación, se describen modelos particulares de este modelo general ARMA (p, q).

### 3.3.1 Modelos AR(p)

Un modelo **Auto-Regresivo de orden p**, o AR(p), toma la forma

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + Z_t$$

donde:

$X_t$  es estacionario y  $\phi_1, \dots, \phi_p$  son los parámetros autorregresivos del modelo (constantes teóricas).

$Z_t$  es un ruido blanco Gaussiano ( $E(Z_t) = 0$ ,  $Var(Z_t) = \sigma_z^2$ ).

$p$  es el retardo de la observación incluida más alejada en el pasado.

$\sigma_z^2$  es la varianza constante de los errores o innovaciones.

Así pues, este proceso está definido por  **$p + 1$  parámetros**  $\phi_1, \dots, \phi_p, \sigma_z^2$ .

Se observa que el modelo AR(p) solo depende de observaciones pasadas hasta  $t - p$  y la innovación actual. Es decir, el modelo AR(p) es una regresión de la variable dependiente  $X_t$  en función de su pasado como variables independientes.

Aplicando el operador B, se obtiene:

$$\phi_p(B)X_t = Z_t$$

$$\underbrace{(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)}_{\text{Polinomio característico de la parte AR}} X_t = Z_t$$

**Polinomio característico de la parte AR  $\rightarrow \phi_p(B)$**

### 3.3.2 Modelos MA(q)

Un modelo  $MA(q)$  es un modelo de regresión con variable dependiente  $X_t$ , que depende de los valores de las innovaciones previas. También se interpreta como que se generan las observaciones  $X_t$  mediante una media (ponderada) de las realizaciones de un WN ( $Z_t$ ).

Un modelo de media móvil de orden q, toma la forma:

$$X_t = z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \theta_2 Z_{t-2} + \dots + \theta_q Z_{t-q}$$

Y usando el operador de retardo B:

$$X_t = \theta_q(B)Z_t$$
$$X_t = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q)Z_t$$

**Polinomio característico** de la parte MA  $\rightarrow \theta_q(B)$

### 3.3.3 Modelos ARMA (p, q)

Un modelo autorregresivo y de media móvil, ARMA (p,q), tiene la forma:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p} + Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_q Z_{t-q}$$

con  $\phi_p \neq 0, \theta_q \neq 0$  y  $\sigma_z^2 > 0$ .

Los parámetros p y q se denominan los ordenes de la parte autorregresiva y de media móvil, respectivamente. Así pues, se tendrá un modelo con p valores de X y q valores de Z.

El modelo ARMA (p, q) se puede escribir de forma concisa mediante los polinomios característicos de la parte autorregresiva y de media móvil:

$$\phi_p(B)X_t = \theta_q(B)Z_t$$

que equivale a:

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)X_t = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \dots + \theta_q B^q)Z_t$$

### 3.3.4 Pesos $\pi$ i $\psi$ : Invertibilidad y causalidad

Bajo ciertas condiciones de regularidad, los modelos ARMA (p, q) se pueden expresar de forma equivalente como  $AR(\infty)$  o  $MA(\infty)$ , ver tabla 3.1.

**Tabla 3.1:** Expresión de  $AR(\infty)$ ,  $MA(\infty)$  mediante pesos  $\pi$  y  $\psi$ .

<p>Expresión como <math>AR(\infty)</math> mediante pesos <math>\pi</math>:</p>	$\frac{1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p}{1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q} X_t = (1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \dots) X_t = Z_t$
	<p>La expresión <math>AR(\infty)</math> es útil para hacer predicciones puntuales, basadas en las observaciones y los pesos <math>\pi</math>.</p>
<p>Expresión como <math>MA(\infty)</math> mediante pesos <math>\psi</math>:</p>	$X_t = \frac{1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q}{1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p} Z_t = (1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots) Z_t$
	<p>La expresión <math>MA(\infty)</math> es útil para calcular la varianza de la predicción, basada en la varianza residual y los pesos <math>\psi</math>.</p>

**Proceso  $AR(\infty)$ : Pesos  $\pi$**

Los pesos  $\pi$  provienen del desarrollo en serie de potencias de la función racional en B:  $\pi(B) = \frac{\phi_p(B)}{\theta_q(B)}$ . La expansión converge ( $\sum_{i=0}^{\infty} \pi_i^2 < \infty$ ) si el módulo de las raíces del polinomio del denominador  $\theta_q(B)$  son mayores que 1. Esto supone que las observaciones del pasado van perdiendo influencia en el presente a medida que transcurre la serie. Dicho efecto interesa, ya que supone trabajar con una serie de memoria finita. En caso contrario, si el módulo de las raíces de  $\theta_q(B)$  son menores o iguales a 1, la expansión diverge y la serie tendría memoria infinita [37].

Si los módulos de las raíces del polinomio del denominador  $\theta_q(B)$  son mayores que 1, el modelo es **invertible**. Consecuentemente, todos los modelos  $AR(p)$  puros serán invertibles.

**Proceso  $MA(\infty)$ : Pesos  $\psi$**

Los pesos  $\psi$  provienen del desarrollo en serie de potencias de la función racional en B:  $\psi(B) = \frac{\theta_q(B)}{\phi_p(B)}$ . La expansión converge ( $\sum_{i=0}^{\infty} \psi_i^2 < \infty$ ) si el módulo de las raíces del polinomio del denominador  $\phi_p(B)$  son mayores que 1. Igual que en el caso anterior, esto supone trabajar con una serie de memoria finita. En caso contrario, si el módulo de las raíces de  $\phi_p(B)$  son menores o iguales a 1, la expansión diverge y la serie tendrá memoria infinita.

Si los módulos de las raíces del polinomio del denominador  $\phi_p(B)$  son mayores que 1, el modelo es **causal/estacionario**. Consecuentemente, todos los modelos MA(q) puros serán causales [37].

### 3.3.5 Modelos ARIMA(p, d, q)

Siguiendo las explicaciones anteriores, si las raíces de  $\phi_p(B)$  son exactamente iguales a 1, la serie no será causal. Para solucionar dicho problema, no se trabajará con  $X_t$  sino con la serie diferenciada. De esta manera, se podrán extraer las raíces unitarias, separarlas del resto de raíces y formar un polinomio reducido en d términos, donde d es el número de diferenciaciones de orden regular (d raíces iguales a 1). Así pues, el polinomio resultante si será estacionario.

Los modelos que permiten hacer esta separación son los  $ARIMA(p, d, q)$ . Dichos modelos se usan en el caso de las series no estacionarias. Estos modelos contienen un proceso autorregresivo de orden p, una parte de media móvil de orden q y d raíces unitarias pertenecientes a la parte autorregresiva. Así pues, el modelo queda expresado de la siguiente manera:

$$\phi_{p-d}(B)(1 - B)^d X_t = \theta_q(B)Z_t$$

### 3.3.6 Modelos estacionales

Estos modelos pueden incluir dos tipos de dependencias:

- Dependencias regulares: las tratadas hasta el momento, donde cada observación puede tener relación con observaciones anteriores ( $X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, \dots$ )
- Dependencias estacionales: cada observación tiene relación con la observación del mismo período de los años pasados ( $X_t, X_{t-n}, X_{t-2s}, X_{t-3s}, \dots$ ), donde s es igual a 4 en series trimestrales, 12 en series mensuales, ....

Así pues, incluyendo los dos tipos de dependencia encontramos dos tipos de modelos estacionales: los modelos estacionales puros y los modelos estacionales mixtos, ambos explicados posteriormente.

#### **Modelos estacionales puros:**

Los modelos estacionales puros se caracterizan porque las observaciones hacen referencia a retrocesos múltiples de la estacionalidad, por tanto, no se incluirá la dependencia regular. Igual que antes, se encontrará una parte autorregresiva y una parte de media móvil:

- Proceso autorregresivo  $\rightarrow AR(P)_S$

$$X_t = \Phi_1 X_{t-s} + \Phi_2 X_{t-2s} + \dots + \Phi_P X_{t-PS} + Z_t$$

$$(1 - \Phi_1 B^S - \Phi_2 B^{2S} - \dots - \Phi_P B^{PS}) = \Phi_P(B^S)$$

- Proceso de media móvil  $\rightarrow MA(Q)_S$

$$X_t = Z_t + \Theta_1 Z_{t-s} + \Theta_2 Z_{t-2s} + \dots + \Theta_Q Z_{t-Qs}$$

$$(1 + \Theta_1 B^S + \Theta_2 B^{2S} + \dots + \Theta_Q B^{QS}) = \Theta_Q(B^S)$$

Además, también se pueden tener procesos  $ARMA(P, Q)$  y  $ARIMA(P, D, Q)_S$ .

### Modelos estacionales mixtos:

En estos tipos de modelos se encuentran presente tanto la dependencia regular como la dependencia estacional. Para poder describir dichos modelos, se usan procesos SARIMA (*seasonal – autoregressive – integrated – moving average*).

Los procesos  $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_S$  tienen una componente regular y una componente estacional. Cabe destacar que S, llamado orden de estacionalidad, es un valor conocido e informa de la frecuencia con la que se han recogido los datos. La expresión general de un modelo SARIMA viene dada por:

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^S)(1 - B)^d(1 - B^S)^D X_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^S) Z_t$$

donde B hace referencia al operador de retardo y  $(1 - B)^d (1 - B^S)^D$  a las diferenciaciones de orden regular (estacional) que se han aplicado para obtener un proceso estacionario. La serie original  $X_t$ , podría ser transformada previamente en caso de no estabilidad en la varianza.

## 3.4 ETAPAS DE CONSTRUCCIÓN DEL MODELO SARIMA

Para analizar una serie temporal y proponer un modelo que capture sus principales características, es necesario seguir una serie de pasos [36].

### 3.4.1 Identificación del modelo

En este paso se tienen que proponer valores para los parámetros  $p, d, q, P, D, Q$  y  $s$  para identificar uno o más posibles modelos estadísticos plausibles.

Primero, hay que realizar un análisis exploratorio de los datos.

Seguidamente, como hará falta trabajar con una serie estacionaria, en caso de que no lo sea, se transformará. Para obtener una serie estacionaria, hay que comprobar los tres siguientes aspectos:

- ¿Es la varianza de la serie constante?

Que la varianza sea constante quiere decir que la variabilidad es la misma independientemente del nivel en que se encuentre la serie. Si una serie presenta una varianza no constante se arregla aplicando un cambio de escala, usualmente cambiando a escala logarítmica.

- ¿Existe patrón estacional?

Si una serie presenta patrón estacional se elimina aplicando un filtro lineal, concretamente una diferenciación de orden  $S$ . Así, por cada filtro lineal aplicado se van a perder  $S$  observaciones, las  $S$  primeras. Cabe destacar que, a excepciones de casos muy extremos, con una única diferenciación estacional ( $D = 1$  de orden  $S$ ), se consigue eliminar el patrón estacional.

- ¿Es la media constante?

Si una serie presenta media no constante se transforma aplicando un filtro lineal, concretamente una diferenciación regular de orden uno ( $d = 1$ ). Así, por cada filtro lineal aplicado se va a perder 1 observación. En la práctica, se realizarán tantas diferenciaciones regulares como sean necesarias hasta obtener una media constante; se suele hacer una comparativa de varianzas para evitar la sobre diferenciación.

A partir de aquí se grafica la ACF/PACF de la serie estacionaria y se analizan las configuraciones de autocorrelación observadas. A recordar que una caída relativamente rápida hacia la zona de no significancia (cero) indicaría que la serie es estacionaria y se puede proceder a identificar modelos ARMA ( $p, q$ ) plausibles.

Cabe destacar, que en los modelos *MA* se deben observar retardos no nulos en la ACF (último retardo no nulo cerca del origen es el  $q$ -ésimo) y un patrón de decrecimiento en la PACF, mientras que para el caso del *AR* es a la inversa, observar retardos no nulos en la PACF (último retardo no nulo cerca del origen es el  $p$ -ésimo) y patrón de decrecimiento en la ACF. Finalmente, en los modelos mixtos (*ARMA*) se debe observar un patrón de decrecimiento en ambas representaciones y se comienza explorando el modelo más simple posible, es decir,

un  $ARMA(1,1)$ . De forma similar se identifican los valores  $P$  y  $Q$  para modelos estacionales, pero solo centrándose en retardos múltiplos de  $S$ ;  $S = 12$  en datos mensuales. En general se intenta proponer modelos  $ARMA(p, q)(P, Q)_s$  parsimoniosos.

### 3.4.2 Estimación del modelo

La estimación del modelo es un proceso mecánico donde se busca que todos los coeficientes del mismo sean significativos. Para conocer dicha significancia, se hace un test para cada parámetro, las hipótesis del cual son las siguientes:

$$\begin{cases} H_0: \theta_i = 0 \\ H_1: \theta_i \neq 0 \end{cases}$$

Para darle solución, se calcula  $t = \theta_i / S_{\theta_i} \sim t_{n-param}$  bajo  $H_0$ .

Así pues, si  $|\hat{t}| > 2 \rightarrow$  Se rechaza  $H_0$ , y se tiene que mantener el coeficiente estudiado en el modelo, este término es necesario para explicar los datos.

En este apartado se usan unos criterios para valorar la calidad de ajuste (AIC/BIC) que serán útiles para escoger entre varios modelos propuestos.

Estos criterios tienen en cuenta el número de parámetros del modelo y la adecuación de éste a la serie temporal.

$$\begin{aligned} AIC &= -2 \log L + 2p \\ BIC &= -2 \log L + \log(T)p \end{aligned}$$

donde

$p$  es el número de parámetros.

$L$  denota la función de verosimilitud.

$T$  es el número de observaciones.

Cabe destacar que el AIC y el BIC permiten comparar modelos basados en los mismos datos y en la misma escala; cuanto menores mejor calidad del ajuste.

### 3.4.3 Validación del modelo

La validación pasa por analizar los residuos y ver si estos cumplen las premisas impuestas, se hace un análisis de residuos para saber si se comportan como un ruido blanco;  $Z_t \sim WN(0, \sigma_Z^2)$ . Es decir, éstos deben ser aleatorios, normales con media cero, varianza constante e independientes:

1. **Normalidad** ( $Z_t \sim Normal$ )
2. **Homocedasticidad** ( $\sigma_z^2$  constante)
3. **Independencia** ( $\rho(k) = 0 \quad \forall k$ )

*Si no se cumplen las premisas impuestas:* Se tiene que plantear un nuevo modelo o considerar extensiones del modelo ARIMA clásico descrito.

*Si se cumplen las premisas impuestas en más de un modelo propuesto,* cabe seleccionar el mejor tomando en cuenta la calidad de ajuste; dicho modelo se utilizará para realizar las predicciones.

El modelo seleccionado se utiliza para explicar el comportamiento de los datos y realizar predicciones. En este apartado hay que analizar la estabilidad del modelo y evaluar su capacidad predictiva.

### **3.4.4 Predicción de modelos ARIMA ajustados y validados**

Antes de escoger el modelo definitivo para realizar las predicciones a largo plazo, es necesario verificar la estabilidad de éste y además cuantificar los errores cometidos por los modelos propuestos.

La manera usual de evaluar la capacidad de predicción es mediante la validación cruzada, donde existe un conjunto de datos llamado entrenamiento y otros datos test. Para realizar esto se reservan las últimas  $k$  observaciones, las cuales irán destinadas al conjunto test. El resto de datos ( $n - k$ ), pertenecerán al conjunto de entrenamiento (*train*). A partir de estas observaciones, se ajustará el modelo y luego, se utilizarán los datos de la parte reservada a test para ver si las predicciones que hace el modelo son semejantes a los valores reales. A esto se le llama obtener predicciones *out-of-sample*.

Para afirmar que el modelo es estable, se tienen que observar los coeficientes estimados haciendo uso de la serie completa de datos y los obtenidos con las observaciones del conjunto de entrenamiento. Si los coeficientes estimados con ambos conjuntos de datos tienen la misma magnitud, el mismo signo y la misma significancia, se dirá que el modelo es estable.

Para cuantificar los errores de predicción del modelo, se calculan las siguientes métricas:

Medidas **con** unidades, las mismas que la serie

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{h} \sum_{i=1}^h (O_i - E_i)^2};$$

$$MAE = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h |O_i - E_i|$$

Medidas **sin** unidades y expresadas en tanto por 1

$$RMSPE = \sqrt{\frac{1}{h} \sum_{i=1}^h \left(\frac{O_i - E_i}{E_i}\right)^2};$$

$$MAPE = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h \left|\frac{O_i - E_i}{E_i}\right|$$

donde:

$O_i$ : valores observados.

$E_i$ : valores estimados.

$h$ : número de observaciones ( $h = S = 12$  para datos mensuales).

Una vez analizada la estabilidad del modelo y cuantificada su capacidad predictiva, se lleva a cabo la predicción a largo plazo. El objetivo es conocer los valores a largo tiempo, es decir, conocer el valor de  $X_{t+h}$  teniendo en cuenta únicamente la información hasta  $t$ :

$$\tilde{X}_{t+1|t}, \tilde{X}_{t+2|t}, \dots, \tilde{X}_{t+h|t}$$

Para conocer el valor de  $\tilde{X}_{(t+h|t)}$ , el predictor que se utilizará, el cual minimiza el error cuadrático medio (ECM), es la esperanza condicionada.

$$\min E \left( \underbrace{(X_{t+h})}_{\text{Obs}} - \underbrace{\tilde{X}_{t+h|t}}_{\text{Pred}} \right)^2 \Rightarrow \underbrace{\tilde{X}_{t+h|t} = E(X_{t+h} | X_t \dots X_1)}_{\text{Expresión del predictor}}$$

### 3.4.5 Selección del modelo final

Para seleccionar el mejor modelo y obtener las predicciones a largo plazo, se han de tener en cuenta tanto las medidas de adecuación a los datos (AIC/BIC definidos en página 17) como las medidas de capacidad de predicción anteriormente descritas. Interesa obtener los valores más pequeños posibles de todas estas medidas.

## 3.5 METODOLOGÍA ARIMAX

Los modelos ARIMAX son una extensión de los modelos ARIMA donde se introducen variables externas explicativas con el fin de conseguir una mejor predicción de la serie temporal.

### 3.5.1 Introducción

A veces, los modelos encontrados a partir de la metodología Box-Jenkins no son validados debido a algunas condiciones que no quedan recogidas en el modelo propuesto. Para conseguir explicar dichas condiciones, es necesario hacer uso de los modelos alternativos como los ARIMAX [38]. Bajo la metodología ARIMAX se asume que la serie observada está contaminada por variables exógenas:

$$Y_t = \sum_{i=1}^k \beta_i X_{i,t} + \tilde{Y}_t$$

Efecto para estudiar

donde,  $Y_t$  es la serie observada,  $X_{i,t}$  es la variable exógena para estudiar y  $\tilde{Y}_t$  es la llamada serie teórica o linealizada, la serie sin el efecto de las variables exógenas.

La nueva serie teórica sería  $(Y_t - \sum_{i=1}^h \beta_i X_{i,t})$ . La construcción de un modelo ARMAX o ARIMAX consistiría en aplicar la metodología ARIMA clásica, pero a partir de la serie teórica [39]. Por ejemplo, un modelo ARMAX (p, q) no estacional tendría la forma:

$$\phi(B) \left( Y_t - \sum_{i=1}^h \beta_i X_{i,t} \right) = \theta(B) Z_t$$

En este trabajo se considera como variables exógenas los efectos calendarios (*Trading days*, *Easter*), variable de intervención (IA) y atípicos.

### 3.5.2 Efectos calendarios

Esta extensión del modelo ARIMA clásico consiste en corregir los efectos del calendario, es decir, aquellos efectos predecibles relativos a la composición del calendario en una serie temporal mensual. Ejemplos de efectos calendarios serían el impacto de los días laborables,

años bisiestos, y localización de la semana santa. Dichos efectos corresponderían a variables externas contaminantes que modificarían el comportamiento natural de la serie temporal [40].

#### Efecto de “trading days”

El efecto de “trading days” hace referencia a la composición (lunes, martes, ..., viernes) versus (sábado, domingo) al mes, ya que la proporción de días laborales en un mes cambia en función del año estudiado. La proporción ideal sería 5:2.

#### Efecto semana santa

Como es conocido, la semana santa es una fiesta móvil, ya que no siempre es celebrada en las mismas fechas y puede encontrarse entre los meses de marzo y abril; la situación ideal sería que la mitad de la semana santa ocurriese en marzo y la otra mitad en abril. Por dicho motivo, esta festividad puede también tener algún efecto sobre los datos analizados e influenciar en el modelo propuesto inicialmente. Con su estudio, se quiere corregir su posible efecto.

La expresión de la serie linealizada ( $Xlin_t$ ) después de eliminar los efectos calendarios es la siguiente [38]:

$$Xlin_t = X_t - \omega_{TD}TD_t - \omega_{Ea}Ea_t$$

donde,  $\omega_{TD}$  es el efecto de los días laborables y  $\omega_{Ea}$  es el efecto de la semana santa. Esta serie temporal no contaminada por los efectos calendarios sería analizada mediante la metodología ARIMA clásica y teóricamente permitiría capturar mejor la estructura de correlación en los datos bajo estudio.

### **3.5.3 Análisis de intervención**

En el contexto ARIMAX, se puede realizar el llamado análisis de intervención (AI) para decidir si una acción o fenómeno concreto ha tenido repercusión en la evolución de los datos, es decir, si ha producido cambios en la estructura de correlación de la serie temporal [39].

Su objetivo final no es hacer una predicción, si no determinar si una política concreta ha causado algún efecto en el comportamiento de la serie temporal; dicho de otra manera, se busca hacer estadística inferencial para determinar si dicha intervención resulta tener un efecto significativo.

Concretamente, para conocer si dicho evento afecta a la estructura de correlación de la serie temporal, se realiza el siguiente contraste de hipótesis:

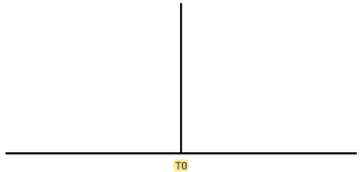
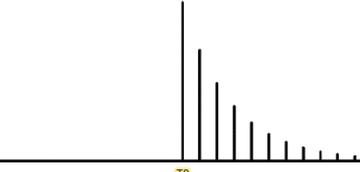
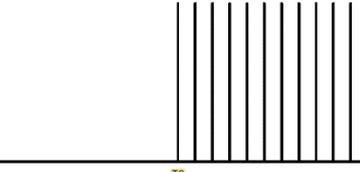
$H_0$ : Al no afecta a la serie

$H_1$ : Al si afecta a la serie

### 3.5.4 Detección y tratamiento de atípicos

En ocasiones, el fenómeno medido por una serie temporal se ve afectado por un hecho exógeno que cambia su dinámica natural, la presencia de atípicos. Dichos atípicos pueden también considerarse como variables externas, de existencia no previsible, en el contexto de modelos ARIMAX; ver tabla 3.2 con la definición de los tres tipos de atípicos considerados [38]:

**Tabla 3.2:** Tipos de atípicos estudiados

<p><b>Valor atípico aditivo (AO)</b></p>	<p>Solo afecta a la serie temporal en un momento puntual. Su función de transferencia es: <math display="block">X_t = 1_{t=T_0}(t)</math></p>	
<p><b>Cambio transitorio (TC)</b></p>	<p>Afecta a partir de un período puntual y su efecto va disminuyendo a medida que transcurren algunos períodos siguientes para luego volver a su nivel original; usualmente se usa <math>\delta = 0.7</math> y como se observa su efecto decae exponencialmente. Su función de transferencia es: <math display="block">X_t = \delta^{t-T_0} 1_{t \geq T_0}(t)</math></p>	
<p><b>Cambio de nivel (LS)</b></p>	<p>Afecta a un período y su efecto se mantiene en los períodos siguientes. Su función de transferencia es: <math display="block">X_t = 1_{t \geq T_0}(t)</math></p>	

El estudio de atípicos parte de detectar aquellos eventos cuya ocurrencia no se puede predecir de antemano para luego eliminar su efecto y obtener la serie linealizada. Específicamente, se puede seguir el siguiente procedimiento:

- Identificar el momento (o momentos) en que el evento ha afectado a la serie y el tipo de atípicos (de los 3 descritos anteriormente).
- Medir el impacto del evento en las observaciones.
- Reconstruir la serie como si el evento no hubiese tenido lugar, obteniendo así la serie teórica (linealizada o sin el efecto de los valores atípicos). La idea en este paso es obtener una serie que no esté contaminada.
- Aplicar la metodología Box-Jenkins vista previamente con el fin de identificar más adecuadamente los modelos ARIMA y obtener mejores predicciones; en el caso de atípicos tipo LS, no olvidar modificar acorde a las predicciones.

Con la aplicación de la extensión ARIMAX, del ARIMA clásico de Box-Jenkins, se espera capturar mejor la dinámica natural de la serie y realizar mejores predicciones, sobre todo más precisas.

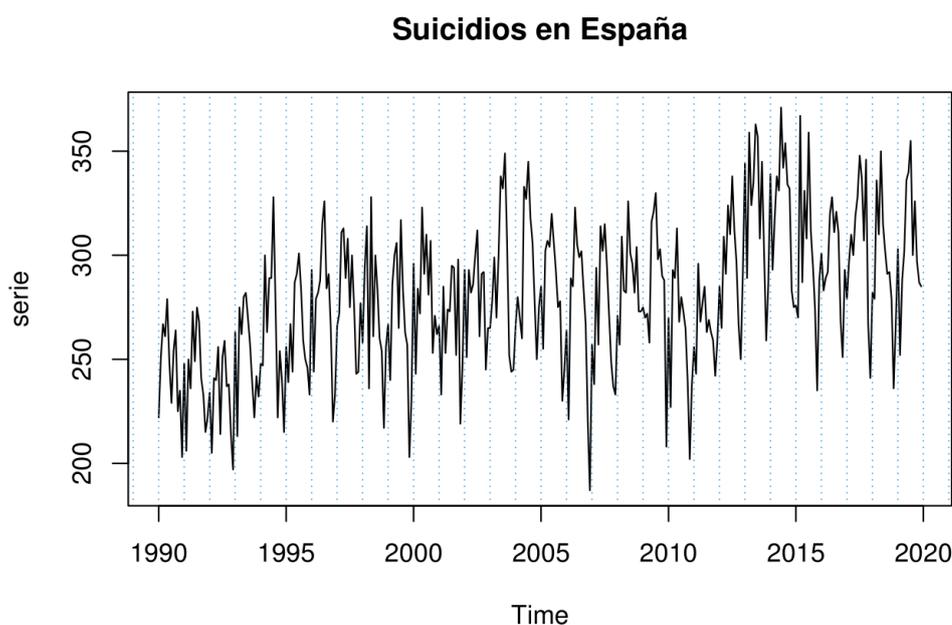
Como se ha mencionado anteriormente, se desea construir un modelo ARIMAX para hacer predicciones. Los resultados mostrados en los dos capítulos siguientes se han obtenido usando el entorno Rmarkdown del Lenguaje R [41]; en el anexo C se incluye el código utilizado para uno de los modelos. Además, en los anexos A y B, se encuentra información complementaria a lo descrito en los capítulos 4 y 5.

## 4. RESULTADOS: ARIMA CLÁSICO

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos al analizar, con objetivos predictivos y con la metodología ARIMA de Box-Jenkins, el número de suicidios registrados en España desde los años 1990-2019. Es sabido que la metodología ARIMA se ve muy afectada por roturas relevantes en la estructura de correlación de las series. Por ello, aunque disponibles, se omiten los datos del 2020 en la etapa de construir y proponer modelos plausibles. Sin embargo, después de seleccionar un modelo final en el capítulo 5, se analizarán los resultados de predicción a la luz de los valores reales pandémicos.

### 4.1 ANÁLISIS DESCRIPTIVO

Antes de comenzar a aplicar la metodología explicada en el capítulo 3, es necesario hacer un análisis descriptivo de la serie temporal, para así conocer cómo se comportan los datos de suicidios en España en el período estudiado, es decir, entre los años 1990 y 2019; ver figura 4.1.



**Figura 4.1:** Suicidios registrados en España entre los años 1990 y 2019

Analizando el gráfico anterior, se observa que los datos no tienen una tendencia constante a lo largo de todo el período. En los primeros años se puede ver una tendencia creciente lineal. A partir del año 1995 hasta, aproximadamente, el 2011 se observa un comportamiento más o menos constante. En el 2012, parece darse un cambio estructural, aumentando de manera repentina el número de suicidios registrados en el territorio español. Finalmente, a partir del

2012, se puede observar de nuevo una tendencia lineal constante, pero ahora, con una media de suicidios superior.

Por otra parte, si se analizan los datos de manera numérica, se puede ver que el menor valor registrado se da en diciembre del año 2006 con 187 casos. Por el contrario, el mayor valor observado se registra en junio del año 2014 con 371 casos. Finalmente, la media de suicidios en todo el período estudiado es de 280 casos por mes y existe una desviación típica de 35.

## **4.2 MODELIZACIÓN VÍA ARIMA**

Como se ha explicado anteriormente, la aplicación de la metodología ARIMA consiste en 5 pasos: (1) identificación, (2) estimación, (3) validación y (4) predicción. Como usualmente recomendado, se identifican varios modelos plausibles y se finaliza realizando una (5) selección usando criterios tanto de calidad de ajuste como de capacidad predictiva.

### **4.2.1 Identificación del modelo**

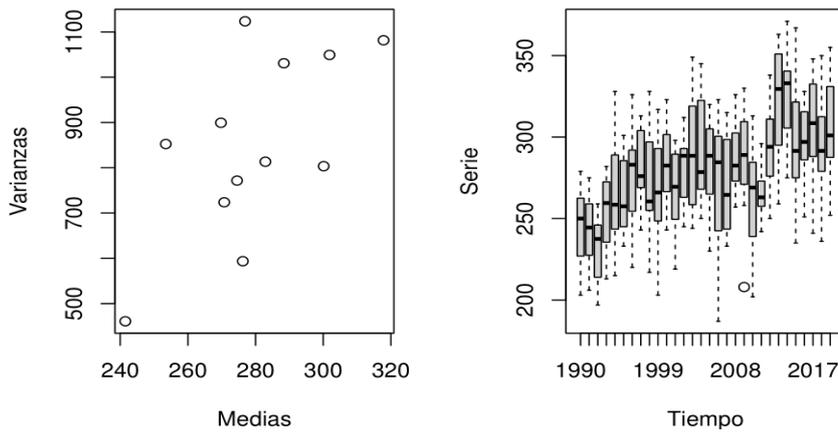
#### **Transformación de la serie temporal en una serie estacionaria**

Como requerimiento de la metodología ARIMA, es necesario que la serie temporal estudiada sea estacionaria; en caso contrario, ésta debe ser transformada.

Como se ha mencionado en el capítulo 3, para transformar una serie a estacionaria es necesario analizar los tres siguientes aspectos diferenciados:

1. La varianza de la serie debe ser constante

Se dispone de dos soportes gráficos que permiten ver si la varianza de la serie es constante, independientemente del nivel en el que se encuentre ésta: Gráfico medias-varianzas y *boxplot* por periodos; ver figura 4.2.



**Figura 4.2:** Gráfico de medias-varianzas por cada mes (izquierda) y *boxplot* por períodos anuales (derecha)

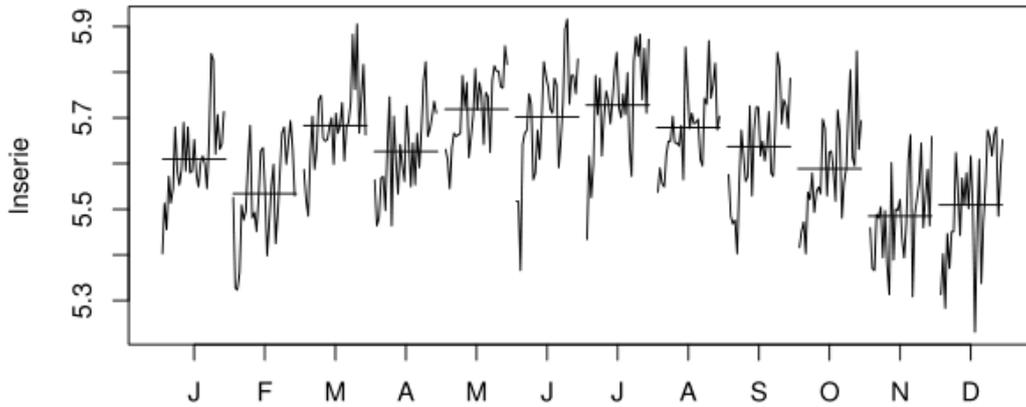
En el caso del gráfico de la izquierda, parece que un aumento de la media de los meses (eje x) implica un aumento de la varianza de éstos (eje y); la menor media de, aproximadamente, 240 casos presenta una varianza por debajo de 500 mientras que la media de casi 320 suicidios tiene una varianza de 1100 unidades. Así, se concluiría que la varianza de la serie no es constante.

En el caso del *boxplot* por años no se puede dar el mismo resultado con certeza, ya que el rango intercuartílico (amplitud de las cajas) no aumenta demasiado conforme crece el nivel de la serie. A pesar de los datos poco concluyentes, se decide aplicar una transformación y, en este caso, se ha optado por una transformación logarítmica. Dicha transformación también aporta un cambio beneficioso; a partir de ahora, se trabajará con cambios relativos en lugar de absolutos. La distribución resultante se encuentra en la figura A.1 de anexos.

## 2. La serie no debe de tener patrón estacional

Para comprobar la existencia o inexistencia de un patrón estacional, se hace uso de la función *monthplot* de R. Dicha función grafica la media obtenida en cada uno de los 12 meses del año. Si la media de todos ellos es similar, se concluirá que el patrón no existe.

Observando el *monthplot* de la figura 4.3, se concluye que los datos de suicidios en España siguen un patrón estacional, ya que la media no es la misma para cada uno de los meses, registrando un mayor valor en el mes de julio y uno menor para el caso de noviembre.



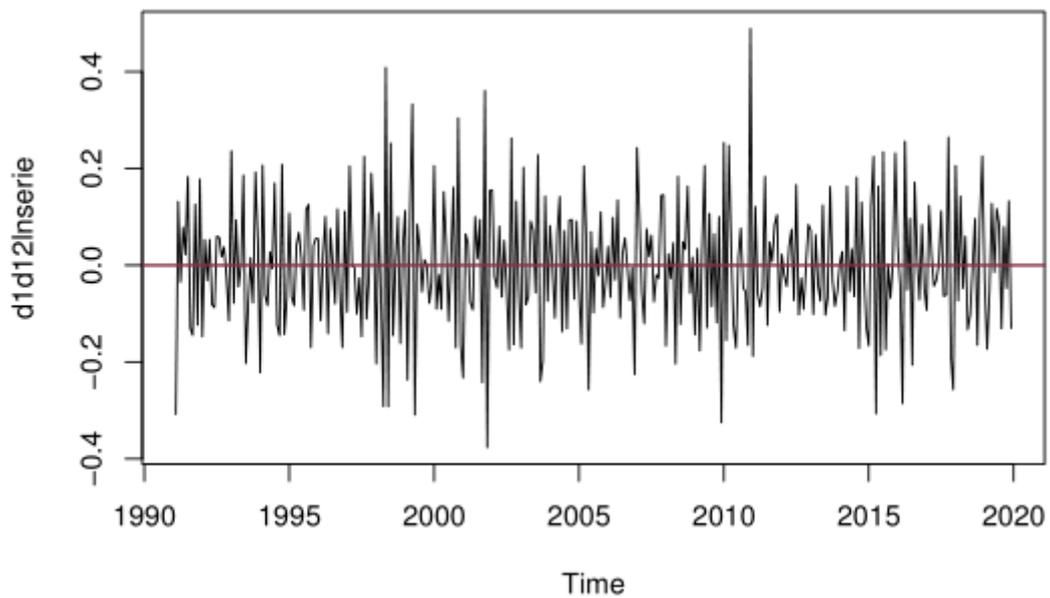
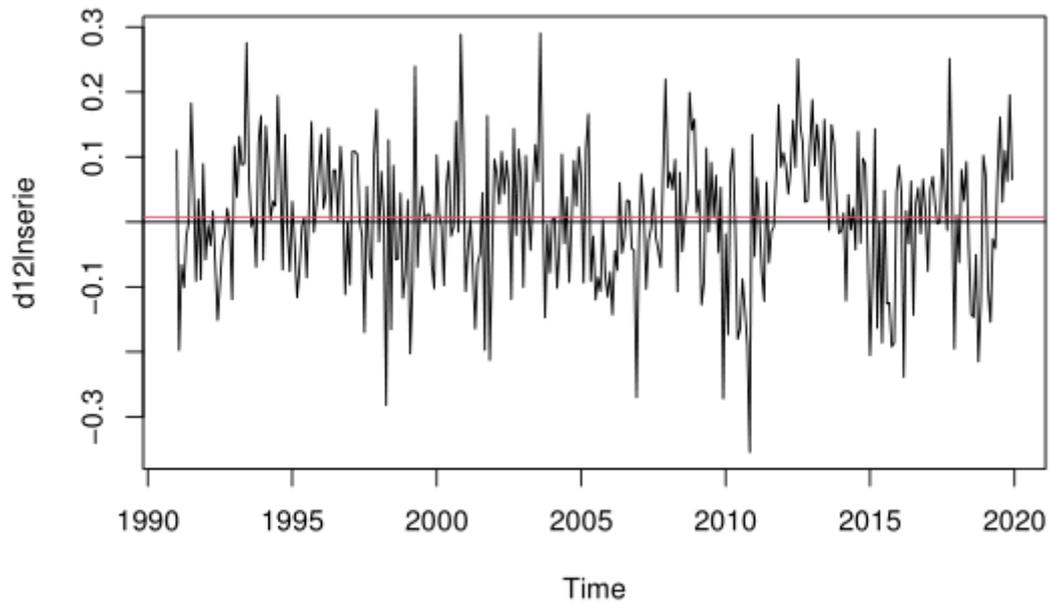
**Figura 4.3:** *Monthplot* de la serie

Para eliminar el patrón estacional, se procede a realizar una diferenciación de orden  $S = 12$ , obteniendo la serie  $d12Inserie$  en la figura 4.4. Como se ha explicado en la sección 3.3.6 del presente trabajo, esta diferenciación traerá consigo una pérdida de las 12 primeras observaciones.

El resultado de aplicar la función *monthplot* a la serie  $d12Inserie$  se encuentra en la figura A.2 de anexos.

### 3. La media de la serie tiene que ser constante

Para determinar si la media de la serie obtenida hasta el momento ya es constante, se analiza la serie temporal en escala logarítmica y con una diferenciación estacional de orden  $S = 12$  en la figura 4.4 (superior). La media de la serie si parece constante. Para asegurarlo, se calcula la varianza después de cada transformación incluyendo una diferenciación adicional; ver tabla 4.1.



**Figura 4.4:** Serie de suicidios en escala logarítmica y con diferenciación estacional, d12lnserie (superior). Serie de suicidios en escala logarítmica, con diferenciación estacional y regular, d1d12lnserie (inferior).

**Tabla 4.1:** Varianza de la serie

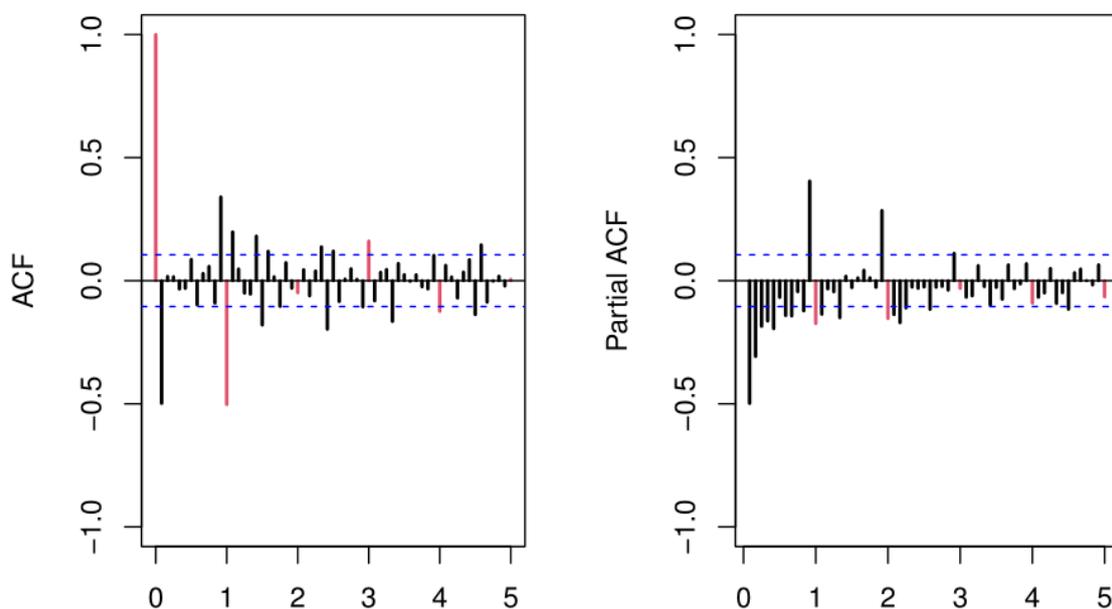
Serie	Escala logarítmica	Escala logarítmica y diferenciación estacional	Escala logarítmica, diferenciación estacional y regular
<b>Varianza</b>	0.01613	0.01079	0.01809

Se observa que la serie con menor varianza es aquella que presenta escala logarítmica y una diferenciación estacional. Por tanto, significa que la diferenciación regular no es necesaria. Aún así, ésta se mantiene debido a que el aumento de varianza no es considerable y aplicarla simplifica mucho los cálculos y se obtiene una serie con media claramente nula; ver evolución temporal de  $d1d12Inserie$  en la figura 4.4 (inferior).

Con el procedimiento anterior, se ha obtenido una serie estacionaria,  $d1d12Inserie$ , con la cual se trabajará a partir de ahora; tiene escala logarítmica, una diferenciación estacional y otra regular.

### Identificación de los modelos plausibles

Para identificar modelos que recojan la información de los datos analizados es necesario graficar la ACF y el PACF y analizar las configuraciones de estructuras de correlación, como se ha descrito en la sección 3.4.1; se ha seguido la máxima de proponer modelos parsimoniosos. En caso de que ninguno de ellos pase la prueba de validación, se volverá al paso de identificación y se propondrán modelos más complejos.



**Figura 4.5:** ACF y PACF de la serie estacionaria,  $d1d12Inserie$

A partir de la ACF y PACF de la serie estacionaria  $d1d12Inserie$  en la figura 4.5, se identifican como plausibles los siguientes modelos.

**Opciones para la parte regular:**  $MA(1)$ ,  $ARMA(1, 1)$ ,  $AR(5)$

**Opciones para la parte estacional:**  $SMA(1)$ ,  $SARMA(1, 1)$ ,  $SAR(2)$ ;  $S$  indica la parte estacional.

Para los datos de suicidios en España, se han identificado tres modelos plausibles para la parte regular y otros tres para la parte estacional, resultando un total de 9 modelos para estimar; ver en tabla 4.2, un resumen de modelos en función de polinomios característicos en su forma compacta. Para ver los mismos modelos en función de sus polinomios característicos en forma desarrollada, ver tabla B.1 en anexos.

**Tabla 4.2:** Posibles modelos estacionarios propuestos en su forma compacta

	<b>Modelo</b>	<b>Forma compacta</b>
1	$MA(1), SMA(1)$	$(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = \theta_1(B)\theta_1(B^{12})Z_t$
2	$MA(1), SARMA(1,1)$	$\Phi_1(B^{12})(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = \theta_1(B)\theta_1(B^{12})Z_t$
3	$MA(1), SAR(2)$	$\Phi_2(B^{12})(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = \theta_1(B)Z_t$
4	$ARMA(1,1), SMA(1)$	$\phi_1(B)(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = \theta_1(B)\theta_1(B^{12})Z_t$
5	$ARMA(1,1), SARMA(1,1)$	$\phi_1(B)\Phi_2(B^{12})(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = \theta_1(B)\theta_1(B^{12})Z_t$
6	$ARMA(1,1), SAR(2)$	$\phi_1(B)\Phi_2(B^{12})(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = \theta_1(B)Z_t$
7	$AR(5), SMA(1)$	$\phi_5(B)(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = \theta_1(B^{12})Z_t$
8	$AR(5), SARMA(1,1)$	$\phi_5(B)\Phi_1(B^{12})(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = \theta_1(B^{12})Z_t$
9	$AR(5), SAR(2)$	$\phi_5(B)\Phi_2(B^{12})(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = Z_t$

## 4.2.2 Estimación de los modelos

Una vez se han listado los modelos identificados, se procede a realizar su estimación usando la función *arima* del lenguaje R [41]. Además, se calcularán los t-ratios para cada uno de los coeficientes y si son superiores a 2 en valor absoluto, se considerarán estadísticamente diferentes de cero.

A continuación se estiman los 9 modelos identificados como plausibles.

Como primer paso, se ajusta cada modelo  $ARMA(p, q)(P, Q)_s$  propuesto usando la serie estacionaria  $d1d12\lnserie$  y se pone especial importancia a estudiar la significancia del intercepto. Si el intercepto resultase no significativo, lo cual ocurre en los 9 casos, se procederá a ajustar directamente los modelos  $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$  correspondientes a la serie no estacionaria ( $\lnserie$ ).

Modelo 1:  $MA(1)SMA(1)_{12}$

Se ajusta el modelo  $ARIMA(0, 0, 1)(0, 0, 1)_{12}$  a la serie estacionaria  $d1d12lnserie$  y se obtiene:

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-798.6	No, el <i>intercept</i> tiene un $t - ratio = -0.05$

El intercepto claramente no es significativo y se excluye del modelo siempre que no empeore el AIC. Se estima el modelo no estacionario  $ARIMA(0, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$  con la serie original en escala logarítmica y se obtiene:

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-800.59	Si

Todos los coeficientes tienen  $|t - ratio| > 2$  y por tanto se mantienen en el modelo; el AIC claramente no aumenta.

Modelo 2:  $MA(1), SARMA(1,1)$

Se ajusta el modelo  $ARIMA(0, 0, 1)(1, 0, 1)_{12}$  a la serie estacionaria  $d1d12lnserie$  y se obtiene:

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-797.85	No, el <i>intercept</i> tiene un $t - ratio = -0.05$ y el <i>SAR1</i> de $-1.12$

Se elimina el *intercept* y se estima el modelo no estacionario  $ARIMA(0, 1, 1)(1, 1, 1)_{12}$  con la serie original en escala logarítmica.

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-799.84	No, el <i>SAR1</i> tiene un $t - ratio = -1.12$

Como se observa, el coeficiente *SAR(1)* del *ARMA* estacional resulta no significativo. Al eliminarlo, se obtiene el modelo  $ARIMA(0, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$  que equivale al modelo 1 previamente estimado. Por esta razón, no se continua con el análisis del modelo 2.

Modelo 3:  $MA(1), SAR(2)$

Se ajusta el modelo  $ARIMA(0, 0, 1)(2, 0, 0)_{12}$  a la serie estacionaria  $d1d12lnserie$  y se obtiene:

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-734.15	No, el <i>intercept</i> tiene un $t - ratio = 0.16$

El intercepto claramente no es significativo y se excluye del modelo siempre que no empeore el AIC. Se estima el modelo no estacionario  $ARIMA(0, 1, 1)(2, 1, 0)_{12}$  con la serie original en escala logarítmica y se obtiene:

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-736.12	Si

Todos los coeficientes tienen  $|t - ratio| > 2$  y por tanto se mantienen en el modelo; el AIC claramente no aumenta.

Modelo 4:  $ARMA(1,1), SMA(1)$

Se ajusta el modelo  $ARIMA(1, 0, 1)(0, 0, 1)_{12}$  a la serie estacionaria d1d12Inserie y se obtiene:

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-796.89	No, el <i>intercept</i> tiene un $t - ratio = -0.07$ . El coeficiente <i>AR1</i> tampoco es significativo

Se elimina el *intercept* y se estima el modelo no estacionario  $ARIMA(1, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$  con la serie original en escala logarítmica.

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-798.88	No, el <i>SAR1</i> tiene un $t - ratio = 0.54$

Como se observa, el coeficiente  $AR(1)$  del  $ARMA$  regular resulta no significativo. Al eliminarlo, se obtiene el modelo  $ARIMA(0, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$  que equivale al modelo 1 previamente estimado. Por esta razón, no se continua con el análisis del modelo 4.

Modelo 5:  $ARMA(1,1), SARMA(1,1)$

Se ajusta el modelo  $ARIMA(1, 0, 1)(1, 0, 1)_{12}$  a la serie estacionaria d1d12Inserie y se obtiene:

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-796.23	No, el <i>intercept</i> tienen un $t - ratio = -0.11$ . Los coeficientes <i>AR1</i> y <i>SAR1</i> tampoco son significativos

Se elimina el *intercept* y se estima el modelo no estacionario  $ARIMA(1, 1, 1)(1, 1, 1)_{12}$  con la serie original en escala logarítmica.

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-798.21	No, <i>AR1</i> y <i>SAR1</i> tienen $t - ratio < 2$ .

Como se observa, el coeficiente  $SAR(1)$  del  $ARMA$  estacional resulta no significativo. Al eliminarlo, se obtiene el modelo  $ARIMA(1, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$  que equivale al modelo 4 previamente estimado, que a su vez se acaba reduciendo en el modelo 1. Por esta razón, no se continua con el análisis del modelo 5.

Modelo 6:  $ARMA(1,1), SAR(2)$

Se ajusta el modelo  $ARIMA(1, 0, 1)(2, 0, 0)_{12}$  a la serie estacionaria  $d1d12lnserie$  y se obtiene:

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-663.91	No, el <i>intercept</i> tiene un $t - ratio = -0.25$ . El coeficiente $AR1$ tampoco es significativo

Se elimina el *intercept* y se estima el modelo no estacionario  $ARIMA(1, 1, 1)(2, 1, 0)_{12}$  con la serie original en escala logarítmica.

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-665.85	No, el $AR1$ tiene un $t - ratio = 0,37$

Como se observa, el coeficiente  $AR(1)$  del  $ARMA$  regular resulta no significativo. Al eliminarlo, se obtiene el modelo  $ARIMA(0, 1, 1)(2, 1, 0)_{12}$  el que equivale al modelo 3 previamente estimado. Por esta razón, no se continua con el análisis del modelo 6.

Modelo7:  $AR(5), SMA(1)$

Se ajusta el modelo  $ARIMA(5, 0, 0)(0, 0, 1)_{12}$  a la serie estacionaria  $d1d12lnserie$  y se obtiene:

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-780.96	No, el <i>intercept</i> tiene un $t - ratio = 0.08$

El intercepto claramente no es significativo y se excluye del modelo siempre que no empeore el AIC. Se estima el modelo no estacionario  $ARIMA(5, 1, 0)(0, 1, 1)_{12}$  con la serie original en escala logarítmica y se obtiene:

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-782.95	Si

Todos los coeficientes tienen  $|t - ratio| > 2$  y por tanto se mantienen en el modelo; el AIC claramente no aumenta.

Modelo 8:  $AR(5), SARMA(1,1)$

Se ajusta el modelo  $ARIMA(5, 0, 0)(1, 0, 1)_{12}$  a la serie estacionaria  $d1d12lnserie$  y se obtiene:

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-780.14	No, el <i>intercept</i> tiene un $t - ratio = -0.06$ . El coeficiente <i>SAR1</i> tampoco es significativo

Se elimina el *intercept* y se estima el modelo no estacionario  $ARIMA(5, 1, 0)(1, 1, 1)_{12}$  con la serie original en escala logarítmica.

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-782.13	No, el <i>SAR1</i> tiene un $t - ratio = 1.09$

Como se observa, el coeficiente *SAR(1)* del ARMA estacional resulta no significativo. Al eliminarlo, se obtiene el modelo  $ARIMA(5, 1, 0)(0, 1, 1)_{12}$  el que equivale al modelo 7 previamente estimado. Por esta razón, no se continua con el análisis del modelo 8.

Modelo 9:  $AR(5), SAR(2)$

Se ajusta el modelo  $ARIMA(5, 0, 0)(2, 0, 0)_{12}$  a la serie estacionaria  $d1d12lnserie$  y se obtiene:

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-718.72	No, el <i>intercept</i> tienen un $t - ratio = 0.17$

El intercepto claramente no es significativo y se excluye del modelo siempre que no empeore el AIC. Se estima el modelo no estacionario  $ARIMA(5, 1, 0)(2, 1, 0)_{12}$  con la serie original en escala logarítmica y se obtiene:

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-720.69	Si

Todos los coeficientes tienen  $|t - ratio| > 2$  y por tanto se mantienen en el modelo; el AIC claramente no aumenta.

De esta manera, se concluye que hay cuatro modelos diferenciados que son el 1, el 3, el 7 y el 9, ya que el resto se han acabado reduciendo a algunos de estos cuatro; los modelos 2, 4 y 5 equivalen al modelo 1, el modelo 6 adopta la forma del modelo 3 y el modelo 8 se reduce al modelo 7.

En la tabla 4.3 se presenta un resumen de los resultados de estimación para los 4 modelos preseleccionados.

**Tabla 4.3:** Tabla resumen de los modelos estimados

	<i>Mod 1</i>	<i>Mod 3</i>	<i>Mod 7</i>	<i>Mod 9</i>
<b>MA1</b>	$t = -23.577$ -0.802	$t = -22.510$ -0.780		
<b>AR1</b>			$t = -13.823$ -0.734	$t = -13.498$ -0.732
<b>AR2</b>			$t = -7.498$ -0.515	$t = -8.214$ -0.540
<b>AR3</b>			$t = -5.273$ -0.357	$t = -5.521$ -0.381
<b>AR4</b>			$t = -4.280$ -0.277	$t = -3.874$ -0.254
<b>AR5</b>			$t = -3.226$ -0.174	$t = -2.584$ -0.141
<b>SMA1</b>	$t = -23.847$ -1.000		$t = -23.596$ -1.000	
<b>SAR1</b>		$t = -13.693$ -0.687		$t = -13.897$ -0.695
<b>SAR2</b>		$t = -9.015$ -0.442		$t = -8.776$ -0.437
<b>Obs</b>	347	347	347	347
<b>Log Likelihood</b>	403.295	372.060	398.477	368.344
<b><math>\sigma^2</math></b>	0.005	0.007	0.005	0.007
<b>AIC</b>	-800.590	-736.121	-782.953	-720.688
<b>BIC</b>	-789.042	-720.724	-756.008	-689.893

A partir de los resultados mostrados en la tabla 4.3, se observa que aquellos modelos que tienen un valor menor para el AIC y BIC y por tanto, mejor calidad de ajuste, son el modelo 1 y 7. A continuación, se validan los cuatro modelos ajustados.

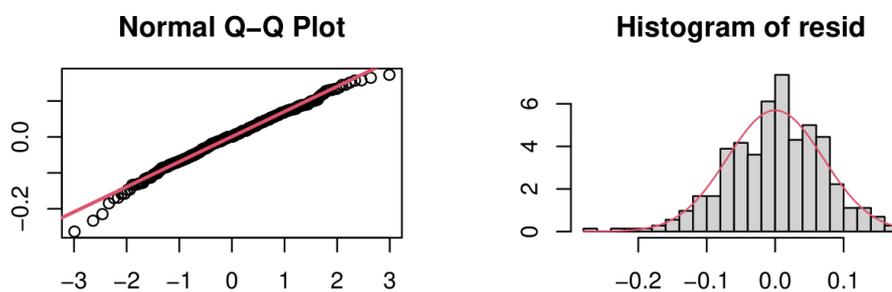
### 4.2.3 Validación de los modelos

Para validar los cuatro modelos estimados preseleccionados, se debe responder a la siguiente pregunta: ¿Qué necesita un modelo para ser validado? La respuesta corta es: los residuos correspondientes deben ser un ruido blanco (*White Noise*). Es decir:

- Los residuos deben ser normales, centrados en cero y tener varianza constante.
- Los residuos han de ser independientes.
- Además, el modelo debe de ser causal e invertible para ser útil a la hora de predecir.

A continuación, se procede a validar los 4 modelos resultantes de la sección 4.2.2. Cabe mencionar de antemano que en la tabla 4.4 se presentará un resumen de los resultados de validación para estos cuatro modelos.

### Modelo 1:



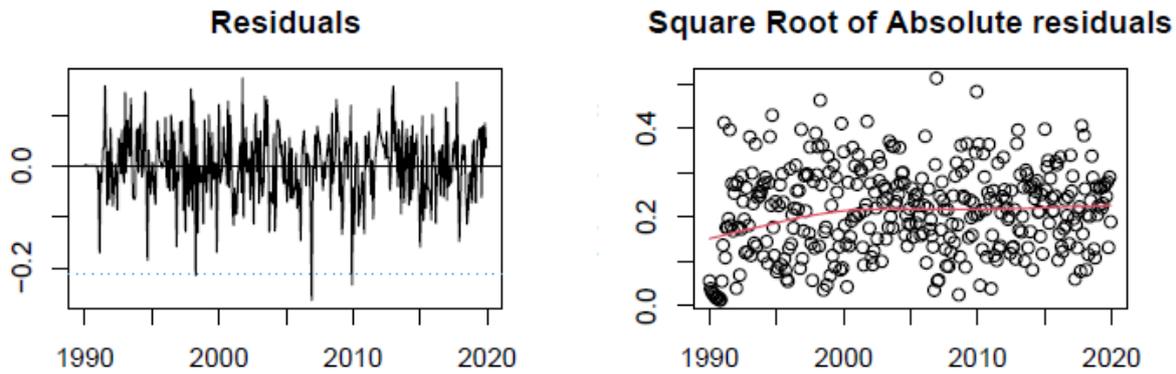
**Figura 4.6:** Gráficos para validación de normalidad del modelo 1

En base al gráfico del *Q-Q Plot* (izquierda) y al histograma de los residuos (derecha) en la figura 4.6, se considera que los residuos siguen una distribución Normal, excepto quizás por la presencia de algún valor atípico. Las pruebas complementarias de normalidad confirman estos resultados.

Para analizar de forma numérica si los residuos de los datos de suicidios en España son normales se hace uso de tres contrastes de hipótesis: *Shapiro-Wilks*, *Anderson-Darling* y *Jarque Bera*, todos ellos con las siguientes hipótesis:

$$\begin{cases} H_0: \text{Los residuos son normales} \\ H_1: \text{los residuos NO son normales} \end{cases}$$

Se obtiene un p-valor inferior a  $\alpha = 0.05$  para los test de *Shapiro-Wilks* y *Jarque Bera*, indicativo de residuos no normales. Por contra, el test de *Anderson-Darling* muestra un p-valor superior al nivel de significación, por lo que este test si asume normalidad de los residuos; ver tabla 4.4. Esta controversia puede ser debida a que las pruebas de Normalidad son muy sensibles a valores atípicos, de manera que se prestará más atención al gráfico *Q-Q Plot* de la figura 4.6 (izquierda) donde se ha visto que los residuos centrales si cumplen la normalidad, pero los pertenecientes a las colas no.



**Figura 4.7:** Gráficos para validación de homocedasticidad del modelo 1

En base al gráfico de la izquierda de la figura 4.7, se puede concluir que los residuos están centrados en el valor cero pero, como ya se había visto en la figura 4.6, hay existencia de atípicos. A partir del gráfico de la derecha, se determina que los residuos si son homocedasticos. Para confirmar este resultado de forma numérica, se hace el test de *Breusch-Pagan*, el cual contrasta las siguientes hipótesis:

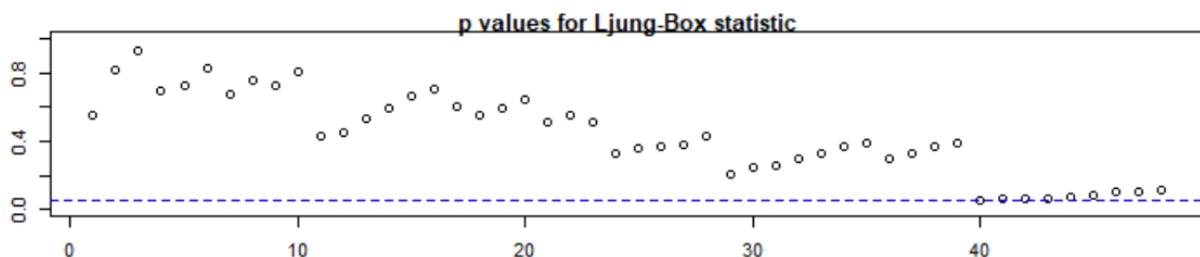
$$\begin{cases} H_0: \text{Los residuos son homocedasticos} \\ H_1: \text{los residuos NO son homocedasticos} \end{cases}$$

Se obtiene un p-valor superior a  $\alpha = 0.05$ , así que se afirma que los residuos son homocedasticos.

Ahora, se verifica si se puede asumir que los residuos sean independientes; es decir, que no haya autocorrelación en los residuos. Para ello, se realizan dos tests: uno a nivel individual y otro a nivel conjunto.

<b>Durbin-Watson</b> (Individual para cada retardo)	<b>Ljung-Box</b> (A nivel conjunto hasta el retardo $k$ )
$\begin{cases} H_0: \text{No hay autocorrelación en el retardo } k \\ H_1: \text{hay autocorrelación en el retardo } k \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: \text{No hay autocorrelación hasta el retardo } k \\ H_1: \text{hay autocorrelación hasta el retardo } k \end{cases}$

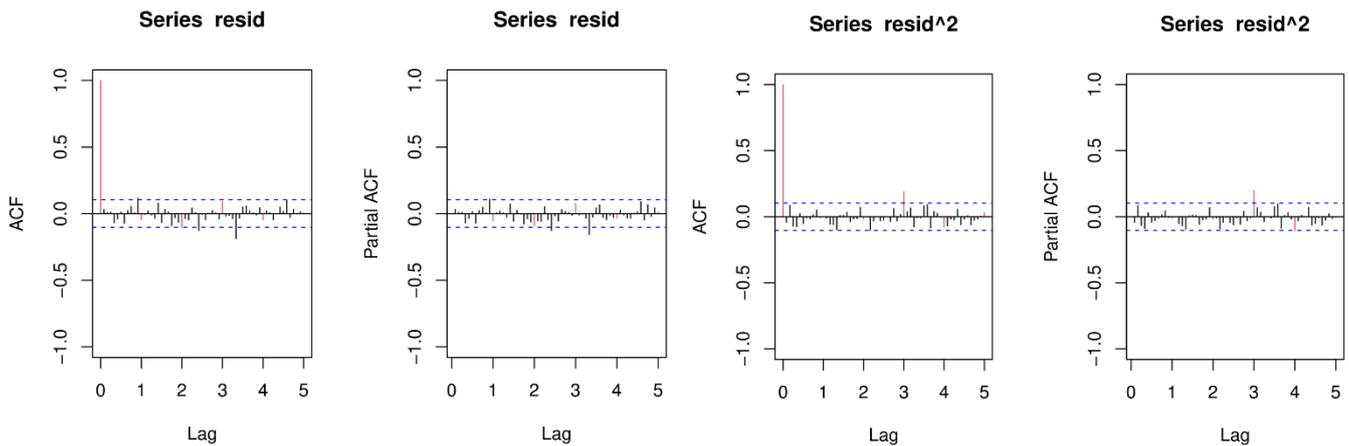
Como se reporta en la tabla 4.4, en el test de *Durbin-Watson* se obtiene un p-valor superior a 0.05, así que se asume que no hay autocorrelación en los residuos a nivel individual.



**Figura 4.8:** Gráficos para validación de autocorrelación del modelo 1

En base a la figura 4.8 y al resultado del *Ljung-Box* test, se observa que todos los p-valores son superiores a 0.05, considerando retardos hasta  $k = 48$ ; se concluye que no existe una estructura de autocorrelación en los residuos.

Seguidamente, en la figura 4.9 se muestra el ACF y el PACF de los residuos y de los residuos al cuadrado. Tal y como se deseaba, estos parecen tener una distribución *White Noise*.



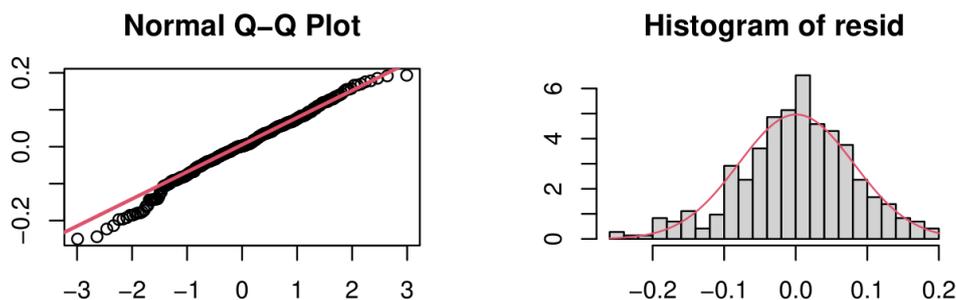
**Figura 4.9:** (P)ACF para la validación del modelo 1

Finalmente, para dar el modelo por válido y útil para realizar predicciones, falta verificar que el modelo sea invertible y causal ya que, en caso contrario, no servirá para realizar predicciones a largo plazo. Como se ha explicado en la sección 3.3.4 del presente documento, eso se mira a partir del módulo de las raíces del polinomio característico.

Al tratarse de un modelo *MA* puro, no existe el polinomio característico de la parte *AR* y consecuentemente, se asegura la causalidad. Mirando los módulos de las raíces del polinomio de la parte *MA*, se obtienen valores que son iguales a la unidad, por lo que, el modelo no es invertible; ver resultados en el anexo B.2.

Aparte del no cumplimiento de la invertibilidad del modelo y de la presencia de atípicos, el modelo 1 queda validado.

Modelo 3:



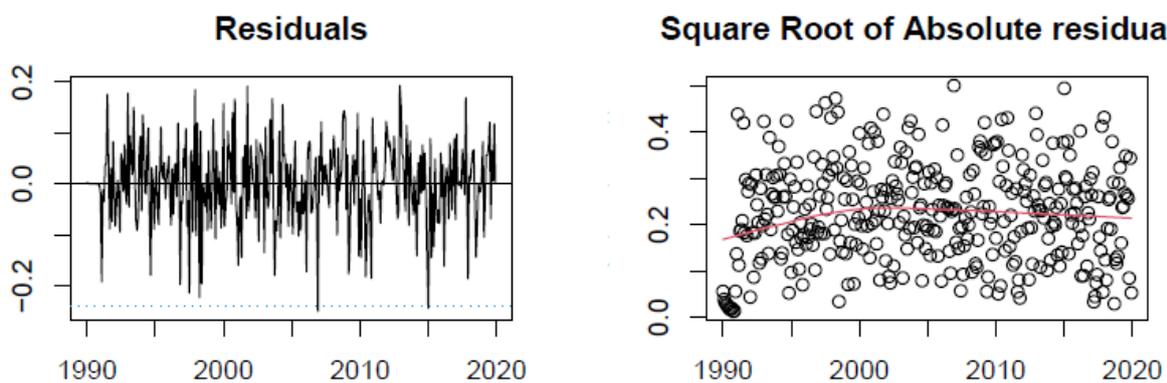
**Figura 4.10:** Gráficos para validación de normalidad del modelo 3

En base al gráfico del Q-Q Plot (izquierda) y al histograma de los residuos (derecha) en la figura 4.10, se considera que los residuos siguen una distribución Normal, excepto quizás por la presencia de algún valor atípico.

Para analizar de forma numérica si los residuos de los datos de suicidios en España son normales se hace uso de tres contrastes de hipótesis: *Shapiro-Wilks*, *Anderson-Darling* y *Jarque Bera*, todos ellos con las siguientes hipótesis:

$$\begin{cases} H_0: \text{Los residuos son normales} \\ H_1: \text{los residuos NO son normales} \end{cases}$$

Se obtiene un p-valor inferior a  $\alpha = 0.05$  para los tres tests, indicativo de residuos no normales; ver tabla 4.4. Esto puede ser debido a que los tests de Normalidad son muy sensibles a valores atípicos, de manera que se prestará más atención al gráfico *Q-Q Plot* de la figura 4.10 (izquierda) donde se ha visto que los residuos centrales si cumplen la normalidad, pero los pertenecientes a las colas no.



**Figura 4.11:** Gráficos para validación de homocedasticidad del modelo 3

En base al gráfico de la izquierda de la figura 4.11, se puede concluir que los residuos están centrados en el valor cero pero, como ya se había visto en la figura 4.10, hay existencia de atípicos. A partir del gráfico de la derecha, se determina que los residuos si son homocedasticos. Para confirmar este resultado de forma numérica, se hace el test de *Breusch-Pagan*, el cual contrasta las siguientes hipótesis:

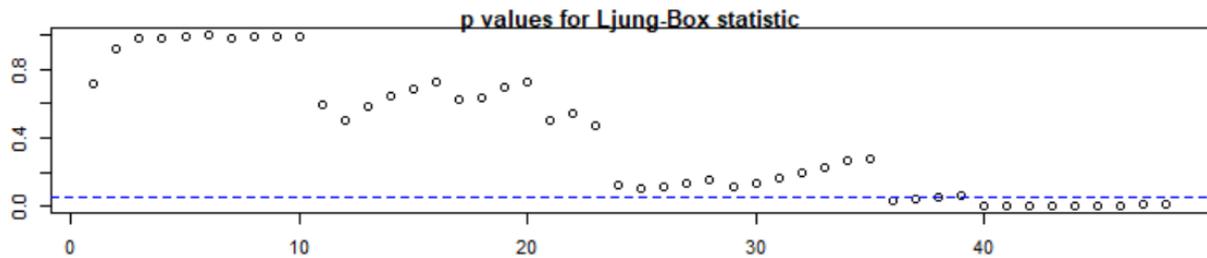
$$\begin{cases} H_0: \text{Los residuos son homocedasticos} \\ H_1: \text{los residuos NO son homocedasticos} \end{cases}$$

Se obtiene un p-valor superior a  $\alpha = 0.05$ , así que se afirma que los residuos son homocedasticos.

Ahora, se verifica si se puede asumir que los residuos sean independientes; es decir, que no haya autocorrelación en los residuos. Para ello, se realizan dos tests: uno a nivel individual y otro a nivel conjunto.

<b>Durbin-Watson</b> (Individual para cada retardo)	<b>Ljung-Box</b> (A nivel conjunto hasta el retardo $k$ )
$\begin{cases} H_0: \text{No hay autocorrelación en el retardo } k \\ H_1: \text{hay autocorrelación en el retardo } k \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: \text{No hay autocorrelación hasta el retardo } k \\ H_1: \text{hay autocorrelación hasta el retardo } k \end{cases}$

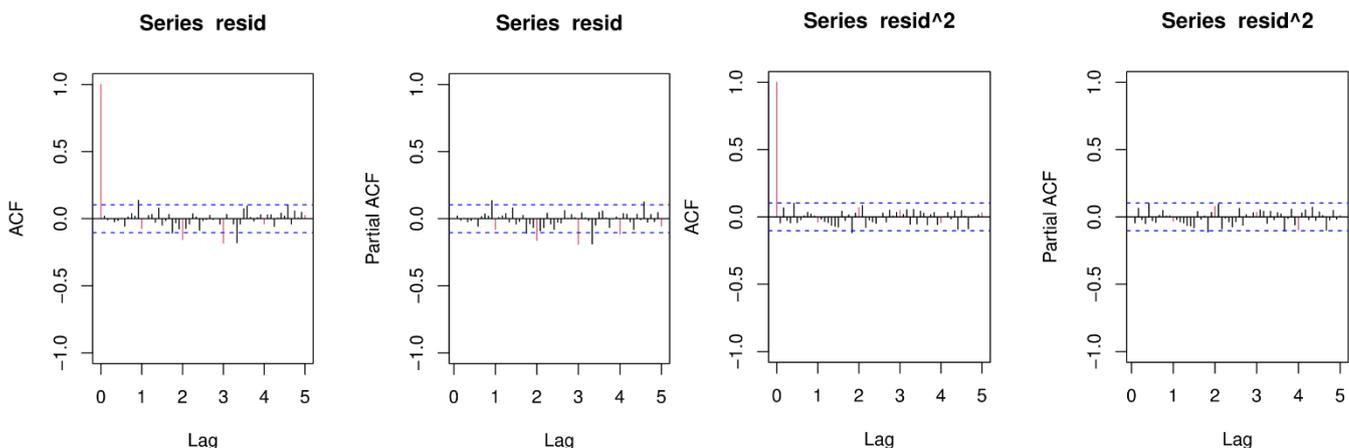
Como se reporta en la tabla 4.4., en el test de *Durbin-Watson* se obtiene un p-valor superior a 0.05, así que se asume que no hay autocorrelación en los residuos a nivel individual.



**Figura 4.12:** Gráficos para validación de autocorrelación del modelo 3

En base a la figura 4.12 y al resultado del *Ljung-Box test*, se obtiene un p-valor inferior a  $\alpha = 0.05$  en el retardo (lag) 36. Tal y como está programada la función significa que en el retardo 36 se obtiene una estructura de autocorrelación, la cual se arrastra en todos los retardos posteriores a este hecho. Cabe destacar que la pérdida de independencia se ha dado en un retardo lejano al origen, por tanto, ésta no es preocupante en la validación de los residuos.

Seguidamente, en la figura 4.13 se muestra el ACF y el PACF de los residuos y de los residuos al cuadrado.



**Figura 4.13:** (P)ACF para la validación del modelo 3

Observando la figura 4.13, parece que exista una estructura de correlación. Como ésta no es del todo clara, de momento se mantiene la misma definición del modelo hasta ver si es debida

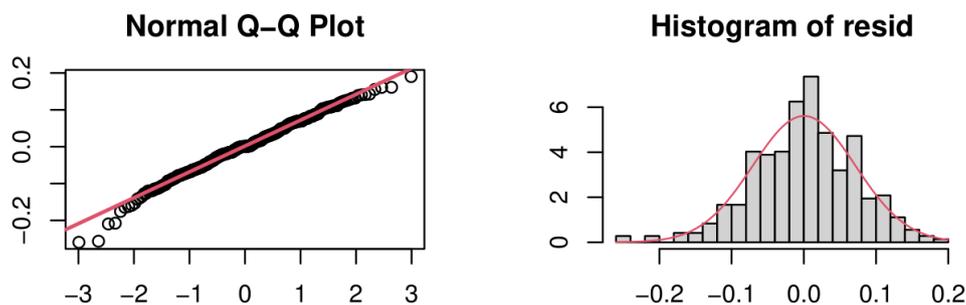
al efecto calendario o a la existencia de atípicos, ambos estudios realizados posteriormente. Dicho de otra manera, se decide esperar antes de aplicar ningún cambio hasta que se trabaje con la serie teórica o linealizada.

Finalmente, para dar el modelo por válido y útil para realizar predicciones, falta verificar que el modelo sea invertible y causal ya que, en caso contrario, no servirá para realizar predicciones a largo plazo. Como se ha explicado en la sección 3.3.4 del presente documento, eso se mira a partir del módulo de las raíces del polinomio característico.

Mirando los módulos de las raíces del polinomio de la parte *MA* y los de la parte *AR*, se obtienen valores que son mayores a la unidad, por lo que, el modelo es causal e invertible; ver resultados en el anexo B.3.

Aparte del no cumplimiento de la autocorrelación en el retardo 36, el modelo 3 queda validado.

Modelo 7:



**Figura 4.14:** Gráficos para validación de normalidad del modelo 7

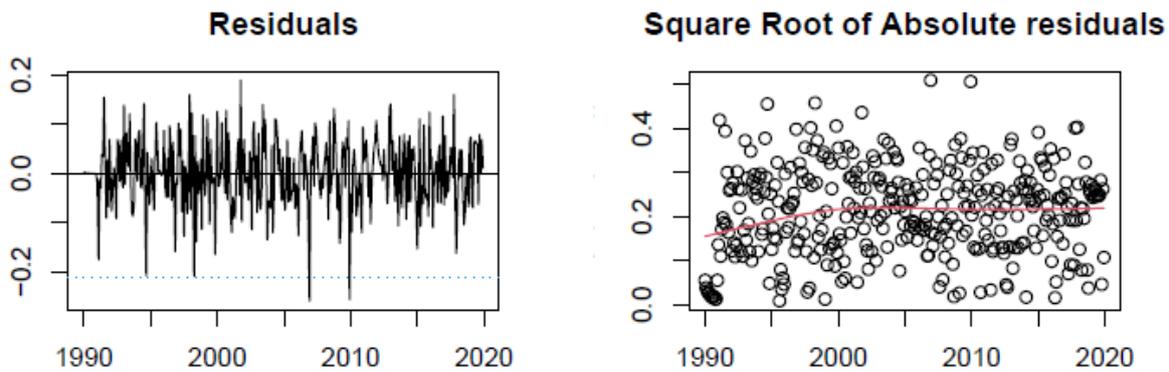
En base al gráfico del *Q-Q Plot* (izquierda) y al histograma de los residuos (derecha) en la figura 4.14, se considera que los residuos siguen una distribución Normal, excepto quizás por la presencia de algún valor atípico. Las pruebas complementarias de normalidad confirman estos resultados.

Para analizar de forma numérica si los residuos de los datos de suicidios en España son normales se hace uso de tres contrastes de hipótesis: *Shapiro-Wilks*, *Anderson-Darling* y *Jarque Bera*, todos ellos con las siguientes hipótesis:

$$\begin{cases} H_0: \text{Los residuos son normales} \\ H_1: \text{los residuos NO son normales} \end{cases}$$

Se obtiene un p-valor inferior a  $\alpha = 0.05$  para los test de *Shapiro-Wilks* y *Jarque Bera*, indicativo de residuos no normales. Por contra, el test de *Anderson-Darling* muestra un p-valor superior al nivel de significación, por lo que este test si asume normalidad de los

residuos; ver tabla 4.4. Esta controversia puede ser debida a que las pruebas de Normalidad son muy sensibles a valores atípicos, de manera que se prestará más atención al gráfico Q-Q Plot de la figura 4.14 (izquierda) donde se ha visto que los residuos centrales si cumplen la normalidad, pero los pertenecientes a las colas no.



**Figura 4.15:** Gráficos para validación de homocedasticidad del modelo 7

En base al gráfico de la izquierda de la figura 4.15, se puede concluir que los residuos están centrados en el valor cero pero, como ya se había visto en la figura 4.14, hay existencia de atípicos. A partir del gráfico de la derecha, se determina que los residuos si son homocedasticos. Para confirmar este resultado de forma numérica, se hace el test de *Breusch-Pagan*, el cual contrasta las siguientes hipótesis:

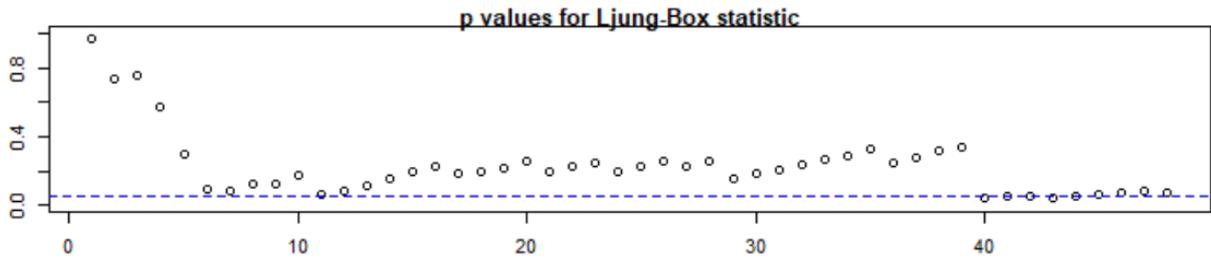
$$\begin{cases} H_0: \text{Los residuos son homocedasticos} \\ H_1: \text{los residuos NO son homocedasticos} \end{cases}$$

Se obtiene un p-valor superior a  $\alpha = 0.05$ , así que se afirma que los residuos son homocedasticos.

Ahora, se verifica si se puede asumir que los residuos sean independientes; es decir, que no haya autocorrelación en los residuos. Para ello, se realizan dos tests: uno a nivel individual y otro a nivel conjunto.

<b>Durbin-Watson</b> (Individual para cada retardo)	<b>Ljung-Box</b> (A nivel conjunto hasta el retardo k)
$\begin{cases} H_0: \text{No hay autocorrelación en el retardo } k \\ H_1: \text{hay autocorrelación en el retardo } k \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: \text{No hay autocorrelación hasta el retardo } k \\ H_1: \text{hay autocorrelación hasta el retardo } k \end{cases}$

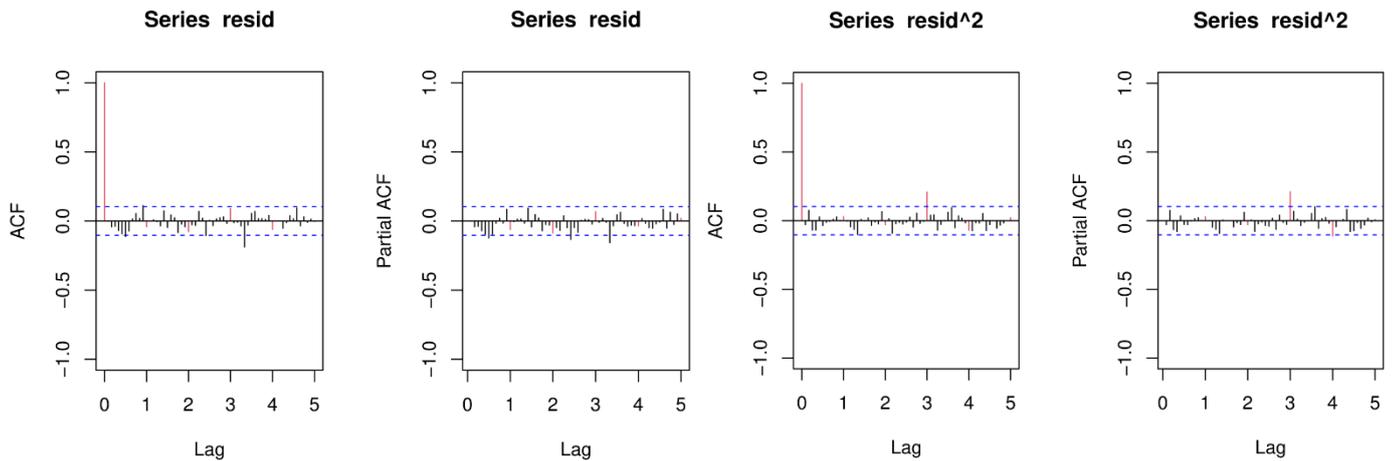
Como se reporta en la tabla 4.4, en el test de *Durbin-Watson* se obtiene un p-valor superior a 0.05, así que se asume que no hay autocorrelación en los residuos a nivel individual.



**Figura 4.16:** Gráficos para validación de autocorrelación del modelo 7

En base a la figura 4.16 y al resultado del *Ljung-Box* test, se observa que todos los p-valores son superiores a 0.05, considerando retardos hasta  $k = 48$ ; se concluye que no existe una estructura de autocorrelación en los residuos.

Seguidamente, en la figura 4.17 se muestra el ACF y el PACF de los residuos y de los residuos al cuadrado. Tal y como se deseaba, estos parecen tener una distribución *WN*.



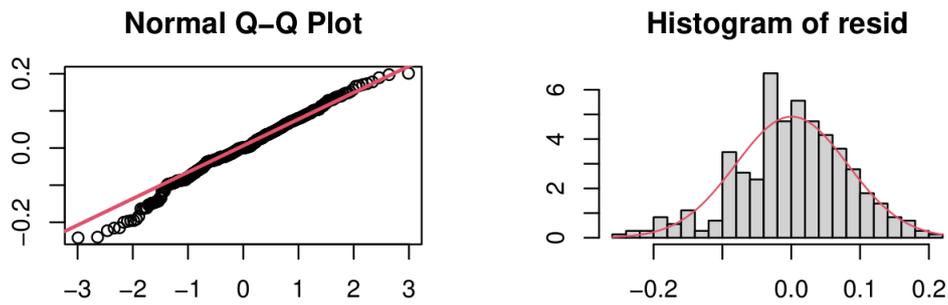
**Figura 4.17:** (P)ACF para la validación del modelo 7

Finalmente, para dar el modelo por válido y útil para realizar predicciones, falta verificar que el modelo sea invertible y causal ya que, en caso contrario, no servirá para realizar predicciones a largo plazo. Como se ha explicado en la sección 3.3.4 del presente documento, eso se mira a partir del módulo de las raíces del polinomio característico.

En el caso del modelo 7, los módulos de las raíces del polinomio característico de la parte *AR* si son mayores a la unidad pero los de la parte *MA* son iguales a la unidad. Por dicho motivo, el modelo es causal pero no es invertible; ver resultados en el anexo B.4.

Aparte del no cumplimiento de la invertibilidad del modelo y de la presencia de atípicos, el modelo 7 queda validado.

Modelo 9:



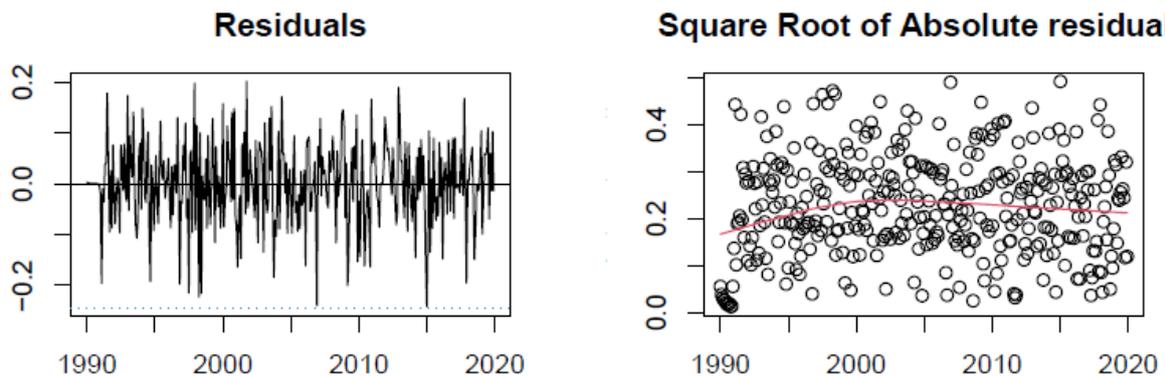
**Figura 4.18:** Gráficos para validación de normalidad del modelo 9

En base al gráfico del Q-Q Plot (izquierda) y al histograma de los residuos (derecha) en la figura 4.18, se considera que los residuos siguen una distribución Normal, excepto quizás por la presencia de algún valor atípico.

Para analizar de forma numérica si los residuos de los datos de suicidios en España son normales se hace uso de tres contrastes de hipótesis: *Shapiro-Wilks*, *Anderson-Darling* y *Jarque Bera*, todos ellos con las siguientes hipótesis:

$$\begin{cases} H_0: \text{Los residuos son normales} \\ H_1: \text{los residuos NO son normales} \end{cases}$$

Se obtiene un p-valor inferior a  $\alpha = 0.05$  para los tres tests, indicativo de residuos no normales. Esto puede ser debido a que los tests de Normalidad son muy sensibles a valores atípicos, de manera que se prestará más atención al gráfico *Q-Q Plot* de la figura 4.18 (izquierda) donde se ha visto que los residuos centrales si cumplen la normalidad, pero los pertenecientes a las colas no.



**Figura 4.19:** Gráficos para validación de homocedasticidad del modelo 9

En base al gráfico de la izquierda de la figura 4.19, se puede concluir que los residuos están centrados en el valor cero pero, como ya se había visto en la figura 4.18, hay existencia de atípicos. A partir del gráfico, se determina que los residuos si son homocedasticos. Para

confirmar este resultado de forma numérica, se hace el test de *Breusch-Pagan*, el cual contrasta las siguientes hipótesis:

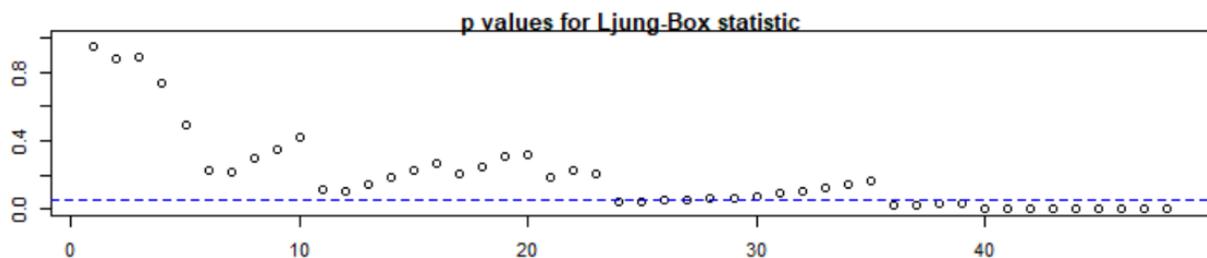
$$\begin{cases} H_0: \text{Los residuos son homocedásticos} \\ H_1: \text{los residuos NO son homocedásticos} \end{cases}$$

Se obtiene un p-valor superior a  $\alpha = 0.05$ , así que se afirma que los residuos son homocedásticos.

Ahora, se verifica si se puede asumir que los residuos sean independientes; es decir, que no haya autocorrelación en los residuos. Para ello, se realizan dos tests: uno a nivel individual y otro a nivel conjunto.

<b>Durbin-Watson</b> (Individual para cada retardo)	<b>Ljung-Box</b> (A nivel conjunto hasta el retardo k)
$\begin{cases} H_0: \text{No hay autocorrelación en el retardo } k \\ H_1: \text{hay autocorrelación en el retardo } k \end{cases}$	$\begin{cases} H_0: \text{No hay autocorrelación hasta el retardo } k \\ H_1: \text{hay autocorrelación hasta el retardo } k \end{cases}$

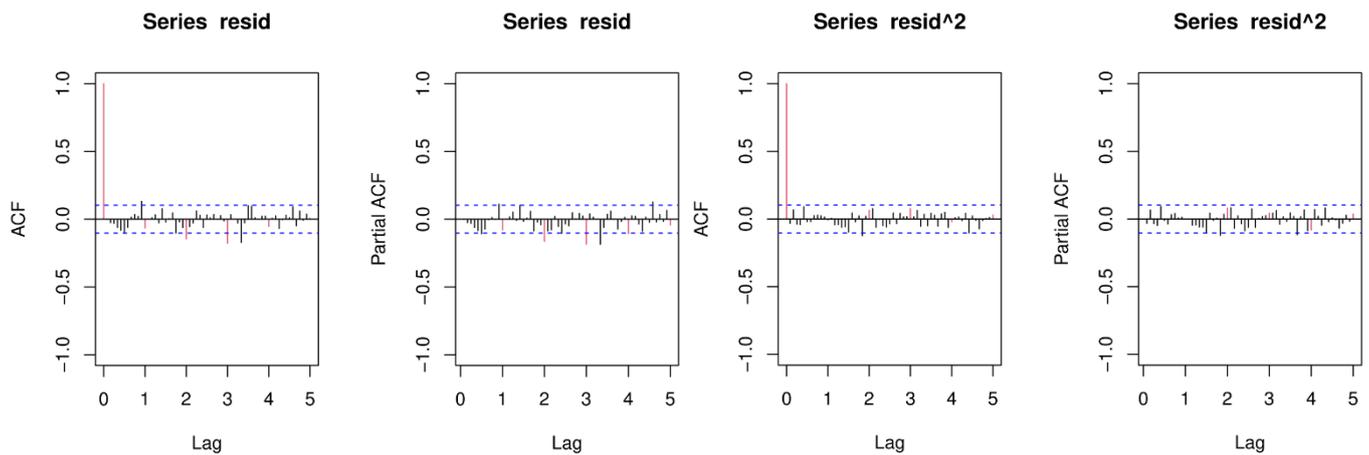
En el test de *Durbin-Watson* se obtiene un p-valor superior a 0.05, así que se asume que no hay autocorrelación en los residuos a nivel individual.



**Figura 4.20:** Gráficos para validación de autocorrelación del modelo 9

En base a la figura 4.20 y al resultado del *Ljung-Box test*, se obtiene un p-valor inferior a  $\alpha = 0.05$  en el retardo (lag) 24. Tal y como está programada la función significa que en el retardo 24 se obtiene una estructura de autocorrelación, la cual se arrastra en todos los retardos posteriores a este hecho.

Seguidamente, en la figura 4.21 se muestra el ACF y el PACF de los residuos y de los residuos al cuadrado.



**Figura 4.21:** (P)ACF para la validación del modelo 9

Observando la figura 4.21, parece que exista una estructura de correlación. Como ésta no es del todo clara, de momento se mantiene la misma definición del modelo hasta ver si es debida al efecto calendario o a la existencia de atípicos, ambos estudios realizados posteriormente. Dicho de otra manera, se decide esperar antes de aplicar ningún cambio hasta que se trabaje con la serie teórica o linealizada.

Finalmente, para dar el modelo por válido y útil para realizar predicciones, falta verificar que el modelo sea invertible y causal ya que, en caso contrario, no servirá para realizar predicciones a largo plazo. Como se ha explicado en la sección 3.3.4 del presente documento, eso se mira a partir del módulo de las raíces del polinomio característico.

Al tratarse de un modelo *AR* puro, no existe el polinomio característico de la parte *MA* y consecuentemente, se asegura la invertibilidad. Mirando los módulos de las raíces del polinomio *AR*, se observa que son mayores a la unidad, por lo que, el modelo si es causal; ver resultados en el anexo B.5.

Aparte del no cumplimiento de la autocorrelación en el retardo 24, el modelo 9 queda validado.

En la tabla 4.4 se muestra un resumen de los resultados para los cuatro modelos anteriormente validados.

**Tabla 4.4:** Resumen de los resultados de validación de los cuatro modelos preseleccionados.

	<i>Mod 1</i>	<i>Mod 3</i>	<i>Mod 7</i>	<i>Mod 9</i>
<i>Shapiro – Wilks Normality p. value</i>	0.040	0.012	0.024	0.011
<i>Anderson – Darling p. value</i>	0.262	0.027	0.224	0.020
<i>Jarque – Bera p. value</i>	0.005	0.028	0.004	0.046

<i>Breush – Pagan p. value</i>	0.255	0.696	0.220	0.623
<i>Durbin – watson p. value</i>	0.257	0.340	0.491	0.502
<i>Ljung – Box (lag 1) p. value</i>	0.551	0.719	0.975	0.954
<i>Ljung – Box (lag 2) p. value</i>	0.822	0.919	0.731	0.883
<i>Ljung – Box (lag 3) p. value</i>	0.933	0.982	0.756	0.883
<i>Ljung – Box (lag 4) p. value</i>	0.697	0.985	0.570	0.737
<i>Ljung – Box (lag 12) p. value</i>	0.452	0.499	0.082	0.106
<i>Ljung – Box (lag 24) p. value</i>	0.333	0.123	0.199	0.048
<i>Ljung – Box (lag 36) p. value</i>	0.293	0.037	0.243	0.020
<i>Ljung – Box (lag 48) p. value</i>	0.110	0.009	0.074	0.004
<i>Causalidad</i>	SÍ	SÍ	SÍ	SÍ
<i>Invertibilidad</i>	NO	SÍ	NO	SÍ

A partir de los resultados de validación mostrados en la tabla 4.4, se observa que los modelos 1 y 7 se validan casi completamente, pero fallan en cumplir la condición de invertibilidad. Por otro lado, los modelos 3 y 9 pasan toda la validación, incluida la condición de invertibilidad, pero fallan en el test de correlación/independencia conjunta de *Ljung-Box* en retardos estacionales; retardos de 36 y 24 meses, respectivamente. Por tanto, no se pueden dar por completamente válidos en su forma actual y sería necesario mejorarlos. Se decide, sin embargo, continuar estudiando los cuatro modelos para ver si alguno de ellos mejora cuando se apliquen las correcciones ARIMAX.

A continuación, se realiza la predicción de los 4 modelos ARIMA preseleccionados.

#### 4.2.4 Predicción de modelos ARIMA

El paso de predicción de los cuatro modelos ARIMA seleccionados anteriormente se divide en tres partes: (1) el estudio de la estabilidad de cada uno de los modelos propuestos, (2) el cálculo de sus respectivas capacidades predictivas y (3) la realización de la predicción a largo plazo.

##### Estudio de estabilidad

Como se ha descrito en el capítulo 3 (Metodología), un modelo es estable si al realizar la estimación con la serie completa e incompleta, se obtienen coeficientes estimados de similar magnitud, igual signo y misma significancia. En este trabajo, la serie incompleta resulta de excluir los datos del año 2019.

Modelo 1:

<b>Serie completa</b>	Coefficients: ma1      sma1 -0.802  -1.0000 s.e.      0.034   0.0419
<b>Serie sin el año 2019</b>	Coefficients: ma1      sma1 -0.8043  -1.0000 s.e.      0.0338   0.0455

**Figura 4.22:** Salida de R para el estudio de estabilidad del modelo 1

En la figura 4.22 se observa que se cumplen las tres premisas mencionadas ya que, los coeficientes de ambas series tienen la misma magnitud, signo equivalente y la misma significancia. En consecuencia, se concluye que el modelo 1 es estable.

Modelo 3:

<b>Serie completa</b>	Coefficients: ma1      sar1      sar2 -0.7797  -0.6867  -0.4422 s.e.      0.0346   0.0502   0.0491
<b>Serie sin el año 2019</b>	Coefficients: ma1      sar1      sar2 -0.7825  -0.6801  -0.4367 s.e.      0.0351   0.0512   0.0500

**Figura 4.23:** Salida de R para el estudio de estabilidad del modelo 3

En la figura 4.23 se observa que se cumplen las tres premisas mencionadas ya que, los coeficientes de ambas series tienen la misma magnitud, signo equivalente y la misma significancia. En consecuencia, se concluye que el modelo 3 es estable.

Modelo 7:

<b>Serie completa</b>	Coefficients: ar1      ar2      ar3      ar4      ar5      sma1 -0.7339  -0.5155  -0.3570  -0.2774  -0.1738  -1.0000 s.e.      0.0531   0.0646   0.0677   0.0648   0.0539   0.0424
<b>Serie sin el año 2019</b>	Coefficients: ar1      ar2      ar3      ar4      ar5      sma1 -0.7361  -0.5120  -0.3515  -0.2763  -0.1762  -1.0000 s.e.      0.0541   0.0657   0.0689   0.0659   0.0547   0.0455

**Figura 4.24:** Salida de R para el estudio de estabilidad del modelo 7

En la figura 4.24 se observa que se cumplen las tres premisas mencionadas ya que, los coeficientes de ambas series tienen la misma magnitud, signo equivalente y la misma significancia. En consecuencia, se concluye que el modelo 7 es estable.

Modelo 9:

<b>Serie completa</b>	Coefficients:							
		ar1	ar2	ar3	ar4	ar5	sar1	sar2
		-0.7324	-0.5401	-0.3806	-0.2540	-0.1411	-0.6952	-0.4373
	s.e.	0.0543	0.0658	0.0689	0.0656	0.0546	0.0500	0.0498
<b>Serie sin el año 2019</b>	Coefficients:							
		ar1	ar2	ar3	ar4	ar5	sar1	sar2
		-0.7294	-0.5403	-0.3764	-0.2546	-0.1376	-0.6918	-0.4321
	s.e.	0.0556	0.0669	0.0701	0.0667	0.0555	0.0512	0.0508

**Figura 4.25:** Salida de R para el estudio de estabilidad del modelo 9

En la figura 4.25 se observa que se cumplen las tres premisas mencionadas ya que, los coeficientes de ambas series tienen la misma magnitud, signo equivalente y la misma significancia. En consecuencia, se concluye que el modelo 9 es estable.

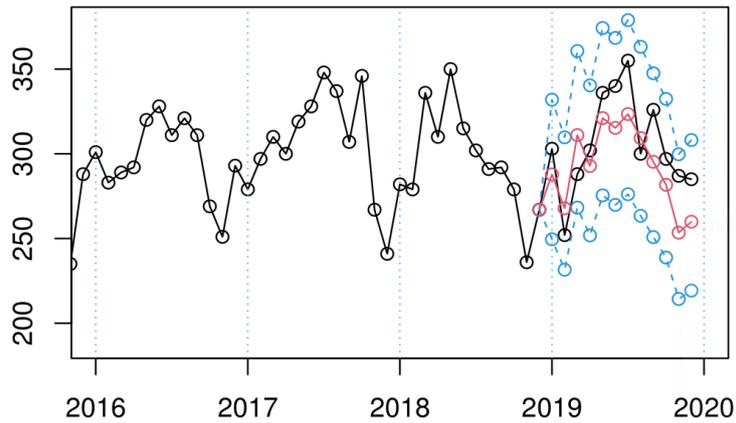
**Capacidad predictiva**

Para conocer la capacidad predictiva, se va a hacer uso de la validación cruzada, dejando los años comprendidos entre 1990 – 2018 en el conjunto de entrenamiento y el 2019 como conjunto test. Los resultados tanto gráficos como numéricos para los 4 modelos se muestran a continuación; para un resumen de resultados de capacidad predictiva de estos cuatro modelos ver tabla 4.5.

Modelo 1:

Aplicadas las fórmulas vistas en la sección 3.4.4 del presente documento, se obtiene un valor del Error Cuadrático Medio (EQM) de 0.072 y uno del Error Absoluto Medio (EAM) de 0.067. En ninguno de los dos casos, se sobrepasa el umbral del 10% de error, por lo que se confirma que estos errores son aceptables.

A continuación, en la figura 4.26 se observa la predicción (*out-of-sample*) para el año 2019, comparada con los datos reales observados.



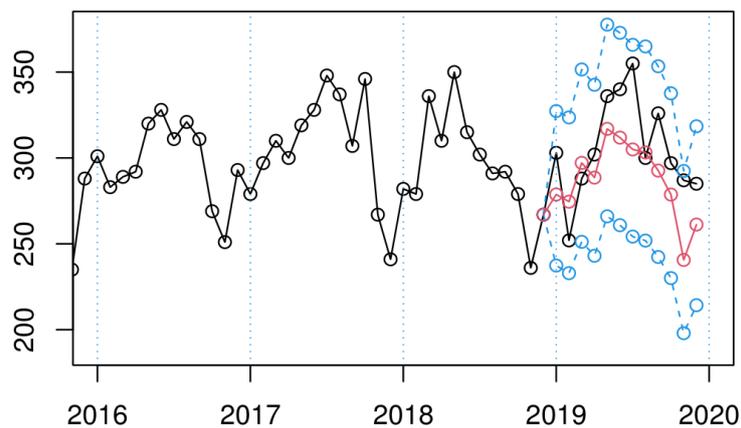
**Figura 4.26:** Capacidad predictiva del modelo 1

El modelo propuesto predice de manera razonablemente bien los datos del 2019, excepto para los meses centrales del año. Además, todos los valores reales se encuentran dentro de las bandas de confianza del 95%, lo que supone un hecho positivo.

#### Modelo 3:

En este caso, se obtiene un valor del EQM de 0.088 y uno del EAM de 0.078. Igual que en el modelo 1, ninguno de los dos errores, sobrepasa el umbral del 10%, por lo que se confirma que estos errores son aceptables.

A continuación, en la figura 4.27 se observa la predicción (*out-of-sample*) para el año 2019, comparada con los datos reales observados.



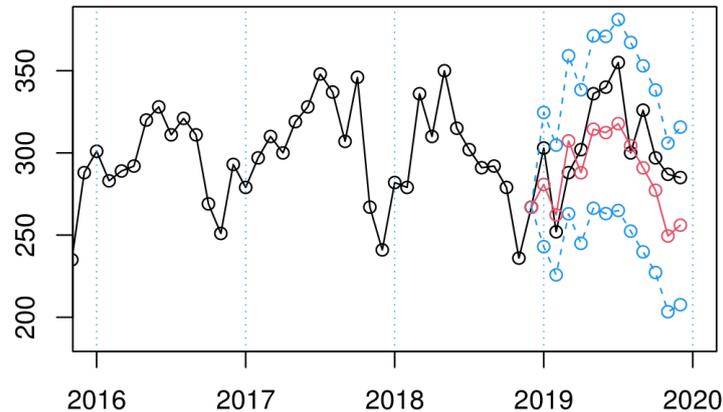
**Figura 4.27:** Capacidad predictiva del modelo 3

Todos los valores reales se encuentran dentro de las bandas de confianza del 95%, lo que supone un hecho positivo, pero los valores estimados puntuales difieren más de los reales tanto en los meses centrales del año como en los finales.

### Modelo 7:

En este caso, se obtiene un valor del EQM de 0.081 y uno del EAM de 0.074. Igual que en los casos anteriores, ninguno de los dos errores, sobrepasa el umbral del 10%, por lo que se confirma que estos errores son aceptables.

A continuación, en la figura 4.28 se observa la predicción (*out-of-sample*) para el año 2019, comparada con los datos reales observados.



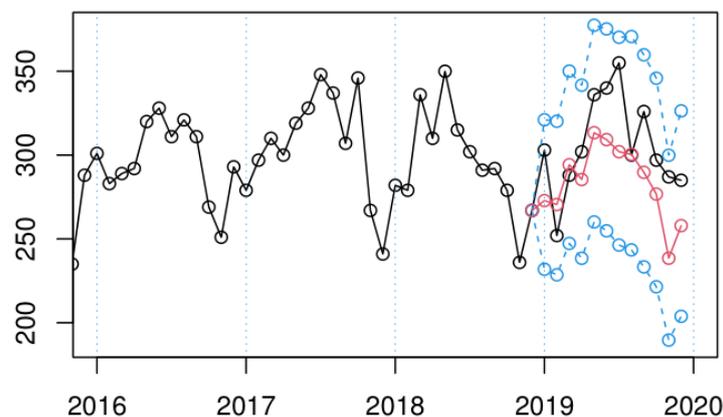
**Figura 4.28:** Capacidad predictiva del modelo 7

Observando la figura 4.28 se ve que todos los valores reales se encuentran dentro de las bandas de confianza del 95%, todo y que la predicción se debe mejorar, especialmente, a partir del mes de mayo en adelante.

### Modelo 9:

En este caso, se obtiene un valor del EQM de 0.095 y uno del EAM de 0.083. Igual que en los casos anteriores, ninguno de los dos errores, sobrepasa el umbral del 10%, por lo que se confirma que estos errores son aceptables.

A continuación, en la figura 4.29 se observa la predicción (*out-of-sample*) para el año 2019.



**Figura 4.29:** Capacidad predictiva del modelo 9

Todos los valores reales se encuentran dentro de las bandas de confianza del 95%, todo y que la predicción puntual es menos exacta que con los otros 3 modelos, como se ha podido ver en las figuras 4.26, 4.27 y 4.28. Este modelo es, además, menos preciso; ver tabla 4.5.

**Tabla 4.5:** Resumen de resultados de capacidad predictiva de los cuatro modelos preseleccionados

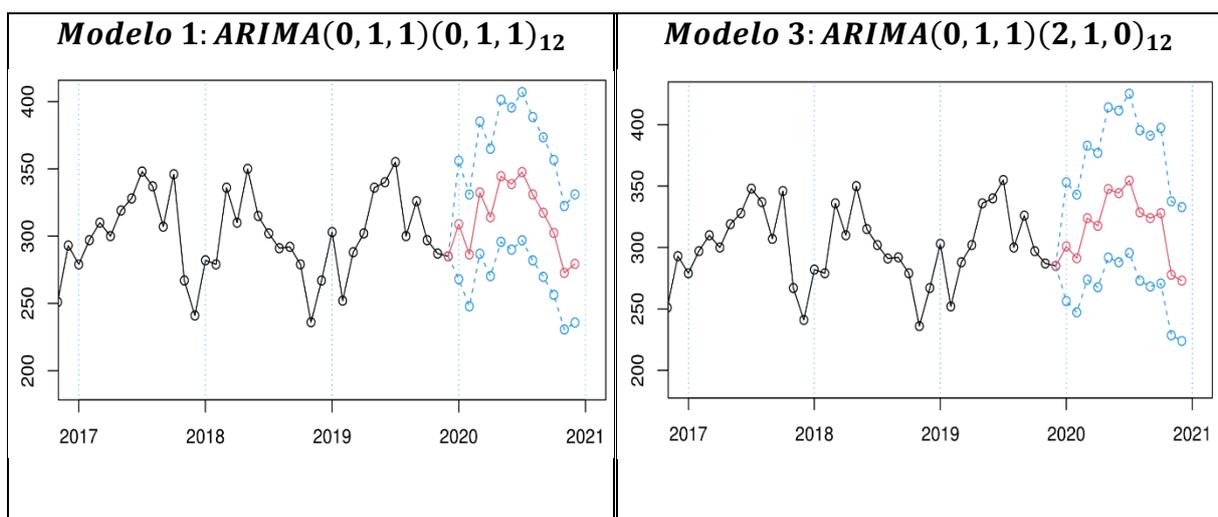
	<i>Mod 1</i>	<i>Mod 3</i>	<i>Mod 7</i>	<i>Mod 9</i>
<i>RMSPE</i>	0.072	0.089	0.081	0.095
<i>MAPE</i>	0.068	0.079	0.075	0.083
<i>Mean Length</i>	98.609	114.771	113.067	127.967

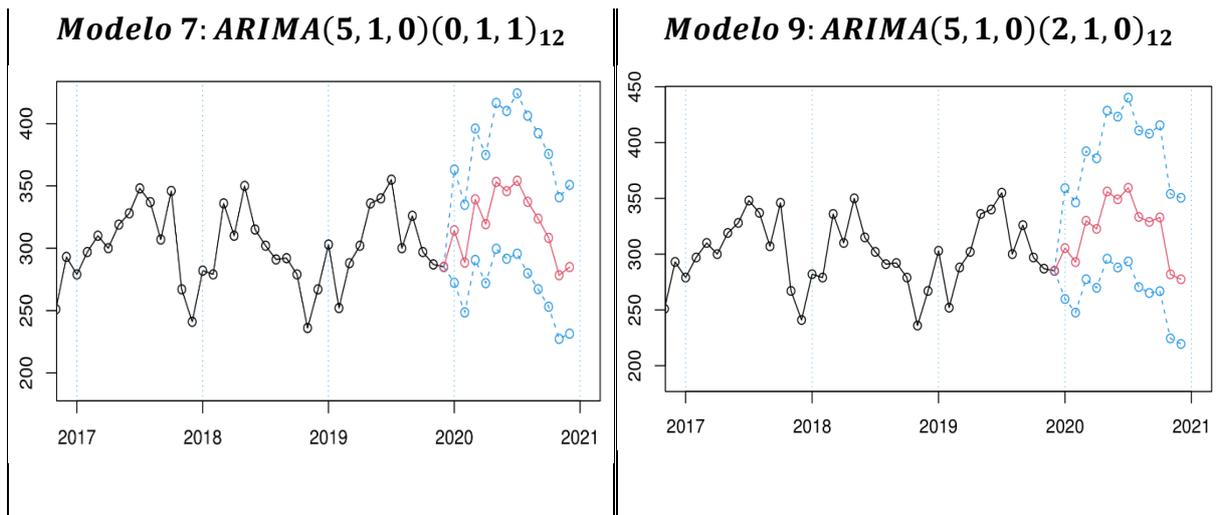
El modelo que tiene mejor capacidad predictiva es el modelo 1, seguido igualmente por los modelos 3 y 7, siendo el modelo 9 el peor.

### Predicción a largo plazo

Para llevar a cabo la predicción a largo plazo, se usa la serie completa, desde el año 1990 a 2019 (ambos incluidos) y se realiza la predicción para el año 2020. Luego con el modelo definitivo, incluso se mostrará la predicción para tres períodos; hasta 2022.

En la figura 4.30 se reporta la predicción a largo plazo para los 4 modelos.





**Figura 4.30:** Predicción a largo plazo de todos los modelos

Las cuatro predicciones son bastante similares, aunque como se muestra en el resumen de la tabla 4.5, el modelo 1 ajustado resultó ser más preciso y el 9 menos preciso.

#### 4.2.5 Selección del mejor modelo

Una vez vistas las validaciones de los modelos y el análisis de sus capacidades predictivas, se procede a comparar los modelos. En este punto del estudio, se usan las medidas de adecuación a los datos (AIC/BIC) de la tabla 4.3, y los resultados de validación y cumplimiento de las condiciones de causalidad e invertibilidad de la tabla 4.4. Además, se toman en cuenta las medidas de capacidad predictiva (EQM/EAM) y de precisión (*Mean-Length*) reportadas en la tabla 4.5.

A partir de los resultados mostrados en la tabla 4.3, se observa que aquellos modelos que tienen un valor menor para el AIC/BIC son el 1 y el 7, justamente los dos mismos que no cumplen la premisa de invertibilidad (tabla 4.5).

La capacidad predictiva obtenida en el modelo 1 es ligeramente mejor al resto; la que se aleja más, es la del modelo 9, ya que aquí su EQM es igual a 9.5% y su EAM de 8.3%. Cabe destacar que, aunque estos valores sean los más elevados, siguen siendo inferiores al 10% y eso los convierte en aceptables, como se ha mencionado previamente.

Finalmente, existe otra medida comparable entre modelos: la amplitud de la predicción. Este valor, interesa que sea pequeño, pues querrá decir que el intervalo de confianza de los valores

predichos estará más acotado, será más estrecho. Observando la tabla 4.5, se puede decir que el modelo 1 tiene una amplitud menor, seguida del modelo 7, 3 y 9, respectivamente. Así pues, después de toda esta explicación, se concluye que el que parece el mejor modelo predictivo es el 1 pero no se podría utilizar en su forma actual debido a su no invertibilidad.

Para intentar mejorar las condiciones de estimación, de validación incluyendo la no invertibilidad y de predicción, se decide aplicar la metodología ARIMAX a los cuatro modelos.

## 5. RESULTADOS: EXTENSIÓN ARIMAX

Como se ha mencionado en la sección 3.5, la metodología ARIMAX es una extensión de la ARIMA clásico de Box-Jenkins. El objetivo principal de su aplicación es intentar mejorar los cuatro modelos estudiados en el capítulo 4. Concretamente, se han estudiado los efectos calendario (*trading days* y *Easter*), el análisis de intervención y el tratamiento de valores atípicos.

### 5.1 EFECTOS CALENDARIOS

Como se hizo referencia en el capítulo 3 de metodología, se estudiará el impacto de días laborables y la localización de la semana santa.

#### 5.1.1 Efecto de *trading days* (días laborables)

Se comienza por comprobar si la diferente composición de los meses en diferentes años (proporción de días laborables respecto a días de fin de semana) tiene un efecto significativo en el número de suicidios. Para realizarlo, en el momento de estimación del modelo con la función *arima*, se introduce como variable explicativa la componente  $xreg = wTradDays$ ; ver código R y resultados en Anexo B.6.

Aplicando el código especificado a los 4 modelos seleccionados, se obtiene que en ningún caso, el coeficiente relativo a los *trading days* es significativo, ya que se han obtenidos  $|t\text{-ratio}| < 2$ . Por tanto, se concluye que dicho efecto no tiene relevancia a la hora de estudiar el número de suicidios registrados en España entre los años 1990 y 2019.

#### 5.1.2 Efecto *Easter* (semana santa)

Similarmente, se estudia si la diferente localización de la semana santa (marzo - abril) tiene alguna influencia en la modelización del número de suicidios. Al introducir la componente  $xreg = wEast$  en el paso de estimación del modelo, esta tampoco resulta significativa; ver código y resultados en el anexo B.7. Por tanto, se concluye que las diferentes localizaciones de la semana santa no tienen relevancia a la hora de estudiar el número de suicidios registrados en España.

### 5.1.3 Estudio de trading days y efecto semana santa

Finalmente, se contrastan ambos efectos calendarios de manera simultánea, obteniéndose coeficientes no significativos y valores del AIC aumentados al incorporarlos; ver anexo B.8. Por tanto, ahora sí, se puede reafirmar que los efectos calendario no influyen en la dinámica natural del número de suicidios.

## 5.2 ANÁLISIS DE INTERVENCIÓN

Con el fin de determinar si había una política o intervención que pudiera suponer un cambio significativo en el número de suicidios, se contactó por vía mail y, más tarde, por vía telefónica con la asociación española para la prevención del suicidio (FSME). Desde esta organización se comunicó que no había ningún hecho que hubiera marcado un cambio en este número, por lo que se decidió estudiar la implantación del día mundial de la prevención del suicidio, realizada en septiembre de 2003. En la tabla 5.1, se presenta, para los cuatro modelos estudiados, un resumen del análisis de intervención para saber si la instauración de este día (variable AI) ha supuesto un cambio en el número de personas que se quitan la vida.

**Tabla 5.1:** Estudio de significancia de la variable de intervención 'Día mundial de la prevención del suicidio' con 4 modelos. Valores AIC/BIC sin y con variable AI.

	<i>Mod 1</i>	<i>Mod 3</i>	<i>Mod 7</i>	<i>Mod 9</i>
<i>t - ratio</i> coeficiente variable AI	-1.77	-1.24	-2.14	-1.56
<i>AIC</i> del modelo sin variable AI	-800.590	-736.121	-782.953	-720.688
<i>AIC</i> del modelo con variable AI	-801.881	-735.695	-783.541	-721.138
<i>BIC</i> del modelo sin variable AI	-789.042	-720.723	-756.008	-689.893
<i>BIC</i> del modelo con variable AI	-786.484	-716.448	-754.746	-686.494

Se observa que el modelo 3 es el que tiene un t-ratio más alejado del valor 2, por lo que se concluye que el análisis de intervención es claramente no significativo. En el caso de los modelos 1, 3 y 9, el valor del t-ratio es semejante al valor crítico 2, por lo que se decide calcular las medidas de adecuación a los datos, el *AIC* y el *BIC*, para tomar una decisión más certera.

En los tres casos, se puede ver que el *AIC* disminuye ligeramente, lo que haría pensar que dicho coeficiente es significativo y necesario. Como la diferencia de *AIC* entre los modelos con el coeficiente y sin él son tan pequeñas, se decide observar el *BIC*, medida que es más restrictiva en el hecho de introducir nuevos parámetros. Igual que pasa con el *AIC*, interesa

que el *BIC* sea pequeño y en los tres modelos, este valor aumenta cuando se introduce el coeficiente analizado. Por este motivo, se concluye que la implantación del día internacional de la prevención de suicidios no ha supuesto realmente ningún cambio estructural en el número de personas que se quitan la vida en España.

En resumen, ninguno de los efectos calendario considerados ni la variable en el análisis de intervención, han resultado estadísticamente relevantes para los cuatro modelos. A continuación, se procede a realizar el tratamiento de atípicos.

### **5.3 VALORES ATÍPICOS**

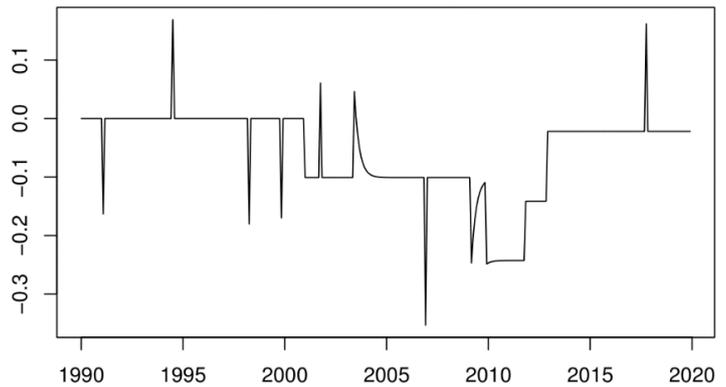
Como se pudo observar en la validación de los modelos (sección 4.2.2), los datos analizados contienen valores atípicos que no se pueden anticipar. En este último gran punto del capítulo, se ha analizado la influencia que pueden tener los puntos atípicos (*outliers*) en los modelos estimados. Esto se llevará a cabo eligiendo previamente un punto crítico alrededor de 3 que escoge el investigador; en este caso, se ha usado un valor umbral crítico de 2.75.

#### **5.3.1 Detección automática de atípicos en el modelo**

Para comenzar el tratamiento de valores *outliers*, hace falta determinar que observaciones se consideran atípicas. Para saberlo, se mira el reporte del programa R (siguientes 4 figuras, una para cada modelo), donde aparecen los atípicos detectados, el tipo, la cronología y la variación que suponen en porcentaje, esto último en escala relativa debido a que se está trabajando con una serie logarítmica. Además, se crea un perfil con los valores que aparecen en la tabla correspondiente.

**Modelo 1:**

Obs	type_detected	Fecha	perc.Obs
14	AO	Feb 1991	84.93373
55	AO	Jul 1994	118.40483
100	AO	Abr 1998	83.49095
119	AO	Nov 1999	84.37752
133	LS	Ene 2001	90.39733
142	AO	Oct 2001	117.55326
162	TC	Jun 2003	115.85719
204	AO	Dic 2006	77.70919
231	TC	Mar 2009	86.40939
240	LS	Dic 2009	86.78998
263	LS	Nov 2011	110.65307
276	LS	Dic 2012	112.68236
334	AO	Oct 2017	120.20136

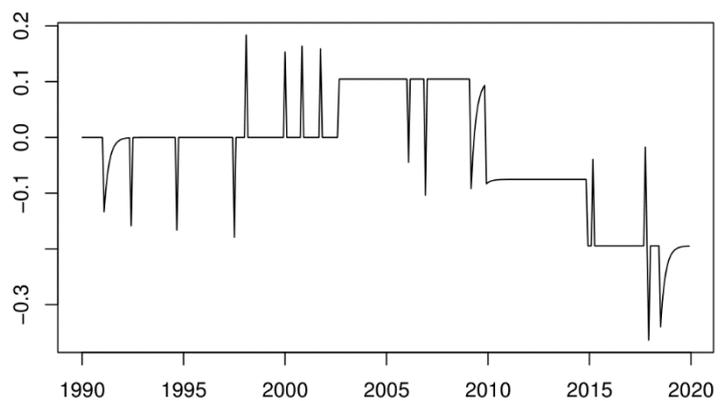


**Figura 5.1:** Listado de atípicos detectados (izquierda) y perfil de atípicos (derecha) obtenidos con el modelo 1

Observando la figura 5.1, se puede decir que más de la mitad (7/13) de atípicos son de tipo aditivo (AO), lo que indica que solo afectan en un momento puntual. Además, también se detectan dos atípicos de carácter temporal (TC) y cuatro de cambio de nivel (LS). A destacar, que la serie observada y la linealizada a partir de los atípicos del modelo 1 se encuentra en la figura A.3 de anexos.

**Modelo 3:**

Obs	type_detected	Fecha	perc.Obs
14	TC	Feb 1991	87.48431
30	AO	Jun 1992	85.37915
57	AO	Sep 1994	84.65028
91	AO	Jul 1997	83.58176
98	AO	Feb 1998	120.18166
121	AO	Ene 2000	116.57360
131	AO	Nov 2000	117.79895
142	AO	Oct 2001	117.26266
153	LS	Sep 2002	111.03705
194	AO	Feb 2006	86.09578
204	AO	Dic 2006	81.17817
231	TC	Mar 2009	82.13955
240	LS	Dic 2009	83.53123
300	LS	Dic 2014	88.75921
303	AO	Mar 2015	116.79416
334	AO	Oct 2017	119.40895
336	AO	Dic 2017	84.42272
343	TC	Jul 2018	86.45054



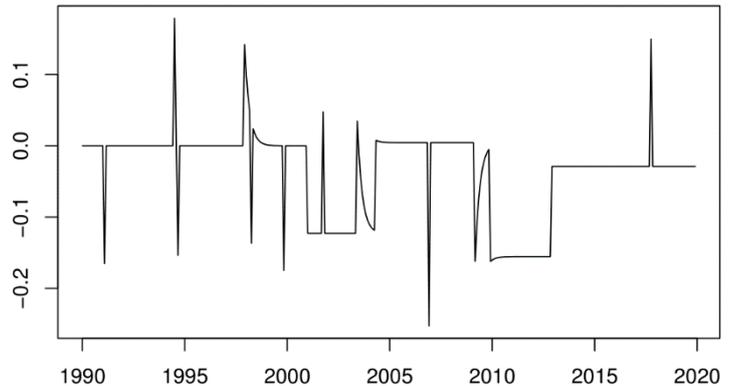
**Figura 5.2:** Listado de atípicos detectados (izquierda) y perfil de atípicos (derecha) obtenidos con el modelo 3

Observando la figura 5.2, se destaca una mayor detección de atípicos que en el modelo 1. Aun así, siguen prevaleciendo los atípicos de tipo aditivo, explicando 12 de los 18 detectados.

A destacar que la serie observada y la linealizada a partir de los atípicos del modelo 3 se encuentra en la figura A.4 de anexos.

**Modelo 7:**

Obs	type_detected	Fecha	perc.Obs
14	A0	Feb 1991	84.77418
55	A0	Jul 1994	119.58041
57	A0	Sep 1994	85.74093
96	TC	Dic 1997	115.26689
100	A0	Abr 1998	84.28684
119	A0	Nov 1999	83.95081
133	LS	Ene 2001	88.43929
142	A0	Oct 2001	118.58386
162	TC	Jun 2003	117.05625
173	LS	May 2004	113.55844
204	A0	Dic 2006	77.33235
231	TC	Mar 2009	84.66699
240	LS	Dic 2009	85.23116
276	LS	Dic 2012	113.48556
334	A0	Oct 2017	119.55946

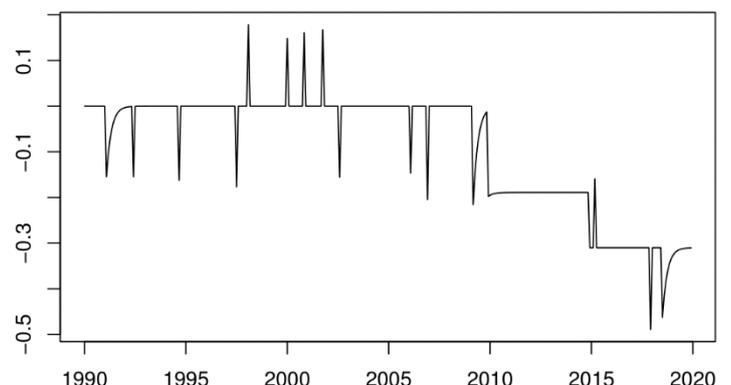


**Figura 5.3:** Listado de atípicos detectados (izquierda) y perfil de atípicos (derecha) obtenidos con el modelo 7

Observando la figura 5.3 se concluye lo mismo que se había visto hasta el momento, la mayoría de *outliers* son de tipo aditivo (8/15). En el modelo 7, además, se encuentran 3 de carácter temporal (TC) y 4 de tipo LS. A destacar que la serie observada y la linealizada a partir de los atípicos del modelo 7 se encuentra en la figura A.5 de anexos.

**Modelo 9:**

Obs	type_detected	Fecha	perc.Obs
14	TC	Feb 1991	85.69304
30	A0	Jun 1992	85.71352
57	A0	Sep 1994	85.00562
91	A0	Jul 1997	83.77161
98	A0	Feb 1998	119.56050
121	A0	Ene 2000	116.00144
131	A0	Nov 2000	117.47915
142	A0	Oct 2001	118.22773
152	A0	Ago 2002	85.58980
194	A0	Feb 2006	86.35786
204	A0	Dic 2006	81.50267
231	TC	Mar 2009	80.59075
240	LS	Dic 2009	82.78272
300	LS	Dic 2014	88.60358
303	A0	Mar 2015	116.26392
336	A0	Dic 2017	83.60552
343	TC	Jul 2018	85.80872



**Figura 5.4:** Listado de atípicos detectados (izquierda) y perfil de atípicos (derecha) obtenidos con el modelo 9

Finalmente, a partir de la figura 5.4, se puede decir que 12 de los 17 atípicos encontrados son de tipo AO, 3 de tipo TC y 2 de tipo LS. A destacar que la serie observada y la linealizada a partir de los atípicos del modelo 9 se encuentra en la figura A.6 de anexos.

### 5.3.2 Estimación y validación del modelo basado en la serie sin atípicos

En la presente subsección se lleva a cabo la estimación y validación de cada uno de los cuatro modelos, pero con la diferencia de que ahora se trabaja con la serie teórica o linealizada (libre de atípicos). Cabe destacar que el procedimiento de validación correspondiente es similar al aplicado y explicado con detalle en la sección 4.2.3; la diferencia está en el uso de la serie.

Modelo 1:  $ARIMA(0, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$  con serie teórica

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-896.37	Sí

Después de realizar la validación del modelo 1 con el tratamiento de atípicos, se observan dos grandes diferencias a lo que se obtuvo previamente en el capítulo 4 (sin tratamiento de atípicos). Ahora, el modelo 1 tiene un p-valor superior a 0.05 en los tres test de normalidad mientras que antes solo lo era en el caso de *Anderson-Darling* debido a la existencia de atípicos. La otra gran diferencia encontrada es que el módulo de las raíces del polinomio característico *MA* han pasado a ser mayores que uno, lo que convierte el modelo en invertible y éste queda completamente validado; ver resumen de resultados de validación en el anexo A.7.

Modelo 3:  $ARIMA(0, 1, 1)(2, 1, 0)_{12}$  con serie teórica

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-894.73	Sí

Después de realizar la validación del modelo 3 con el tratamiento de atípicos, se observan tres grandes diferencias a lo que se obtuvo previamente en el capítulo 4 (sin tratamiento de atípicos). Ahora, el modelo 3 tiene un p-valor superior a 0.05 en los tres test de normalidad mientras que antes eran inferiores. Así, como se había supuesto, los residuos si son normales pero las pruebas se veían afectadas por la existencia de atípicos. Otra gran diferencia encontrada es que el test de *Ljung-Box* muestra que no hay autocorrelación en ningún retardo

mientras que con la serie sin tratar atípicos se había obtenido un p-valor inferior a 0.05 en el *lag* 36. Finalmente, en el gráfico de residuos se había observado que había uno que sobresalía de las bandas de confianza del 95%, pero ahora con la serie linealizada, se observa que el retardo e encuentra en el límite, por lo que el modelo 3 queda validado; ver resumen de resultados de validación en anexo A.8.

Modelo 7:  $ARIMA(5, 1, 0)(0, 1, 1)_{12}$  con serie teórica

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-903.06	Sí

Observando la validación referente al modelo 7 con el tratamiento de atípicos, se sigue obtenido que los módulos de las raíces del polinomio de la parte *MA* son iguales a la unidad, lo que significa que con el tratamiento de atípicos no se ha podido corregir la no invertibilidad del modelo; ver resumen de resultado de validación en el anexo A.9.

Por dicho motivo, el modelo no es bueno para hacer predicciones y queda descartado del estudio.

Modelo 9:  $ARIMA(5, 1, 0)(2, 1, 0)_{12}$  con serie teórica

Valor AIC	¿Todos los coeficientes son significativos?
-874.36	Sí

Después de realizar la validación del modelo 9 con el tratamiento de atípicos, se observan tres diferencias respecto al modelo sin su tratamiento. Al tratar atípicos, se pasan todos los test de normalidad; el retardo significativo que se había obtenido en el *lag* 24, pasa a estar dentro de los límites de confianza y ahora según el test de *Ljung-Box* se deja de tener autocorrelación en los residuos. El modelo 9 queda completamente validado; ver resumen de resultados de validación en el anexo A.10.

### 5.3.3 Predicción del modelo con tratamiento de atípicos

La predicción de los modelos ARIMAX con tratamiento de atípicos sigue los mismos tres pasos que en el caso de los modelos ARIMA: estudio de estabilidad, capacidad predictiva y predicción a largo plazo.

#### Estudio de estabilidad

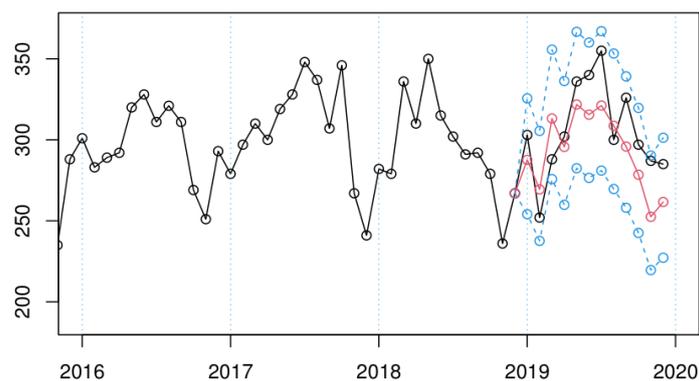
Se ha visto que los 4 modelos analizados son estables, pero se recuerda que el modelo 7, al no ser invertible, ha sido descartado para análisis posteriores. Se continúa, entonces, solo con los modelos 1, 3 y 9.

#### Capacidad predictiva

Para cada uno de los tres modelos mencionados, se calculan las medidas de capacidad predictiva.

#### Modelo 1:

En este caso, se obtiene un valor del EQM de 0.074 y uno del EAM de 0.068. Como ninguno de los dos errores sobrepasa el umbral del 10%, se confirma que el modelo tiene buena capacidad predictiva; ver en la figura 5.5 la predicción que realiza el modelo para el año 2019 y la correspondiente banda de confianza del 95%.

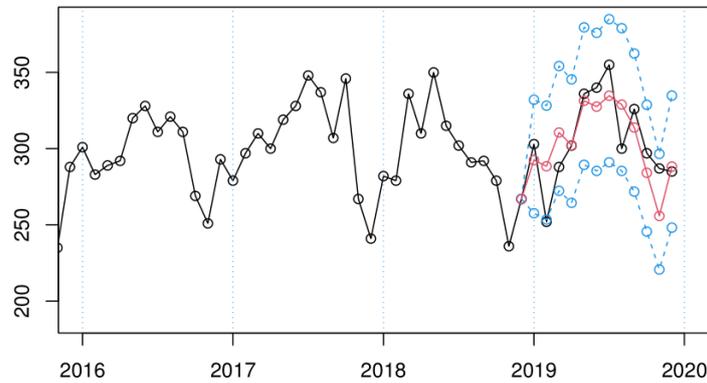


**Figura 5.5:** Predicción *out-of-sample* más IC95% del modelo 1 con tratamiento de atípicos

Todos los valores reales se encuentran dentro de las bandas de confianza del 95%.

### Modelo 3:

En este caso, se obtiene un valor del EQM de 0.069 y uno del EAM de 0.055. Como ninguno de los dos errores sobrepasa el umbral del 10%, se confirma que el modelo tiene buena capacidad predictiva; ver en la figura 5.6 la predicción que realiza el modelo para el año 2019 y la correspondiente banda de confianza del 95%.

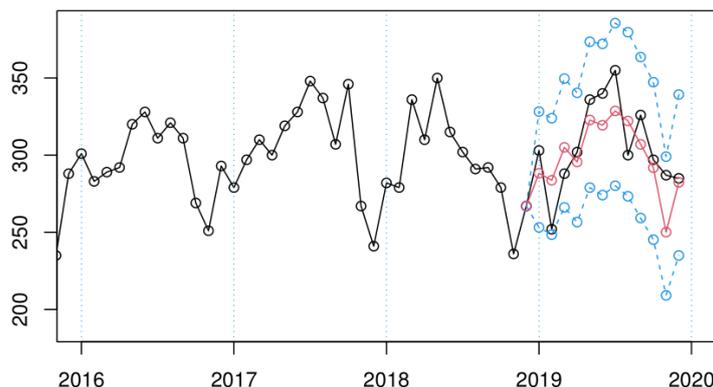


**Figura 5.6:** Predicción *out-of-sample* más IC95% del modelo 3 con tratamiento de atípicos

Todos los valores reales se encuentran dentro de las bandas de confianza del 95%.

### Modelo 9:

En el caso del modelo 9, se obtiene un valor del EQM de 0.069 y uno del EAM de 0.059. Como ninguno de los dos errores sobrepasa el umbral del 10%, se confirma que el modelo tiene buena capacidad predictiva; ver en la figura 5.7 la predicción que realiza el modelo para el año 2019 y la correspondiente banda de confianza del 95%.

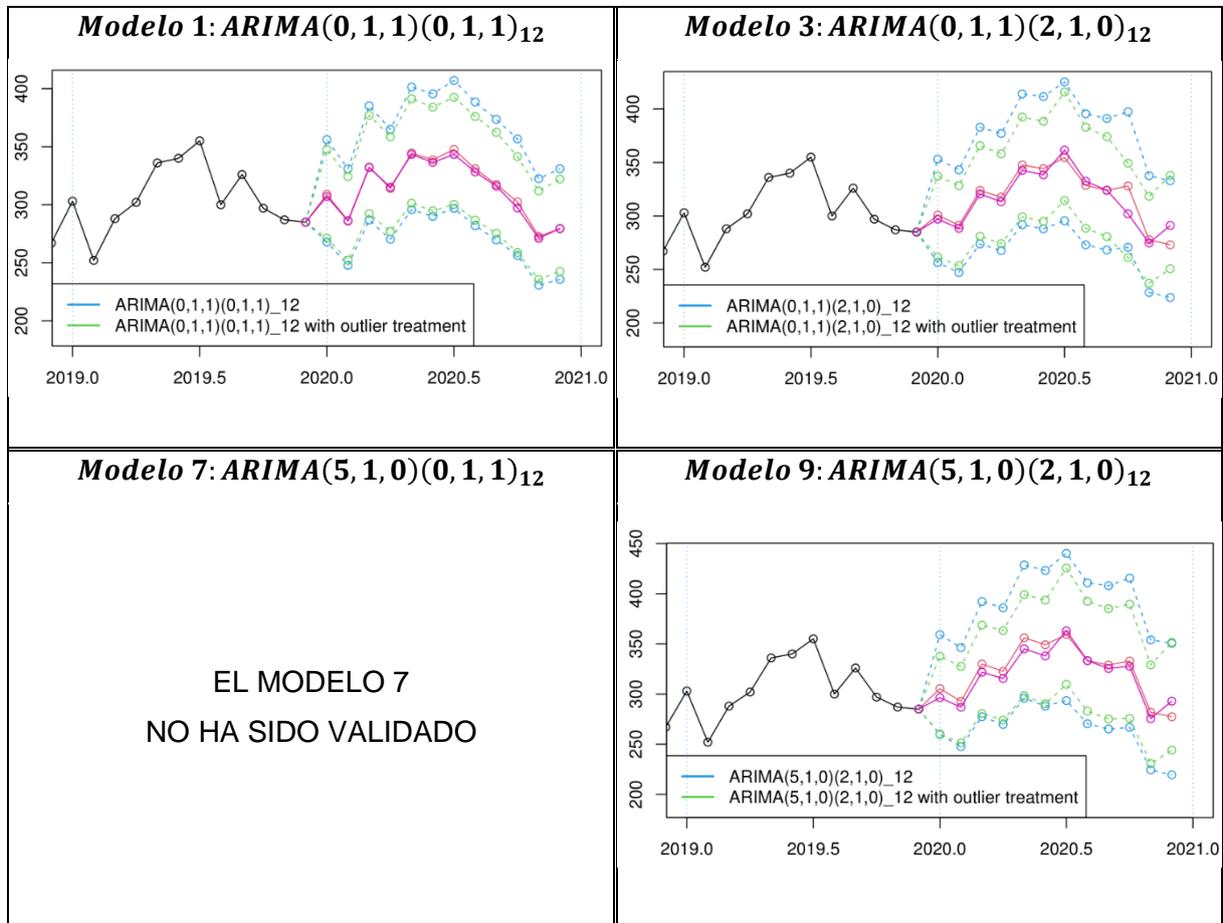


**Figura 5.7:** Predicción *out-of-sample* más IC95% del modelo 9 con tratamiento de atípicos

Todos los valores reales se encuentran dentro de las bandas de confianza del 95%.

## Predicción a largo plazo

Como último paso de predicción y para cada modelo, se realiza la predicción a largo plazo para el 2020, a partir de la serie completa hasta el 2019; ver figura 5.8.



**Figura 5.8:** Predicción a largo plazo con los tres modelos y tratamiento de atípicos

En base a lo observado en la figura 5.8, se puede observar de forma clara que, independientemente del modelo usado, todas las predicciones para el año 2020 resultaron ser más precisas bajo el tratamiento de atípicos. A continuación, se presenta un razonamiento detallado de la comparación de los modelos con y sin tratamiento de atípicos.

### 5.3.4 Selección de los mejores modelos

En esta sección se desea justificar como el hecho de trabajar con la serie limpia de atípicos cambia o mejora los modelos propuestos. Así, el objetivo recae en seleccionar un solo modelo de cada tipo, eligiendo el mejor entre el estimado con la serie original o con la serie limpia de atípicos.

**Tabla 5.2:** Selección modelo 1

	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>	<i>RMSPE</i>	<i>MAPE</i>	<i>ML</i>
Modelo 1	-800.59	-789.04	0.07234	0.06755	98.61
Modelo 1 con atípicos	-870.37	-808.79	0.074144	0.06866	83.42

En la tabla 5.2 se observa que las medidas de adecuación a los datos disminuyen cuando se estima el modelo con el tratamiento de atípicos. Además, se ve que los errores cometidos aumentan ligeramente pero que la amplitud de la predicción se ve bastante disminuida cuando los *outliers* son tratados. Así, se concluye que el modelo 1 explica mejor los datos cuando es definido con la serie teórica en lugar de trabajar con la serie observada.

**Tabla 5.3:** Selección modelo 3

	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>	<i>RMSPE</i>	<i>MAPE</i>	<i>ML</i>
Modelo 3	-736.12	-720.73	0.08886	0.07880	114.77
Modelo 3 atípicos	-858.73	-774.04	0.06923	0.05523	87.70

En la tabla 5.3 se observa que las medidas de adecuación a los datos disminuyen cuando se estima el modelo con la serie linealizada. Además, se ve que los errores cometidos descienden ligeramente y que la amplitud de la predicción también se reduce. Por estos motivos, se concluye que el modelo con el tratamiento de atípicos explica y predice mejor los datos en comparación con el modelo estimado a partir de la serie original.

**Tabla 5.4:** Selección modelo 9

	<i>AIC</i>	<i>BIC</i>	<i>RMSPE</i>	<i>MAPE</i>	<i>ML</i>
Modelo 9	-720.68	-689.89	0.09503	0.07880	127.97
Modelo 9 atípicos	-838.36	-742.13	0.06992	0.05970	99.12

En la tabla 5.4 se puede observar que el peor modelo es donde se trabaja con la serie observada, ya que es donde se encuentran resultados más desfavorecidos para las 5 medidas analizadas. Así, se concluye que el modelo con la serie linealizada explica y predice mejor los datos en comparación con el modelo estimado a partir de la serie observada.

## 5.4 SELECCIÓN DEL MODELO FINAL

Una vez analizados los tres modelos propuestos con sus respectivos cambios al tratar atípicos, hay que tomar una decisión y elegir un modelo con el que realizar la predicción de suicidios en España para los años 2020, 2021 y 2022; ver resumen de criterios de adecuación y predicción en tabla 5.5.

**Tabla 5.5:** Criterios de selección del modelo final después de tratar atípicos

	<i>Mod 1 atípicos</i>	<i>Mod 3 atípicos</i>	<i>Mod 9 atípicos</i>
<i>Shapiro – Wilks Normality p. value</i>	0.364	0.380	0.734
<i>Anderson – Darling p. value</i>	0.574	0.394	0.544
<i>Jarque – Bera p. value</i>	0.503	0.462	0.819
<i>Breush – Pagan p. value</i>	0.199	0.370	0.412
<i>Durbin – watson p. value</i>	0.648	0.672	0.528
<i>Ljung – Box (lag 1) p. value</i>	0.698	0.610	0.892
<i>Ljung – Box (lag 2) p. value</i>	0.861	0.873	0.888
<i>Ljung – Box (lag 3) p. value</i>	0.921	0.881	0.934
<i>Ljung – Box (lag 4) p. value</i>	0.767	0.955	0.819
<i>Ljung – Box (lag 12) p. value</i>	0.682	0.993	0.698
<i>Ljung – Box (lag 24) p. value</i>	0.708	0.926	0.798
<i>Ljung – Box (lag 36) p. value</i>	0.832	0.580	0.574
<i>Ljung – Box (lag 48) p. value</i>	0.318	0.583	0.518
<i>Causalidad</i>	SÍ	SÍ	SÍ
<i>Invertibilidad</i>	SÍ	SÍ	SÍ
<i>Log likelihood</i>	451.184	451.364	444,182
<i>AIC</i>	-870.37	-858.73	-838.36
<i>BIC</i>	-808.79	-774.04	-742.13
<i>RMSPE</i>	0.07414	0.06923	0.06992
<i>MAPE</i>	0.06866	0.05523	0.05970
<i>Mean Length</i>	83.42	87.70	99.12

Observando la tabla 5.5 y bajo el criterio del AIC y BIC se diría que el mejor modelo es el 1, ya que es el que tiene un valor más pequeño para esta medida de adecuación. Sin embargo, el objetivo del estudio es hacer una predicción, por lo que es sobre todo importante mirar las medidas de capacidad predictiva y de precisión. Con respecto a las medidas de capacidad predictiva, se observa que, todo y que en los tres casos se produce un error más pequeño del

umbral del 10%, el modelo 3 tiene un valor más pequeño en el EQM (6.9%) y en el EAM (5.5%) con respecto al resto de casos. Finalmente, observando la amplitud de la predicción, se puede ver que la más estrecha está asociada al modelo 1, seguida de la obtenida en el modelo 3 y 9, respectivamente. Después de estos comentarios, se descarta el modelo 9 pero se tienen dudas sobre si el mejor modelo predictivo es el 1 o el 3. Ambos modelos 1 y 3 podrían usarse para realizar predicciones, pero considerando conjuntamente los criterios de adecuación a los datos, la capacidad predictiva y precisión, se considera ligeramente mejor el modelo 1.

El modelo 1 estaba definido como un  $ARMA(0,1,1)(0,1,1)_{12}$ , cuya expresión viene dada por:

$$(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = \theta_1(B)\theta_1(B^{12})Z_t$$

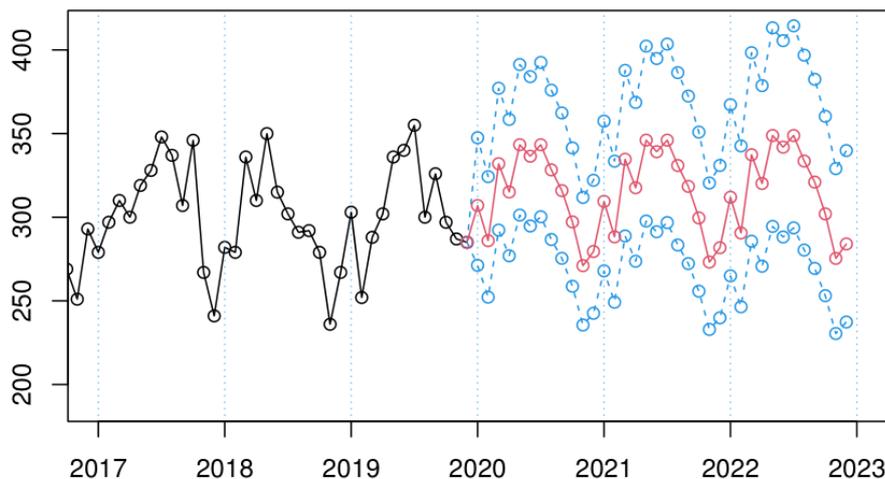
donde

$$\widehat{\theta}_1 = -0.832 \text{ (s.e. = 0.029)}; \widehat{\Theta}_1 = -0.967 \text{ (s.e. = 0.063)}; \widehat{\sigma^2} = 0.00396$$

Ver resumen de modelos en el anexo B.9.

## 5.5 PREDICCIÓN A LARGO PLAZO

Una vez seleccionado el modelo 1 considerando su calidad de ajuste y sobre todo su capacidad predictiva y de precisión, se realiza la predicción del número esperado de suicidios en España para los años 2020, 2021 y 2022.



**Figura 5.9:** Predicción a largo plazo con modelo final (modelo 1)

Observando la figura 5.9 se puede ver que el comportamiento estacional y generalmente creciente de los datos continua presente en los años 2020, 2021 y 2022. Además, como era de esperar, también se observa que la amplitud de predicción va aumentando a medida que el horizonte de estimación se aleja. Se mantiene el patrón estacional observado hasta el momento, registrando un mayor número de casos en los meses centrales del año y uno menor en los meses de más frío.

En la tabla 5.6, se reportan los valores numéricos de la predicción, valores complementarios a los resultados del resumen gráfico de la figura 5.9.

**Tabla 5.6:** Valores de la predicción final a largo plazo estimada con el modelo 1

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
2020	307	286	332	315	343	336	343	328	316	297	271	280
2021	309	288	335	318	346	339	346	331	318	300	273	282
2022	312	291	337	320	349	342	349	334	321	302	275	284

Resumiendo, se observa que mayoritariamente, los valores aumentan año tras año. Seguidamente, que se mantiene el patrón estacional, ya que el mes de julio es el que presenta un mayor número de suicidios para los tres años predichos. Finalmente, se observa que la tendencia va en aumento ya que cada año tiene más suicidios que el año anterior, pasando así de registrarse un total de 3 754 casos en 2020 a 3 785 en 2021 y 3 816 en 2022. Como se ha mencionado anteriormente, el número de suicidios de 2020 estaba ya disponible en el INE cuando se descargó la base de datos a analizar. Sin embargo, para la construcción del modelo tipo ARIMAX se excluyeron los datos del 2020 debido a que estos modelos son sensibles a rupturas en la serie temporal.

### **Sub estudio con valores pandémicos del 2020**

En la segunda y tercera columna de la tabla 5.7, se reportan las estimaciones puntuales e intervalos de confianza del 95% correspondientes, obtenidas con el modelo 1 seleccionado para predecir. En la última columna, se presentan los valores pandémicos observados en el 2020. Por completitud, se muestran valores de predicción estimados bajo el modelo 3 también considerado bueno para predecir; segundo mejor. Se procede a cuantificar si existe algún mes en el que los valores reales no se encuentren dentro de las bandas de confianza del 95%; ver en la tabla 5.7 los valores marcados en rojo para indicar que valor real está fuera del IC95%.

**Tabla 5.7:** Valores de predicción para 2020 con modelos 1 y 3

MES	VALOR PUNTUAL MODELO 1	IC 95% MODELO 1	VALOR PUNTUAL MODELO 3	IC 95% MODELO 3	VALOR REAL
Enero	307	(271, 348)	297	(261, 337)	341
Febrero	289	(252, 324)	288	(253, 328)	323
Marzo	332	(292, 377)	321	(281, 366)	297
Abril	315	(277, 358)	313	(274, 358)	247
Mayo	343	(301, 391)	343	(299, 392)	358
Junio	336	(295, 384)	338	(295, 388)	369
Julio	343	(300, 393)	362	(314, 416)	384
Agosto	328	(287, 376)	332	(288, 383)	402
Septiembre	316	(275, 362)	324	(281, 374)	355
Octubre	297	(259, 341)	302	(261, 349)	300
Noviembre	271	(236, 312)	275	(237, 318)	272
Diciembre	280	(243, 322)	291	(251, 338)	293
<b>TOTAL</b>	<b>3757</b>		<b>3786</b>		<b>3941</b>

Se observa que el modelo 1 seleccionado previamente para obtener la predicción de suicidios en España en 2020, deja dos valores mensuales fuera de las bandas de confianza del 95% (abril y agosto) mientras que el modelo 3 deja tres meses (enero, abril y agosto). Cabe destacar que el mes de abril queda sobrestimado mientras que agosto infraestimado para los dos modelos en este año de pandemia.

## 6. CONCLUSIONES, LINEAS FUTURAS Y LIMITACIONES

Para ponerle fin al trabajo presentado, se hará un resumen de los resultados obtenidos teniendo en cuenta los objetivos planteados al inicio. Además, se propondrán líneas de interés para trabajar en un futuro y se mencionará alguna limitación del trabajo.

### CONCLUSIONES

Para conocer la evolución que seguirá el número de suicidios registrados en España, se ha realizado un estudio de series temporales. Los datos con los que se ha llevado a cabo el análisis han procedido de la página web del Instituto Nacional de Estadística (INE); concretamente, se han seleccionado aquellos que informaban sobre el número de personas que se quitaron la vida en España entre los años 1990 y 2019. Cabe destacar, que no se han tenido en cuenta los registros comprendidos entre 1980 y 1989 ni los del 2020, este último año para evitar la influencia de posibles rupturas de la serie en la estimación de los modelos planteados.

Primeramente se ha realizado un análisis descriptivo de la serie de suicidios donde se ha podido constatar que la tendencia de los datos no era la misma en todo el período seleccionado y que había un patrón estacional, registrándose un mayor número de casos en julio y uno menor en noviembre. Además, de forma numérica, se ha visto que el menor valor registrado se da en diciembre del año 2006 con 187 casos. Por el contrario, el mayor valor observado se registra en junio del año 2014 con 371 casos. Finalmente, la media de suicidios en todo el período estudiado es de 280 casos por mes y existe una desviación típica de 35.

Posteriormente, utilizando la metodología ARIMA (*autoregressive integrated moving average*) clásica de Box-Jenkins se han identificado y estimado inicialmente un total de 9 modelos, pero únicamente 4 de ellos han resultado ser diferentes y casi completamente válidos. Para estos 4 modelos, se ha analizado también su estabilidad y capacidad predictiva y se ha visto que en ningún caso el error de predicción calculado a partir de la técnica *out-of-sample* sobrepasaba el umbral del 10%, lo que conlleva a concluir que a priori son buenos modelos predictivos. Además del criterio numérico, en base al resultado gráfico, se ha podido observar que, aunque los resultados predichos diferían naturalmente de los reales, los resultados registrados el año 2019 se encuentran dentro de las bandas de confianza del 95%.

Con el fin de mejorar las propiedades de validación, estimación y predicción de los 4 modelos seleccionados inicialmente, se ha hecho uso de la metodología ARIMAX, propia del máster y no tanto del grado. Con ella se han mirado tres grandes aspectos: el estudio de efectos calendario, el análisis de intervención comprobando el impacto de la implantación del día mundial de la prevención del suicidio y el tratamiento de atípicos; los dos primeros han resultado ser no relevantes estadísticamente hablando. En el caso del tratamiento de atípicos, se han encontrado diversos puntos *outliers* que, al tratarlos, si han mejorados tres de los cuatro modelos utilizados hasta el momento. Así, gracias a dicha corrección, se ha logrado construir el modelo definido como  $ARIMA(0,1,1)(0,1,1)_{12}$ , que al identificarse y estimarse a partir de la serie teórica (libre de atípicos), aparte de buena calidad de ajuste, ha resultado ser más preciso y tener buena capacidad de predicción.

A partir de dicho modelo final especificado, se ha realizado una predicción a largo plazo para los años 2020, 2021 y 2022. Con ella se ha podido ver que se conserva el patrón estacional, registrando más casos en julio y menos en los meses de invierno. Además, el número de suicidios ha ido en aumento año tras año, prediciendo un total de 3 754 casos para el 2020, 3 785 para el 2021 y 3 816 para el 2022.

Se puede decir que la previsión del número de suicidios es que siga aumentando y con un patrón estacional. Por dicho motivo, es tan importante que se apliquen medidas preventivas y eficientes para intentar cambiar dicha tendencia.

Como ya se ha mencionado, los datos del 2020 estaban disponibles en la página web de extracción de los datos, pero habían sido excluidos debido a la posible influencia de la pandemia en la estimación del modelo final; los modelos ARIMA no responden bien a rupturas en la estructura de correlación de una serie temporal. Comparando los valores predichos para este año con los reales, se puede observar que el modelo 1 seleccionado infraestima en 184 suicidios y que todos, menos dos, valores pandémicos se encuentran dentro de las bandas de confianza del 95% obtenidas para el 2020; el mes de abril queda sobrestimado mientras que agosto infraestimado.

Antes de dar por finalizado el estudio, me gustaría proponer algunas líneas de interés para trabajos futuros y mencionar alguna limitación del trabajo.

## **LÍNEAS FUTURAS Y LIMITACIONES**

Como bien se ha mencionado al inicio del presente trabajo, una de las pocas consecuencias positivas que ha traído la pandemia, ha sido la exaltación del tema de la salud mental. Pero ¿Realmente ha afectado tanto la enfermedad de la Covid-19 al bienestar psicológico de la población? ¿O ha sido una mera casualidad que hayan coincidido estos dos acontecimientos? Para responder a las preguntas planteadas, se propone realizar un estudio de series temporales de aquí a unos años (cuando haya datos suficientes) para ver si la pandemia ha afectado significativamente al número de suicidios, es decir, si ha provocado un cambio de nivel en la serie.

Las principales limitaciones encontradas a la hora de realizar el presente trabajo son las ya mencionadas hasta el momento: es un tema del que no se disponen muchos estudios y del que no se tiene registro de muchos datos.

Mi idea inicial, era ir un paso más allá y comparar la tasa de suicidios en las diferentes comunidades autónomas, pero esto no fue posible debido a que los datos solamente se encontraban de manera anual y no mensual. Además, también me hubiera gustado tener más información de los expertos en este ámbito, ya que las veces que hemos contactado, sus respuestas han sido bastante escuetas y no han podido saciar mis inquietudes debido a que ni ellos conocían la respuesta fiable y contrastada de mis preguntas.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1]. Molina, R. T., & Lechuga, E. N. (2003). Factores de riesgo asociados al suicidio e intento de suicidio. *Barranquilla (Col.)*, 17, 19–28.
- [2]. *El suicidio, primera causa de muerte entre los más jóvenes en España.* (2022). Retrieved June 21, 2022, from <https://www.rtve.es/noticias/20211124/cronicas-suicidio-primera-causa-muerte-jovenes-espana/2232960.shtml>
- [3]. *Samie en Instagram: “2.10.22 This.... This is the result of bullying, my handsome boy was fighting a battle that not even I could save him. It is real, it is....”* (2022). Retrieved June 19, 2022, from [https://www.instagram.com/p/CZ1iQpzIGVq/?utm\\_source=ig\\_embed](https://www.instagram.com/p/CZ1iQpzIGVq/?utm_source=ig_embed)
- [4]. *El suicidio entre los jóvenes.* (2022). Retrieved June 19, 2022, from [https://elpais.com/opinion/2022-01-26/el-suicidio-entre-los-jovenes.html?rel=buscador\\_noticias](https://elpais.com/opinion/2022-01-26/el-suicidio-entre-los-jovenes.html?rel=buscador_noticias)
- [5]. *Los jóvenes alicantinos piden atención: “Hay más suicidios en menores de 30 años que muertes por Covid.”* (2022). Retrieved June 19, 2022, from [https://www.elespanol.com/alicante/vivir/salud/20220110/jovenes-alicantinos-atencion-suicidios-menores-muertes-covid/640936032\\_0.html](https://www.elespanol.com/alicante/vivir/salud/20220110/jovenes-alicantinos-atencion-suicidios-menores-muertes-covid/640936032_0.html)
- [6]. *Aumentan un 9% los intentos de suicidio por consumo de lejía o derivados.* (2022). Retrieved June 19, 2022, from <https://www.elperiodico.com/es/sanidad/20220108/aumento-intento-suicidio-consumo-lejia-covid-13069851>
- [7]. *El 35% de las personas que se suicidan no están en tratamiento o no lo siguen.* (2022). Retrieved June 19, 2022, from <https://www.elperiodico.com/es/sociedad/20211221/suicidio-prevencion-tratamiento-13011899>
- [8]. *Así funciona la aplicación que pretende evitar un 10% de los suicidios en España.* (2022). Retrieved June 19, 2022, from [https://www.lasexta.com/noticias/sociedad/asi-funciona-aplicacion-que-pretende-evitar-10-suicidios-espana\\_2022010961db1203bda5150001c1d6f7.html](https://www.lasexta.com/noticias/sociedad/asi-funciona-aplicacion-que-pretende-evitar-10-suicidios-espana_2022010961db1203bda5150001c1d6f7.html)

- [9]. *Un agente se quita la vida cada 11 días: Marlaska reformará el protocolo antisuicidios en Interior.* (2022). Retrieved June 19, 2022, from [https://www.lespanol.com/espana/20220119/agente-quita-marlaska-reformara-protocolo-antisuicidios-interior/643186078\\_0.html](https://www.lespanol.com/espana/20220119/agente-quita-marlaska-reformara-protocolo-antisuicidios-interior/643186078_0.html)
- [10]. *Cheslie Kryst, miss Estados Unidos en 2019, se suicida arrojándose desde un rascacielos en Manhattan.* (2022). Retrieved June 19, 2022, from [https://www.lasexta.com/noticias/sociedad/cheslie-kryst-miss-estados-unidos-2019-suicida-arrojandose-rascacielos-manhattan\\_2022013161f798256902180001ca3ff7.html](https://www.lasexta.com/noticias/sociedad/cheslie-kryst-miss-estados-unidos-2019-suicida-arrojandose-rascacielos-manhattan_2022013161f798256902180001ca3ff7.html)
- [11]. *La muerte de Verónica Forqué pone el foco en el suicidio, el gran tabú de la salud mental en España - Información.* (2022). Retrieved June 19, 2022, from <https://www.informacion.es/sociedad/2021/12/13/muerte-veronica-forque-pone-foco-60632330.html>
- [12]. *Defunciones por causas (lista reducida) por sexo(14819).* Retrieved June 24, 2022, from <https://www.ine.es/jaxiT3/Tabla.htm?t=14819&L=0>
- [13]. *UNIVERSIDAD DE LA LAGUNA.* (2002-04). *Modelos estructurales y estacionalidad en series temporales económicas de alta frecuencia*
- [14]. *Suicidio | Definición | Diccionario de la lengua española | RAE - ASALE.* Retrieved June 19, 2022, from <https://dle.rae.es/suicidio>
- [15]. *Presentacion institucional.* Retrieved June 19, 2022, from <https://www.copmadrid.org/web/el-colegio/hablemos/suicidio/presentacion>
- [16]. *El “Efecto Werther”: gestión de la información del suicidio por la prensa española en el caso de Antonio Flores y su repercusión en los receptores. | Cuadernos de Gestión de Información.* (2011). Retrieved June 19, 2022, from <https://revistas.um.es/gesinfo/article/view/207541>
- [17]. *Herrera Ramírez, R., Ures Villar, M. B., & Martínez Jambrina, J. J. (2015). El tratamiento del suicidio en la prensa española: ¿efecto werther o efecto papageno? Revista de La Asociación Española de Neuropsiquiatría, 35(125).* <https://doi.org/10.4321/s0211-57352015000100009>

- [18]. *Suicidio*. (2021). Retrieved June 19, 2022, from <https://www.who.int/es/news-room/fact-sheets/detail/suicide>
- [19]. *Almost 8 in 10 suicides among men - Products Eurostat News - Eurostat*. (2020). Retrieved June 19, 2022, from <https://ec.europa.eu/eurostat/en/web/products-eurostat-news/-/edn-20200910-1>
- [20]. *El año con más suicidios y en el que por fin se habló de este tema abiertamente- NIUS*. (2021). Retrieved June 19, 2022, from [https://www.niusdiario.es/sociedad/sanidad/2021-hablo-abiertamente-suicidio-ano-con-mas-casos-salud-mental-tratarla-desde-colegio\\_18\\_3251598212.html](https://www.niusdiario.es/sociedad/sanidad/2021-hablo-abiertamente-suicidio-ano-con-mas-casos-salud-mental-tratarla-desde-colegio_18_3251598212.html)
- [21]. *Día Internacional para la prevención del suicidio*. Retrieved June 19, 2022, from <https://www.diainternacionalde.com/ficha/dia-internacional-prevencion-suicidio>
- [22]. *Día Mundial de Prevención del Suicidio 2021 - OPS/OMS | Organización Panamericana de la Salud*. Retrieved June 19, 2022, from <https://www.paho.org/es/campanas/dia-mundial-prevencion-suicidio-2021>
- [23]. *Asociación internacional para la prevención del suicidio | Comprensión y Prevención de conducta suicida*. Retrieved June 19, 2022, from <http://suicidioprevencion.cienciassociales.edu.uy/asociacion-internacional-para-la-prevencion-del-suicidio/>
- [24]. *Aumento de las medidas de prevención del suicidio | OSPI-EUROPE Project | Results in brief | FP7 | CORDIS | European Commission*. Retrieved June 19, 2022, from <https://cordis.europa.eu/article/id/85907-enhancing-suicide-prevention-measures/es>
- [25]. *NIMH » Prevención del suicidio*. Retrieved June 19, 2022, from <https://www.nimh.nih.gov/health/topics/espanol/prevencion-del-suicidio>
- [26]. *Fundación Española para la Prevención del Suicidio - Prevención del suicidio*. Retrieved June 19, 2022, from <https://www.fsme.es/>

- [27]. *El teléfono de atención a conductas suicidas (024) atiende mil llamadas en su primer día | Sociedad | EL PAÍS.* (2022). Retrieved June 19, 2022, from <https://elpais.com/sociedad/2022-05-11/el-telefono-de-atencion-a-conductas-suicidas-024-atiende-mil-llamadas-en-su-primer-dia.html>
- [28]. *Confederación Salud Mental España.* Retrieved June 19, 2022, from <https://consaludmental.org/>
- [29]. *Inicio - Teléfono de la Esperanza.* Retrieved June 19, 2022, from <https://telefonodelaesperanza.org/>
- [30]. *Rueda López, F. GUÍA SOBRE LA PREVENCIÓN DEL SUICIDIO PARA PERSONAS CON IDEACIÓN SUICIDA Y FAMILIARES.*
- [31]. *Plan de Salud de Castilla-La Mancha horizonte 2025.- Estrategia para la Prevención del Suicidio en Castilla-La Mancha | Servicio de Salud de Castilla-La Mancha.* Retrieved June 19, 2022, from <https://sanidad.castillalamancha.es/ciudadanos/prevencion-del-suicidio/estrategia-para-la-prevencion-del-suicidio>
- [32]. *Documento Marco. ESTRATEGIA DE PREVENCIÓN DEL SUICIDIO EN ARAGÓN.*
- [33]. *Associació Catalana per a la Prevenció del Suïcidi – “El deure de l’alegria.”.* Retrieved June 19, 2022, from <https://acps.cat/>
- [34]. *Estrategia de prevención del suicidio | Sanidad y salud | Ajuntament de Barcelona.* Retrieved June 19, 2022, from [https://ajuntament.barcelona.cat/sanitalisalut/es/canal/estrategia-de-prevencio-del-suicidi?utm\\_source=Google&utm\\_medium=Adwords&utm\\_content=SEM&utm\\_term=ES&utm\\_campaign=Telefon\\_suicidi](https://ajuntament.barcelona.cat/sanitalisalut/es/canal/estrategia-de-prevencio-del-suicidi?utm_source=Google&utm_medium=Adwords&utm_content=SEM&utm_term=ES&utm_campaign=Telefon_suicidi)
- [35]. *Vídeo | Rozalén explica cómo compuso ‘Agarrarte a la vida’: “Leí cartas suicidas durante días” | Historia de una canción | EL PAÍS.* (2022). Retrieved June 19, 2022, from <https://elpais.com/videos/historia-de-una-cancion/2022-05-27/video-rozalen-explica-como-compuso-agarrarte-a-la-vida-lei-cartas-suicidas-durante-dias.html>
- [36]. *Box, G. E. P, Jenkins, G.M. & Reinsel, G.C. Time series analysis forecasting and control* (2008, Eds.; 4th ed.) [Book].

- [37]. Sanchez Espigares, J.A. & Acosta, L.M. "Forecasting Time Series Course Material", Asignatura de ANÁLISIS DE SERIES TEMPORALES en grado de Estadística, Curso 2021-22.
- [38]. Sanchez Espigares, J.A. & Acosta, L.M. "Forecasting Time Series Máster Course Material", Asignatura de SERIES TEMPORALES en máster MESIO, Curso 2020-21.
- [39]. Peña, D. *Análisis de series temporales*. Alianza Editorial, 2005.
- [40]. (PDF) El "efecto calendario" y la especificación de un modelo de series de tiempo para la demanda de electricidad. Retrieved June 21, 2022, from [https://www.researchgate.net/publication/49584166\\_El\\_efecto\\_calendario\\_y\\_la\\_especificacion\\_de\\_un\\_modelo\\_de\\_series\\_de\\_tiempo\\_para\\_la\\_demanda\\_de\\_electricidad](https://www.researchgate.net/publication/49584166_El_efecto_calendario_y_la_especificacion_de_un_modelo_de_series_de_tiempo_para_la_demanda_de_electricidad)
- [41]. R Core Team (2020). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.

# ANEXOS

## A. GRÁFICOS COMPLEMENTARIOS

Figura A.1: Serie después de aplicar la transformación logarítmica

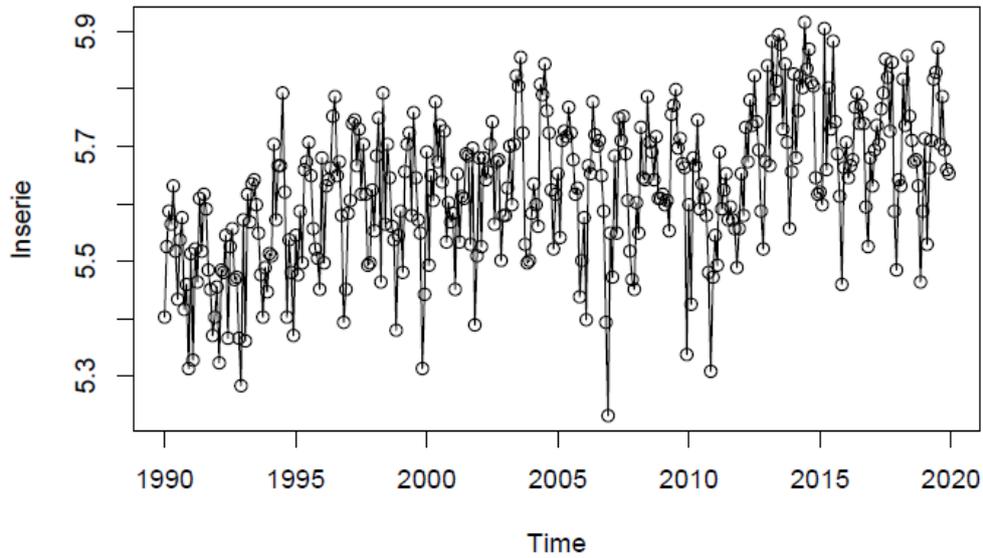
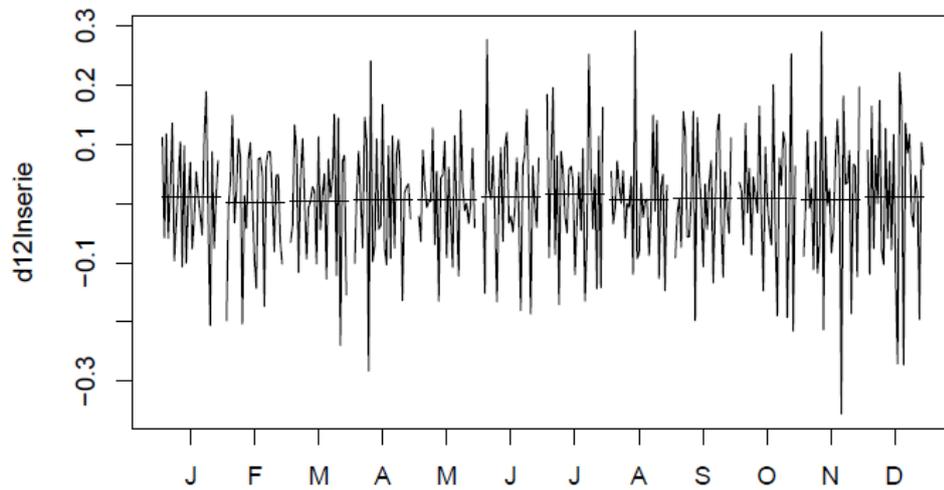
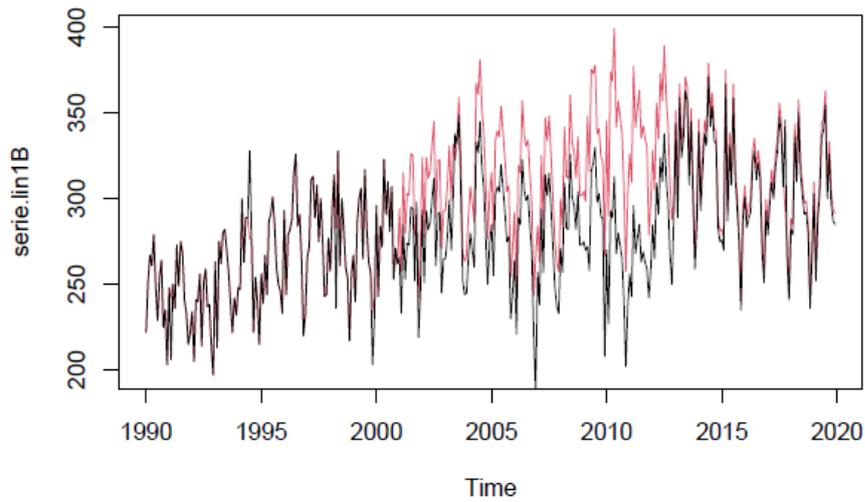


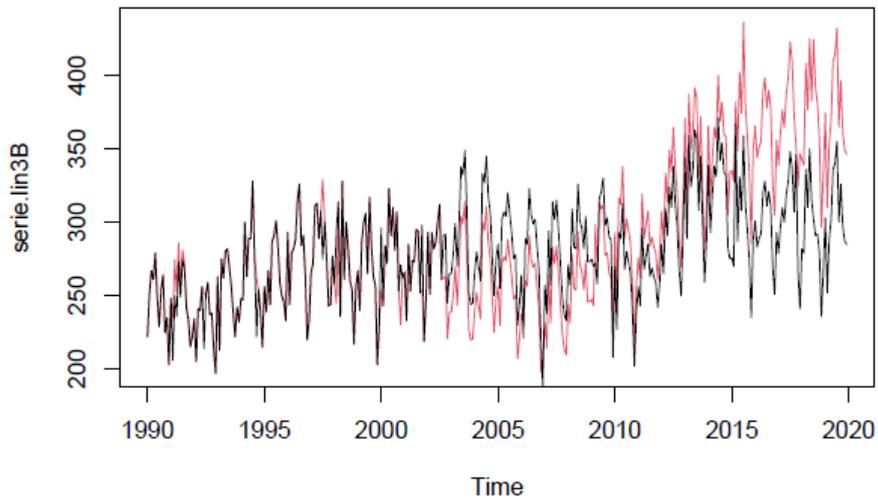
Figura A.2: *Monthplot* después de aplicar la diferenciación estacional



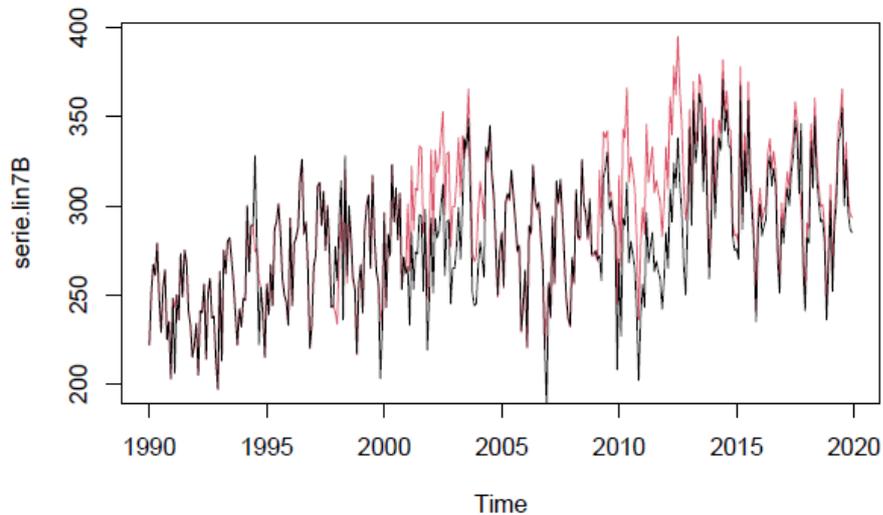
**Figura A.3:** Serie observada y linealizada a partir de los atípicos encontrados en el modelo 1



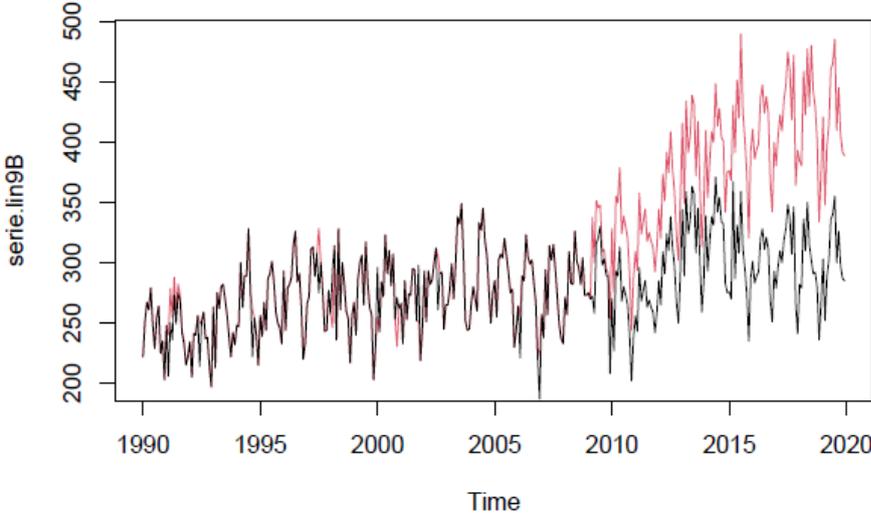
**Figura A.4:** Serie observada y linealizada a partir de los atípicos encontrados en el modelo 3



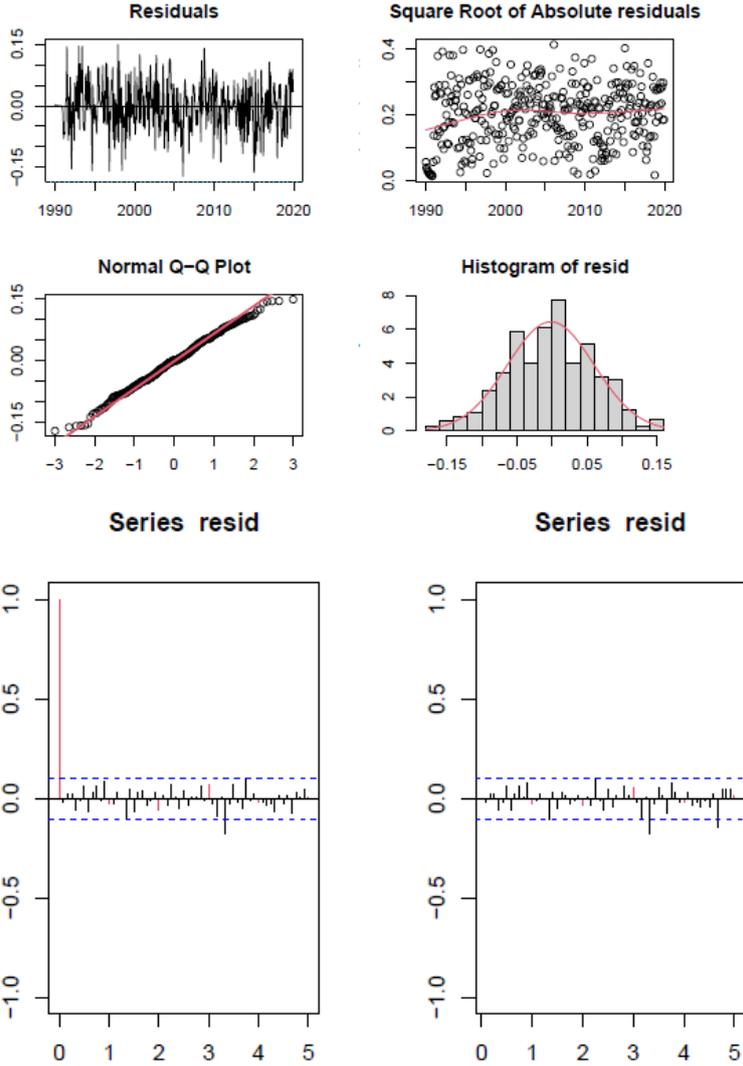
**Figura A.5:** Serie observada y linealizada a partir de los atípicos encontrados en el modelo 7

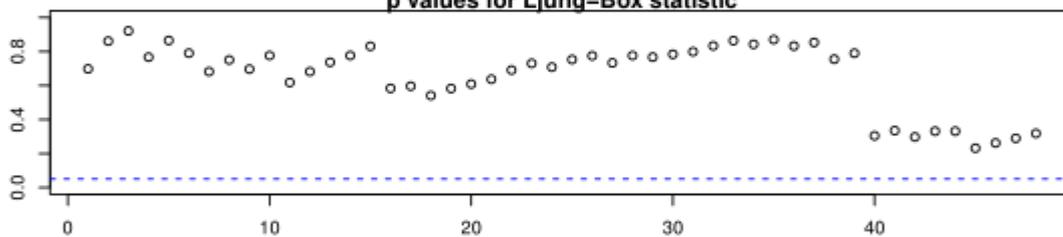
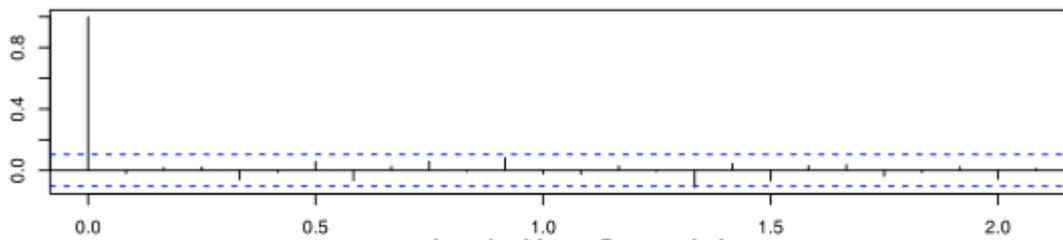
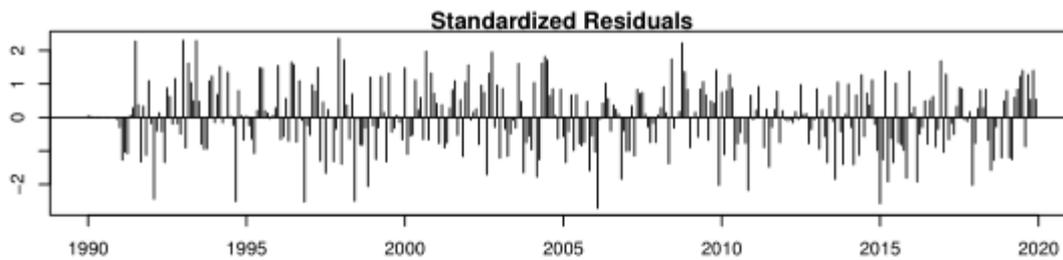
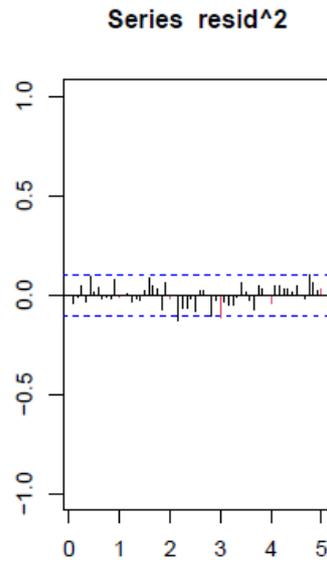
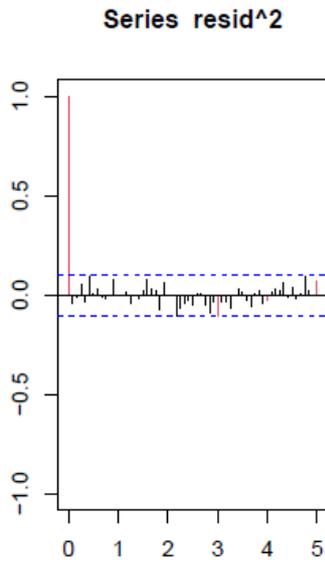


**Figura A.6:** Serie observada y linealizada a partir de los atípicos encontrados en el modelo 9



**Figura A.7:** Validación para el modelo 1 con tratamiento de atípicos





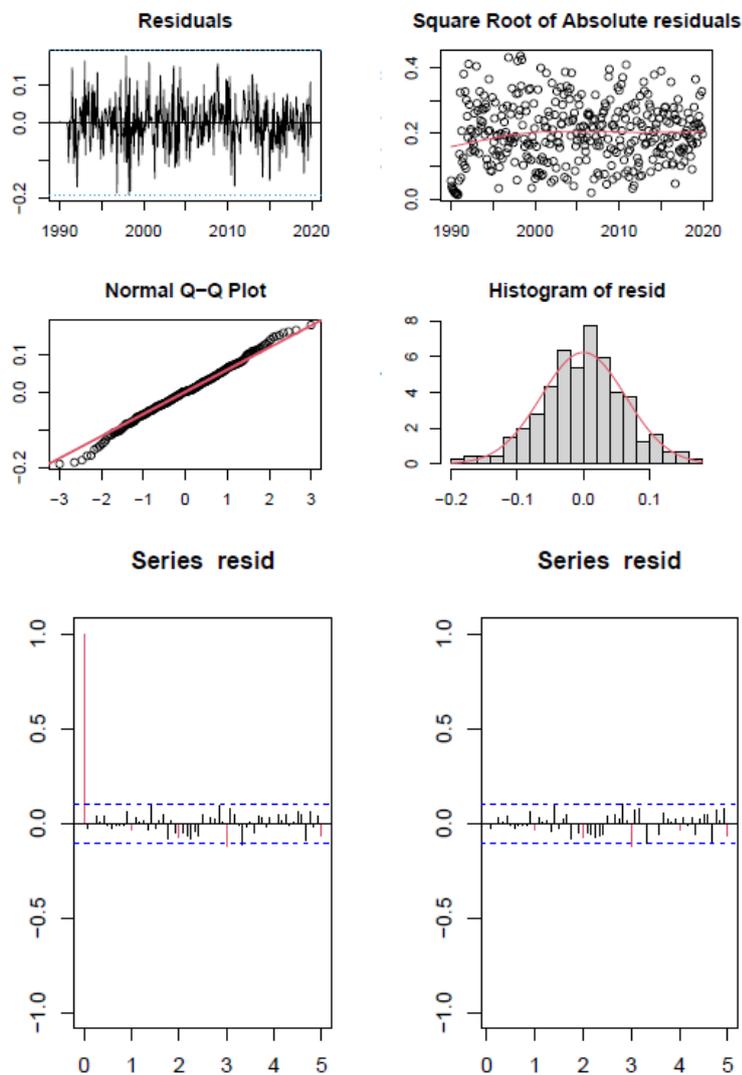
```
##
## -----
##
## Call:
## arima(x = lnserie.lin1B, order = c(0, 1, 1), seasonal = list(order = c(0, 1,
## 1), period = 12))
##
## Coefficients:
##      ma1      sma1
##    -0.8325 -0.9673
## s.e.  0.0297  0.0633
##
## sigma^2 estimated as 0.003957:  log likelihood = 451.18,  aic = -896.37
##
## Modul of AR Characteristic polynomial Roots:
## ..
```

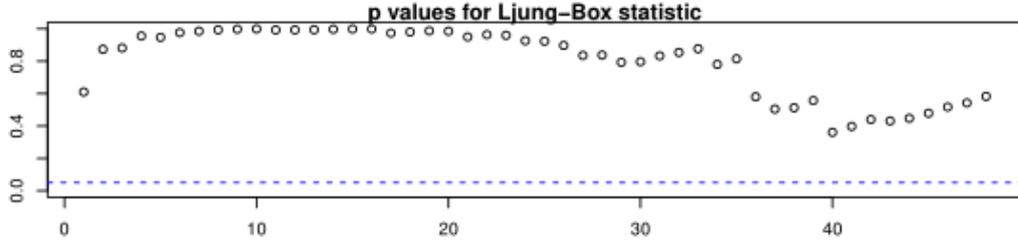
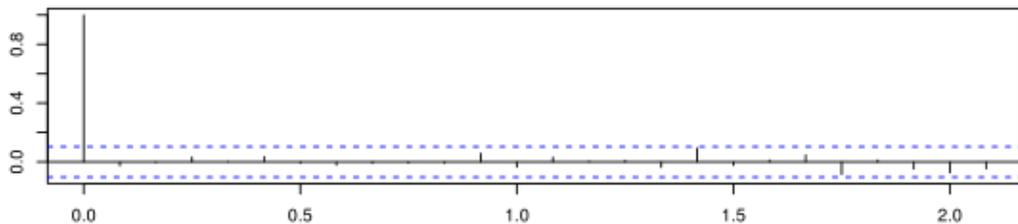
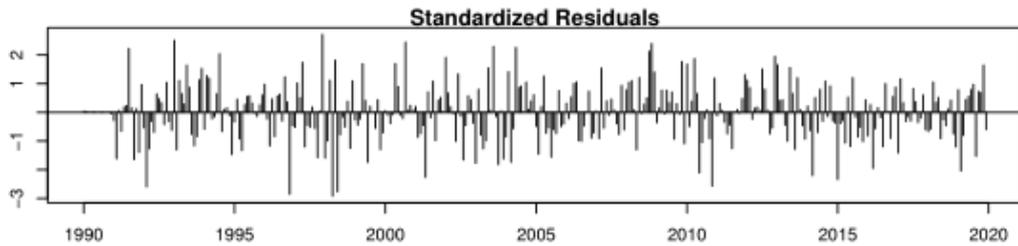
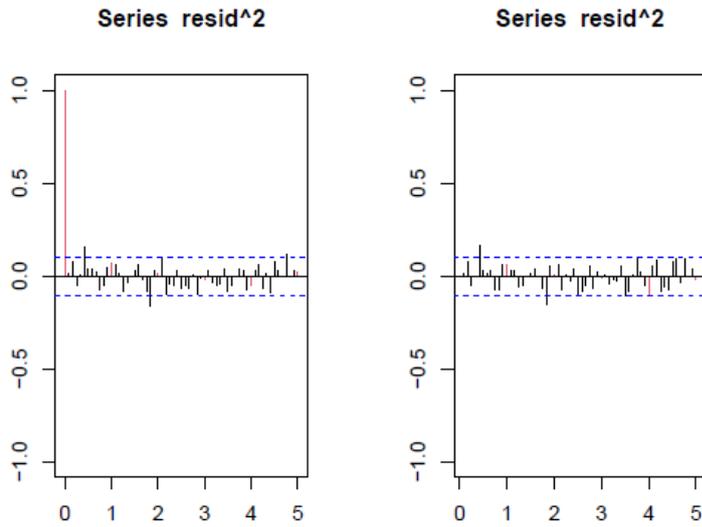
```

## Shapiro-Wilks Normality p-value      0.3638000
## Anderson-Darling p-value            0.5744000
## Jarque-Bera p-value                 0.5027000
## Breusch-Pagan p-value               0.1992000
## Durbin-Watson p-value               0.6478449
## Ljung-Box (lag 1) p-value           0.6981000
## Ljung-Box (lag 2) p-value           0.8612000
## Ljung-Box (lag 3) p-value           0.9212000
## Ljung-Box (lag4) p-value            0.7670000
## Ljung-Box (lag 12) p-value          0.6820000
## Ljung-Box (lag 24) p-value          0.7082000
## Ljung-Box (lag 36) p-value          0.8324000
## Ljung-Box (lag 48) p-value          0.3184000
## Log Likelihood                       451.1838867
## AIC                                  -896.3677735

```

Figura A.8: Validación para el modelo 3 con tratamiento de atípicos





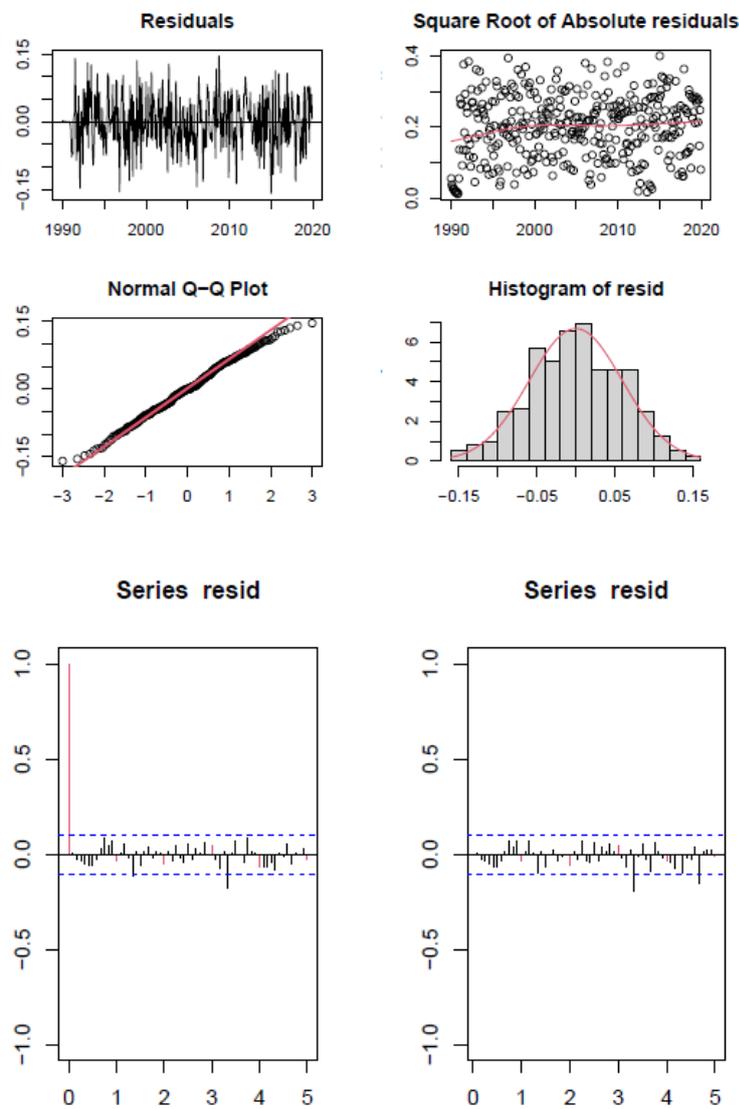
```
##
## -----
##
## Call:
## arima(x = lnserie.lin3B, order = c(0, 1, 1), seasonal = list(order = c(2, 1,
## 0), period = 12))
##
## Coefficients:
##      ma1      sar1      sar2
## -0.8152 -0.7136 -0.4501
## s.e.   0.0313  0.0497  0.0490
##
## sigma^2 estimated as 0.004219:  log likelihood = 451.36,  aic = -894.73
##
## Modul of AR Characteristic polynomial Roots:  1.033821 1.033821 1.033821 1.033821 1.033821 1.033821
##
## Modul of MA Characteristic polynomial Roots:  1.226725
```

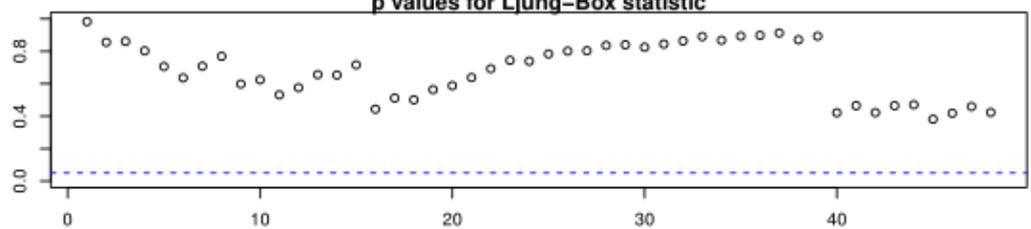
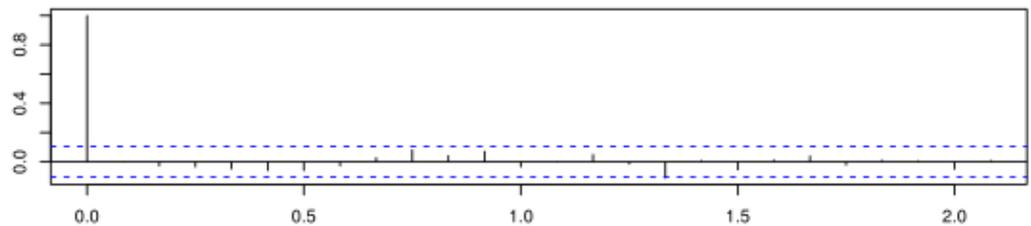
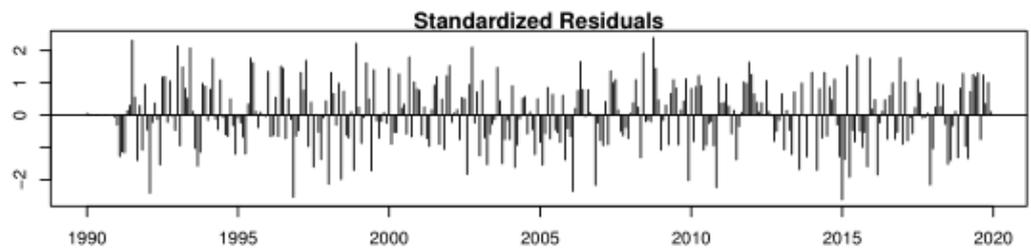
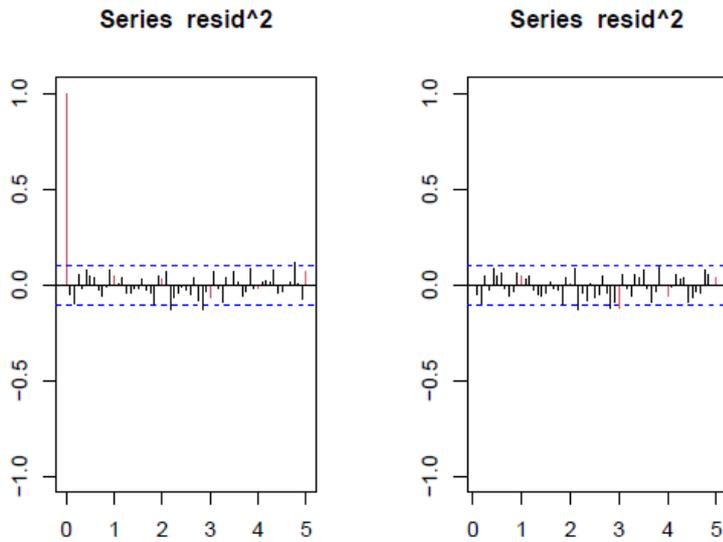
```

## Shapiro-Wilks Normality p-value      0.3803000
## Anderson-Darling p-value            0.3936000
## Jarque-Bera p-value                  0.4618000
## Breusch-Pagan p-value                0.3696000
## Durbin-Watson p-value                0.6723493
## Ljung-Box (lag 1) p-value            0.6100000
## Ljung-Box (lag 2) p-value            0.8734000
## Ljung-Box (lag 3) p-value            0.8814000
## Ljung-Box (lag4) p-value             0.9554000
## Ljung-Box (lag 12) p-value           0.9930000
## Ljung-Box (lag 24) p-value           0.9265000
## Ljung-Box (lag 36) p-value           0.5802000
## Ljung-Box (lag 48) p-value           0.5829000
## Log Likelihood                       451.3649190
## AIC                                  -894.7298379

```

Figura A.9: Validación para el modelo 7 con tratamiento de atípicos





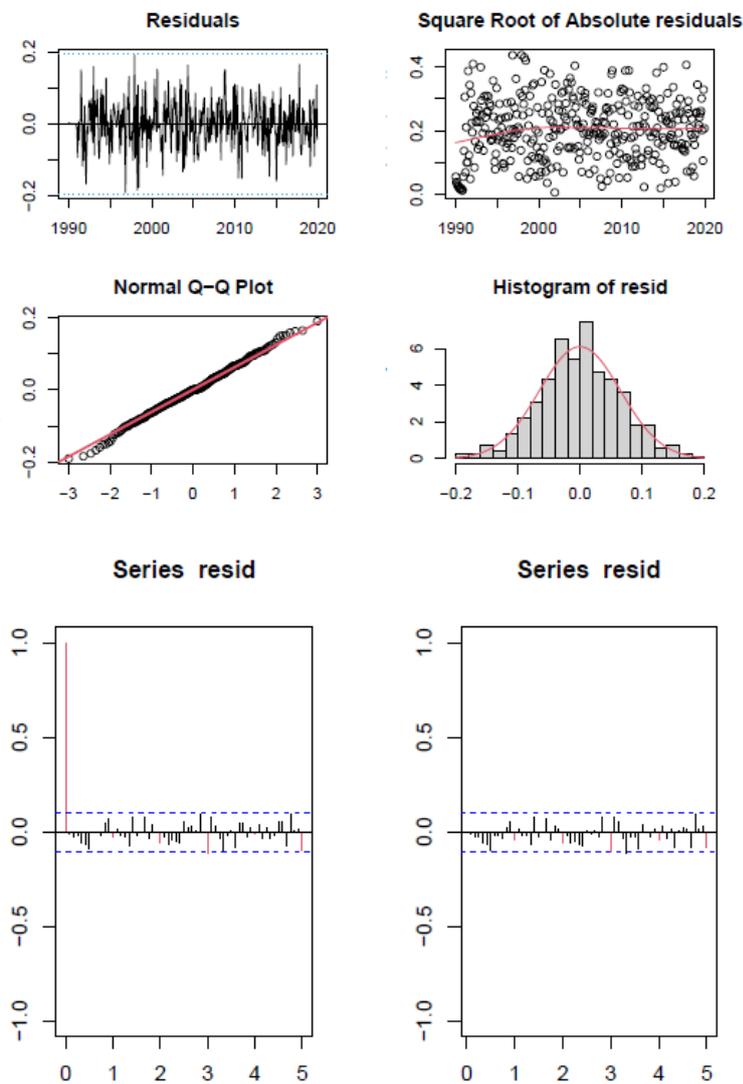
```
##
## -----
##
## Call:
## arima(x = lnserie.lin7B, order = c(5, 1, 0), seasonal = list(order = c(0, 1,
## 1), period = 12))
##
## Coefficients:
##      ar1      ar2      ar3      ar4      ar5      sma1
## -0.8213 -0.6006 -0.4357 -0.3585 -0.2192 -1.0000
## s.e.   0.0526  0.0661  0.0699  0.0665  0.0536  0.0636
##
## sigma^2 estimated as 0.003696:  log likelihood = 458.53,  aic = -903.06
##
## Modul of AR Characteristic polynomial Roots:  1.336374 1.343573 1.343573 1.336374 1.414808
##
## Modul of MA Characteristic polynomial Roots:  1.000004 1.000004 1.000004 1.000004 1.000004 1.000004
## ..
```

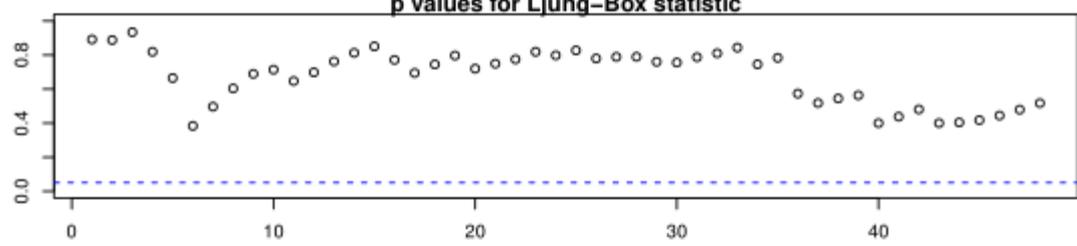
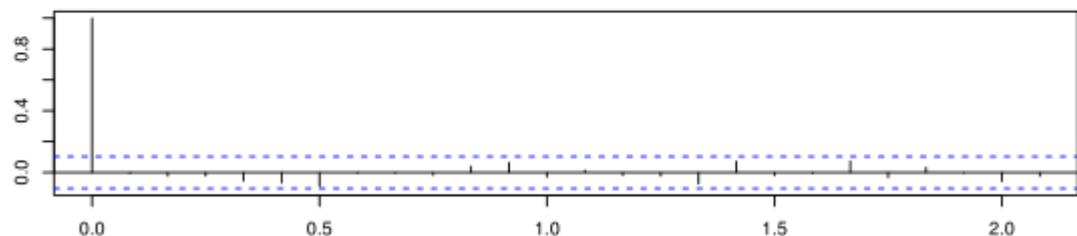
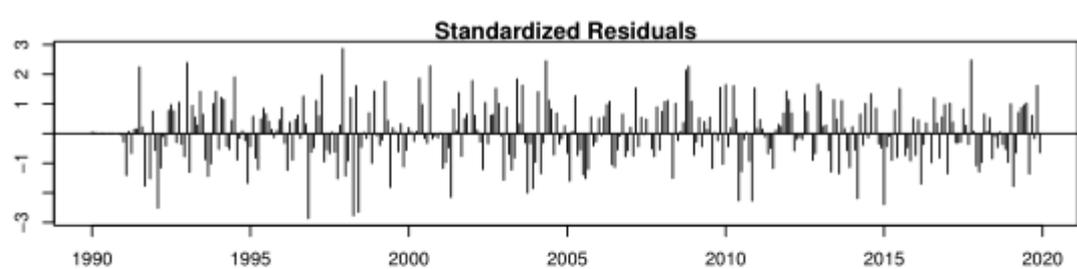
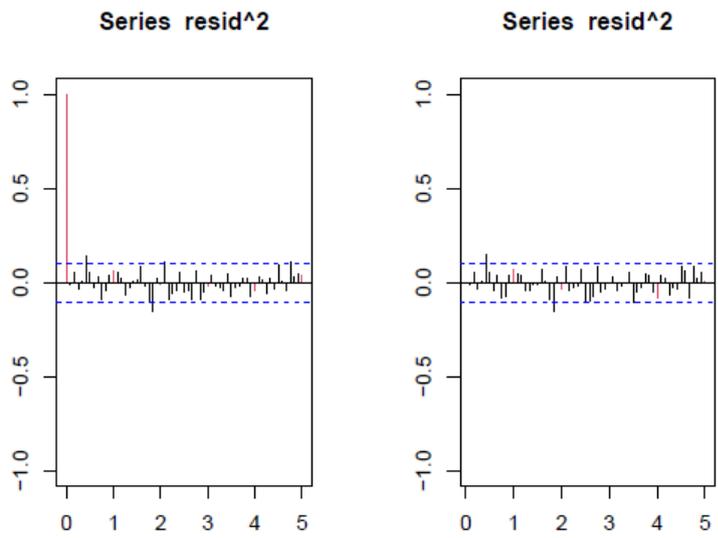
```

## Shapiro-Wilks Normality p-value      0.3764000
## Anderson-Darling p-value            0.4284000
## Jarque-Bera p-value                  0.3305000
## Breusch-Pagan p-value                0.1899000
## Durbin-Watson p-value                0.4704471
## Ljung-Box (lag 1) p-value            0.9827000
## Ljung-Box (lag 2) p-value            0.8556000
## Ljung-Box (lag 3) p-value            0.8609000
## Ljung-Box (lag4) p-value             0.8028000
## Ljung-Box (lag 12) p-value           0.5761000
## Ljung-Box (lag 24) p-value           0.7389000
## Ljung-Box (lag 36) p-value           0.8980000
## Ljung-Box (lag 48) p-value           0.4233000
## Log Likelihood                       458.5291517
## AIC                                   -903.0583035

```

Figura A.10: Validación para el modelo 9 con tratamiento de atípicos





```
##
## -----
##
## Call:
## arima(x = lnserie.lin9B, order = c(5, 1, 0), seasonal = list(order = c(2, 1,
## 0), period = 12))
##
## Coefficients:
##      ar1      ar2      ar3      ar4      ar5      sar1      sar2
## -0.8057 -0.5956 -0.4158 -0.2763 -0.1156 -0.7065 -0.4394
## s.e.  0.0539  0.0679  0.0716  0.0678  0.0549  0.0500  0.0499
##
## sigma^2 estimated as 0.004406:  log likelihood = 444.18,  aic = -872.36
##
## Modul of AR Characteristic polynomial Roots:  1.034861 1.034861 1.034861 1.034861 1.034861
##
## Modul of MA Characteristic polynomial Roots:
```

```
## Shapiro-Wilks Normality p-value    0.7337000
## Anderson-Darling p-value           0.5436000
## Jarque-Bera p-value                 0.8198000
## Breusch-Pagan p-value               0.4117000
## Durbin-Watson p-value              0.5284682
## Ljung-Box (lag 1) p-value           0.8917000
## Ljung-Box (lag 2) p-value           0.8883000
## Ljung-Box (lag 3) p-value           0.9345000
## Ljung-Box (lag4) p-value            0.8194000
## Ljung-Box (lag 12) p-value           0.6986000
## Ljung-Box (lag 24) p-value           0.7986000
## Ljung-Box (lag 36) p-value           0.5738000
## Ljung-Box (lag 48) p-value           0.5176000
## Log Likelihood                       444.1818255
## AIC                                  -872.3636511
```

## B. TABLAS COMPLEMENTARIAS

**Tabla B.1:** Posibles modelos propuestos con su polinomio característico

	Con el polinomio característico
1	$(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = (1 + \theta_1 B)(1 + \Theta_1 B^{12}) Z_t$
2	$(1 - \Phi_1 B^{12})(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = (1 + \theta_1 B)(1 + \Theta_1 B^{12}) Z_t$
3	$(1 - \Phi_1 B^{12} - \Phi_2 B^{24})(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = (1 + \theta_1 B) Z_t$
4	$(1 - \phi_1 B)(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = (1 + \theta_1 B)(1 + \Theta_1 B^{12}) Z_t$
5	$(1 - \phi_1 B)(1 - \Phi_1 B^{12} - \Phi_2 B^{24})(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = (1 + \theta_1 B)(1 + \Theta_1 B^{12}) Z_t$
6	$(1 - \phi_1 B)(1 - \Phi_1 B^{12} - \Phi_2 B^{24})(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = (1 + \theta_1 B) Z_t$
7	$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3 - \phi_4 B^4 - \phi_5 B^5)(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = (1 + \Theta_1 B^{12}) Z_t$
8	$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3 - \phi_4 B^4 - \phi_5 B^5)(1 - \Phi_1 B^{12})(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = (1 + \Theta_1 B^{12}) Z_t$
9	$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3 - \phi_4 B^4 - \phi_5 B^5)(1 - \Phi_1 B^{12} - \Phi_2 B^{24})(1 - B)(1 - B^{12}) \ln(X_T) = Z_t$

**Tabla B.2:** Invertibilidad y causalidad del modelo 1

```
##
## Modul of AR Characteristic polynomial Roots:
##
## Modul of MA Characteristic polynomial Roots: 1.000001 1.000001 1.000001 1.000001 1.000001 1.000001
```

**Tabla B.3:** Invertibilidad y causalidad del modelo 3

```
##
## Modul of AR Characteristic polynomial Roots: 1.034586 1.034586 1.034586 1.034586 1.034586 1.034586
##
## Modul of MA Characteristic polynomial Roots: 1.282557
```

**Tabla B.4:** Invertibilidad y causalidad del modelo 7

```
##
## Modul of AR Characteristic polynomial Roots: 1.402083 1.410398 1.410398 1.402083 1.471554
##
## Modul of MA Characteristic polynomial Roots: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
```

**Tabla B.5:** Invertibilidad y causalidad del modelo 9

```
##
## Modul of AR Characteristic polynomial Roots: 1.035064 1.035064 1.035064 1.035064 1.035064 1.035064
##
## Modul of MA Characteristic polynomial Roots:
```

**Tabla B.6:** Aplicación de la función *wTradDays* (estudios de días laborables)

Como se ha mencionado en el capítulo 3, la distribución deseada en 5:2.

```
##
## Call:
## arima(x = lnserie, order = c(0, 1, 1), seasonal = list(order = c(2, 1, 0), period = 12),
##       xreg = wTradDays)
##
## Coefficients:
##          ma1      sar1      sar2  wTradDays
##    -0.7796  -0.6868  -0.4420    -4e-04
## s.e.   0.0347   0.0502   0.0491     1e-03
##
## sigma^2 estimated as 0.006674:  log likelihood = 372.13,  aic = -734.25
```

**Tabla B.7:** Aplicación de la función *wEast* (para el estudio de semana santa)

Como se ha mencionado en el capítulo 3, se desea que la mitad de la semana santa caiga en marzo y la otra mitad en abril.

```
##
## Call:
## arima(x = lnserie, order = c(0, 1, 1), seasonal = list(order = c(2, 1, 0), period = 12),
##       xreg = wEast)
##
## Coefficients:
##          ma1      sar1      sar2    wEast
##    -0.7796  -0.6857  -0.4425  -0.0078
## s.e.   0.0347   0.0502   0.0491   0.0209
##
## sigma^2 estimated as 0.006674:  log likelihood = 372.13,  aic = -734.26
```

**Tabla B.8:** Aplicación de la función *wTradDays* y *wEast* (estudios de días laborables y semana santa de manera simultánea)

```
##
## Call:
## arima(x = lnserie, order = c(0, 1, 1), seasonal = list(order = c(2, 1, 0), period = 12),
##       xreg = data.frame(wTradDays, wEast))
##
## Coefficients:
##          ma1      sar1      sar2  wTradDays  wEast
##    -0.7795  -0.6856  -0.4423    -4e-04  -0.0085
## s.e.   0.0347   0.0502   0.0491     1e-03   0.0209
##
## sigma^2 estimated as 0.006671:  log likelihood = 372.21,  aic = -732.42
```

**Tabla B.9:** Coeficientes para  $\phi, \theta$

	<i>Mod 1 atípicos</i>	<i>Mod 3 atípicos</i>	<i>Mod 9 atípicos</i>
$\theta_1$	-0.832 (s. e. = 0.029)	-0.852 (s. e. = 0.031)	
$\phi_1$			-0.806 (s. e. = 0.054)
$\phi_2$			-0.595 (s. e. = 0.068)
$\phi_2$			-0.416 (s. e. = 0.071)
$\phi_2$			-0.276 (s. e. = 0.068)
$\phi_2$			-0.116 (s. e. = 0.055)
$\Theta_1$	-0.967 (s. e. = 0.063)		
$\Phi_1$		-0.714 (s. e. = 0.049)	-0.706 (s. e. = 0.050)
$\Phi_2$		-0.450 (s. e. = 0.049)	-0.440 (s. e. = 0.049)
$\widehat{\sigma}^2$	0.0039	0.0042	0.0044

## C. CÓDIGO EN LENGUAJE R

A continuación se presenta el código en lenguaje R utilizado en la realización del trabajo de final de grado. Únicamente se pondrá el código de todos los modelos en “estimación del modelo”, ya que en el resto de apartados de la metodología, el código es el mismo para todos los casos, solo cambiando el número del modelo.

```
# Añadimos todas las funciones
```

```
source("funciones.R")
```

```
# Introducimos los datos
```

```
library(openxlsx)
```

```
series = ts(read.xlsx("datos_1990.xlsx"), start = 1990, freq = 12)
```

```
serie = series[,2]
```

```
# Metodología ARIMA
```

```
## Identificación del modelo
```

```
### Transformación de la serie temporal en una serie estacionaria
```

```
**¿Parece ser la varianza constante?**
```

```
par(mfrow=c(1,2))
```

```
m = apply(matrix(serie,ncol=12),2,mean)
```

```
v = apply(matrix(serie,ncol=12),2,var)
```

```
plot(v~m,main="Mean-Variance plot")
```

```
boxplot(serie~floor(time(serie)), main = "Boxplot")
```

```
lnserie=log(serie)
```

```
plot(lnserie,type="o")
```

```
**¿Presenta la serie un patrón estacional?**
```

```
monthplot(lnserie)
```

```
d12lnserie<-diff(lnserie,lag=12)
```

```
monthplot(d12lnserie)
```

```
**¿Es la media de la serie constante?**
```

```
plot(d12lnserie,main="d12lnserie")
```

```
abline(h=0)
```

```
abline(h=mean(d12lnserie), col=2)
```

```
d1d12lnserie <- diff(d12lnserie)
```

```

plot(d1d12Inserie,main="d1d12Inserie")
abline(h=0)
abline(h=mean(d1d12Inserie), col=2)
mean(d1d12Inserie)

v1 <- var(lnserie)
v2 <- var(d12Inserie)
v3 <- var(d1d12Inserie)
d2d12Inserie <- diff(d1d12Inserie)
v4 <- var(d2d12Inserie)

### Identificación de modelos plausibles
par(mfrow=c(1,2))

acf(d1d12Inserie,ylim=c(-1,1),lag.max=60,col=c(2,rep(1,11)),lwd=2)
pacf(d1d12Inserie,ylim=c(-1,1),lag.max=60,col=c(rep(1,11), 2),lwd=2)

## Estimación de los modelos ajustados
### Estimación del modelo 1: MA(1)SMA(1)$_{12}$
**Modelo 1A, MA(1)SMA(1)$_{12}$: ARIMA(0, 0, 1)(0, 0, 1)_{12}$**
(mod1A = arima(d1d12Inserie, order = c(0,0,1), seasonal = list(order =
c(0,0,1), period=12)))

**Modelo 1B, MA(1)SMA(1)$_{12}$: ARIMA(0, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$**
(mod1B = arima(lnserie, order = c(0,1,1), seasonal = list(order =
c(0,1,1), period=12)))

### Estimación del modelo 2: MA(1)SARMA(1, 1)$_{12}$
**Modelo 2A, MA(1)SARMA(1, 1)$_{12}$: ARIMA(0, 0, 1)(1, 0, 1)_{12}$**
(mod2A = arima(d1d12Inserie, order = c(0,0,1), seasonal = list(order =
c(1,0,1), period=12)))

**Modelo 2B, MA(1)SARMA(1, 1)$_{12}$: ARIMA(0, 1, 1)(1, 1, 1)_{12}$**
(mod2B = arima(lnserie, order = c(0,1,1), seasonal = list(order =
c(1,1,1), period=12)))

### Estimación del modelo 3: MA(1)SAR(1)$_{12}$
**Modelo 3A, MA(1)SAR(1)$_{12}$: ARIMA(0, 0, 1)(2, 0, 0)_{12}$**
(mod3A = arima(d1d12Inserie, order = c(0,0,1), seasonal = list(order =
c(2,0,0), period=12)))

```

```

**Modelo 3B, MA(1)SAR(1)$_{12}$: ARIMA(0, 1, 1)(2, 1, 0)$_{12}$**
(mod3B = arima(lnserie, order = c(0,1,1), seasonal = list(order =
c(2,1,0), period=12)))

### Estimación del modelo 4: ARMA(1, 1)SMA(1)$_{12}$
**Modelo 4A, ARMA(1, 1)SMA(1)$_{12}$: ARIMA(1, 0, 1)(0, 0, 1)$_{12}$**
(mod4A = arima(d1d12lnserie, order = c(1,0,1), seasonal = list(order =
c(0,0,1), period=12)))

**Modelo 4B, ARMA(1, 1)SMA(1)$_{12}$: ARIMA(1, 1, 1)(0, 1, 1)$_{12}$**
(mod4B = arima(lnserie, order = c(1,1,1), seasonal = list(order =
c(0,1,1), period=12)))

### Estimación del modelo 5: ARMA(1, 1)SARMA(1, 1)$_{12}$
**Modelo 5A, ARMA(1, 1)SARMA(1, 1)$_{12}$: ARIMA(1, 0, 1)(1, 0,
1)$_{12}$**
(mod5A = arima(d1d12lnserie, order = c(1,0,1), seasonal = list(order =
c(1,0,1), period=12)))

**Modelo 5B, ARMA(1, 1)SARMA(1, 1)$_{12}$: ARIMA(1, 1, 1)(1, 1,
1)$_{12}$**
(mod5B = arima(lnserie, order = c(1,1,1), seasonal = list(order =
c(1,1,1), period=12)))

### Estimación del modelo 6: ARMA(1, 1)SAR(1)$_{12}$
**Modelo 6A, ARMA(1, 1)SAR(1)$_{12}$: ARIMA(1, 0, 1)(1, 0, 0)$_{12}$**
(mod6A = arima(d1d12lnserie, order = c(1,0,1), seasonal = list(order =
c(1,0,0), period=12)))

**Modelo 6B, ARMA(1, 1)SAR(1)$_{12}$: ARIMA(1, 1, 1)(1, 1, 0)$_{12}$**
(mod6B = arima(lnserie, order = c(1,1,1), seasonal = list(order =
c(1,1,0), period=12)))

### Estimación del modelo 7: AR(5)SMA(1)$_{12}$
**Modelo 7A, AR(5)SMA(1)$_{12}$: ARIMA(5, 0, 0)(0, 0, 1)$_{12}$**
(mod7A = arima(d1d12lnserie, order = c(5,0,0), seasonal = list(order =
c(0,0,1), period=12)))

**Modelo 7B, AR(5)SAM(1)$_{12}$: ARIMA(0, 1, 1)(2, 1, 0)$_{12}$**
(mod7B = arima(lnserie, order = c(5,1,0), seasonal = list(order =
c(0,1,1), period=12)))

### Estimación del modelo 8: AR(5)SARMA(1, 1)$_{12}$
**Modelo 8A, AR(5)SARMA(1, 1)$_{12}$: ARIMA(5, 0, 0)(1, 0, 1)$_{12}$**
(mod8A = arima(d1d12lnserie, order = c(5,0,0), seasonal = list(order =
c(1,0,1), period=12)))

```

```

**Modelo 8B, MA(1)SAR(1)$_{12}$: ARIMA(0, 1, 1)(2, 1, 0)$_{12}$**
(mod8B = arima(lnserie, order = c(5,1,0), seasonal = list(order =
c(1,1,1), period=12)))

### Estimación del modelo 9: AR(5)SAR(2)$_{12}$
**Modelo 9A, AR(5)SAR(2)$_{12}$: ARIMA(5, 0, 0)(2, 0, 0)$_{12}$**
(mod9A = arima(d1d12lnserie, order = c(5,0,0), seasonal = list(order =
c(2,0,0), period=12)))

**Modelo 9B, AR(5)SAR(2)$_{12}$: ARIMA(5, 1, 0)(2, 1, 0)$_{12}$**
(mod9B = arima(lnserie, order = c(5,1,0), seasonal = list(order =
c(2,1,0), period=12)))

```

## ## Validación de los modelos ajustados

### ### Modelo 1B

```

model = mod1B
validation_grafic(model)
validation_test_homoce(model)
validation_test_normal(model)
validation_test_indepen(model)
validation_acf_pacf(model)
validation_inv_cau(model)

```

### ## Tabla resumen

```

install.packages("stargazer")
library("stargazer")
stargazer(mod1B, mod3B, mod7B, mod9B,
          title="Results", type="text", notes.append = F,
          report = "vtc", notes = c("t = T-statistic value =
coeff/SE(coeff)"), digits = 3, column.labels =
c("1B", "3B", "7B", "9B"))

```

### ## Predicción de modelos ARIMA ajustados y validados

```

ultim = c(2018,12)
serie1 = window(serie, end = ultim + c(1,0)) #complete series: 1990-2019
lnserie1 = log(serie1) #log transformed
serie2 = window(serie, end = ultim) #series without last year
lnserie2 = log(serie2) #log transformed

```

```

### Estudio de estabilidad del modelo 1B
# Fit the model to the complete series: lnserie1
(mod1B = arima(lnserie1, order = c(0,1,1), seasonal = list(order =
c(0,1,1), period=12)))

#Fit the model to the subset series (without 2019 data): lnserie2
(mod1B2 = arima(lnserie2, order = c(0,1,1), seasonal = list(order =
c(0,1,1), period=12)))

### Capacidad predictiva del modelo 1B
pred = predict(mod1B2, n.ahead=12)
pr <- ts(c(tail(lnserie2,1),pred$pred),start = ultim, freq=12)
se <- ts(c(0,pred$se), start = ultim, freq=12)

#Prediction Intervals (back transformed to original scale using exp-
function)
tl <- ts(exp(pr-1.96*se), start = ultim, freq = 12)
tu <- ts(exp(pr+1.96*se), start = ultim, freq = 12)
pr <- ts(exp(pr), start = ultim, freq = 12)

#Plot of the original series and out-of-sample predictions
ts.plot(serie,tl,tu,pr,lty=c(1,2,2,1),col=c(1,4,4,2),xlim=ultim[1]+c(-
2,+2),type="o",main="Model 1B")
abline(v=(ultim[1]-2):(ultim[1]+2),lty=3,col=4)

obs=window(serie,start=ultim)
(mod.EQM1=sqrt(sum(((obs-pr)/obs)^2)/12))
(mod.EAM1=sum(abs(obs-pr)/obs)/12)

### Predicción a largo plazo del modelo 1B
pred=predict(mod1B,n.ahead=12)
pr<-ts(c(tail(lnserie,1),pred$pred),start=ultim+c(1,0),freq=12) #starts
Dec 2019!
se<-ts(c(0,pred$se),start=ultim+c(1,0),freq=12)

#Intervals
tl1<-ts(exp(pr-1.96*se),start=ultim+c(1,0),freq=12)
tu1<-ts(exp(pr+1.96*se),start=ultim+c(1,0),freq=12)
pr1<-ts(exp(pr),start=ultim+c(1,0),freq=12)

ts.plot(serie,tl1,tu1,pr1,lty=c(1,2,2,1),col=c(1,4,4,2),xlim=c(ultim[1]-
1,ultim[1]+3),type="o",main="Modelo 1: ARIMA(0,1,1)(0,1,1)_12")
abline(v=(ultim[1]-2):(ultim[1]+3),lty=3,col=4)
prevismod1B=window(cbind(tl1,pr1,tu1),start=ultim+c(1,0))
mod.ML1=c(sum(prevismod1B[,3]-prevismod1B[,1]))/12

```

```

## Selección del mejor modelo
tablef <- cbind.data.frame(resumen1, resumen3, resumen7, resumen9)
stargazer(tablef, summary = FALSE, type = "text")

# Metodología ARIMAX para el estudio de efectos calendarios
data=c(start(lnserie)[1],start(lnserie)[2], length(lnserie))

# Días laborables
(wTradDays=wtrad(data))

# Semana santa
(wEast=weaster(data))

(mod1B = arima(lnserie, order = c(0,1,1), seasonal = list(order =
c(0,1,1), period=12)))
cat("Modelo 1b \n T-ratios:",
round(mod1B$coef/sqrt(diag(mod1B$var.coef)),2))

(mod1BTD = arima(lnserie, order = c(0,1,1), seasonal = list(order =
c(0,1,1), period=12), xreg = wTradDays))
cat("Modelo 1bTD \n T-ratios:",
round(mod1BTD$coef/sqrt(diag(mod1BTD$var.coef)),2))

(mod1BEA = arima(lnserie, order = c(0,1,1), seasonal = list(order =
c(0,1,1), period=12), xreg = wEast))
cat("Modelo 1bEA \n T-ratios:",
round(mod1BEA$coef/sqrt(diag(mod1BEA$var.coef)),2))

(mod1BTDEA = arima(lnserie, order = c(0,1,1), seasonal = list(order =
c(0,1,1), period=12), xreg = data.frame(wTradDays, wEast)))
cat("Modelo 1BTDEA \n T-ratios:",
round(mod1BTDEA$coef/sqrt(diag(mod1BTDEA$var.coef)),2))

# Metodología ARIMAX para el Análisis de intervención
# Análisis de intervención
day_prev=ts(rep(0,length(lnserie)),start=1990,freq=12)
day_prev[166:length(lnserie)]=1
day_prev

mod1BIA = arima(lnserie, order = c(0,1,1), seasonal = list(order =
c(0,1,1), period=12), xreg = day_prev)
AIC(mod1B);AIC(mod1BIA); BIC(mod1B);BIC(mod1BIA)

```

```

cat("Modelo 1BIA \n T-ratios:",
round(mod1BIA$coef/sqrt(diag(mod1BIA$var.coef)),2))

# Metodología ARIMAX para el tratamiento de outliers
## Detección automática de outliers en el modelo 1
mod1B.atip = outdetec(mod1B, dif=c(1, 12), crit = 2.75, LS = T)
mod1B.atip$sigma2

atipics1B=mod1B.atip$atip[order(mod1B.atip$atip[,1]),]

meses=c("Ene","Feb","Mar","Abr","May","Jun","Jul","Ago","Sep","Oct","Nov",
"Dic")

data.frame(atipics1B,Fecha=paste(meses[(atipics1B[,1]-
1)%%12+1],start(lnserie)[1]+((atipics1B[,1]-
1)%/%12)),perc.Obs=exp(atipics1B[,3])*100)

lnserie.lin1B=lineal(lnserie,mod1B.atip$atip)
serie.lin1B=exp(lnserie.lin1B)

plot(serie.lin1B,col=2)
lines(serie)
plot(lnserie-lnserie.lin1B)

## Estimación y validación del modelo 1 basado en la serie sin atípicos
d1d12lnserie.lin1B=diff(diff(lnserie.lin1B,12))
par(mfrow=c(1,2), mar=c(5,4,4,5))
acf(d1d12lnserie.lin1B,ylim=c(-1,1),lag.max=72,col=c(2,rep(1,11)),lwd=2)
pacf(d1d12lnserie.lin1B,ylim=c(-1,1),lag.max=72,col=c(rep(1,11),2),lwd=2)

(mod.lin1B=arima(lnserie.lin1B, order = c(0,1,1), seasonal = list(order =
c(0,1,1), period=12)))

model=mod.lin1B
validation(model)

## Predicción del modelo 1 sin atípicos
### Estudio de estabilidad
ultim=c(2018,12)

serie1.lin1B=window(serie.lin1B,end=ultim+c(1,0))
lnserie1.lin1B=log(serie1.lin1B)

```

```

serie2.lin1B=window(serie.lin1B,end=ultim)
lnserie2.lin1B=log(serie2.lin1B)

#Fit the model to the complete series: lnserie1
(mod.lin1B=arima(lnserie1.lin1B, order = c(0,1,1), seasonal = list(order =
c(0,1,1), period=12)))

#Fit the model to the subset series (without 2018 data): lnserie2
(mod2.lin1B=arima(lnserie2.lin1B, order = c(0,1,1), seasonal = list(order
= c(0,1,1), period=12)))

### Capacidad predictiva del modelo 1
pred1B = predict(mod2.lin1B, n.ahead=12)
wLS1B=sum(mod1B.atip$atip[mod1B.atip$atip$type_detected=="LS" &
mod1B.atip$atip$Obs<=length(serie)-12,3])
predic1B=pred1B$pr+wLS1B
pr1B <- ts(c(tail(lnserie2,1),predic1B),start = ultim, freq=12)
se1B <- ts(c(0,pred1B$se), start = ultim, freq=12)

#Prediction Intervals (back transformed to original scale using exp-
function)
tl1B <- ts(exp(pr1B-1.96*se1B), start = ultim, freq = 12)
tu1B <- ts(exp(pr1B+1.96*se1B), start = ultim, freq = 12)
pr1B <- ts(exp(pr1B), start = ultim, freq = 12)

#Plot of the original series and out-of-sample predictions
ts.plot(serie,tl1B,tu1B,pr1B,lty=c(1,2,2,1),col=c(1,4,4,2),xlim=ultim[1]+c
(-2,+2),type="o",main="Model 1B")
abline(v=(ultim[1]-2):(ultim[1]+2),lty=3,col=4)

**Cálculo de medidas RMSPE/MAPE**
(mod.EQM.lin1B=sqrt(sum(((obs-pr1B)/obs)^2)/12)) # Error = obs - pred
(mod.EAM.lin1B=sum(abs(obs-pr1B)/obs)/12)

### Predicción a largo plazo del modelo 1 sin outliers
predf1B=predict(mod.lin1B,n.ahead=12)
wLSf1B=sum(mod1B.atip$atip[mod1B.atip$atip$type_detected=="LS",3])

predicf1B=predf1B$pr+wLSf1B
prf1B<-
ts(c(lnserie[length(lnserie)],predicf1B),start=ultim+c(1,0),freq=12)
sef1B<-ts(c(0,predf1B$se),start=ultim+c(1,0),freq=12)

#Intervals
tlf1B<-ts(exp(prf1B-1.96*sef1B),start=ultim+c(1,0),freq=12)
tuf1B<-ts(exp(prf1B+1.96*sef1B),start=ultim+c(1,0),freq=12)
prf1B<-ts(exp(prf1B),start=ultim+c(1,0),freq=12)

```

```
ts.plot(serie,tlf1B,tuf1B,prf1B,lty=c(1,2,2,1),col=c(1,4,4,2),xlim=ultim[1
]+c(-1,+3),type="o",main="Model ARIMA(0,1,1)(0,1,1)_12")
abline(v=(ultim[1]-2):(ultim[1]+3),lty=3,col=4)
```

```
previs21B=window(cbind(tlf1B,prf1B,tuf1B),start=ultim+c(1,0))
cbind(prevismod1B,previs21B)
```

### # Selección del modelo 1 final

```
resul=data.frame(
  par=c(length(coef(mod1B)),length(coef(mod.lin1B))+nrow(mod1B.atip$atip)),
  Sigma2Z=c(mod1B$sigma2,mod.lin1B$sigma2),
  AIC=c(AIC(mod1B),AIC(mod.lin1B)+2*nrow(mod1B.atip$atip)),
  BIC=c(BIC(mod1B),BIC(mod.lin1B)+log(length(serie)-
13)*nrow(mod1B.atip$atip)),
  RMSPE=c(mod.EQM1,mod.EQM.lin1B),
  MAPE=c(mod.EAM1,mod.EAM.lin1B),
  ML=c(sum(prevismod1B[,3]-prevismod1B[,1]),sum(previs21B[,3]-
previs21B[,1]))/12)
row.names(resul)=c("ARIMA(0,1,1)(0,1,1)_12","ARIMA(0,1,1)(0,1,1)_12+Atip")
resul
```

### # Predicción 2020, 2021 Y 2022

```
predf1B=predict(mod.lin1B,n.ahead=36)
wLSf1B=sum(mod1B.atip$atip[mod1B.atip$atip$type_detected=="LS",3])
predicf1B=predf1B$pr+wLSf1B
prf1B<-
ts(c(lnserie[length(lnserie)],predicf1B),start=ultim+c(1,0),freq=12)
sef1B<-ts(c(0,predf1B$se),start=ultim+c(1,0),freq=12)
```

### #Intervals

```
tlf1B<-ts(exp(prf1B-1.96*sef1B),start=ultim+c(1,0),freq=12)
tuf1B<-ts(exp(prf1B+1.96*sef1B),start=ultim+c(1,0),freq=12)
prf1B<-ts(exp(prf1B),start=ultim+c(1,0),freq=12)
```

```
ts.plot(serie,tlf1B,tuf1B,prf1B,lty=c(1,2,2,1),col=c(1,4,4,2),xlim=ultim[1
]+c(-1,+5),type="o",main="Model ARIMA(0,1,1)(0,1,1)_12")
abline(v=(ultim[1]-2):(ultim[1]+5),lty=3,col=4)
```