

TREBALL FINAL DE MÀSTER

Títol: Estimació de provisions amb el model Doble Chain Ladder en diferents escenaris d'inflació

Autoria: Paula Costa Aymí

Tutoria: Eva Boj del Val i Maria Teresa Costa Cor

Curs acadèmic: 2023-2024



UNIVERSITAT DE
BARCELONA

Facultat d'Economia
i Empresa

Màster
**de Ciències
Actuarials
i Financeres**

Facultat d'Economia i Empresa
Universitat de Barcelona

Treball Final de Màster
Màster en Ciències Actuarials i Financeres

**ESTIMACIÓ DE PROVISIONS
AMB EL MODEL DOBLE
CHAIN LADDER EN
DIFERENTS ESCENARIS
D'INFLACIÓ**

Autoria: Paula Costa Aymí

Tutoria: Eva Boj del Val i Maria Teresa Costa Cor

El contenido de este documento es de exclusiva responsabilidad del autor, quien declara que no ha incurrido en plagio y que la totalidad de referencias a otros autores han sido expresadas en el texto”

RESUM

En l'àmbit de les companyies asseguradores de no vida, la gestió eficient de les reserves és fonamental per l'estabilitat financera i el compliment de les obligacions. El mètode Chain Ladder és àmpliament utilitzat tot i que presenta certes limitacions. Per abordar aquesta problemàtica es proposa el mètode Doble Chain Ladder. El treball se centra en l'aplicació del mètode Doble Chain Ladder, permetent l'estimació de tres tipus de reserves (aquelles referides a sinistres de tipus IBNR, de tipus RBNS i les totals). Aquestes estimacions es calcularan utilitzant un conjunt dades reals per les que s'analitzaran els resultats de simular diferents escenaris d'inflació.

Paraules clau: Reserves, IBNR, RBNS, Doble Chain Ladder, inflació.

ABSTRACT

In the field of non-life insurance companies, efficient management of reserves is crucial for financial stability and compliance with obligations. The Chain Ladder method is widely used despite certain limitations. To address this issue, the Double Chain Ladder method is proposed. The work focuses on the application of the Double Chain Ladder method, allowing estimation of three types of reserves (those related to IBNR claims, RBNS claims, and total reserves). These estimations will be calculated using a set of real data, for which the results of simulating different inflation scenarios will be analysed.

Key words: Reserves, IBNR, RBNS, Double Chain Ladder, inflation.

ÍNDIX

1. Introducció	1
2. Provisions tècniques	3
3. Mètode Chain Ladder	5
4. Mètode Doble Chain Ladder	8
4.1 Introducció, dades i hipòtesis	8
4.2 Estimadors del mètode DCL	9
4.3 Estimació de reserves RBNS i IBNR	10
4.3.1 Estimació de reserves IBNR i RBNS ignorant l'efecte cua	11
4.3.2 Estimació de reserves IBNR i RBNS amb efecte cua	11
5. Dades	12
5.1 Obtenció i descripció de les dades	12
5.2 Paquet DCL d'R	14
6. Estimació de reserves amb mètode Doble Chain Ladder	15
6.1 Paràmetres	15
6.2 Estimació original	18
6.2.1 Estimació amb dades originals	18
6.3 Mètode <i>Bootstrap</i> i diferents escenaris d'inflació	21
6.3.1 Estimació amb el mètode <i>Bootstrap</i> segons diferents escenaris d'inflació.	22
6.4 Càlcul de provisions com a renda i com a flux	29
6.4.1 Càlcul de provisions com a renda	30
6.4.2 Càlcul de provisions com a flux	30
7. Resultats	31
8. Discussió i conclusions	33
9. Referències bibliogràfiques	34
10. Annex	
10.1 Annex 1	36
10.2 Annex 2	41

1. INTRODUCCIÓ

En l'àmbit de les companyies d'assegurances no vida, la gestió eficient de les reserves és fonamental per garantir l'estabilitat financera i complir amb les obligacions de possibles reclamacions. L'avaluació precisa de les reserves és un component crític, i, per això, les companyies recorren a mètodes establerts per al seu càlcul. Entre els mètodes més utilitzats es troba l'estimació mitjançant el mètode de Chain Ladder (CLM). Les primeres idees del model clàssic van ser inicialment apuntades en Tarbell (1934) i la seva utilització es remunta als anys 70. Aquest mètode treballa amb reserves de sinistres IBNR.

El mètode CLM, tot i ser utilitzat àmpliament, presenta limitacions en termes de la diferenciació entre les reserves de sinistres RBNS i IBNR.

En aquest context, Verrall *et al.* (2010) presenten el mètode Doble Chain Ladder (DCLM), estretament vinculat al model mencionat anteriorment. El mètode d'estimació utilitzat és l'algorisme bàsic del mètode CLM aplicat a dos triangles amb les dades de sinistres IBNR, que fan referència a sinistres que han tingut lloc en el passat, però que encara no han sigut reportats a la companyia, i RBNS, que fan referència a reserves per a sinistres reportats a la companyia però que encara no s'han pagat. A l'aplicar el mètode DCLM, Martínez-Miranda *et al.* (2012) afirmen que s'espera que la informació addicional del triangle de recompte disminueixi la volatilitat de les reserves estimades, donat que al tenir més informació disponible, les prediccions haurien de ser millors.

En la mateixa línia, Miranda *et al.* (2011) proposen un mètode proper al DCLM motivat per la falta d'estabilitat del seu predecessor. Es discuteix que l'estimació implícita de la inflació de l'any de subscripció en el mètode clàssic de CLM i l'estimació explícita en el DCLM representen un punt dèbil. Així doncs, mostren que la inflació de l'any de subscripció pot estimar-se a partir de dades incorregudes menys volàtils i després transferir-se al model DCLM.

Així doncs, es destaca la rellevància de comptar amb mètodes que s'adaptin a la complexitat de l'entorn assegurador no vida.

En aquest treball s'estudiarà i aplicarà el mètode DCLM mitjançant el paquet d'R (R Development Core Team, 2024) anomenat DCL (Martínez-Miranda *et al.*, 2022). Aquest paquet proporciona funcions per al modelat estadístic i pronòstic en reserves de sinistres d'assegurances no vida sota el marc del model DCL de Martínez-Miranda *et al.* (2012). Utilitzant funcions específiques, permet l'estimació de reserves IBNR i RBNS, la generació de gràfiques per visualitzar i interpretar millor les dades (triangles de sortida), la descomposició del model clàssic CLM sota el model DCLM, la introducció de coneixement expert sobre la gravetat de la inflació, etc. A més a més ens permet la realització d'un exercici de validació mitjançant un back-test de les dades.

El treball s'estructurarà de la següent manera; en primer lloc, com s'ha pogut llegir a la introducció, es contextualitza l'estudi i es destaquen els articles més rellevants en la matèria. Seguidament, s'abordaran les provisions tècniques, destacant els conceptes clau necessaris pel treball. Posteriorment, s'exposaran els mètodes CLM i DCLM, oferint les hipòtesis, dades usades, metodologies i paràmetres entre d'altres, per oferir una comprensió profunda d'aquests models.

A continuació s'exposaran les dades reals utilitzades en l'anàlisi dels models, on en primer lloc es parlarà del seu origen i descripció i es mostraran els triangles de partida per dur a terme la part pràctica. A continuació s'exposaran els trets més importants del paquet DCL d'R i s'explicaran les funcions utilitzades en el càlcul de reserves en detall.

En la secció d'estimació es durà a terme l'estimació de reserves. Primerament s'estimaran els paràmetres del model. A continuació l'estimació de reserves es dividirà en dues parts. Primerament s'estimaran les reserves amb el model DCLM sota les següents situacions: sense tenir en compte l'efecte cua i tenint en compte l'efecte cua. En la segona part s'explicarà el procés de modificació de les dades d'inflació i es construiran tres escenaris sota els quals es durà a terme l'estimació de reserves sense tenir en compte l'efecte cua. En aquesta segona part també s'analitzarà la distribució d'aquestes reserves.

Per últim, es calcularan les reserves totals com a flux i com a renda tant per les dades originals com pels diferents escenaris d'inflació utilitzant la corresponent estructura temporal de tipus d'interès lliure de risc i amb ajust per volatilitat.

En la secció de resultats es mostrarà tot l'obtingut a través de l'aplicació dels mètodes. La fase de discussió i conclusions permetrà reflexionar sobre els resultats, comparar els enfocaments utilitzats i s'extrauran les conclusions més significatives. Finalment s'inclourà un apartat de referències bibliogràfiques i dos annexes que contindran l'script d'R emprat i informació addicional.

2. PROVISIONS TÈCNIQUES

Tal i com es detalla a Boj *et al.* (2021) les provisions tècniques representen les obligacions derivades de contractes d'assegurança i reassegurança i constitueixen part de les responsabilitats de les entitats asseguradores i reasseguradores segons el que estableix la Ley 20/2015, de 14 de julio, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reasseguradoras (LOSSEAR) en el seu article 69.

En aquest marc legal, el valor de les provisions tècniques fa referència a l'import actual que les entitats asseguradores i reasseguradores haurien de pagar si transferissin les seves obligacions d'assegurança i reassegurança a una altra entitat del sector de manera immediata.

Amb l'entrada en vigor de la nova normativa de la Directiva 2009/138/CE (Solvència II) es requereix, a més, l'ús d'una estructura temporal de tipus d'interès lliure de risc i amb ajust per volatilitat (d'ara en endavant ETTI)¹ per al càlcul de les provisions tècniques.

La Figura 1 il·lustra el procés de desenvolupament d'una reclamació d'assegurances general. Tal i com descriuen Antonio i Plat (2014), la reclamació té lloc en un cert punt en el temps (t_1), seguidament (i possiblement després d'un període de demora) es declara a l'assegurador (t_2), i finalment tenen lloc un o diversos pagaments fins el tancament de la reclamació. Depenent de la naturalesa del negoci i la reclamació, aquesta última pot reobrir-se i els pagaments poden seguir fins que la reclamació es resolgui definitivament.

En el moment present, l'assegurador ha de comptar amb reserves per complir amb les seves obligacions futures.

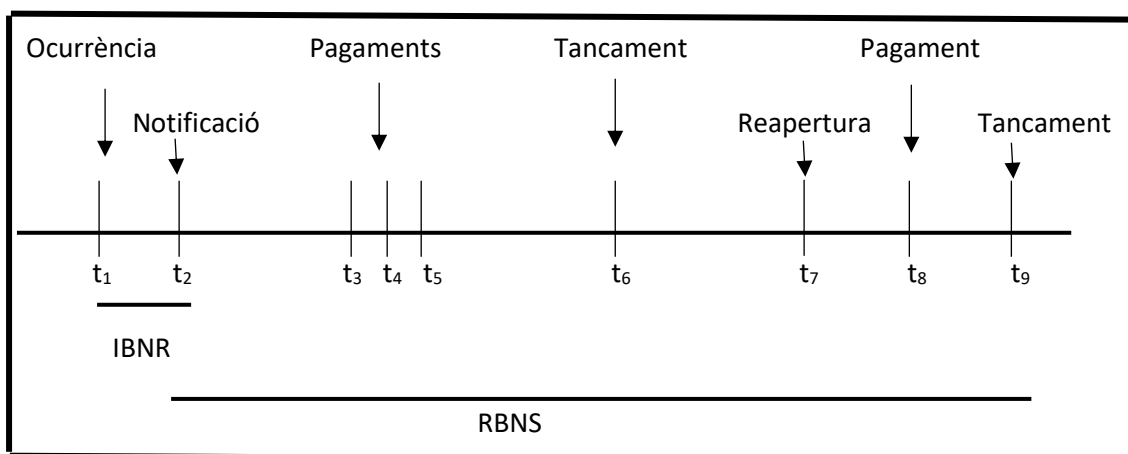


Figura 1: Procés de desenvolupament d'un sinistre. Elaboració pròpia a partir d'Antonio i Plat (2014).

¹ Estructura temporal de tipus d'interès lliure de risc i amb ajust per volatilitat. EIOPA:
https://www.eiopa.europa.eu/index_en?prefLang=es

Donat doncs que els sinistres no es liquiden amb un únic pagament i alguns son incerts en el futur, és imprescindible per la companyia realitzar una estimació precisa de les reserves. Aquestes reserves es classifiquen segons el tipus de sinistre en Boj i Esquinas (2016) de la següent manera:

- Reserves RBNS: Es calculen per sinistres que van tenir lloc abans del càlcul de les reserves, tot i que el pagament complet tingui lloc en el futur. En aquest tipus de reserves es contempla una estimació dels pagaments que encara no s'han liquidat completament corresponents a sinistres que ja han tingut lloc i han estat reportats a la companyia. En aquests casos, es coneix el moment d'ocurrència del sinistre i es disposa d'informació sobre els factors de risc associats. Així doncs, aquesta informació serà de gran utilitat en el procés predictiu sobre el cost del sinistre.
- Reserves IBNR: En aquest cas, els sinistres han tingut lloc però no han estat reportats ni pagats i, per tant, per aquest tipus de sinistres no es disposa de la informació del moment d'ocurrència ni dels factors de risc. No obstant, es disposa d'informació històrica dels últims períodes. Així doncs, tal i com explica Boj *et al.* (2014) la seva predicció es realitza a partir de la quantia total dels sinistres per any d'ocurrència i per any de desenvolupament.

Una classificació habitual en la literatura dels mètodes per l'estimació de les provisions tècniques o reserves en assegurances de no vida és aquella que diferencia entre els mètodes clàssics i mètodes estocàstics (Taylor, 1986).

- Mètodes clàssics: Es caracteritzen per utilitzar un enfoc determinista en l'estimació de provisions o reserves. En aquests mètodes no es considera cap supòsit probabilístic. No intervenen variables aleatòries.
- Mètodes estocàstics: Suposen que l'evolució de la sinistralitat al llarg del temps per qualsevol any d'origen és aleatòria i, per tant, sí hi intervenen variables aleatòries en el seu càlcul. Al mateix temps, aquests mètodes es poden dividir en models paramètrics (les distribucions implicades se suposen conegudes però certs paràmetres han de ser estimats) i models de distribució lliure (on no es realitzen hipòtesis particulars sobre les distribucions implicades).

A continuació s'anomenen alguns mètodes de cada tipus:

MÈTODES DETERMINISTES	MÈTODES ESTOCÀSTICS
<ul style="list-style-type: none"> • Chain-Ladder • Variants de Chain-Ladder • Mínims quadrats de De Vylder • Separació de Taylor 	<ul style="list-style-type: none"> • Model de Mack • Model Lineal Generalitzat • Doble Chain-Ladder

Figura 2: Classificació mètodes deterministes i mètodes estocàstics. Exemples. Elaboració pròpia.

3. MÈTODE CHAIN LADDER

Com s'ha mencionat anteriorment a la introducció, el mètode CLM és un dels més utilitzats per l'estimació de reserves o provisions tècniques. Es tracta d'un simple algoritme de càlcul, i per la seva senzillesa i bons resultats pràctics aquest model ha adquirit una posició dominant en el sector assegurador.

En primer lloc, es parteix d'un triangle amb informació rellevant sobre pagaments acumulats $\{C_{i,j}\}$, on "i" representa l'any d'origen o any d'ocurrència del sinistre i "j" fa referència a l'any de desenvolupament en el que té lloc el pagament. En la figura 3 es mostra el triangle amb el que es treballa, on D plasma les dades conegudes (domini) i F les quanties a estimar que ens permetran, finalment, calcular les reserves.

Any d'origen i	Any de desenvolupament j					
	0	1	$k-1$	k
0						
1						
...						
...						
$k-1$						
k						

Figura 3. Triangle Run-off. Elaboració pròpia a partir de Boj *et al.* (2021)

En aquest apartat s'explica el mètode CLM pas a pas des d'una perspectiva estrictament matemàtica per entendre en què consisteix la solució. A continuació i seguint la literatura de Boj *et al.* (2021) es destaquen alguns aspectes.

- Les dades del triangle han de ser positives.
- Les columnes del triangle són proporcionals.
- Se suposa que l'esquema de desenvolupament dels pagaments és estable en el temps, al llarg dels anys de desenvolupament. Serveix, doncs, en situacions de taxes d'inflació constants.

A continuació es descriuen els passos a seguir:

PAS	DESCRIPCIÓ	FÓRMULA																																																							
Càlcul dels factors de desenvolupament	Els factors de desenvolupament recullen una estimació de la variació de la sinistralitat entre un any de desenvolupament i el següent.	$\hat{m}_h = \frac{\sum_{i=0}^{k-h-1} C_{i,h+1}}{\sum_{i=0}^{k-h-1} C_{i,h}}$ $C_{i,h+1} = \hat{m}_h \cdot C_{i,h}$																																																							
Estimació de les quanties acumulades	Les quanties acumulades s'obtenen multiplicant l'anterior quantia del mateix any d'origen pel factor de desenvolupament corresponent.	$\hat{C}_{i,j} = C_{i,j-1} \cdot \hat{m}_{j-1}$ $\hat{C}_{i,j} = C_{i,k-i} \cdot \prod_{h=k-i}^{j-1} \hat{m}_h$																																																							
Càlcul de les quanties sense acumular	S'obtenen de la diferència entre la quantia acumulada de l'any de desenvolupament (j) i l'anterior ($j-1$), pel mateix any d'origen i .	$\hat{c}_{i,j} = \hat{C}_{i,j} - \hat{C}_{i,j-1}$																																																							
Càlcul del vector de pagaments futurs	S'obté de la suma de contra-diagonals. El resultat fa referència a les quantitats estimades a pagar en el futur per la companyia segons l'any de calendari i .	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Any d'origen i</th> <th colspan="6">Any de desenvolupament j</th> </tr> <tr> <th>0</th> <th>1</th> <th>...</th> <th>...</th> <th>$k-1$</th> <th>k</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>...</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>...</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$k-1$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>k</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Any d'origen i	Any de desenvolupament j						0	1	$k-1$	k	0							1													$k-1$							k						
Any d'origen i	Any de desenvolupament j																																																								
	0	1	$k-1$	k																																																			
0																																																									
1																																																									
...																																																									
...																																																									
$k-1$																																																									
k																																																									
Determinació de la reserva total	<p>És possible calcular-la de tres formes diferents:</p> <ul style="list-style-type: none"> Suma del vector de pagaments futurs. ETTI + renda anual vençuda. ETTI + pagaments futurs com a flux. 	<ul style="list-style-type: none"> $R = \sum_{i=1}^k pf_i$ $R = \sum_{i=1}^k pf_i \cdot (1 + ETTI \cdot V_i)^{-i}$ $R = \sum_{i=1}^k pf_i \cdot \frac{1 - (1 + tf_i)^{-1}}{\ln(1 + tf_i)} \cdot (1 + ETTI \cdot V_{i-1})^{-(i-1)}$ 																																																							

Tot i les seves conegudes limitacions, aquestes no es centren tant en la seva validesa estadística sinó en els seus resultats pràctics obtinguts. En la pràctica, és comú ajustar i modificar els resultats quan es qüestiona la seva rigorositat estadística.

Algunes de les crítiques al model, les menciona Cid (2000), on afirma que el mètode es basa en la hipòtesi d'absència de factors exògens com la inflació, canvi en la raó de creixement dels fons, distribució del retard en la notificació, etc., i en l'estabilitat de la distribució temporal dels pagaments dels sinistres al llarg del temps. En la mateixa línia, Nieto i Tamayo (2018) comenten que es reporta una proporció constant de sinistres respecte el total, que depèn únicament de j . La sustentació del supòsit depèn, en bona mesura, tant del tipus de negoci que es tracti com de la homogeneïtat i mida de la cartera.

4. MÈTODE DOBLE CHAIN LADDER

4.1 Introducció, dades i hipòtesis

A l'agregar la informació dels sinistres reportats a un triangle clàssic de reserves, Verrall *et al.* (2010) deriven un mètode sorprenentment senzill per pronosticar reclamacions IBNR i RBNS. Una simple relació entre factors de desenvolupament permet involucrar i, posteriorment, estimar el retard en la presentació i el pagament. Entre d'altres autors, Martínez-Miranda *et al.* (2012) utilitzant el mètode DCLM apliquen mètodes de *Bootstrap*, proporcionen errors de predicció i fan possible la inferència sobre els sinistres IBNR i RBNS, per separat.

En aquest cas, es parteix de dos triangles, un amb quanties acumulades de pagaments (com en el mètode CLM) i un altre amb nombre de sinistres. Aquestes dades són normalment conegudes a la pràctica.

- Quanties acumulades de pagaments: $\Delta_m = \{X_{ij} : (i, j) \in I\}$ amb X_{ij} el total de pagaments de sinistres que han tingut lloc en l'any d'origen i i han estat pagats amb j períodes de retard de l'any i . Aquests pagaments agregats poden escriure's de la següent manera:

$$X_{ij} = \sum_{l=0}^j \sum_{k=1}^{N_{i,j-l,l}^{paid}} Y_{i,j-l,l}^{(k)}$$

I la seva esperança condicionada i no condicionada:

$$E(X_{ij} | N_m) = \sum_{l=0}^j N_{i,j-l} \tilde{\pi}_l \tilde{\mu}_l \gamma_i = \sum_{l=0}^j N_{i,j-l} \pi_l \mu \gamma_i$$

$$E[X_{ij}] = \alpha_i \mu \gamma_i \sum_{l=0}^j \beta_{j-l} \pi_l$$

Per les reserves IBNR és necessari utilitzar la segona expressió amb estimacions de nombres futurs de reclamacions incorregudes. Per les reserves RBNS és més apropiat utilitzar la primera expressió amb els nombres reals de reclamacions incorregudes.

- Nombre de sinistres: $N_m = \{N_{ij} : (i, j) \in I\}$, amb N_{ij} el nombre total de sinistres que han tingut lloc a l'any i i que han sigut reportats a la companyia a l'any $i+j$ (per tant, amb j períodes de retard. $I = \{(i, j) : i = 1, \dots, m, j = 0, \dots, m-1; i+j \leq m\}$).

El retard en el report del sinistre (retard RBNS) és la component estocàstica modelada considerant variables no observades. En aquest context s'introdueix N_{ijl}^{paid} que és el nombre futur de pagaments originats pels N_{ij} sinistres reportats i que han estat pagats finalment amb l períodes de retard, on $l=0, \dots, m-1$. A més, es considera $Y_{i,j,l}^{(k)}$ els pagaments individuals que sorgeixen de N_{ijl}^{paid} . ($k = 1, \dots, N_{ijl}^{paid}$, $(i, j) \in I, l = 0, \dots, m-1$). Utilitzant aquests components, és possible estimar les reserves RBNS. Per les reserves IBNR és necessari modelar el retard.

A partir d'aquestes definicions es formulen tres hipòtesis:

	DESCRIPCIÓ	FÓRMULA
H1	Els recomptes de N_{ij} són variables aleatòries amb una parametrització multiplicativa per la mitja i identificació (Mack, 1991).	$E[N_{ij}] = \alpha_i \beta_j$ $\sum_{j=0}^{m-1} \beta_j = 1$
H2	Es defineix la mitja de les variables de retard RBNS.	$E(N_{ijl}^{paid} N_m) = N_{i,j} \tilde{\pi}_l$
H3	Es defineix la mitja dels pagaments individuals condicionat al nombre de pagaments.	$E(Y_{ijl}^{(k)} N_{ijl}^{paid}) = \tilde{\mu}_l \gamma_i$

4.2 Estimadors del mètode DCL

A continuació es detallen els passos a seguir per l'obtenció dels principals estimadors.

PAS	DESCRIPCIÓ	FÓRMULA
Estimació dels paràmetres α i β	El mètode DCLM utilitza les estimacions dels paràmetres de CLM tant pel triangle de pagaments (β) com pel triangle de nombre de sinistres (α). L'algoritme CLM produeix estimacions dels factors de desenvolupament λ .	$\hat{\beta}_0 = \frac{1}{\prod_{l=1}^{m-1} \hat{\lambda}_l} \quad \hat{\beta}_j = \frac{\hat{\lambda}_j - 1}{\prod_{l=j}^{m-1} \hat{\lambda}_l}$ $\hat{\alpha}_i = \sum_{j=0}^{\eta-i} N_{ij} \prod_{j=m-i+1}^{m-1} \hat{\lambda}_j$

Estimació dels paràmetres π	Aquests paràmetres poden ser estimats resolent el sistema lineal següent. Els valors poden ser negatius i la suma de tots pot ser major a 1.	$\begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_{m-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 & 0 & \dots & 0 \\ \hat{\beta}_1 & \hat{\beta}_0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \hat{\beta}_{m-1} & \dots & \hat{\beta}_1 & \hat{\beta}_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pi_0 \\ \vdots \\ \pi_{m-1} \end{pmatrix}$
Estimació dels paràmetres ρ	Un cop calculats els valors de π s'obtenen les probabilitats de retard ajustades. Paràmetre similar a l'anterior amb la restricció que la suma de tots ha de ser igual a 1.	$\hat{\rho}_l = \hat{\pi}_l \quad l = 0, \dots, d-1$ $\hat{\rho}_d = 1 - \sum_{l=0}^{d-1} \hat{\rho}_l$
Estimació del paràmetre d'inflació γ	Es considera el model sobre parametritzat ja que hi ha diversos paràmetres referents a la inflació.	$\hat{\gamma}_i = \frac{\hat{\alpha}_i}{\hat{\alpha}_i \mu} \quad i = 1, \dots, m$
Estimació de μ	Per assegurar la identificabilitat s'assumeix $\gamma = 1$.	$\hat{\mu} = \frac{\hat{\alpha}_1}{\hat{\alpha}_1}$

4.3 Estimació de reserves RBNS i IBNR

A partir del càlcul dels paràmetres del model, és possible calcular les reserves diferenciant entre IBNR i RBNS. La unió d'aquestes dues donarà com a resultat la reserva total.

Utilitzant la notació de Verrall *et al.* (2010) i Martínez-Miranda *et al.* (2011b), es consideren els triangles que es mostren a la Figura 4.

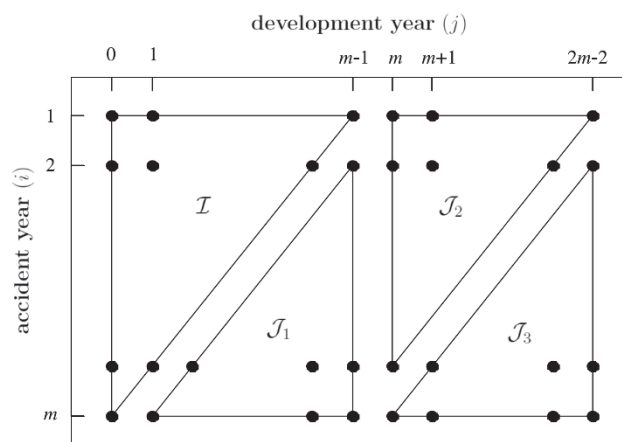


Figura 4: Conjunts d'índex per dades de reclamacions agregades assumint un retard màxim de $m-1$. Martínez-Miranda *et al.* (2011b).

Els conjunts de la Figura 4 es defineixen de la següent manera:

$$\zeta_1 = \{i = 2, \dots, m; j = 1, \dots, m - 1; i + j = m + 1, \dots, 2m - 1\},$$

$$\zeta_2 = \{i = 1, \dots, m - 1; j = m, \dots, 2m - 2; i + j = m + 1, \dots, 2m - 1\},$$

$$\zeta_3 = \{i = 2, \dots, m; j = m, \dots, 2m - 2; i + j = 2m, \dots, 3m - 2\}.$$

De la mateixa manera que el model CLM, el model DCLM permet el càlcul del triangle principal complet, estimant les dades del conjunt ζ_1 . Un tret diferencial del model DCLM és que permet l'estimació de provisions fora del triangle principal (ζ_2, ζ_3). Aquestes prediccions es diu que tenen en compte l'efecte cua.

4.3.1 Estimació de reserves IBNR i RBNS ignorant l'efecte cua

Aquestes reserves fan referència al conjunt ζ_1 . Permeten completar el triangle de partida, és a dir, es fan estimacions fins la dimensió del triangle de quanties de pagament. Segons el paràmetre de retard escollit, es diferencien dues fórmules pel càlcul de les reserves ignorant l'efecte de la cua:

	Paràmetre de retard = π	Paràmetre de retard = ρ
Reserva RBNS	$\hat{X}_{i,j}^{RBNS} = \sum_{l=i-m+j}^j N_{i,j-1} \pi_l \mu \gamma_i$	$\hat{X}_{i,j}^{RBNS} = \sum_{l=i-m+j}^{\min(j,d)} N_{i,j-1} \rho_l \mu \gamma_i$
Reserva IBNR	$\hat{X}_{i,j}^{IBNR} = \sum_{l=0}^{i-m+j-1} N_{i,j-1} \pi_l \mu \gamma_i$	$\hat{X}_{i,j}^{IBNR} = \sum_{l=0}^{\min(i-m+j-1,d)} N_{i,j-1} \rho_l \mu \gamma_i$
Total	$\hat{X}_{i,j}^T = \hat{X}_{i,j}^{RBNS} + \hat{X}_{i,j}^{IBNR}$	$\hat{X}_{i,j}^T = \hat{X}_{i,j}^{RBNS} + \hat{X}_{i,j}^{IBNR}$

4.3.2 Estimació de reserves IBNR i RBNS amb efecte cua

Tot i que el CLM no inclou estimacions per anys de desenvolupament més enllà del màxim observat, és necessari incloure aquestes al calcular les reserves. En el context del CLM això es fa sovint ajustant una corba als paràmetres de desenvolupament. Les estimacions per la cua es calculen només per als sinistres IBNR seguint la següent fórmula:

	Paràmetre de retard = π	Paràmetre de retard = ρ
Reserva	$\hat{R}^{Tail} = \sum_{(i,j) \in \zeta_2 \cup \zeta_3} \sum_{l=0}^{\min(j,d)} N_{i,j-1} \pi_l \mu \gamma_i$	$\hat{R}^{Tail} = \sum_{(i,j) \in \zeta_2 \cup \zeta_3} \sum_{l=0}^{\min(j,d)} N_{i,j-1} \rho_l \mu \gamma_i$

5. DADES

5.1 Obtenció i descripció de les dades

En aquesta secció es detallaran i descriuran les dades emprades. S'han utilitzat els triangles de partida d'Alarcón (2021) que fan referència al historial de reclamacions d'assegurances obligatòries per accidents de trànsit (d'ara en endavant SOAT) que ofereix l'associació peruana d'empreses d'assegurança (APESEG).

Es pren com a base principal els sinistres de SOAT. D'acord amb la informació històrica de SOAT s'observa que el període més extens des de l'ocurrència d'un sinistre fins la notificació és de 22 mesos, per això l'horitzó temporal a analitzar serà d'un període de 2 anys. D'aquesta manera es treballarà doncs, amb dades mensuals.

En el procés d'elaboració dels triangles, com ja s'ha mencionat anteriorment, és necessari obtenir els sinistres acompanyats de la següent informació:

- Data d'ocurrència del sinistre
- Data de notificació del sinistre
- Estat del sinistre
- Data de pagament del sinistre
- Quantitat pagada del sinistre
- Diferència de mesos de liquidació
- Diferència de mesos de notificació.

Les dades anteriors s'obtenen de l'informe OMP015, el qual registra la informació completa de tots els sinistres SOAT del últims anys disponibles, i es genera el primer dia de cada mes.

A continuació, es genera el triangle de nombre de sinistres (Figura 5), el qual presenta la quantitat de sinistres ocorreguts entre els anys 2015 i 2016, classificats segons el mes i any de demora en la notificació del sinistre. Si recordem el que s'ha comentat a l'Apartat 4, de DCL:

- $N_m = \{N_{ij} : (i, j) \in I\}$, amb N_{ij} el nombre total de sinistres que han tingut lloc, en aquest cas al mes i i que han sigut reportats a la companyia al mes $i+j$ (per tant, amb j períodes de retard). $I = \{(i, j) : i = 1, \dots, m, j = 0, \dots, m-1; i+j \leq m\}$.

Així doncs, per exemple, el primer mes d'estudi es van registrar 33 sinistres amb un mes de demora. De la mateixa manera, el quart mes es van registrar 13 sinistres amb 4 mesos de demora.

Simultàniament, s'elabora la Figura 6 que mostra el triangle de pagaments, detallant les sumes monetàries corresponents als sinistres ocorreguts entre el 2015 i 2016 segons el mes i any de demora en el pagament del sinistre. Recordant de nou, l'Apartat 4:

- $\Delta_m = \{X_{ij} : (i, j) \in I\}$ amb X_{ij} el total de pagaments de sinistres que han tingut lloc en el mes d'origen i i han estat pagats amb j períodes de retard del mes i .

Així doncs, per exemple, amb un retard de zero mesos, es van pagar 212.679 u.m de sinistres ocorreguts el primer mes d'estudi. De la mateixa manera, amb un retard de quatre mesos, es van pagar 36.222 u.m de sinistres incorreguts durant el sisè més d'estudi.

Mes d'origen <i>i</i>	Mes de desenvolupament <i>j</i>																							Total		
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22		23	
1	462	33	2	2	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	505	
2	411	12	13	2	0	1	0	5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	445	
3	466	20	10	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	498	
4	447	17	3	2	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	482	
5	447	0	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	450	
6	376	10	3	1	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	397	
7	425	10	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	437	
8	394	16	2	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	414	
9	413	5	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	421	
10	398	16	1	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	418	
11	397	3	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	402	
12	422	2	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	428	
13	481	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	482	
14	392	5	0	1	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	401	
15	381	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	387	
16	389	11	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	402	
17	389	7	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	398	
18	344	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	346	
19	385	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	386	
20	387	2	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	392	
21	410	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	414	
22	371	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	376	
23	375	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	377	
24	365	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	365	
Total	9727	188	39	17	26	6	7	6	2	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	10023

Figura 5: Triangle de freqüència de sinistres. Elaboració pròpia a partir d'Alarcón (2021).

Mes d'origen <i>i</i>	Mes de desenvolupament <i>j</i>																							Total	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22		23
1	212679	690086	155112	74913	37032	28675	1594	526	358	1843	6012	777	1967	212	0	0	5769	0	0	0	0	116	534	0	1218205
2	173221	688941	321805	47552	56674	58483	2480	6832	1092	2826	223	2954	2052	232	253	419	0	0	0	84	72	0	0	0	1366195
3	631198	687238	181827	20454	24555	31562	21657	7070	1998	19913	245	555	0	0	596	4801	0	2048	137	142	0	0	0	0	1635996
4	654733	421281	79824	58186	48151	40156	7872	1210	1562	21017	0	1180	62	434	180	0	148	69	1805	145	0	0	0	0	1338015
5	827769	354069	124273	53716	78303	34948	3410	1662	605	1088	0	4347	1705	114	4223	243	0	658	3012	0	0	0	0	0	1494145
6	619491	415735	239299	111518	36222	7232	6555	1739	763	4024	749	6244	954	5874	2194	287	0	380	0	0	0	0	0	0	1459260
7	646523	561124	133662	48435	17189	2256	28553	48059	110	3570	706	8661	38	2589	207	3424	0	0	0	0	0	0	0	0	1505106
8	498388	609960	110514	84910	35768	8862	3610	534	1197	6849	3237	3874	0	445	25871	566	0	0	0	0	0	0	0	0	1394585
9	321549	413014	158488	106433	6970	8591	6343	20250	5217	882	270	1115	206	8425	0	2930	0	0	0	0	0	0	0	0	1060683
10	490965	585698	67767	40841	5124	27004	1083	303	937	1279	1761	0	2398	54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1225214
11	575991	358216	65442	79768	5520	30320	1904	32683	19519	0	681	36861	1389	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1208294
12	794126	586284	180619	62148	8703	6966	5282	1560	694	860	634	0	379	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1648255
13	825045	610992	122709	71243	44262	10561	44414	224	0	12036	1297	1078	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1743861
14	409580	605015	89601	49793	35316	3900	22570	899	8762	0	565	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1226001
15	234772	426311	76948	18146	8391	20973	4186	1343	3130	317	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	794517
16	315426	403720	130501	50438	34500	7227	5907	2144	430	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	950293
17	240349	457517	175201	8034	9634	6274	8189	127	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	905325
18	279159	385396	66899	13047	28826	23772	7056	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	804155
19	301412	429213	62779	51705	21278	232	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	866619
20	404078	221981	68861	20376	25532	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	740828
21	227578	470262	97332	11561	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	806733
22	184630	288341	39132	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	512103
23	53523	112369	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	165892
24	2402	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2402
Total	9924587	10782763	2748595	1083217	567950	357994	182665	127165	46374	76504	16380	67646	11150	18379	33524	12670	5917	3155	4954	371	72	116	534	0	26072682

Figura 6: Triangle de pagaments. Elaboració pròpia a partir d'Alarcón (2021).

5.2 Paquet DCL d'R

El software R compta amb un paquet denominat DCL, desenvolupat per Martínez-Miranda *et al.* (2012) que està dissenyat amb l'objectiu de modelar estadísticament i preveure les reserves de reclamacions en assegurances de no vida utilitzant el mètode DCLM. Aquest paquet ofereix una varietat de funcions que permeten estimar els paràmetres DCLM, estimar els resultats de les reserves de diferents maneres segons diverses hipòtesis i requisits, generar gràfiques per visualitzar i comprendre millor les dades, descompondre el mètode CLM sota el model DCLM, visualitzar les funcions de retard i inflació, així com incorporar coneixement expert sobre la inflació, etc.

Les funcions utilitzades en aquest treball es detallen a continuació:

- **dcl. estimation:** Calcula els paràmetres estimats en el model (paràmetres de retard π i ρ , inflació de subscripció γ , mitja i variança) utilitzant el mètode DCLM.
- **plot.dcl.par:** Mostra gràfiques dels paràmetres estimats en la funció anterior.
- **dcl.predict:** Calcula les prediccions de les reserves IBNR, les reserves RBNS, el total (suma de les dues anteriors) i també mostra el càlcul de les reserves amb el mètode CLM. Entre les diverses possibilitats d'estimació, es considerarà l'argument *Model=2*, que utilitza les probabilitats de retard general ρ (ajustades) i té en compte el triangle de nombre de sinistres. L'argument *Tail* fa referència a la cua. Aquest per defecte és *TRUE*, indicant que l'estimació serà amb efecte cua. Per estimar les reserves ignorant l'efecte cua es farà servir *Tail=FALSE*.
- **dcl.boot.prior:** Aquesta funció permet calcular l'estimació de reserves RBNS, IBNR i reserves totals mitjançant el mètode *bootstrap*. A més a més permet incorporar informació coneguda a priori i permet variar diversos paràmetres. Per defecte els paràmetres mitja, variança i inflació en la direcció dels mesos d'origen seran els calculats amb la funció *dcl. estimation*, el paràmetre d'inflació en la direcció de desenvolupament s'assumirà en tots els casos igual a 1. Per últim el vector Q_i referent a la probabilitat de zero reclamacions serà igual a 0, indicant així que en tots els mesos d'origen tindrà lloc alguna reclamació.
- **set.seed:** Aquesta funció genèrica d'R permet establir una llavor per a que les simulacions aleatòries es facin amb els mateixos números.

6. ESTIMACIÓ DE RESERVES AMB MÈTODE DOBLE CHAIN LADDER

6.1 Paràmetres

Partint de les dades de la Figura 5 i de la Figura 6 i mitjançant el programa R es du a terme en primer lloc l'estimació dels paràmetres del DCLM.

Mes i	α_i	$\hat{\alpha}_i$	β_j	$\hat{\beta}_j$	$\hat{\pi}_i$	$\hat{\rho}_i$	$\hat{\gamma}_i$
1	505	1.218.206	0,966795	0,375621	0,3885	0,3885	1
2	445	1.366.195	0,019414	0,408199	0,4144	0,4144	1,2727
3	498	1.636.335	0,004193	0,104893	0,0985	0,0985	1,3621
4	483	1.338.330	0,001905	0,042268	0,0392	0,0392	1,1494
5	450	1.494.515	0,003057	0,022937	0,0205	0,0205	1,3749
6	398	1.459.699	0,000740	0,014926	0,0131	0,0131	1,5221
7	438	1.506.433	0,000906	0,007911	0,0068	0,0068	1,4270
8	415	1.396.258	0,000813	0,005711	0,0048	0,0048	1,3962
9	422	1.062.505	0,000287	0,002173	0,0014	0,0014	1,0448
10	419	1.228.569	0	0,003754	0,0035	0,0035	1,2167
11	403	1.214.581	0,000162	0,000837	0,0006	0,0006	1,2508
12	429	1.658.885	0,000346	0,003689	0,0035	0,0035	1,6045
13	483	1.756.295	0	0,000673	0,0004	0,0004	1,5084
14	402	1.239.350	0	0,001232	0,0012	0,0012	1,279
15	388	803.846	0	0,002446	0,0025	0,0025	0,8594
16	403	965.119	0	0,001015	0,0010	0,0010	0,9934
17	399	921.481	0	0,000518	0,0005	0,0002	0,9577
18	347	823.291	0	0,000315	0,0003	0	0,9834
19	388	894.486	0	0,000582	0,0006	0	0,9569
20	394	776.615	0	0,000053	0	0	0,8175
21	417	866.541	0	0,000013	0	0	0,8610
22	380	576.229	0,001381	0,000028	-0,0005	0	0,6269
23	382	211.645	0	0,000207	-0,0004	0	0,2295
24	378	6.395	0	0	-0,0001	0	0,0070

Taula 1: Resultats d'estimació dels paràmetres DCLM. Elaboració pròpia.

Tal i com es descriu a Angulo (2018):

- α_i : El primer paràmetre (paràmetre fila del triangle de freqüència de sinistres) ens indica el nombre total de reclamacions notificades en el mes i . Així doncs, el paràmetre $\alpha_1=505$ fa referència a la suma de totes les reclamacions del mes de gener de 2015.
- $\hat{\alpha}_i$: El segon paràmetre (del triangle de quanties) fa referència al total de pagaments originats des del mes i . A la Figura 7 es pot observar el gràfic *CL underwriting paràmetres* on es mostren els valors d'aquest segon paràmetre i es pot observar com durant els primers mesos va creixent, posteriorment cau lleugerament fins al desè mes, on torna créixer i arriba al seu valor màxim durant el tretzè mes i , finalment, decreix.

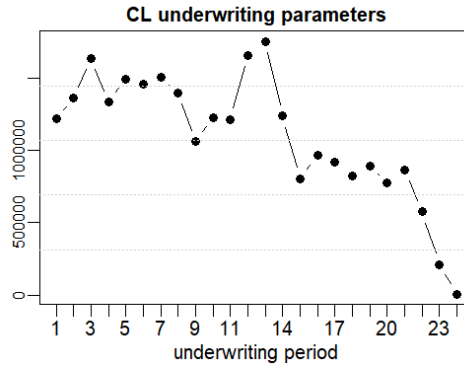


Figura 7: Paràmetre $\hat{\alpha}_i$. Elaboració pròpia.

- β_j : El tercer paràmetre (paràmetre columna del triangle de freqüència de sinistres) indica la proporció de reclamacions que es notifiquen amb j mesos de retard des del mes del sinistre. Tal i com es mostra a la Taula 1, $\beta_1 = 0,966795$, gairebé un 97% de reclamacions es reporten el mateix mes del sinistre.
- $\hat{\beta}_j$: El quart paràmetre (del triangle de quanties) indica la proporció de la quantitat de pagaments que es liquiden amb j mesos de retard des del mes del sinistre. Per tant, tal i com s'observa a la taula, mentre que gairebé un 97% dels sinistres es reporten en el mateix mes, el pagament queda més repartit en els primers mesos i per tant la companyia no paga sempre el sinistre en el mateix mes d'origen, sinó que sol retardar el pagament uns pocs mesos. Podem observar com, a partir del setè mes, $\hat{\beta}_j \approx 0$, el que ens indicaria que la gran majoria de sinistres es paguen amb un retard màxim de 7 mesos. De la mateixa manera es pot observar aquest comportament a la Figura 8.

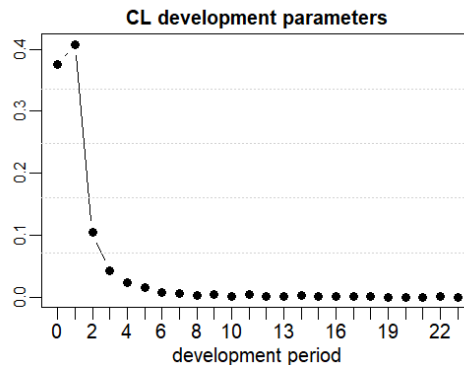


Figura 8: Paràmetre $\hat{\beta}_j$. Elaboració pròpia.

- $\hat{\pi}_l$ i $\hat{\rho}_l$: El cinquè i sisè paràmetres indiquen el retard del pagament des de la notificació del sinistre. Aquests dos paràmetres tenen el mateix valor fins el setzè més. En els posteriors trobem algun valor negatiu per $\hat{\pi}_l$ mentre que els valors de $\hat{\rho}_l$ son sempre positius i sumen 1. En els 7 primers mesos existeix una probabilitat de retard notable en el pagament, i, a partir dels següents: $\hat{\pi}_l \approx 0$ i $\hat{\rho}_l \approx 0$, dit d'altre manera el retard en el pagament és quasi nul a partir del setè mes. Aquest comportament es mostra de forma alternativa en la Figura 9 on π és el general i ρ l'ajustat.

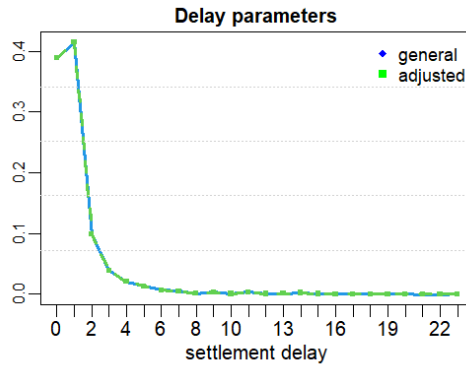


Figura 9: Paràmetres $\hat{\pi}_i$ i \hat{p}_i . Elaboració pròpia.

- $\hat{\gamma}_i$: El sisè paràmetre (paràmetre d'inflació) representa la inflació en els pagaments associats a les reclamacions originades en el mes i . El model fixa que pel primer any $\hat{\gamma}_1=1$. Tal i com s'observa en la Figura 10 la inflació és superior a 1 en els primers mesos i posteriorment passa a ser inferior a la unitat.

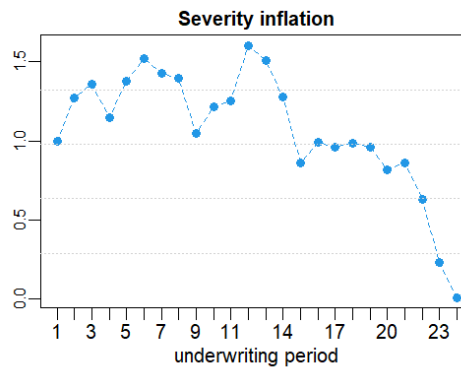


Figura 10: Paràmetre $\hat{\gamma}_i$. Elaboració pròpia.

Per últim la mitjana estimada del model DCLM és 2.412,62. Aquesta dada mostra la quantia mitjana per reclamació i , tal i com s'ha descrit en l'Apartat 4 es pot obtenir a partir de la següent expressió:

$$\hat{\mu} = \frac{\hat{\alpha}_1}{\hat{\alpha}_1} = \frac{1.218.206}{505} = 2.412,62$$

6.2 Estimació

En aquest apartat es calcularan les estimacions de reserves segons diferents escenaris. Com s'ha comentat anteriorment, per facilitar els càlculs se suposarà sempre l'estimació d'aquestes amb el paràmetre de retard ρ .

6.2.1 Estimació amb dades originals

En primer lloc s'utilitzarà la funció del paquet *dcl.predict* i es duran a terme els càlculs per reserves sense tenir en compte l'efecte cua (les prediccions es faran fins completar la dimensió dels triangles), i a continuació tenint en compte l'efecte cua (prediccions més enllà de les dimensions dels triangles originals). Aquesta funció aplica el mètode DCLM amb les dades de partida, sense cap supòsit d'informació coneguda a priori.

Mesos futurs	RBNS	IBNR	TOTAL	CLM
1	102.482,64	3.685,57	106.168,21	113.063,37
2	58.157,77	6.650,66	64.808,43	66.528,36
3	38.055,17	5.878,04	43.933,20	44.505,75
4	25.538,49	4.783,62	30.322,12	30.774,95
5	16.918,82	3.862,25	20.781,07	21.245,25
6	13.479,87	2.965,78	16.445,65	17.137,87
7	10.401,81	2.360,49	12.762,30	13.284,46
8	8.726,43	2.133,54	10.859,96	10.936,64
9	6.696,23	2.195,33	8.891,56	8.524,07
10	5.006,76	2.337,54	7.344,29	6.777,03
11	3.889,22	2.031,87	5.921,09	5.501,24
12	2.698,06	1.467,42	4.165,48	4.056,90
13	1.308,15	1.198,52	2.506,67	2.572,95
14	367,68	1.195,11	1.562,79	1.536,74
15	59,45	1.141,04	1.200,49	1.067,62
16	2,13	1.108,10	1.110,24	655,84
17	-	1.061,39	1.061,39	373,09
18	-	1.043,46	1.043,46	206,80
19	-	917,95	917,95	198,14
20	-	564,70	564,70	125,06
21	-	204,11	204,11	43,93
22	-	32,64	32,64	1,32
23	-	0,88	0,88	-
Tot.	293.788,68	48.820,01	342.608,68	349.117,37

Taula 2: Estimació de reserves sense tenir en compte l'efecte cua. Elaboració pròpia.

Tal i com s'observa en la Taula 2, les reserves RBNS ascendeixen a 293.788,68 u.m i les reserves IBNR són de 48.820,01 u.m., per tant el total de reserves resultant de la suma d'aquestes dues és de 342.608,68 u.m. Podem observar doncs, com la major part d'aquestes reserves totals fan referència a reserves RBNS (gairebé un 86%).

És important senyalar també que el 82% de la reserva total es concentra en els primers 6 mesos i el 97% de la reserva total es concentra en el primer any. Així doncs s'explica que la notificació i liquidació dels sinistres es desenvolupen en els primers mesos.

Per últim, si comparem amb el resultat del CLM podem concloure que el model DCLM estima unes reserves inferiors en 6.508,69 u.m. a les del model CLM.

A la Taula 3 s'observen els resultats d'estimació tenint en compte l'efecte cua, és a dir permetent les estimacions fora de les dimensions dels triangles originals.

Mesos futurs	RBNS	IBNR	TOTAL	CLM
1	102.678,19	3.685,57	106.363,77	113.063,37
2	58.262,48	6.650,66	64.913,14	66.528,36
3	38.126,30	5.878,04	44.004,34	44.505,75
4	25.574,09	4.856,06	30.430,15	30.774,95
5	16.942,50	3.980,97	20.923,47	21.245,25
6	13.486,84	3.111,18	16.598,02	17.137,87
7	10.418,80	2.522,75	12.941,54	13.284,46
8	8.733,31	2.300,78	11.034,09	10.936,64
9	6.721,51	2.345,61	9.067,12	8.524,07
10	5.012,04	2.492,41	7.504,45	6.777,03
11	3.896,39	2.185,74	6.082,13	5.501,24
12	2.709,97	1.650,65	4.360,62	4.056,90
13	1.312,82	1.400,20	2.713,02	2.572,95
14	368,79	1.381,99	1.750,78	1.536,74
15	59,45	1.300,39	1.359,84	1.067,62
16	2,13	1.260,94	1.263,07	655,84
17	-	1.204,42	1.204,42	373,09
18	-	1.178,21	1.178,21	206,80
19	-	1.050,57	1.050,57	198,14
20	-	689,61	689,61	125,06
21	-	329,18	329,18	43,93
22	-	140,91	140,91	1,32
23	-	80,62	80,62	-
24	-	52,75	52,75	NA
25	-	35,24	35,24	NA
26	-	23,21	23,21	NA
27	-	18,55	18,55	NA
28	-	14,31	14,31	NA
29	-	11,98	11,98	NA
30	-	9,22	9,22	NA
31	-	6,89	6,89	NA
32	-	5,37	5,37	NA
33	-	3,72	3,72	NA
34	-	1,78	1,78	NA
35	-	0,49	0,49	NA
36	-	0,08	0,08	NA
37	-	-	-	NA
38	-	-	-	NA
39	-	-	-	NA
40	-	-	-	NA
41	-	-	-	NA
42	-	-	-	NA
43	-	-	-	NA
44	-	-	-	NA
45	-	-	-	NA
46	-	-	-	NA
Tot,	294.305,62	51.861,02	346.166,64	349.117,37

Taula 3: Estimació de reserves tenint en compte l'efecte cua. Elaboració pròpia.

Tal i com s'ha comentat anteriorment i tal i com s'observa a la Taula 3, aquestes prediccions més enllà del triangle només es fan per reserves IBNR. Podem observar com, en aquest cas les reserves RBNS són de 294.305,62 u.m (516,94 u.m superiors que sense tenir en compte l'efecte cua). Les reserves IBNR són de 51.861,02 (3.041,01 u.m superiors que sense tenir en compte l'efecte cua). Així doncs les reserves totals ascendeixen a 346.166,64 u.m (3.557,96 u.m superiors si les comparem amb el cas anterior).

És important senyalar també que la distribució d'aquestes no es veu gaire alterada, sent el 85% de les reserves totals RBNS i el 15% restant IBNR. En aquest segon cas, tenint en compte l'efecte cua, les reserves totals s'acosten més al resultat d'estimació amb el mètode CLM.

En conclusió i tal i com es mostra a les Figures 11 i 12 l'estimació de reserves amb el model DCLM és semblant a la del model CLM. La major part de les reserves es concentra en els 6 primers mesos i en les reserves RBNS tant pel cas on tenim en compte l'efecte cua com pel cas on no el tenim en compte.

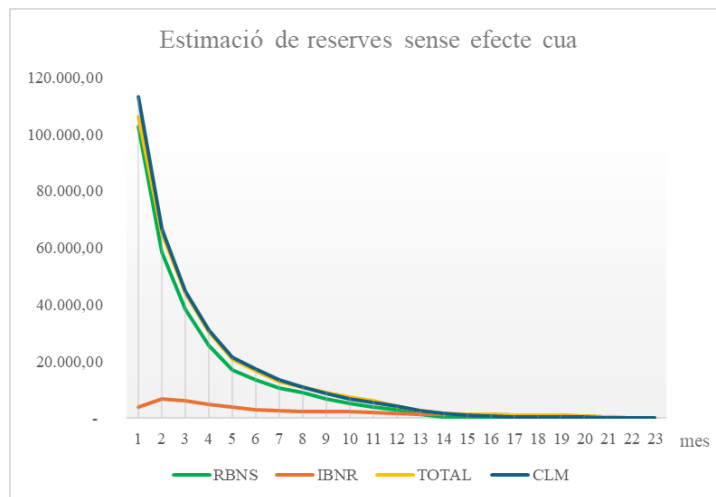


Figura 11: Estimació de reserves sense efecte cua. Elaboració pròpia

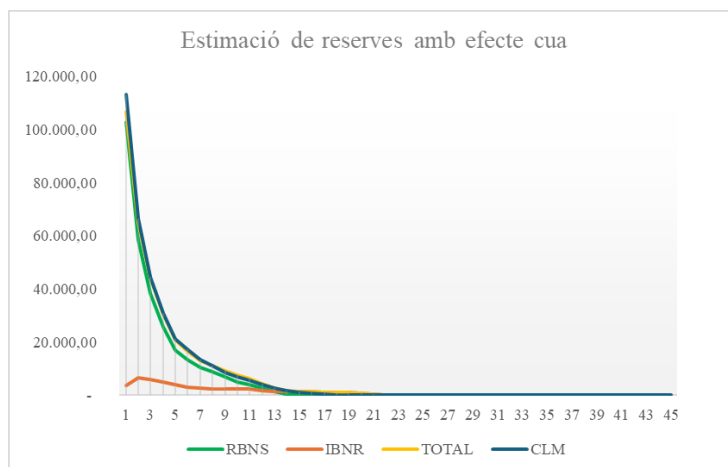


Figura 12: Estimació de reserves amb efecte cua. Elaboració pròpia.

6.3 Mètode *Bootstrap* i diferents escenaris d'inflació

El *Bootstrap* és un mètode de simulació mitjançant mostreig que pot ser utilitzat en el càlcul de reserves. Consisteix en obtenir la realització de nombroses simulacions aleatòries a partir de la informació històrica. Aquesta tècnica utilitza l'aproximació de Monte Carlo per obtenir una distribució predictiva de les reclamacions.

Amb la finalitat d'obtenir uns resultats coherents, s'ha suposat el nombre de simulacions igual a 999 en tots els casos. A més s'han usat les mateixes simulacions per totes les estimacions dutes a terme utilitzant la funció d'R *set.seed*.

Per dur a terme els càlculs, s'ha utilitzat la funció del paquet DCL *dcl.boot.prior*, mencionada anteriorment. Cal recordar que els càlculs duts a terme es faran sota els següents supòsits:

- L'estimació de reserves es farà sense tenir en compte l'efecte cua.
- La mitja i variança del procés se suposaran igual a l'estimació duta a terme anteriorment amb la funció *dcl.estimation*.
- El vector d'inflació que especifica la inflació en la direcció de desenvolupament s'assumirà igual a 1. La mitja no dependrà del període de desenvolupament.
- El vector que especifica la probabilitat de zero reclamacions per cada període d'origen s'assumirà igual a 0. És a dir no hi haurà probabilitat de zero reclamacions.

Un cop fixades aquestes tres hipòtesis, el vector que canviarà serà el vector de la inflació en direcció dels mesos d'origen. S'estimaran les reserves segons tres escenaris diferents d'inflació:

1. **Paràmetre d'inflació = $\hat{\gamma}_i$.** Inflació estimada en l'Apartat 6.1
2. **Paràmetre d'inflació = γ_b .** Aquest segon escenari s'associa a una inflació "baixa". El vector d'inflació s'interpreta com un decrement del 10% de la inflació original i s'ha construït de la següent manera:

$$\gamma_b = 0,9 \cdot \hat{\gamma}_i.$$

3. **Paràmetre d'inflació = γ_a .** Aquest tercer escenari s'associa a una inflació "alta". El vector d'inflació s'interpreta com un increment del 10% de la inflació original i s'ha construït de la següent manera:

$$\gamma_a = 1,1 \cdot \hat{\gamma}_i.$$

En tots els casos s'estimaran les reserves sense tenir en compte l'efecte cua. A continuació, a la Taula 4 es mostren els tres vectors d'inflació considerats.

Període	$\hat{\gamma}_i$	γ_b	γ_a
1	1	0,90	1,10
2	1,27	1,15	1,40
3	1,36	1,23	1,50
4	1,15	1,03	1,26
5	1,37	1,24	1,51
6	1,52	1,37	1,67
7	1,43	1,28	1,57
8	1,40	1,26	1,54
9	1,04	0,94	1,15
10	1,22	1,10	1,34
11	1,25	1,13	1,38
12	1,60	1,44	1,76
13	1,51	1,36	1,66
14	1,28	1,15	1,41
15	0,86	0,77	0,95
16	0,99	0,89	1,09
17	0,96	0,86	1,05
18	0,98	0,89	1,08
19	0,96	0,86	1,05
20	0,82	0,74	0,90
21	0,86	0,77	0,95
22	0,63	0,56	0,69
23	0,23	0,21	0,25
24	0,01	0,01	0,01

Taula 4: Vectors d'inflació. Elaboració pròpia.

6.3.1 Estimació amb el mètode *Bootstrap* segons diferents escenaris d'inflació

Període	Inflació original			Disminució inflació 10%			Increment inflació 10%		
	RBNS	IBNR	TOTAL	RBNS	IBNR	TOTAL	RBNS	IBNR	TOTAL
1	102.966,27	1.080,03	104.046,30	86.754,06	921,38	87.675,45	112.025,04	1.144,39	113.169,42
2	55.426,21	1.566,94	56.993,15	49.040,81	1664,05	50.704,87	60.706,95	2.395,30	63.102,26
3	35.494,77	2.017,02	37.511,79	28.797,31	1649,7	30.447,01	39.786,95	1.505,19	41.292,14
4	24.519,71	562,95	25.082,66	22.874,20	709,05	23.583,25	29.341,15	711,68	30.052,83
5	16.092,67	601,70	16.694,37	17.586,45	557,89	18.144,34	20.500,77	812,04	21.312,81
6	14.831,33	560,36	15.391,70	12.745,79	378,22	13.124,01	17.046,80	381,11	17.427,91
7	9.378,37	564,74	9.943,11	10.101,50	283,95	10.385,45	11.397,69	793,65	12.191,35
8	5.781,98	318,46	6.100,44	7.314,10	372,15	7.686,25	8.129,59	363,83	8.493,42
9	5.236,47	438,09	5.674,57	3.851,25	332,39	4.183,64	5.009,77	569,47	5.579,24
10	2.831,79	405,86	3.237,66	2.383,50	524,71	2.908,21	2.987,66	935,56	3.923,22
11	1.940,93	532,15	2.473,09	1.246,86	439,77	1.686,62	2.028,86	698,39	2.727,25
12	887,07	580,51	1.467,57	805,90	578,98	1.384,88	1.077,84	687,50	1.765,34
13	621,74	213,28	835,02	468,46	512,35	980,81	663,50	709,82	1.373,32
14	287,55	218,19	505,75	207,63	226,13	433,76	269,33	320,63	589,95
15	126,00	356,61	482,61	64,90	159,57	224,47	86,51	210,14	296,64
16	25,92	111,39	137,32	25,07	55,28	80,34	21,39	261,95	283,34
17	0,20	346,33	346,53	0,34	46,38	46,72	0,69	355,81	356,50
18	-	190,49	190,49	0,04	124,12	124,15	-	302,55	302,55
19	-	119,23	119,23	-	418,64	418,64	-	134,74	134,74
20	-	97,93	97,93	-	31,63	31,63	-	169,04	169,04
21	-	30,03	30,03	-	98,59	98,59	-	21,50	21,50
22	-	6,36	6,36	-	20,57	20,57	-	11,47	11,47
23	-	0,48	0,48	-	0,01	0,01	-	0,53	0,53
Tot.	276.449,01	10.919,16	287.368,16	244.268,17	10.105,50	254.373,68	311.080,50	13.496,27	324.576,77

Taula 5: Estimació de reserves segons diferents escenaris d'inflació sense tenir en compte l'efecte cua. Elaboració pròpia.

A la Taula 5 es poden observar els resultats de les estimacions sota els tres escenaris considerats. En primer lloc, suposant la inflació original de les dades obtingudes en l'apartat d'estimació dels paràmetres, les reserves totals ascendeixen a 287.368,16 u.m on un 96% són reserves RBNS. Cal destacar de nou que gairebé el 90% d'aquestes reserves es concentren en els 6 primers mesos, en altres paraules, la liquidació dels sinistres es du a terme majoritàriament en els primers 6 mesos i com a màxim es liquida amb 17 mesos de retard (a partir del divuitè més no trobem reserves RBNS).

Les Figures 13 i 14 mostren gràficament la distribució de reserves segons el període. Mentre que les reserves RBNS decauen progressivament, les reserves IBNR mostren els seus valors més alts en els primers períodes (indicant doncs que el retard en la notificació en la majoria de casos és d'uns pocs mesos) però en aquest cas no es mostra una tendència decaient progressiva. Les reserves totals, a l'estar formades en un 96% per reserves RBNS tindrien la mateixa forma que aquestes (valors molt alts al principi que decauen progressivament amb els mesos).

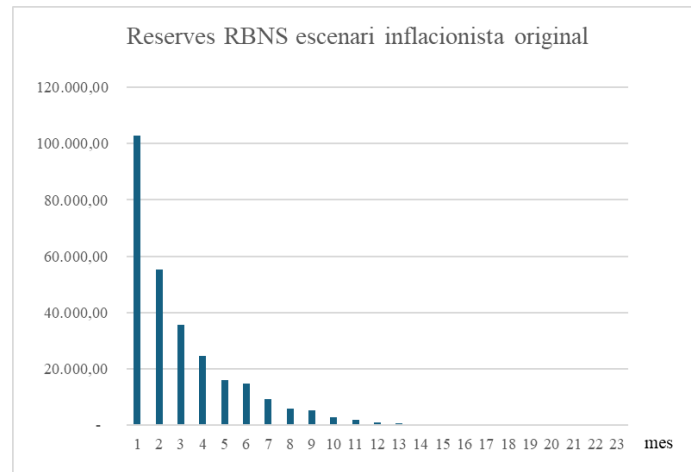


Figura 13: Reserves RBNS en l'escenari inflacionista original. Elaboració pròpia.

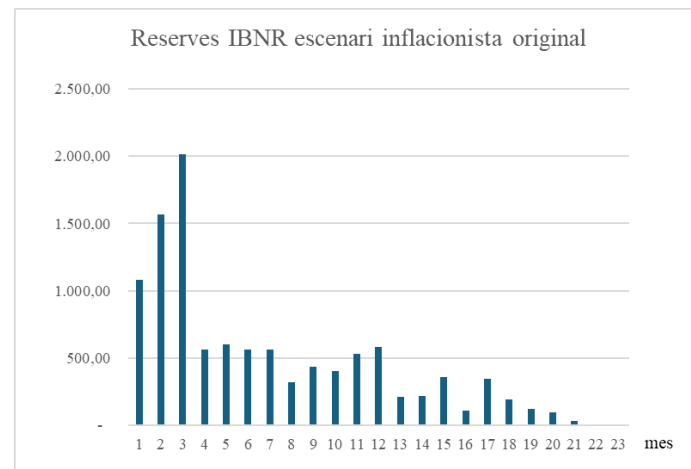


Figura 14: Reserves IBNR en l'escenari inflacionista original. Elaboració pròpia.

En segon lloc, en l'escenari d'inflació menor aquestes reserves totals ascendeixen a 254.373,68 u.m (32.994,48 u.m menors que en l'escenari original). Així doncs, quan la inflació disminueix un 10%, les reserves totals disminueixen un 11,5%. Cal destacar que aquesta disminució es concentra sobretot en les reserves RBNS. Les reserves RBNS es veuen disminuïdes un 11,64% respecte l'escenari original mentre que les reserves IBNR es veuen disminuïdes només en un 7,45%.

No obstant, aquesta disminució de la inflació sembla no afectar a la distribució de les reserves en el temps. Tal i com es pot observar a les Figures 15 i 16, les reserves RBNS de nou presenten una tendència decaient progressiva mentre que les reserves IBNR presenten els seus valors més alts en els primers mesos, posteriorment entre el quart i el tretzè mes es mantenen més o menys en el mateix nivell (excepte puntuals baixades), durant el catorzè mes comencen a decaure i, tot i presentar un repunt en el dinovè mes, són gairebé nul·les en els últims mesos.

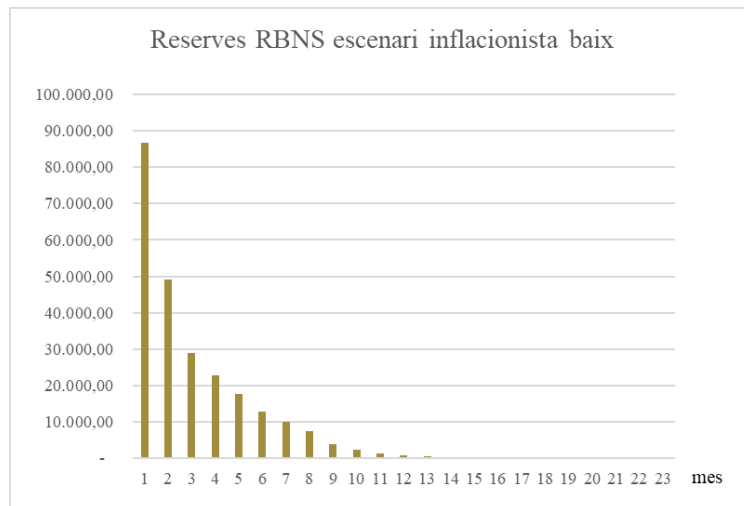


Figura 15: Reserves RBNS en l'escenari inflacionista baix. Elaboració pròpia.

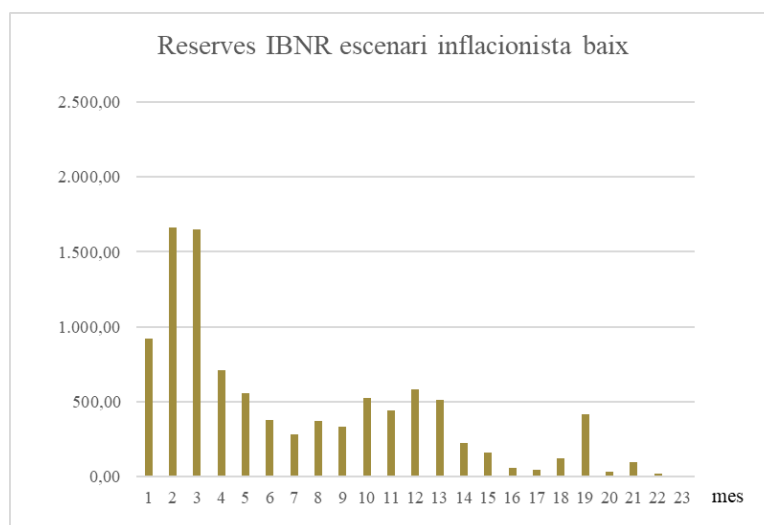


Figura 16: Reserves RBNS en l'escenari inflacionista baix. Elaboració pròpia.

Per últim, a l'escenari de major inflació les reserves totals resulten ser 324.576,77 u.m (37.208,61 u.m majors que en l'escenari original). En aquest cas, quan la inflació augmenta un 10%, les reserves totals augmenten en gairebé un 13%. Al contrari que en el cas anterior, les reserves IBNR es veuen més incrementades en proporció que les RBNS. Les reserves IBNR s'incrementen en un 23,60% respecte l'escenari original mentre que les RBNS s'incrementen en un 12,53%.

Podríem concloure doncs, que les reserves RBNS es comporten de forma semblant segons increments o decrements d'inflació, mentre que les reserves IBNR es veuen més afectades davant de pujades inflacionistes.

De nou les Figures 17 i 18 mostren la distribució de les reserves. La forma d'aquestes distribucions no es veu gaire afectada davant de pujades d'inflació. Les reserves RBNS decauen progressivament. Les reserves IBNR presenten un aspecte semblant si les comparem amb els casos d'inflació original i d'inflació baixa. Cal destacar en el cas de les reserves IBNR com en el segon mes aquestes han presentat un fort increment.

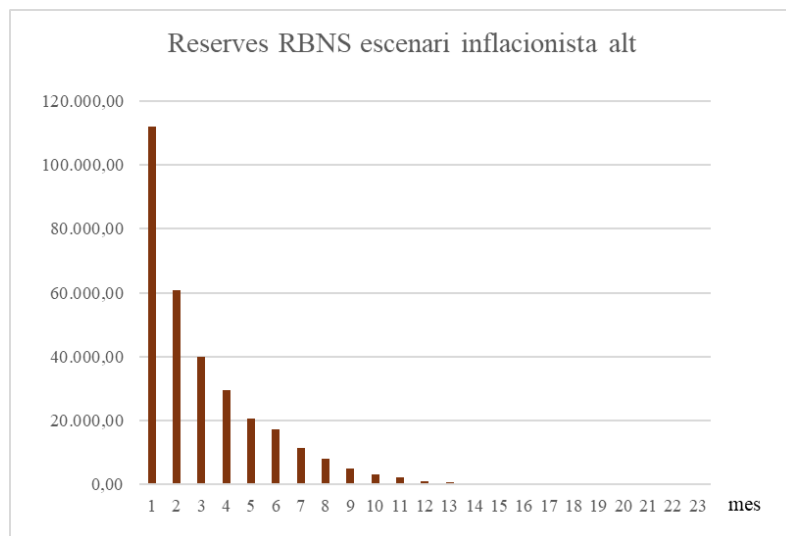


Figura 17: Reserves RBNS en l'escenari inflacionista alt. Elaboració pròpia.

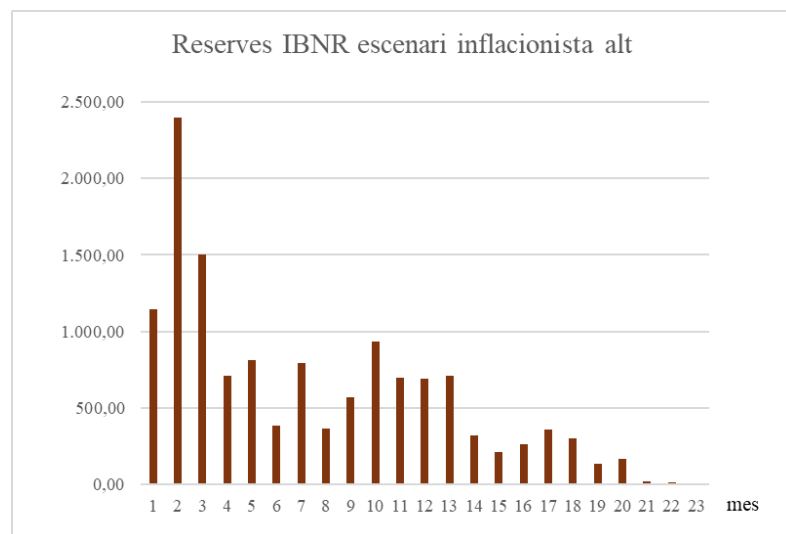


Figura 18: Reserves IBNR en l'escenari inflacionista alt. Elaboració pròpia.

L'estimació mitjançant *bootstrap* també calcula la distribució de reserves segons les diverses simulacions que s'han dut a terme.² Amb les 999 simulacions dutes a terme i els resultats de reserves (RBNS, IBNR i totals) mitjançant cadascuna d'aquestes simulacions s'obtenen els gràfics següents.

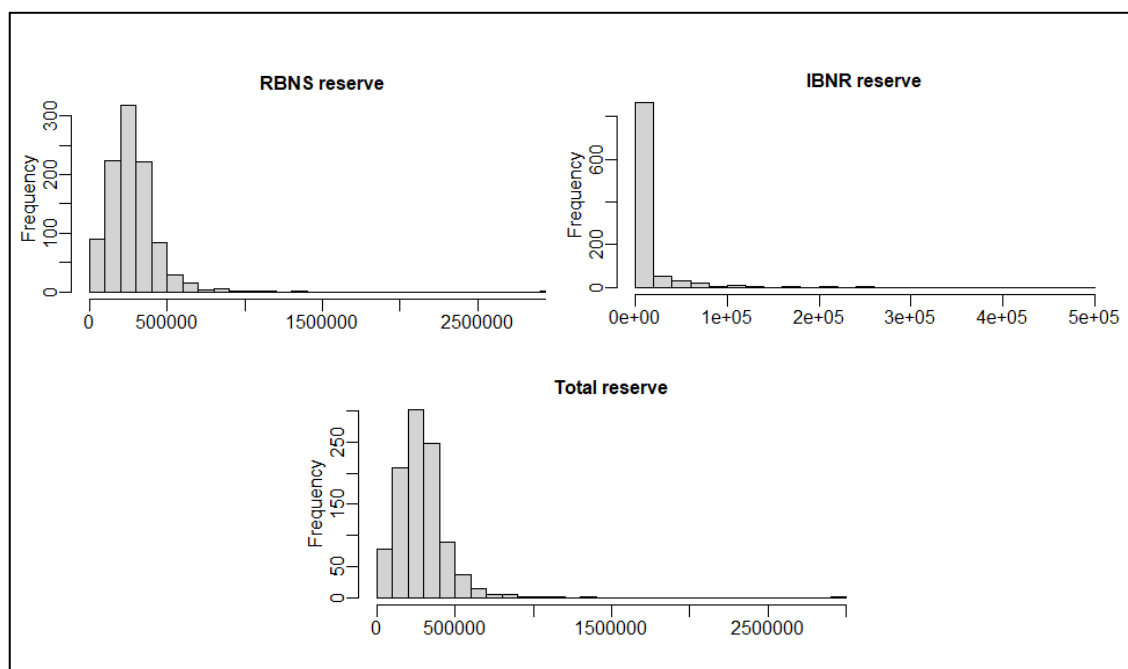


Figura 19: Distribució de reserves sota l'escenari d'inflació original. Elaboració pròpia.

La Figura 19 mostra la distribució de reserves sota el supòsit d'inflació original. El valor amb més freqüència de les estimacions totals calculat a partir de les simulacions estaria al voltant de 250.000 u.m. Aquest valor és el mateix per les reserves de tipus RBNS mentre que en la majoria de les simulacions, les reserves IBNR semblen ser gairebé nul·les.

Podem observar cues pesades en els tres tipus de reserves. En quant als valors extrems, per les reserves RBNS, en l'1% dels pitjors casos les reserves que s'haurien d'estimar serien superiors a 871.367,09 u.m. En el cas de les reserves IBNR, les reserves estimades en l'1% dels pitjors casos serien superiors a 135.704,81 u.m. Per últim, l'estimació total de les reserves en l'1% dels pitjors casos seria superior a 874.028,25 u.m.³

² Veure Taules 1 a 9 de l'Annex 2.

³ Dades extretes de les Taules 1, 2, 3 de l'Annex 2.

La Figura 20 mostra la distribució de reserves sota el supòsit d'inflació baixa.

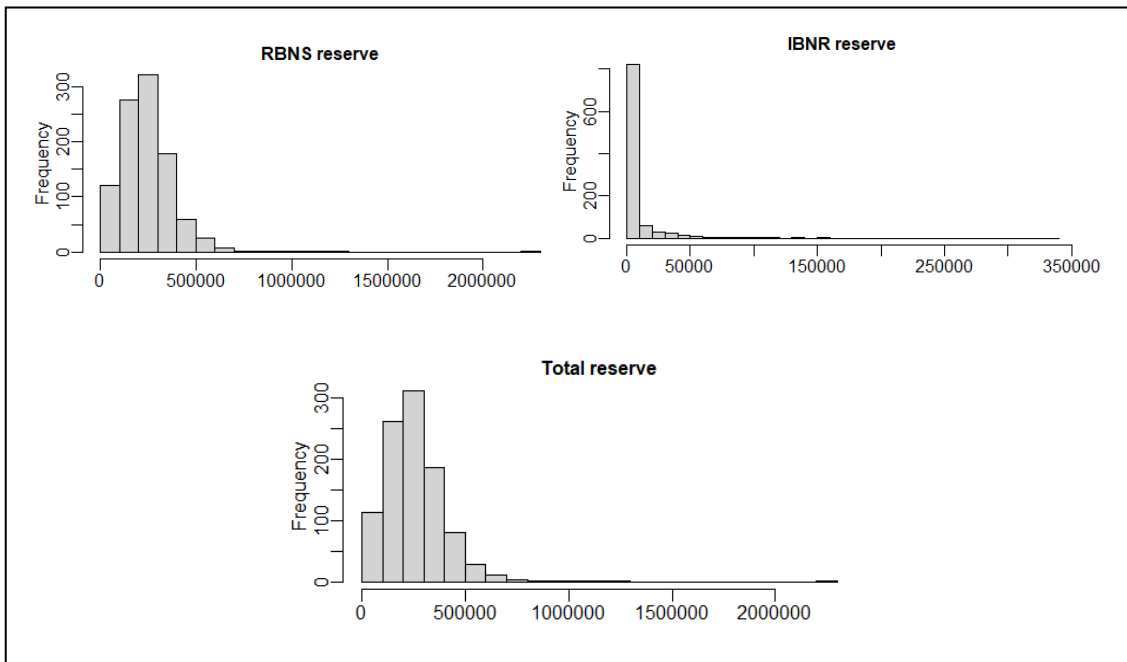


Figura 20: Distribució de reserves amb disminució de la inflació d'un 10%. Elaboració pròpia.

Altre cop, el valor de les estimacions totals amb més freqüència calculat a partir de les simulacions està situat al voltant de 250.000 u.m. Per les reserves RBNS la moda és també 250.000, mentre que el valor amb les freqüència per les reserves IBNR se situa al voltant del zero.

Seguim observant cues pesades, no obstant ara, per les reserves RBNS en l'1% dels pitjors casos les reserves RBNS que s'haurien d'estimar serien superiors a 653.655,79 u.m. En el cas de les reserves IBNR, les reserves estimades en l'1% dels pitjors casos serien superiors a 135.015,41 u.m (aquest valor no es veu gairebé afectat respecte l'escenari anterior). Per últim, l'estimació total de les reserves en l'1% dels pitjors casos seria superior a 683.068,59 u.m.

En conclusió, els valors extrems de les reserves RBNS i de les reserves totals, són molt sensibles a les baixades d'inflació.⁴

⁴ Dades extretes de les Taules 4, 5, 6 de l'Annex 2.

Per últim la Figura 21 mostra la distribució de reserves sota el supòsit d'inflació alta.

Per les reserves RBNS en l'1% dels pitjors casos les reserves RBNS que s'haurien d'estimar serien superiors a 1.074.138,95 u.m. En el cas de les reserves IBNR, les reserves estimades en l'1% dels pitjors casos serien superiors a 209.877,50 u.m. Per últim, l'estimació total de les reserves en l'1% dels pitjors casos seria superior a 1.144.122,82 u.m.

En conclusió, els valors extrems de les reserves RBNS, IBNR i de les reserves totals, són molt sensibles a les pujades d'inflació.⁵

En aquest últim escenari el valor amb més freqüència de les estimacions totals i per sinistres RBNS a partir de les simulacions estaria situat entre 250.000 i 300.000 u.m. altre cop, el valor amb més freqüència per les reserves IBNR se situa al voltant del zero.

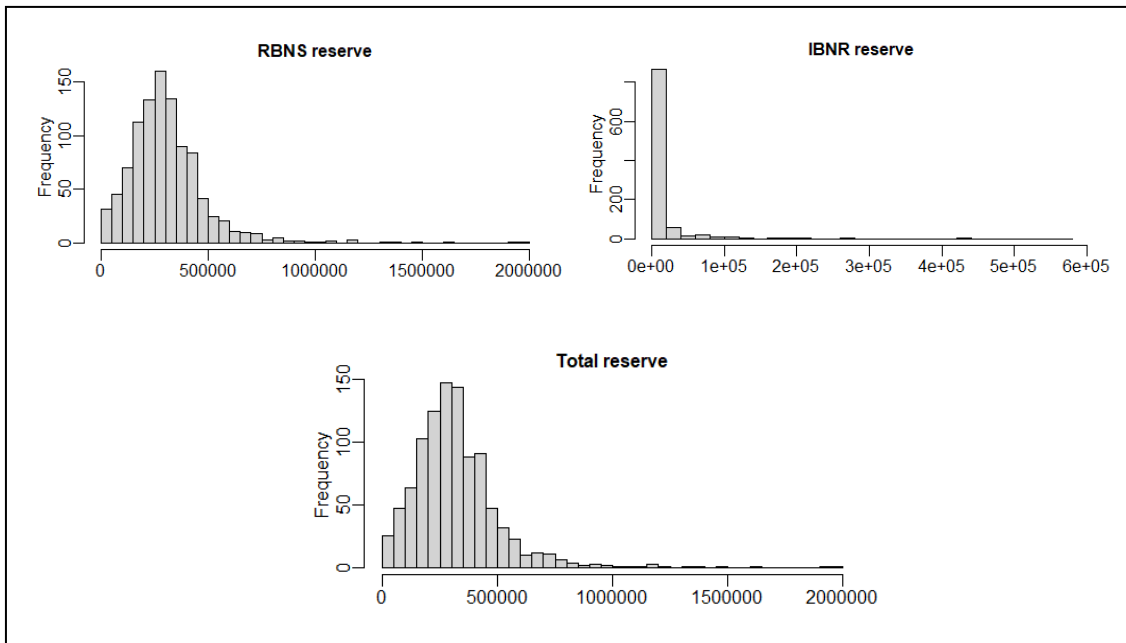


Figura 21: Distribució de reserves amb increment de la inflació d'un 10%. Elaboració pròpia.

⁵ Dades extretes de les Taules 7, 8, 9 de l'Annex 2.

6.4 Càlcul de provisions com a renda i com a flux

Fins aquest punt les provisions han estat calculades com la suma de quanties en cada mes d'origen. A efectes comptables no és necessari actualitzar financerament els valors esperats dels pagaments futurs. No obstant, a efectes de solvència és imprescindible aquesta actualització financera utilitzant una estructura temporal de tipus d'interès concreta.

A continuació es calculen els resultats de les reserves amb actualitzacions com a renda i com a flux a partir de l'estructura temporal de tipus d'interès lliure de risc amb ajust per volatilitat en euros⁶ publicada amb data 31-01-2024.

En la taula 6 es mostra l'estructura de tipus d'interès utilitzada.

<i>t</i>	ETTI
1	3,555%
2	2,961%
3	2,738%
4	2,643%

Taula 6. Estructura temporal de tipus d'interès lliure de risc amb ajust per volatilitat publicada 31-01-2024.
https://www.eiopa.europa.eu/index_en?prefLang=es.

Al treballar amb dades mensuals, cal fer una modificació prèvia dels tipus d'interès. Tal i com explica Martínez A. (2021) és necessari calcular els tipus *forward*. A partir de les dades de la Taula 6, es calculen els tipus *forward* de la Taula 7.

Any	Fòrmula	<i>t.forward</i> anual (<i>tf</i>)	<i>t.forward</i> mensual (<i>t_{fm}</i>)
1	$tf_1 = i_1$	3,555%	$t_{fm} = (1 + tf)^{1/12} - 1$
2	$tf_2 = \frac{(1 + i_2)^2}{(1 + i_1)^1} - 1$	2,370%	
3	$tf_3 = \frac{(1 + i_3)^3}{(1 + i_2)^2} - 1$	2,293%	
4	$tf_4 = \frac{(1 + i_4)^4}{(1 + i_3)^3} - 1$	2,359%	

Taula 7: Obtenció dels tipus *forwards* mensuals. Elaboració pròpia.

⁶ Informació extreta de la web de EIOPA. https://www.eiopa.europa.eu/index_en?prefLang=es

6.4.1 Càlcul de provisions com a renda

Aquesta primera opció, realitza la actualització de quanties que en la gran majoria d'ocasions s'utilitza en l'àmbit financer. Tal i com es descriu en l'Apartat 4 les provisions seran el resultat d'actualitzar les quanties i períodes amb els corresponents tipus mensuals TM_i .

$$R = \sum_{i=1}^k vpf_i \cdot (1 + TM_i)^{(-i)}$$

Els resultats obtinguts es mostren a la Taula 8. Si els comparem amb els resultats obtinguts en les seccions anteriors on simplement es sumaven les quanties, aquests resulten menors en tots els casos.

DADES	RENDA
Predicció de partida sense cua	339.014,40
Predicció de partida amb cua	342.475,60
Bootstrap inflació original	284.817,70
Bootstrap inflació baixa	252.042,80
Bootstrap inflació alta	321.613,20

Taula 8: Provisions com a renda. Elaboració pròpia.

6.4.2 Càlcul de provisions com a flux

A diferència de l'actualització de rendes, l'actualització de fluxos considera quanties contínues al llarg del període analitzat en lloc de considerar un pagament al final de cada període. D'aquesta manera i tal i com s'ha comentat a l'Apartat 4, la fórmula és la següent:

$$R = \sum_{i=1}^k vpf_i \cdot \frac{1 - (1 + tfm_i)^{-1}}{\ln(1 + tfm_i)} \cdot (1 + TM_{i-1})^{-(i-1)}$$

Els resultats obtinguts es mostren a la Taula 9. En aquest cas els resultats són també menors si els comparem amb les provisions com a suma de quanties. Si els comparem amb les provisions com a renda, les provisions com a flux són lleugerament superiors.

DADES	FLUX
Predicció de partida sense cua	339.476,10
Predicció de partida amb cua	342.939,10
Bootstrap inflació original	285.222,60
Bootstrap inflació baixa	252.398,40
Bootstrap inflació alta	322.065,40

Taula 9: Provisions com a flux. Elaboració pròpia.

7. RESULTATS

En aquesta secció es mostren els resultats de l'estimació de provisions de forma resumida per obtenir una clara visió abans de passar a les conclusions. En primer lloc, la Taula 10 mostra els resultats de les reserves amb les dades originals, sense afegir cap informació prèvia. L'estimació tenint en compte l'efecte cua, és a dir, permetent estimacions fora del triangle és superior en tots els casos. Cal destacar de nou que les reserves RBNS formen aproximadament un 85% de les reserves totals. Per últim, el model CLM estima unes reserves superiors que el model DCLM en els dos casos analitzats.

	Sense efecte cua	Amb efecte cua
RBNS	293.788,68	294.305,62
IBNR	48.820,01	51.861,02
TOTAL DCLM	342.608,68	346.166,64
CLM	349.117,37	349.117,37

Taula 10: Resultats d'estimació amb les dades originals. Elaboració pròpia.

A continuació es mostren els resultats d'estimació sota els diversos escenaris d'inflació simulats i utilitzant el mètode *Bootstrap*. Tal i com es pot observar a les Taules 11 i 12 i, com és d'esperar, en un escenari d'inflació menor, les reserves estimades resulten més baixes. Contràriament, en un escenari d'inflació superior, les reserves estimades resulten més altes. També cal destacar que les reserves són més sensibles que la inflació, així doncs si suposem una disminució de la inflació del 10% les reserves disminueixen més del 10%. De la mateixa manera si suposem un increment de la inflació del 10%, les reserves s'incrementen més del 10%.

	Inflació original: $\hat{\gamma}_i$	Inflació baixa: γ_b	Inflació alta: γ_a
RBNS	276.449,01	244.268,17	311.080,50
IBNR	10.919,16	10.105,50	13.496,27
TOTAL	287.368,16	254.373,68	324.576,77

Taula 11: Resultats d'estimació sota els diversos escenaris d'inflació. Elaboració pròpia.

	Inflació baixa: γ_b	Inflació alta: γ_a
RBNS	-11,64%	12,53%
IBNR	-7,45%	23,60%
TOTAL	-11,48%	12,95%

Taula 12: Resultats en % d'estimació sota els diversos escenaris d'inflació. Elaboració pròpia.

Per últim la Taula 13 resumeix els resultats d'estimacions de reserves totals en els tres possibles càlculs d'aquestes; com a suma de quanties, tractant les quanties com una renda i, per últim, tractant les quanties com a flux.

DADES	SUMA	RENDA	FLUX
Predicció de partida sense cua	342.608,68	339.014,40	339.476,10
Predicció de partida amb cua	346.166,64	342.475,60	342.939,10
Bootstrap inflació original	287.368,16	284.817,70	285.222,60
Bootstrap inflació baixa	254.373,68	252.042,80	252.398,40
Bootstrap d'inflació alta	324.576,77	321.613,20	322.065,40

Taula 13: Resultats d'estimació de reserves com a suma, renda i flux. Elaboració pròpia.

Tal i com s'ha comentat anteriorment, els resultats mostren com les reserves són superiors si es calculen com a suma, a continuació com a flux i per últim com a renda.

Per últim és important destacar que no es poden comparar entre sí els resultats de predicció originals amb els resultats de la metodologia *Bootstrap* segons diferents escenaris d'inflació, ja que, en aquest últim cas, al permetre informació addicional prèvia, el model es du a terme sota una sèrie d'hipòtesis particulars per a les dades que no es modifiquen.

8. DISCUSSIÓ I CONCLUSIONS

El model DCLM ha demostrat ser una eina robusta i precisa per l'estimació de reserves. Aquest model combina tècniques del CLM amb un enfoc més detallat que permet descompondre les reserves, millorar la precisió en l'estimació i oferir una visió més comprensible del comportament de les provisions al llarg del temps. Les conclusions principals són les següents:

1. En l'estimació de les reserves, gairebé un 85% corresponen a reserves per sinistres RBNS, el que indica que la gran majoria de sinistres ja han estat notificats a la companyia però hi ha un cert retard en el pagament d'aquests.
2. L'estimació de reserves amb efecte cua proporciona uns resultats d'estimació majors, ja que es permet estimar quanties fora del triangle original.
3. Les estimacions sota diversos escenaris d'inflació mostren la alta sensibilitat de les reserves davant de variacions en la inflació. La inflació pot tenir un impacte substancial en els costos futurs dels sinistres i la seva omissió podria portar a una subestimació o sobreestimació de les reserves necessàries. Segons les dades analitzades, i sota les hipòtesis triades d'estimació, el model CLM estaria sobreestimant les reserves. L'adopció del mètode DCLM seria més eficient i podria destinar els recursos sobreestimats a altres àmbits.
4. En la mateixa línia, els valors extrems en la distribució de reserves resulten també molt sensibles a canvis d'escenaris inflacionistes.
5. El mètode *Bootstrap* ajuda a les companyies asseguradores a veure i entendre la distribució de les seves reserves. A major nombre de simulacions que es realitzin, els valors calculats seran més propers a la realitat, ajudant així a la companyia a poder fer front a tots els possibles pagaments.

En quant a futures línies d'investigació i millores potencials, es suggereix l'avaluació del model DCLM en totes les possibilitats que ofereix i en diversos contextos de mercat i tipus d'assegurança per validar la seva aplicabilitat. També es proposa l'estudi de mètodes alternatius que permetin modelar la inflació per integrar-los en mètodes d'estimacions de provisions.

En definitiva, tal i com mostren els resultats cal destacar la importància d'utilitzar mètodes d'estimació de reserves que incloguin l'efecte de la inflació. Qualsevol mínima variació d'aquest efecte es trasllada a les reserves. Així doncs, l'adopció del model DCLM milloraria significativament la capacitat de les asseguradores per gestionar les seves reserves de forma més efectiva.

9. REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

Alarcón, S. (2021). *Estimación del monto de siniestros ocurridos y no reportado para el soat con el método Double Chain Ladder*. Trabajo de suficiencia profesional para optar título de ingeniería estadística e informática. UNALM.

Angulo, C. (2018). *Análisis y aplicación del modelo Double Chain Ladder*. Trabajo Final de Master. Universitat de Barcelona. <http://hdl.handle.net/2445/124785>

Antonio, K., Plat, H. J. (2014). Micro-level stochastic loss reserving for general insurance. *Scandinavian Actuarial Journal* 7, 649–669.

Boj, E., Costa, T., Espejo, J. (2014). Provisiones técnicas por años de calendario mediante modelo lineal generalizado. Una aplicación con RExcel. *Anales del Instituto de Actuarios Españoles*, Tercera Época, 20, 83–116.

Boj, E., Esquinas, J. (2016). Cálculo de reservas con modelos lineales generalizados mixtos haciendo uso del software R. *Anales del Instituto de Actuarios Españoles*, Tercera época 22, 73-109.

Boj, E., Claramunt, M.M., Costa, T. (2021). *Tarifificación y provisiones* (tercera edición). Depósito Digital de la Universidad de Barcelona, colección OMADO. <http://hdl.handle.net/2445/149241>.

Cid, A. I. (2000). *Siniestralidad en seguros no vida: provisión para prestación un nuevo método*. Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid.

España. Ley 20/2015, de 14 de julio, de Ordenación, Supervisión y Solvencia de las Entidades Aseguradoras y Reaseguradoras (LOSSEAR) en su artículo 69.

Gesmann M., Murphy, D., Yanwei, Z., Carrato, A., Wuthrich, M., Cocina, F., Dal, E. (2023). *Package 'ChainLadder'*. *Package on CRAN. Version 0.2.18*. Published 2023-06-27. <https://mages.github.io/ChainLadder/>.

Martínez, A. (2021). *Aplicación con Shiny: Provisiones no vida para triángulos run-off no anuales*. Trabajo Final de Master. Universitat de Barcelona. <http://hdl.handle.net/2445/191202>.

Martínez-Miranda, M. D., Nielsen, J. P., Verrall, R. (2011a). Cash flow simulation for a model of outstanding liabilities based on claim amounts and claim numbers. *ASTIN Bulletin* 41(1), 107–129.

Martínez-Miranda, M. D., Nielsen, J.P., Verrall, R. (2011b). Double Chain Ladder and Bornhuetter-Ferguson. *North American Actuarial Journal* 17:2, 101–113.

Martínez-Miranda, M. D., Nielsen, J.P., Verrall, R. (2012). *Double Chain Ladder*. *ASTIN Bulletin* 42(1), 59–76.

Martínez-Miranda, M. D., Nielsen, J. P., Verrall, R. (2022). *DCL: Claims Reserving under the Double Chain Ladder Model. Package on CRAN. Version 0.1.2*. Published 2022-05-05. <https://cran.r-project.org/package=DCL>

Nieto, M., Tamayo, M. (2018). Comparación de modelos estocásticos para el cálculo de la reserva IBNR en seguros de no vida. *XXVIII Simposio Internacional de Estadística* (Universidad Nacional de Colombia): 1-10.

R Development Core Team, 2024. R: The R project for statistical computing. Vienna (Austria). <http://www.R-project.org/>.

Tarbell, T.F. (1934). Incurred but not reported claims reserves. *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*.

Taylor, G.C., (1086). Claim reserving in non-life insurance. *North Holland, Insurance Series 1*.

Verrall, R., Nielsen, J. P., Jessen, A. (2010). Including Count Data in Claims Reserving. *ASTIN Bulletin* 40(2), 871-887.

ANNEX 1

R SCRIPT

```
install.packages("DCL")
library(DCL)

#Triangle nombre de sinistres
n0<-c(462,33,2,2,0,1,1,0,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,0,0)
n1<-c(411,12,13,2,0,1,0,5,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,NA)
n2<-c(466,20,10,0,2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,NA,NA)
n3<-c(447,17,3,2,13,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,NA,NA,NA)
n4<-c(447,0,2,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,NA,NA,NA,NA)
n5<-c(376,10,3,1,7,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,NA,NA,NA,NA,NA)
n6<-c(425,10,2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,NA,NA,NA,NA,NA)
n7<-c(394,16,2,0,1,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA)
n8<-c(413,5,1,2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)
n9<-c(398,16,1,0,0,0,3,0,0,0,0,0,0,0,0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)
n10<-c(397,3,0,0,0,0,0,1,1,0,0,0,0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)
n11<-c(422,2,0,4,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)
n12<-c(481,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)
n13<-c(392,5,0,1,0,0,3,0,0,0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)
n14<-c(381,6,0,0,0,0,0,0,0,0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)
n15<-c(389,11,0,0,0,2,0,0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)
n16<-c(389,7,0,0,1,1,0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)
n17<-c(344,1,0,0,1,0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)
n18<-
c(385,1,0,0,0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)
n19<-
c(387,2,0,2,1,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)
n20<-
c(410,4,0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA
)
n21<-
c(371,5,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)
n22<-
c(375,2,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)
n23<-
c(365,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)
N<-
matrix(c(n0,n1,n2,n3,n4,n5,n6,n7,n8,n9,n10,n11,n12,n13,n14,n15,n16,n17,n18,n19,n20,n21,n2
2, n23),ncol=24,byrow=TRUE)
N

#Triangle quanties de pagaments
x0<-
c(212679.01,690085.55,155112.21,74913.29,37032.25,28674.78,1594.2,526.02,358.26,1842.57
,6012.11,777.36,1966.99,211.72,0,0,5769.23,0,0,0,116.42,534.33,0)
x1<-
c(173220.52,688940.84,321804.5,47551.67,56673.53,58483.03,2479.99,6832.32,1092.03,2826.
19,223.15,2954.37,2052.43,231.87,252.96,419.33,0,0,84.39,72.14,0,0,NA)
```

x2<-
c(631198.05,687238.19,181826.66,20454.41,24555.29,31561.74,21657.18,7070,1998.33,19913
.17,245.3,554.96,0,0,595.69,4801.37,0,2047.96,137.18,141.62,0,0,NA,NA)

x3<-
c(654733.28,421280.93,79823.57,58186.17,48150.93,40156.17,7871.95,1209.52,1562.2,21017.
33,0,1180.46,62.2,434.43,179.75,0,148.48,69.2,1805.42,144.86,0,NA,NA,NA)

x4<-
c(827769.19,354068.61,124273.53716.47,78303.401428,34948.23,3409.74,1661.9,604.92,1088
.35,0,4346.79,1705.07,114.03,4222.55,243.06,0,657.82,3011.9,0,NA,NA,NA,NA)

x5<-
c(619491.4,415735.27,239299.15,111517.53,36222.08,7232.05,6555.19,1738.84,763.38,4024.0
4,748.97,6244.28,954.12,5874.18,2194.06,286.69,0,380,0,NA,NA,NA,NA,NA)

x6<-
c(646523.04,561123.77,133662.3,48434.64,17188.86,2256.4,28552.9,48058.87,109.57,3570,70
5.97,8660.55,38,2588.95,207.11,3423.72,0,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA)

x7<-
c(498387.6,609959.916,110514.46,84910.38,35767.65,8862.04,3610.38,534.13,1197.07,6849.0
6,3237.48,3873.73,0,445.18,25871.27,566.21,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)

x8<-
c(321548.71,413013.9,158488.17,106433.16,6969.87,8590.57,6343.41,20250,5217.32,881.85,2
69.8,1114.54,206.3,8425.18,0,2930,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)

x9<-
c(490965.28,585698.4,67767.35,40840.82,5123.74,27004.29,1082.82,302.51,937.1,1279.02,17
61.06,0,2397.81,54.35,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)

x10<-
c(575990.85,358216.195,65442.46,79768.36,5519.64,30319.67,1903.59,32683.27,19519.45,0,6
80.51,36861.22,1389.22,0,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)

x11<-
c(794125.78,586284.14,180619.39,62147.81,8703.43,6965.54,5282.41,1559.8,693.52,860.3,63
3.93,0,379.19,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)

x12<-
c(825045.07,610991.54,122709.27,71242.83,44261.71,10561.02,44413.7,224.29,0,12035.8,129
6.88,1077.67,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)

x13<-
c(409579.6,605015.174,89600.85,49792.85,35316.05,3900.33,22570.36,899.4,8762.49,0,565.4
9,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)

x14<-
c(234771.8,426310.58,76947.72,18146.4,8391,20973.08,4186.45,1342.83,3130.28,316.6,NA,N
A,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)

x15<-
c(315425.96,403720.17,130501.01,50437.93,34500.32,7227.41,5907,2144.45,429.91,NA,NA,N
A,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)

x16<-
c(240348.71,457517.12,175200.51,8033.55,9634.45,6274.18,8189.39,127.29,NA,NA,NA,NA,
NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)

x17<-
c(279159.28,385396.22,66898.5,13046.77,28825.84,23771.76,7055.72,NA,NA,NA,NA,NA,N
A,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)

x18<-
c(301411.61,429213.07,62779.11,51704.89,21278.19,231.71,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,
NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)

x19<-
c(404078.39,221981.106,68860.78,20375.8,25531.65,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,
NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)

```

x20<-
c(227578.39,470262.34,97331.91,11561.01,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,
NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA)
x21<-
c(184630.26,288340.96,39131.87,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,
A,NA,NA,NA,NA,NA,NA)
x22<-
c(53522.88,112369.06,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,
NA,NA,NA,NA,NA)
x23<-
c(2402.11,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,NA,
NA,NA,NA)

```

```

X<-
matrix(c(x0,x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10,x11,x12,x13,x14,x15,x16,x17,x18,x19,x20,x21,x2
2,x23), ncol=24, byrow=TRUE)
X

```

```

# ESTIMACIÓ DELS PARÀMETRES
my.dcl.par<-dcl.estimation(X,N);my.dcl.par
Plot.dcl.par(my.dcl.par)

```

```

#Amb dades acumulades
install.packages("ChainLadder")
library(ChainLadder)

```

```

#nombre de siniestres acumulat
N<-as.triangle(N)
Nacum<-incr2cum(N);Nacum

```

```

#quanties acumulades
X<-as.triangle(X)
Xacum<-incr2cum(X);Xacum

```

```

my.dcl.par<-dcl.estimation(X,N);my.dcl.par
Plot.dcl.par(my.dcl.par)

```

```

#mateixos resultats

```

```

#ESTIMACIÓ DE LES RESERVES
#Tail=False --> Sense tenir en compte l'efecte cua
#Tail=TRUE --> Es té en compte l'efecte cua
#Considerem Model=2 (no permet reserves negatives)
pred<-dcl.predict(my.dcl.par,N,Model=2,Tail=FALSE,Tables=TRUE);pred
predcua<-dcl.predict(my.dcl.par,N,Model=2,Tail=TRUE,Tables=TRUE);predcua

```

```

#ESTIMACIÓ DE RESERVES BOOTSTRAPING
prueba<-dcl.boot(my.dcl.par,Ntriangle=N,boot.type =
2,B=999,Tail=FALSE,Tables=TRUE);prueba
Plot.cashflow(prueba)

```

```

#vector inflat.j=1 (sense inflació en els mesos de desenvolupament)
#inflació en els mesos d'origen=inflació de la estimació del dclm
set.seed(123)
pred2<-dcl.boot.prior(X,N,Model=2,boot.type=2,Tail=FALSE,B=999,Tables=TRUE);pred2
Plot.cashflow(pred2)
set.seed(123)
pred2cua<-
dcl.boot.prior(X,N,Model=2,boot.type=2,Tail=TRUE,B=999,Tables=TRUE);pred2cua
Plot.cashflow(pred2cua)

#vector d'inflació disminuït un 10%
j<-c(my.dcl.par$inflat*0.9);j
set.seed(123)
pred3<-
dcl.boot.prior(X,N,inflat.i=j,Model=2,boot.type=2,Tail=FALSE,B=999,Tables=TRUE);pred3
Plot.cashflow(pred3)
set.seed(123)
pred3cua<-
dcl.boot.prior(X,N,inflat.j=j,Model=2,boot.type=2,Tail=TRUE,B=999,Tables=TRUE);pred3cua
Plot.cashflow(pred3cua)

#vector d'inflació incrementat un 10%
j2<-c((my.dcl.par$inflat)*1.1);j2
set.seed(123)
pred4<-
dcl.boot.prior(X,N,inflat.i=j2,Model=2,boot.type=2,Tail=FALSE,B=999,Tables=TRUE);pred4
Plot.cashflow(pred4)
set.seed(123)
pred4cua<-
dcl.boot.prior(X,N,inflat.i=j2,Model=2,boot.type=2,Tail=TRUE,B=999,Tables=TRUE);pred4cu
a

#ESTIMACIÓ DE RESERVES COM A RENTA SENSE CUA

vpf1<-c(pred$Dtotal[1:23]);vpf1
vpf2<-c(pred2$summ.total$mean.total[1:23]);vpf2
vpf3<-c(pred3$summ.total$mean.total[1:23]);vpf3
vpf4<-c(pred4$summ.total$mean.total[1:23]);vpf4

TM<-c(rep(0.00292,12),rep(0.00195,11));TM

i.renta1<-numeric(length(TM))
for (i in 1:length(TM)) {i.renta1[i]<-(1+TM[i])^(-i)};i.renta1
prov.renta1<- vpf1*i.renta1; prov.renta1
prov.renta1<- sum(vpf1*i.renta1); prov.renta1

i.renta2<-numeric(length(TM))
for (i in 1:length(TM)) {i.renta2[i]<-(1+TM[i])^(-i)};i.renta2
prov.renta2<- vpf2*i.renta2; prov.renta2
prov.renta2<- sum(vpf2*i.renta2); prov.renta2

i.renta3<-numeric(length(TM))
for (i in 1:length(TM)) {i.renta3[i]<-(1+TM[i])^(-i)};i.renta3
prov.renta3<- vpf3*i.renta3; prov.renta3

```

```
prov.renta3<- sum(vpf3*i.renta3); prov.renta3
```

```
i.renta4<-numeric(length(TM))  
for (i in 1:length(TM)) {i.renta4[i]<-(1+TM[i])^(-i)};i.renta4  
prov.renta4<- vpf4*i.renta4; prov.renta4  
prov.renta4<- sum(vpf4*i.renta4); prov.renta4
```

```
#ESTIMACIÓ DE RESERVES COM A FLUXE SENSE CUA
```

```
f.fluxe1<-numeric(length(TM))  
for (i in 1:length(TM)) {f.fluxe1[i]<-(-((1+TM[i])^(-1)))/log(1+TM[i])}  
f.fluxe1  
i.fluxe1<-rep(1,length(TM))  
for (i in 2:length(TM)) {i.fluxe1[i]<- (1+TM[i-1])^(-i+1)}  
i.fluxe1  
prov.fluxe1<-vpf1*i.fluxe1*f.fluxe1;prov.fluxe1  
prov.fluxe1<-sum(vpf1*i.fluxe1*f.fluxe1);prov.fluxe1
```

```
prov.fluxe2<-vpf2*i.fluxe1*f.fluxe1;prov.fluxe2  
prov.fluxe2<-sum(vpf2*i.fluxe1*f.fluxe1);prov.fluxe2
```

```
prov.fluxe3<-vpf3*i.fluxe1*f.fluxe1;prov.fluxe3  
prov.fluxe3<-sum(vpf3*i.fluxe1*f.fluxe1);prov.fluxe3
```

```
prov.fluxe4<-vpf4*i.fluxe1*f.fluxe1;prov.fluxe4  
prov.fluxe4<-sum(vpf4*i.fluxe1*f.fluxe1);prov.fluxe4
```

```
#ESTIMACIÓ DE RESERVES AMB CUA
```

```
TM2<-c(rep(0.00292,12),rep(0.00195,12),rep(0.00189,12),rep(0.00194,10));TM2  
vpf1cua<-c(predcua$Dtotal[1:46]);vpf1cua
```

```
#COM A RENTA
```

```
i.renta1cua<-numeric(length(TM2))  
for (i in 1:length(TM2)) {i.renta1cua[i]<-(1+TM2[i])^(-i)};i.renta1cua  
prov.renta1cua<- vpf1cua*i.renta1cua; prov.renta1cua  
prov.renta1cua<- sum(vpf1cua*i.renta1cua); prov.renta1cua
```

```
#COM A FLUXE
```

```
f.fluxe1cua<-numeric(length(TM2))  
for (i in 1:length(TM2)) {f.fluxe1cua[i]<-(-((1+TM2[i])^(-1)))/log(1+TM2[i])}  
f.fluxe1cua  
i.fluxe1cua<-rep(1,length(TM2))  
for (i in 2:length(TM2)) {i.fluxe1cua[i]<- (1+TM2[i-1])^(-i+1)}  
i.fluxe1cua  
prov.fluxe1cua<-vpf1cua*i.fluxe1cua*f.fluxe1cua;prov.fluxe1cua  
prov.fluxe1cua<-sum(vpf1cua*i.fluxe1cua*f.fluxe1cua);prov.fluxe1cua
```

ANNEX 2

Periode	RBNS	sd.rbns	Q1.rbns	Q5.rbns	Q50.rbns	Q95.rbns	Q99.rbns
1	102966.27	121074.80	684.27	8756.06	89279.57	226223.51	394614.22
2	55426.21	58727.39	0.04	587.61	44325.24	155531.46	253942.08
3	35494.77	54338.79	0.00	30.80	24915.60	99866.91	231581.10
4	24519.71	45702.22	0.00	2.80	11428.07	83173.61	219470.31
5	16092.67	30449.19	0.00	0.00	5855.14	61319.49	151621.34
6	14831.33	52385.61	0.00	0.00	3025.58	53303.62	152659.07
7	9378.37	26987.77	0.00	0.00	1458.40	35243.21	103589.49
8	5781.98	12333.39	0.00	0.00	401.65	27123.65	64262.04
9	5236.47	24159.65	0.00	0.00	108.38	23505.22	55394.58
10	2831.79	7703.83	0.00	0.00	5.44	17730.04	41313.37
11	1940.93	7528.28	0.00	0.00	0.00	10713.86	34190.09
12	887.07	3574.63	0.00	0.00	0.00	5013.00	15240.55
13	621.74	3251.94	0.00	0.00	0.00	2820.09	16836.35
14	287.55	2132.91	0.00	0.00	0.00	790.97	8369.15
15	126.00	1194.65	0.00	0.00	0.00	53.12	3361.66
16	25.92	347.89	0.00	0.00	0.00	0.00	223.51
17	0.20	4.31	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
21	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
23	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Tot.	276449.01	177338.82	5406.32	63416.32	256619.74	518393.04	871367.09

Taula 1: Estimació de reserves RBNS amb bootstrapping escenari inflació original. Elaboració pròpia.

Periode	IBNR	sd.ibnr	Q1.ibnr	Q5.ibnr	Q50.ibnr	Q95.ibnr	Q99.ibnr
1	1080.03	5518.69	0	0	12.36	4463.95	18410.93
2	1566.94	6516.93	0	0	23.60	6743.16	26984.97
3	2017.02	18004.16	0	0	0.95	6196.81	27890.91
4	562.95	3540.95	0	0	0.00	1784.58	14563.43
5	601.70	4330.71	0	0	0.00	1164.76	16211.31
6	560.36	5328.88	0	0	0.00	320.47	14324.46
7	564.74	8578.52	0	0	0.00	52.72	6811.23
8	318.46	4407.08	0	0	0.00	40.19	3985.04
9	438.09	4610.94	0	0	0.00	64.83	7176.01
10	405.86	3342.19	0	0	0.00	166.20	11389.52
11	532.15	5203.47	0	0	0.00	108.20	9817.41
12	580.51	8395.75	0	0	0.00	17.93	6280.53
13	213.28	2280.78	0	0	0.00	0.06	5107.63
14	218.19	2039.34	0	0	0.00	0.32	7635.91
15	356.61	4414.38	0	0	0.00	0.00	4625.72
16	111.39	1076.31	0	0	0.00	0.00	2682.20

17	346.33	6527.28	0	0	0.00	0.00	3413.47
18	190.49	1875.03	0	0	0.00	1.82	5704.92
19	119.23	1455.08	0	0	0.00	0.00	3138.67
20	97.93	1464.25	0	0	0.00	0.00	1633.84
21	30.03	483.58	0	0	0.00	0.01	268.04
22	6.36	176.71	0	0	0.00	0.00	12.16
23	0.48	14.90	0	0	0.00	0.00	0.00
Tot.	10919.16	30747.73	0	0	984.25	57349.88	135704.81

Taula 2: Estimació de reserves IBNR amb bootstrapping escenari inflació original. Elaboració pròpia.

Period	TOTAL	sd.total	Q1.total	Q5.total	Q50.total	Q95.total	Q99.total
1	104046.30	121123.32	684.27	8845.79	90167.04	228194.49	394855.58
2	56993.15	58915.79	0.04	683.68	46765.82	156608.16	253957.99
3	37511.79	56909.63	0.00	54.97	26312.61	106069.68	250672.29
4	25082.66	45828.03	0.00	4.53	12488.81	86478.16	219470.31
5	16694.37	30959.40	0.00	0.00	6284.48	62375.18	151621.34
6	15391.70	52529.52	0.00	0.00	3407.29	54547.39	152659.07
7	9943.11	28237.26	0.00	0.00	1646.11	38420.28	108566.40
8	6100.44	13097.37	0.00	0.00	453.60	28271.34	68561.30
9	5674.57	24561.88	0.00	0.00	161.81	25173.22	60937.17
10	3237.66	8335.69	0.00	0.00	12.56	18820.44	43291.94
11	2473.09	9150.22	0.00	0.00	0.00	12226.88	44484.18
12	1467.57	9095.93	0.00	0.00	0.00	6174.78	29168.08
13	835.02	3949.47	0.00	0.00	0.00	4135.29	19528.95
14	505.75	2934.94	0.00	0.00	0.00	2236.25	10971.48
15	482.61	4564.02	0.00	0.00	0.00	649.07	9633.74
16	137.32	1129.61	0.00	0.00	0.00	33.73	3470.15
17	346.53	6527.27	0.00	0.00	0.00	0.31	3413.47
18	190.49	1875.03	0.00	0.00	0.00	1.82	5704.92
19	119.23	1455.08	0.00	0.00	0.00	0.00	3138.67
20	97.93	1464.25	0.00	0.00	0.00	0.00	1633.84
21	30.03	483.58	0.00	0.00	0.00	0.01	268.04
22	6.36	176.71	0.00	0.00	0.00	0.00	12.16
23	0.48	14.90	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Tot.	287368.16	179187.68	6175.23	76627.65	266013.42	536073.45	874028.25

Taula 3: Estimació de reserves Totals amb bootstrapping escenari inflació original. Elaboració pròpia.

Periode	RBNS	sd.rbns	Q1.rbns	Q5.rbns	Q50.rbns	Q95.rbns	Q99.rbns
1	86754.06	69506.93	75.98	6597.05	75545.30	191688.21	376468.48
2	49040.81	55050.65	0.10	625.32	38731.58	129652.03	253993.44
3	28797.31	34082.72	0.00	15.29	18895.95	96400.89	159870.86
4	22874.20	41493.74	0.00	0.10	11356.00	82776.63	201293.05
5	17586.45	56007.33	0.00	0.00	6384.27	66302.68	120104.98
6	12745.79	42249.02	0.00	0.00	2928.40	46187.35	95495.89
7	10101.50	53120.01	0.00	0.00	1068.60	33364.79	106435.09
8	7314.10	22168.90	0.00	0.00	449.66	30744.90	78743.00

9	3851.25	9952.60	0.00	0.00	51.04	18690.45	42064.02
10	2383.50	7458.33	0.00	0.00	1.36	13748.50	34383.93
11	1246.86	3789.23	0.00	0.00	0.00	8173.47	18460.05
12	805.90	3734.71	0.00	0.00	0.00	4425.64	14179.27
13	468.46	2348.71	0.00	0.00	0.00	2305.59	11817.82
14	207.63	1674.48	0.00	0.00	0.00	284.16	5766.11
15	64.90	670.42	0.00	0.00	0.00	12.00	1936.30
16	25.07	385.12	0.00	0.00	0.00	0.00	62.97
17	0.34	5.71	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
18	0.04	1.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
21	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
23	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Tot.	244268.17	153983.88	2606.70	51019.28	229583.09	480649.50	653655.79

Taula 4: Estimació de reserves RBNS amb bootstrapping escenari inflació baixa. Elaboració pròpia.

Periode	IBNR	sd.ibnr	Q1.ibnr	Q5.ibnr	Q50.ibnr	Q95.ibnr	Q99.ibnr
1	921.38	5160.77	0	0	8.79	3519.64	16878.43
2	1664.05	10106.26	0	0	32.26	6289.75	19657.52
3	1649.70	9043.57	0	0	0.28	7067.71	25752.42
4	709.05	5450.19	0	0	0.00	2336.33	12733.16
5	557.89	5217.11	0	0	0.00	412.17	11593.95
6	378.22	3526.00	0	0	0.00	150.88	8986.46
7	283.95	3083.29	0	0	0.00	37.06	5667.60
8	372.15	5337.42	0	0	0.00	62.92	8589.31
9	332.39	2654.72	0	0	0.00	5.48	11920.20
10	524.71	8584.68	0	0	0.00	29.98	8028.59
11	439.77	4043.18	0	0	0.00	276.53	11738.57
12	578.98	9175.91	0	0	0.00	40.58	8401.65
13	512.35	6901.20	0	0	0.00	6.58	9866.84
14	226.13	2592.30	0	0	0.00	4.43	5766.68
15	159.57	2115.49	0	0	0.00	0.00	2212.25
16	55.28	656.53	0	0	0.00	0.00	1269.07
17	46.38	471.21	0	0	0.00	0.00	1380.00
18	124.12	1375.89	0	0	0.00	0.11	3024.65
19	418.64	8940.45	0	0	0.00	0.28	4256.86
20	31.63	615.18	0	0	0.00	0.00	467.45
21	98.59	2728.59	0	0	0.00	0.00	297.08
22	20.57	407.76	0	0	0.00	0.00	30.73
23	0.01	0.42	0	0	0.00	0.00	0.00
Tot.	10105.50	29380.27	0	0	824.61	52898.56	135015.41

Taula 5: Estimació de reserves IBNR amb bootstrapping escenari inflació baixa. Elaboració pròpia.

Period	TOTAL	sd.total	Q1.total	Q5.total	Q50.total	Q95.total	Q99.total
1	87675.45	69930.69	102.99	6597.14	76469.68	195582.37	376476.15
2	50704.87	56215.96	0.10	705.23	40030.30	131486.28	262870.39
3	30447.01	36154.72	0.00	15.41	20490.75	98376.07	164431.21
4	23583.25	41745.40	0.00	0.35	11773.26	84449.64	201293.05
5	18144.34	56215.17	0.00	0.00	6739.18	67719.17	122766.41
6	13124.01	42405.11	0.00	0.00	3054.48	46593.20	95527.03
7	10385.45	53220.08	0.00	0.00	1176.56	34250.37	106435.09
8	7686.25	24668.23	0.00	0.00	538.20	31609.37	78743.00
9	4183.64	10347.34	0.00	0.00	67.14	20273.30	46625.68
10	2908.21	11368.60	0.00	0.00	4.33	14807.09	44363.83
11	1686.62	5553.94	0.00	0.00	0.00	9770.03	25198.73
12	1384.88	9882.87	0.00	0.00	0.00	5836.86	25966.77
13	980.81	7281.90	0.00	0.00	0.00	3090.78	17371.42
14	433.76	3076.84	0.00	0.00	0.00	1436.56	7605.79
15	224.47	2215.26	0.00	0.00	0.00	81.80	3544.76
16	80.34	775.43	0.00	0.00	0.00	2.64	2473.73
17	46.72	471.22	0.00	0.00	0.00	0.03	1380.00
18	124.15	1375.89	0.00	0.00	0.00	0.13	3024.65
19	418.64	8940.45	0.00	0.00	0.00	0.28	4256.86
20	31.63	615.18	0.00	0.00	0.00	0.00	467.45
21	98.59	2728.59	0.00	0.00	0.00	0.00	297.08
22	20.57	407.76	0.00	0.00	0.00	0.00	30.73
23	0.01	0.42	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Tot.	254373.68	158370.45	2606.70	53077.31	236360.34	499193.90	683068.59

Taula 6: Estimació de reserves Totals amb bootstrapping escenari inflació baixa. Elaboració pròpia.

Periode	RBNS	sd.rbns	Q1.rbns	Q5.rbns	Q50.rbns	Q95.rbns	Q99.rbns
1	112025.04	92427.77	1443.62	11500.75	95124.51	259127.61	447925.19
2	60706.95	69278.96	0.94	1058.25	48193.51	157955.09	323516.68
3	39786.95	60781.33	0.00	31.75	26977.48	111679.41	249948.83
4	29341.15	65494.16	0.00	1.55	13480.11	93083.31	328762.96
5	20500.77	64404.78	0.00	0.00	7272.44	73958.56	168924.23
6	17046.80	50396.09	0.00	0.00	4061.54	63822.86	168319.06
7	11397.69	30418.02	0.00	0.00	1906.49	45964.60	113429.02
8	8129.59	26844.32	0.00	0.00	551.30	36923.43	95119.01
9	5009.77	13657.81	0.00	0.00	76.33	25874.53	60690.65
10	2987.66	9987.86	0.00	0.00	6.16	16707.12	41774.34
11	2028.86	7899.82	0.00	0.00	0.00	9679.35	35005.87
12	1077.84	4370.39	0.00	0.00	0.00	6304.34	24602.09
13	663.50	3180.83	0.00	0.00	0.00	3109.42	16390.83
14	269.33	1982.50	0.00	0.00	0.00	249.91	9190.68
15	86.51	775.12	0.00	0.00	0.00	24.77	2911.26
16	21.39	244.71	0.00	0.00	0.00	0.00	237.16
17	0.69	10.37	0.00	0.00	0.00	0.00	2.28
18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

21	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
23	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Tot.	311080.50	194868.76	9210.20	75680.89	285684.12	622617.70	1074138.95

Taula 7: Estimació de reserves RBNS amb bootstraping escenari inflació alta. Elaboració pròpia.

Periode	IBNR	sd.ibnr	Q1.ibnr	Q5.ibnr	Q50.ibnr	Q95.ibnr	Q99.ibnr
1	1144.39	4738.87	0	0	10.25	6182.59	18955.85
2	2395.30	19856.69	0	0	44.41	8627.75	27923.80
3	1505.19	8920.95	0	0	0.80	5920.86	28036.21
4	711.68	4330.79	0	0	0.00	2346.16	13883.00
5	812.04	10326.93	0	0	0.00	926.98	14006.34
6	381.11	4944.88	0	0	0.00	120.14	5982.43
7	793.65	12972.42	0	0	0.00	57.78	10278.75
8	363.83	3251.04	0	0	0.00	57.67	8160.64
9	569.47	5460.51	0	0	0.00	33.27	15213.07
10	935.56	14257.47	0	0	0.00	53.48	15882.82
11	698.39	7391.60	0	0	0.00	45.73	14930.02
12	687.50	11119.64	0	0	0.00	37.55	6421.67
13	709.82	9893.57	0	0	0.00	7.74	7729.69
14	320.63	4762.85	0	0	0.00	6.37	5433.17
15	210.14	3277.20	0	0	0.00	0.18	5401.47
16	261.95	2921.92	0	0	0.00	0.00	3517.86
17	355.81	6099.95	0	0	0.00	0.12	6745.80
18	302.55	2323.22	0	0	0.00	0.14	10767.46
19	134.74	1759.68	0	0	0.00	0.00	2112.99
20	169.04	2357.56	0	0	0.00	0.59	1794.93
21	21.50	283.52	0	0	0.00	0.00	497.88
22	11.47	233.13	0	0	0.00	0.00	17.95
23	0.53	13.72	0	0	0.00	0.00	0.00
Tot.	13496.27	42324.03	0	0	1202.10	72516.89	209877.50

Taula 8: Estimació de reserves IBNR amb bootstraping escenari inflació alta. Elaboració pròpia.

Period	TOTAL	sd.total	Q1.total	Q5.total	Q50.total	Q95.total	Q99.total
1	113169.42	92441.50	1443.62	12288.07	96469.37	259131.92	447925.19
2	63102.26	72690.67	0.94	1282.54	49187.60	159274.67	325318.62
3	41292.14	62001.71	0.00	36.32	28424.38	116822.77	260404.07
4	30052.83	65843.16	0.00	3.14	14061.77	93255.23	328762.99
5	21312.81	65181.22	0.00	0.01	7539.68	74549.36	172287.93
6	17427.91	50583.88	0.00	0.00	4349.87	64126.49	168319.06
7	12191.35	33004.57	0.00	0.00	2006.54	46983.18	116547.68
8	8493.42	27027.69	0.00	0.00	600.49	37536.04	95119.01
9	5579.24	14584.41	0.00	0.00	127.06	27563.37	74689.28
10	3923.22	17294.38	0.00	0.00	11.12	19691.37	45026.37
11	2727.25	10787.88	0.00	0.00	0.00	14710.46	44625.99
12	1765.34	11908.13	0.00	0.00	0.00	7606.43	29299.59
13	1373.32	10356.35	0.00	0.00	0.00	4861.63	22419.98
14	589.95	5146.94	0.00	0.00	0.00	1223.39	16648.90
15	296.64	3363.08	0.00	0.00	0.00	258.17	5904.01
16	283.34	2930.24	0.00	0.00	0.00	40.66	4839.80
17	356.50	6099.92	0.00	0.00	0.00	5.94	6745.80

18	302.55	2323.22	0.00	0.00	0.00	0.14	10767.46
19	134.74	1759.68	0.00	0.00	0.00	0.00	2112.99
20	169.04	2357.56	0.00	0.00	0.00	0.59	1794.93
21	21.50	283.52	0.00	0.00	0.00	0.00	497.88
22	11.47	233.13	0.00	0.00	0.00	0.00	17.95
23	0.53	13.72	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Tot.	324576.77	200955.31	9221.95	85440.88	295349.32	658898.60	1144122.82

Taula 9: Estimació de reserves Totals amb bootstrapping escenari inflació alta. Elaboració pròpia.