

# Educación matemática en contexto: de 3 a 6 años

Àngel Alsina

62



CUADERNOS DE EDUCACIÓN

**Ángel Alsina** es doctor en Psicología por la Universidad Autónoma de Barcelona y profesor de Didáctica de la Matemática en la Universidad de Girona. Sus líneas de investigación están centradas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades y en la formación del profesorado. Ha publicado numerosos artículos científicos y libros sobre cuestiones de educación matemática, y ha llevado a cabo múltiples actividades de formación permanente del profesorado de matemáticas en toda la geografía española y en América Latina.



# CUADERNOS DE EDUCACIÓN

62

ÀNGEL ALSINA

EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
EN CONTEXTO:  
de 3 a 6 años

**ICE - HORSORI**

Universitat de Barcelona

Director: César Coll

Consejo de Redacción: Carmen Albadalejo, Iñaki Echebarría,  
Francesc Segú, Núria Casals

Primera edición: marzo 2011

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización de los titulares del «Copyright», bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos.

I.C.E. Universitat de Barcelona  
Pg. Vall d'Hebron, 171. Edifici de Migdia (08035) Barcelona

Horsori Editorial, S.L.  
Rbla. Fabra i Puig, 10-12, 1r 1a (08030) Barcelona  
<http://www.horsori.net>

© Àngel Alsina  
© I.C.E. Universitat de Barcelona - © Horsori Editorial, S.L.

Depósito Legal: SE-2246-2011  
I.S.B.N: 978-84-96108-95-0  
Impreso en Publidisa

A mi madre, por su fortaleza.

Y a Dalmau, por andar ni detrás de mí  
ni delante de mí, sino a mi lado.

## ÍNDICE

|                                                                                     |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Agradecimientos .....                                                               | 9   |
| Introducción.....                                                                   | 11  |
| Capítulo 1. Relaciones y cambios cualitativos .....                                 | 25  |
| 1. Relaciones y cambios cualitativos: conocimientos<br>disciplinares.....           | 26  |
| 2. Relaciones y cambios cualitativos: conocimientos<br>didácticos.....              | 35  |
| Capítulo 2. Relaciones y cambios cuantitativos.....                                 | 63  |
| 1. Relaciones y cambios cuantitativos: conocimientos<br>disciplinares.....          | 64  |
| 2. Relaciones y cambios cuantitativos: conocimientos<br>didácticos.....             | 75  |
| Capítulo 3. Relaciones y cambios de posición y<br>de forma.....                     | 103 |
| 1. Relaciones y cambios de posición y de forma:<br>conocimientos disciplinares..... | 105 |
| 2. Relaciones y cambios de posición y de forma:<br>conocimientos didácticos.....    | 118 |

|                                                                                                       |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Capítulo 4. Relaciones y cambios entre atributos<br>medibles.....                                     | 145 |
| 1. Relaciones y cambios entre atributos medibles:<br>conocimientos disciplinares.....                 | 146 |
| 2. Relaciones y cambios entre atributos medibles:<br>conocimientos didácticos.....                    | 155 |
| Capítulo 5. Un enfoque globalizado de la Educación<br>Matemática en las primeras edades.....          | 181 |
| 1. Hacia un enfoque globalizado de la Educación<br>Matemática .....                                   | 182 |
| 2. Una propuesta de sistematización de la didáctica<br>de las matemáticas en las primeras edades..... | 190 |
| Referencias bibliográficas.....                                                                       | 219 |

## AGRADECIMIENTOS

Buena parte del contenido de este libro se ha construido gracias a las actividades de aprendizaje en contexto implementadas por maestras y maestros del 2º ciclo de Educación Infantil de varios lugares de la geografía española (Girona, Lleida, Pamplona y Sevilla). Todos estos profesionales, sin esperar nada a cambio, han aceptado comunicar una experiencia de su práctica docente con el propósito compartido de aportar un granito de arena al desarrollo y a la mejora profesional de los lectores.

Lamentablemente, no siempre es habitual dar sin esperar nada a cambio y, menos aún, en el ámbito de las relaciones (a menudo pseudorrelaciones) profesionales, en las que las reglas del juego se basan cada vez más en la competitividad y menos en el altruismo y la generosidad. Por este motivo, todavía agradezco más las aportaciones desinteresadas que he recibido por parte de las maestras y maestros que participan en este libro.

Quiero dar las gracias también a Consuelo Palacios, asesora de Educación Infantil del Centro del Profesorado (CEP) de Castilleja de la Cuesta (Sevilla) y a Carmela Cortés, asesora de Educación Infantil del Centro de Apoyo al Profesorado (CAP) de Pamplona. Primero, por haberme brindado la oportunidad de aprender a través de y junto con las maestras y maestros que han participado en los cursos “Desarrollo del pensamiento matemático en Educación Infantil (3-6 años)” en el CEP de Castilleja de la Cuesta y “Buenas prácticas para el desarrollo de la

competencia matemática en Educación Infantil” en el CAP de Pamplona durante el curso 2009-2010, ya que los trabajos que han realizado en el marco de estas actividades de formación, en las que he participado como ponente, han sido el punto de partida para nutrir este libro. Segundo, por el acompañamiento recibido durante la estancia en Sevilla y en Pamplona. Y tercero, por el apoyo incondicional durante todo el proceso de planificación y elaboración de *Educación matemática en contexto de 3 a 6 años*. La inestimable ayuda de Consuelo y Carmela, junto con las constantes muestras de apoyo recibidas por parte de las maestras y maestros que colaboran en este libro, han permitido que dicho proceso haya sido muy gratificante, a la vez que un espacio compartido de aprendizaje.

Finalmente, quiero expresar mi agradecimiento a Mertxe Sola y al resto de su equipo del Departamento de Educación del Gobierno de Navarra, por sus valiosas aportaciones en la elaboración de los indicadores de evaluación de matemáticas del currículo del 2º ciclo de Educación Infantil que concluyen cada capítulo.

## INTRODUCCIÓN

*¿Cómo debería tener lugar el proceso de aprendizaje matemático a cualquier nivel? De una forma semejante a la que el hombre ha seguido en su creación de las ideas matemáticas, de modo parecido al que el matemático activo utiliza al enfrentarse con la matematización de la parcela de la realidad de la que se ocupa. Se trata, en primer lugar, de ponernos en contacto con la realidad matematizable que ha dado lugar a los conceptos matemáticos que queremos explorar con nuestros alumnos.*

M. de Guzmán (2001)

Todos los lectores de este libro comparten un interés común: ayudar a los niños y niñas de 3 a 6 años a desarrollar su pensamiento matemático. Probablemente, no es el primer libro que consultan con esta finalidad puesto que en el mercado bibliográfico existen diversos manuales que, con más o menos acierto, describen enfoques y estrategias didácticas. Pero sólo las describen.

Los años de investigación dedicados a la Educación Matemática en las primeras edades, así como la experiencia acumulada en formación inicial y permanente de maestros de Educación

Infantil, me han permitido constatar algunas evidencias que expongo a continuación:

- Muchos profesionales (educadoras de Escuelas Infantiles, maestras de 2º ciclo de Educación Infantil, etc.) necesitan actualizar sus conocimientos disciplinares y didácticos para enseñar matemáticas en las primeras edades, sobre todo a partir de la implementación de currículos orientados a la adquisición de capacidades y competencias.
- La mayor parte de estos profesionales reciben estos conocimientos de forma, a menudo, descontextualizada, por parte de un experto en la materia (a través de libros, artículos, conferencias, etc.).
- Tanto estos profesionales en activo como las futuras maestras y maestros de Educación Infantil reivindican que para aprender a enseñar matemáticas no necesitan sólo saber leer palabras o escuchar discursos. Descrito de forma muy simple, en múltiples diálogos reflexivos afirman que alguna cosa no funciona teniendo a un grupo reducido de expertos diciendo qué debe hacerse en las aulas y otro grupo muy extenso de profesorado en activo y aprendices de maestro haciéndolo. Este es un aspecto que ha dado lugar a mucha literatura (para profundizar sobre el tema, consultar Esteve, Melief y Alsina, 2010), pero que a grandes rasgos pretende señalar que las personas que se forman, tanto en la formación inicial como permanente, reciben un conocimiento ya construido que, a menudo, es difícilmente aplicable en su propio contexto.

*Educación matemática en contexto de 3 a 6 años* pretende romper con esta forma estereotipada de aprender a enseñar matemáticas. Así, el núcleo principal lo constituye la presentación de situaciones de aprendizaje en contextos de vida cotidiana: se trata de actividades implementadas por muchas maestras y maestros del 2º ciclo de Educación Infantil que, en realidad, son los verdaderos artífices de este libro.

## *¿Qué es un contexto? ¿Para qué sirve?*

Una primera aproximación a la idea de contexto permite distinguir en él un complejo nudo de interacciones entre el entorno físico y el entorno sociocultural, dimensiones múltiples que se enlazan, pero que resultan difíciles de analizar conjuntamente (Lacasa y Herranz, 1989). Parece, pues, que un contexto es una situación particular que tiene la virtud de explicar diversas acciones e interacciones entrelazadas entre sí en función de una intención por parte del formador. Además, puede dar lugar a interpretaciones diferentes. Y en esta función radica, para mí, el poder de las situaciones de aprendizaje en contexto: el hecho de que permitan más de una interpretación facilita la construcción o la reconstrucción del conocimiento personal adecuándolo al propio contexto. Dicho de otra forma, las actividades que provienen de la práctica que se presentan en este libro no transmiten necesariamente un conocimiento elaborado por otro, sino que son un andamio para construir o reconstruir el propio conocimiento.

Desde el ámbito de la Educación Matemática, un contexto es una situación más o menos problemática que puede ser objeto de estudio y que genera preguntas o problemas que requieren las matemáticas para contestarlas o resolverlas. Desde esta perspectiva, en matemáticas, un contexto no debería entenderse sólo como el contexto del aula; el contexto social o familiar de la escuela o del alumno; o el contexto histórico, sino que es un término mucho más general que engloba todas aquellas situaciones y actividades que tienen sentido para el alumno y fomentan su pensamiento matemático crítico (Niss, 1995). Ante esta perspectiva, surgen algunas preguntas: ¿por qué es interesante utilizar contextos en la clase de matemáticas?; ¿qué funciones tienen?; ¿para qué sirven?; ¿qué tipos de contextos podemos utilizar?; ¿cómo trabajar?

Reeuwijk (1997), investigador y educador del Instituto Freudenthal de la Universidad de Utrecht (Holanda), expone cinco motivos para utilizar contextos:

1. Pueden motivar a los alumnos. Asimismo, pueden ayudarles a comprender por qué las matemáticas son útiles y necesarias. Pueden aclarar por qué ciertos ámbitos de las matemáticas revisten importancia, y pueden contribuir a

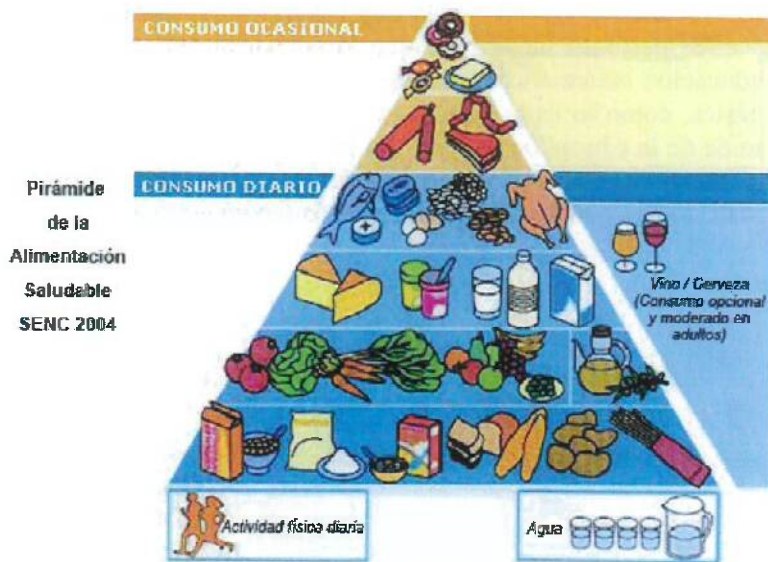
que los alumnos entiendan el modo en que se emplean las matemáticas en la sociedad y en la vida cotidiana.

2. El uso de contextos puede favorecer que los propios alumnos aprendan a usar las matemáticas en la sociedad, además de descubrir qué matemáticas son relevantes para su educación y profesión posteriores.
3. Los contextos pueden incrementar el interés de los alumnos por las matemáticas y la ciencia en general.
4. Los contextos pueden despertar la creatividad de los alumnos, impulsarlos a utilizar estrategias informales y de sentido común al afrontar, por ejemplo, la resolución de una situación problemática o de un juego.
5. Un buen contexto puede actuar como mediador entre la situación concreta y las matemáticas abstractas.

El uso de contextos en la clase de matemáticas, pues, puede contribuir a facilitar el aprendizaje de esta disciplina, pero sobre todo a comprender cuál es el sentido de las matemáticas, cuáles son sus verdaderas funciones: formativa, teniendo en cuenta que los contextos permiten pasar progresivamente de situaciones concretas o situaciones abstractas (matematización progresiva); instrumental, al considerar que los contextos son, en realidad, herramientas que favorecen la motivación, el interés o el significado de las matemáticas; y aplicada, al fomentar el uso de las matemáticas en contextos no exclusivamente escolares y, por lo tanto, contribuir a la formación de personas matemáticamente más competentes.

### ***¿Qué contextos de aprendizaje pueden utilizarse para enseñar matemáticas en las primeras edades?***

En Alsina (2010) se plantea una comparación muy simple para ilustrar distintos contextos de aprendizaje que se pueden usar en y fuera de las aulas: de la pirámide de la alimentación a la pirámide de la educación matemática. En este símil, se parte de la base que la medicina especializada en nutrición ha sabido educar a la sociedad en materia de alimentación de una forma muy simple, a través de la pirámide de la alimentación.



*Figura 1: Pirámide de la alimentación (SENC, 2004).*

Todos conocemos, con mayor o menor detalle, que es lo que debemos comer a menudo para mantener sana nuestra salud o lo que no deberíamos comer prácticamente nunca. Así, la Pirámide de Nutrición Saludable (SENC, 2004), es un gráfico que indica de forma sencilla el tipo de alimentos que son necesarios para llevar una dieta equilibrada y su frecuencia de consumo más recomendable. No descarta ninguno, sólo informa sobre la conveniencia de restringir algunos de ellos a una ingesta ocasional y, por eso, es una herramienta muy útil para el consumidor preocupado por hacer de su alimentación una garantía de salud. En la base de la pirámide están los alimentos que se pueden y deben consumir diariamente. Ahí están las patatas, los cereales y sus derivados, las verduras, hortalizas, frutas, leche y sus derivados, y el aceite de oliva. Después aparecen los que deben tomarse alternativamente varias veces a la semana, son las legumbres, frutos secos, pescados, huevos y carnes magras. Por último, en la cúspide, se encuentran los alimentos que sólo

hay que comer de forma ocasional, concretamente carnes grasas, pastelería, bollería, azúcares y bebidas refrescantes.

Si partimos de la base que la educación en general y la educación matemática en particular son también una necesidad básica, como lo es la alimentación, podemos diseñar una pirámide de la educación matemática en la que se presenten de forma sencilla distintos contextos para desarrollar el pensamiento matemático y su frecuencia de uso más recomendable.



*Figura 2: Pirámide de la educación matemática (Alsina, 2010).*

Como en el caso de la pirámide de la alimentación, no se descarta ningún contexto, sólo se informa sobre la conveniencia de restringir algunos de ellos a un uso ocasional durante las primeras edades de escolarización y, por eso, puede ser una

herramienta muy útil para el profesorado preocupado por hacer de su metodología una garantía de educación matemática.

En la base de este diagrama piramidal están los contextos que necesitan todos los niños y niñas para aprender y que, por lo tanto, se podrían y deberían “consumir” diariamente para desarrollar la competencia matemática. Ahí están las situaciones problemáticas que surgen en la vida cotidiana de cada día; la observación y el análisis de los elementos matemáticos de nuestro contexto (matematización del entorno); el movimiento como actividad básica para interiorizar, por ejemplo, conocimientos geométricos diversos; la posibilidad de vivenciar elementos matemáticos a través del propio cuerpo; la manipulación con materiales diversos, dado que la acción sobre los objetos posibilita que los alumnos puedan elaborar esquemas mentales de conocimiento; o bien el uso de juegos, entendidos como la resolución de situaciones problemáticas. Después aparecen los que deben “tomarse” alternativamente varias veces a la semana, como las situaciones de aprendizaje mediante recursos literarios con un contenido matemático: cuentos populares, narraciones, novelas, canciones, adivinanzas, etc.; o los recursos tecnológicos como el ordenador y la calculadora. Por último, en la cúspide, se encuentran los contextos de aprendizaje que deberían usarse de forma ocasional: los libros o cuadernos de actividades. Sin embargo, los cuadernos continúan ejerciendo un control considerable en el diseño y el desarrollo de la enseñanza de las matemáticas o, dicho de otra manera, en el trabajo diario de buena parte del profesorado de Educación Infantil. Por lo que, en realidad, en la práctica diaria de muchas maestras y maestros este organigrama piramidal está invertido: en la base están los cuadernos de actividades, que vendrían a ser como las carnes grasas o los pasteles; mientras que la matematización del entorno, el uso de materiales manipulables, juegos, etc. “se consumen muy poco”. En nutrición, la inversión de la pirámide conlleva problemas de salud como, por ejemplo, la obesidad. En educación matemática, la inversión del organigrama piramidal que aquí planteamos conlleva también graves problemas. Estos problemas han sido analizados desde distintas disciplinas como la psicología educativa, la pedagogía o la educación matemática: aprendizajes poco significativos, desmoti-

vación, falta de comprensión, etc., y son los que han dado lugar, en términos generales, a una escasa competencia matemática.

De acuerdo con los parámetros anteriores, en *Educación matemática en contexto de 3 a 6 años* vamos a hacer especial hincapié en los contextos de aprendizaje que se encuentran en la base de la pirámide de la educación matemática, es decir, en aquellos contextos que deberíamos usar más a menudo para desarrollar el pensamiento matemático de los niños y niñas de las primeras edades: las situaciones de la vida cotidiana, el entorno inmediato, etc.

El enfoque de la Educación Matemática Realista (EMR) encabezado por Freudenthal (1991) ha impulsado, entre otros, este tipo de contextos de aprendizaje. En su etapa inicial, la EMR se sustentó en las siguientes características:

- El uso de contextos como vehículos para el crecimiento entre lo concreto y lo abstracto.
- El uso de modelos matemáticos (materiales manipulables, etc.) como columna vertebral del progreso.
- El uso de las construcciones y producciones libres de los alumnos en los procesos de enseñanza/aprendizaje.
- El entrelazado de los diversos ejes en el currículum de matemáticas.

Actualmente, la EMR se fundamenta en seis principios fundamentales (Alsina, 2009a):

| <i>Principio</i>    | <i>¿Qué es?</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <i>¿Cómo puede trabajarse?</i>                                                                                                                                                  |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>De actividad</i> | <p>Las matemáticas se consideran una actividad humana.</p> <p>La finalidad de las matemáticas es <i>matematizar</i> (organizar) el mundo que nos rodea, incluyendo la propia matemática.</p> <p>La matematización es una actividad de búsqueda y de resolución de problemas, pero también es una actividad de organización de un tema.</p> | <p>Matematizar implica principalmente generalizar y formalizar.</p> <p>Formalizar conlleva modelizar, simbolizar, esquematizar y definir, y generalizar conlleva reflexión.</p> |

|                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>De realidad</i>          | <p>Las matemáticas se aprenden haciendo matemáticas en <i>contextos reales</i>.</p> <p>Un contexto real se refiere tanto a situaciones problemáticas de la vida cotidiana y situaciones problemáticas que son reales en la mente de los alumnos.</p>                                                                                                                                | <p>El contexto de los problemas que se presentan a los alumnos puede ser el mundo real, pero esto no es necesariamente siempre así.</p> <p>Es necesario que progresivamente se desprendan de la vida cotidiana para adquirir un carácter más general, o sea, para transformarse en modelos matemáticos.</p>                                                                                                                       |
| <i>De niveles</i>           | <p>Los alumnos pasan por distintos niveles de comprensión:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Situacional: en el contexto de la situación.</li> <li>- Referencial: esquematización a través de modelos, descripciones, etc.</li> <li>- General: exploración, reflexión y generalización.</li> <li>- Formal: procedimientos estándares y notación convencional.</li> </ul> | <p>Esquematización progresiva (profesor) y reinención guiada (aprendiz): las situaciones de la vida cotidiana son matematizadas para formar relaciones más formales y estructuras abstractas.</p>                                                                                                                                                                                                                                 |
| <i>De reinención guiada</i> | <p>Proceso de aprendizaje que permite reconstruir el conocimiento matemático formal.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <p>Presentar situaciones problemáticas abiertas que ofrezcan una variedad de estrategias de solución.</p> <p>Permitir que los alumnos muestren sus estrategias e invenciones a otros.</p> <p>Discutir el grado de eficacia de las estrategias usadas.</p>                                                                                                                                                                         |
| <i>De interacción</i>       | <p>La enseñanza de las matemáticas es considerada una actividad social.</p> <p>La interacción entre los alumnos y entre los alumnos y los maestros puede provocar que cada uno reflexione a partir de lo que aportan los demás y así poder alcanzar niveles más altos de comprensión.</p>                                                                                           | <p>La negociación explícita, la intervención, la discusión, la cooperación y la evaluación son elementos esenciales en un proceso de aprendizaje constructivo en el que los métodos informales del alumno son usados como una plataforma para alcanzar los formales.</p> <p>En esta instrucción interactiva, los alumnos son estimulados a explicar, justificar, convenir y discrepar, cuestionar alternativas y reflexionar.</p> |
| <i>De interconexión</i>     | <p>Los bloques de contenido matemático (numeración y cálculo, álgebra, geometría...) no pueden ser tratados como entidades separadas.</p>                                                                                                                                                                                                                                           | <p>Las situaciones problemáticas deberían incluir contenidos matemáticos interrelacionados.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

*Cuadro 1: Principios de la EMR.*

Así, pues, de forma muy sintética, los rasgos más significativos de la EMR son los siguientes:

- Se trata de un enfoque en el que se utilizan situaciones de la vida cotidiana o problemas contextuales como punto de partida para aprender matemáticas. Progresivamente, estas situaciones son matematizadas a través de modelos, mediadores entre lo abstracto y lo concreto, para formar relaciones más formales y estructuras abstractas.
- Se apoya en la interacción en el aula entre los alumnos y entre el maestro y los alumnos. Esta interacción, que debe ser intensa, permitirá a los maestros construir sus clases teniendo en cuenta las producciones de los alumnos.
- Otra idea clave es que a los niños y niñas se les debería dar la oportunidad de reinventar las matemáticas bajo la guía de un adulto en lugar de intentar transmitirles una matemática preconstruida.

Las aportaciones de la EMR nos parecen muy relevantes para una educación matemática de calidad al incidir en aspectos que consideramos clave, como el uso de contextos para respetar el paso de lo concreto a lo abstracto (matematización progresiva); la interacción en el aula para fomentar el andamiaje colectivo; o bien las conexiones, tanto entre los diferentes bloques de contenido matemático como con otras disciplinas y con el entorno, aspecto que trataremos con mayor profundidad en el último capítulo de este libro, en el que se presenta un enfoque globalizado de la Educación Matemática en las primeras edades basado en las conexiones.

### ***¿Cómo enseñar matemáticas en las primeras edades a partir de un contexto de vida cotidiana?***

Para trabajar contextos de aprendizaje que se encuentran en la base de La Pirámide de la Educación Matemática –situaciones de la vida cotidiana, el entorno inmediato, etc.– a partir de los planteamientos de la EMR es necesario considerar diversas fases:

| <i>Educación matemática en contextos de vida cotidiana</i> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Fase 1:<br/>matematización<br/>del contexto</i>         | <ul style="list-style-type: none"> <li>- En esta fase todavía no intervienen los alumnos.</li> <li>- Consiste en analizar todos los contenidos matemáticos (de numeración y cálculo, geometría, álgebra, medida y análisis de datos y probabilidad) que pueden trabajarse en el contexto de aprendizaje elegido.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                      |
| <i>Fase 2:<br/>trabajo previo<br/>en el aula</i>           | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Se pacta el contexto de aprendizaje: el patio de la escuela; la plaza del pueblo; etc.</li> <li>- Se inicia un diálogo con los alumnos para recoger sus conocimientos previos y experiencias a través de preguntas como: ¿qué matemáticas hay en...?</li> <li>- Entre todos se decide el material necesario para documentar el trabajo en contexto: una cámara digital, una cinta métrica, una calculadora, una libreta para anotar los descubrimientos o para dibujar, etc.</li> </ul> |
| <i>Fase 3:<br/>trabajo<br/>en contexto</i>                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Los alumnos descubren las matemáticas que hay en el contexto de aprendizaje elegido.</li> <li>- Documentan lo que van descubriendo a través de fotografías, dibujos, anotaciones en la libreta, etc.</li> <li>- El docente interviene haciendo preguntas, sobre todo, más que dando explicaciones.</li> </ul>                                                                                                                                                                           |
| <i>Fase 4:<br/>Trabajo<br/>posterior<br/>en el aula</i>    | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Se establece un diálogo con los alumnos para que comuniquen lo que han descubierto, procurando que utilicen un lenguaje matemático adecuado.</li> <li>- Se usan las imágenes como base para trabajar aspectos matemáticos diversos (reconocer, relacionar u operar cualidades sensoriales, cantidades, posiciones, formas o atributos medibles).</li> <li>- Se representa gráficamente el trabajo realizado en contexto a través de un póster, en una ficha, etc.</li> </ul>            |

*Cuadro 2: Fases para aprender a enseñar matemáticas a partir de contextos de vida cotidiana.*

### ***Estructura del libro***

El libro se estructura en cinco capítulos. Los cuatro primeros corresponden a los distintos bloques de contenidos matemáticos

que se trabajan en las primeras edades: razonamiento logicomatemático, numeración y cálculo (y sus relaciones con el análisis de datos), geometría y medida. Para enfatizar las conexiones matemáticas que existen entre estos distintos bloques, el título de cada capítulo mantiene un paralelismo que pone de manifiesto las estructuras matemáticas que se ponen en juego cuando se trabaja con cualidades sensoriales, cantidades, posiciones y formas, y atributos mesurables respectivamente. En el cuadro 3 se indican estas relaciones:

| <i>Título del capítulo</i>                      | <i>Bloque de contenido matemático</i> | <i>Objeto matemático con el que se trabaja</i>                                                                            |
|-------------------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Relaciones y cambios cualitativos               | Razonamiento logicomatemático         | Cualidades sensoriales: color, textura, etc.                                                                              |
| Relaciones y cambios cuantitativos              | Numeración y cálculo                  | Cantidades: continuas (cuantificadores) y discretas (numerales).                                                          |
| Relaciones y cambios de posiciones y formas     | Geometría                             | Posiciones.<br>Formas: líneas (una dimensión), figuras planas (dos dimensiones) y cuerpos geométricos (tres dimensiones). |
| Relaciones y cambios entre atributos mesurables | Medida                                | Atributos mesurables o magnitudes: longitud, capacidad, masa, etc.                                                        |

*Cuadro 3: Paralelismo entre el título, el bloque de contenido matemático y el objeto matemático de cada capítulo.*

En los cuatro primeros capítulos se desarrollan los conocimientos matemáticos imprescindibles para el propio desarrollo profesional. Para conseguir este propósito, se estructuran de forma idéntica:

- *Presentación:* en este apartado se sitúa al lector en las principales problemáticas que plantea el trabajo del bloque de contenido en cuestión durante las primeras edades y, a la vez, se concretan los principales aspectos que se tratan en el capítulo.

- *Conocimientos disciplinares:* se concretan los conocimientos que provienen de las matemáticas. La finalidad de este apartado es fortalecer los conocimientos matemáticos de las maestras y maestros de las primeras edades, por lo que la pregunta que se pretende responder es: ¿qué trabajar y por qué? Para conseguir este propósito, en primer lugar se analizan los principales referentes contemporáneos en materia de educación matemática, tanto internacionales como nacionales. En segundo lugar, se presenta una definición accesible que parte de estos referentes en la que se exponen los principales contenidos a trabajar.
- *Conocimientos didácticos:* se indican los conocimientos que provienen de la educación matemática. La finalidad de este apartado es proporcionar herramientas que faciliten el diseño de buenas prácticas en las aulas, por lo que la pregunta que se pretende responder es: ¿cómo trabajar? Desde esta perspectiva, en cada capítulo se presenta, en primer lugar, una secuencia didáctica formada por veinte actividades para trabajar cada bloque de contenidos. Se trata de un itinerario de actividades que parte de situaciones de aprendizaje en contexto de vida cotidiana y concluye con actividades escritas, es decir, se va de lo concreto a lo abstracto. En segundo lugar, se describe con detalle el planteamiento y la gestión de diversas actividades realizadas en contextos de vida cotidiana. Se trata de actividades implementadas en diversos centros escolares de la geografía española (Girona, Lleida, Pamplona y Sevilla, básicamente) que, una vez descritas, se ilustran a través de secuencias de imágenes para favorecer que el lector pueda visualizarlas, interpretarlas y adecuarlas al propio contexto. En tercer lugar, y para cerrar los cuatro primeros capítulos, se presentan los indicadores de evaluación de cada bloque de contenidos.

En el último capítulo se presenta un enfoque globalizado de la Educación Matemática en las primeras edades. En este capítulo se ofrecen algunos andamios para que el lector pueda

comprender el significado de las conexiones matemáticas, es decir, las relaciones que existen entre los diferentes bloques de contenido matemático en las primeras edades; las relaciones entre las matemáticas y otros campos de conocimiento, como la educación artística, la educación física, el conocimiento del medio natural y social, etc.; y las relaciones de las matemáticas con el entorno.

Para comprender las conexiones matemáticas se presenta una propuesta de sistematización de la Didáctica de las Matemáticas en las primeras edades en la que se relacionan los diferentes bloques de contenidos matemáticos entre ellos, así como con los procesos matemáticos, para ayudar a los niños y niñas a poder desarrollar su competencia matemática. Finalmente, y como en el resto de capítulos, se presenta una selección de actividades implementadas en diversos contextos de vida cotidiana a partir de un enfoque globalizado.

En definitiva, pues, el núcleo de este libro lo constituye las situaciones de aprendizaje en contexto de vida cotidiana. Estas actividades se fundamentan, como hemos indicado, en la idea que pretende ilustrar la pirámide de la educación matemática de Alsina (2010) y, de forma más concreta, en los principios de la EMR de Freudenthal (1991). Nos gustaría, a partir de este planteamiento, ofrecer algunos andamios para que el profesorado del 2º ciclo de Educación Infantil tenga más herramientas para ayudar a sus alumnos a ser personas matemáticamente más competentes.

## Capítulo 1

### RELACIONES Y CAMBIOS CUALITATIVOS

#### **Presentación**

“Relaciones y cambios cualitativos” es un bloque de contenido matemático que, en las primeras edades, debe entenderse como el cimiento de la Educación Matemática dado que el trabajo sistemático de este bloque de contenidos es el que va a permitir a los niños y niñas de 3 a 6 años desarrollar capacidades matemáticas básicas para comprender los contenidos relativos a la numeración y el cálculo, la geometría, la medida o el tratamiento de la información.

Para algunos profesionales de la Educación Infantil —educadoras y educadores, maestras y maestros, entre otros—, el nombre que hemos elegido para titular este capítulo puede resultar novedoso. Es muy probable que durante su formación, tanto inicial como permanente, no hayan recibido formación sobre un bloque de contenidos matemáticos denominado, genéricamente, relaciones y cambios cualitativos. Y, por ello, para muchos lectores los aspectos que vamos a tratar en este capítulo pueden sugerir, de entrada, novedad. Pero no es exactamente así. Si bien esperamos aportar innovación, muchos de los contenidos que van a presentarse de forma contextualizada en este

capítulo hace ya muchos años que forman parte del trabajo cotidiano de los profesionales y de los alumnos de Educación Infantil bajo el nombre de educación sensorial (Montessori, 1914); estructuras lógicas (Piaget e Inhelder, 1941); lógica (Canals, 1992; Dienes y Golding, 1969); actividad lógica (Chamorro, 2005); o razonamiento logicomatemático (Alsina, 2006); entre otras denominaciones.

Las actividades que se han llevado a cabo en los centros escolares desde esta perspectiva se centran en el análisis de las cualidades sensoriales de los objetos a través de los diferentes sentidos. Se trata de situaciones indispensables para el desarrollo de la inteligencia, en general, y para la construcción del pensamiento matemático, en particular. Sin embargo, tal como indica Chamorro (2005), tradicionalmente estas situaciones se han trabajado de forma artificial, insignificante y banal, por lo que tal como hemos argumentado en la introducción vamos a presentar los conocimientos didácticos necesarios para diseñar actividades de “relaciones y cambios cualitativos” de forma contextualizada.

## **1. Relaciones y cambios cualitativos: conocimientos disciplinares**

En este apartado se presentan los principales conocimientos matemáticos para poder diseñar actividades de relaciones y cambios cualitativos en contexto. En primer lugar, se analizan los principales referentes contemporáneos en materia de Educación Matemática, tanto internacionales como nacionales. En segundo lugar, se presenta una definición accesible que parte de estos referentes.

### ***Referentes internacionales***

Utilizamos como referente internacional la última versión publicada de los Estándares Americanos para la Educación Matemática del *Nacional Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000), al tratarse de una propuesta constructiva para el desarrollo de la Educación Matemática, resultado del esfuerzo

conjunto de profesores de matemáticas de todos los niveles, de multitud de sociedades de padres, grupos de expertos, seminarios de estudio, equipos de innovación, editoriales, matemáticos preocupados por la enseñanza, investigadores en educación y responsables, en general, del currículum de matemáticas.

En esta última versión publicada de dichos estándares, la mayoría de conocimientos matemáticos que corresponden a este capítulo se incluyen en el estándar de “contenidos de álgebra”. Definen este bloque de contenidos como la parte de las matemáticas que se centra en las relaciones matemáticas, las formas de representación de dichas relaciones y el análisis del cambio, y sitúan en él los contenidos matemáticos siguientes:

- Comprender patrones, relaciones y funciones.
- Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas con símbolos apropiados.
- Usar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones.
- Analizar el cambio en diversos contextos.

Tradicionalmente, el álgebra se ha identificado con el simbolismo y la Educación Secundaria (ecuaciones, funciones, etc.). Sus contenidos y su secuencia se han mantenido prácticamente inalterables desde que se introdujo como materia escolar, a finales del siglo XIX, hasta el siglo XXI, y se han basado en un lenguaje excesivamente formal que implica un nivel alto de abstracción: las letras, nos explica Pérez (1997), pueden ser utilizadas como objetos (por ejemplo,  $7m$ , que se puede utilizar para expresar 7 objetos idénticos: 7 mesas, 7 lápices,...); como ejemplos generalizados (por ejemplo  $n$  números naturales, para expresar todos los números que forman parte de esta familia de números); como variables (por ejemplo  $8x$ , siendo la  $x$  un valor numérico no especificado, como la edad, con lo cual  $8x$  significa “8 veces la edad de”); o, por último, como incógnitas (por ejemplo  $8x-4=0$ , donde se puede llegar a conocer el valor de la variable  $x$  a partir de la resolución de una ecuación, una inecuación o bien un sistema).

En la última versión de los estándares, sin embargo, se pone de manifiesto que para poder acceder de forma compren-

siva (y no sólo mecánica) a los conocimientos algebraicos, es preciso que, ya desde la Educación Infantil, los niños y niñas se familiaricen con las relaciones (clasificaciones, por ejemplo), con los patrones y con los cambios.

### ***Referentes nacionales***

El Ministerio de Educación y Ciencia, en general, y las Consejerías de Educación de cada Comunidad Autónoma, en particular, son los organismos públicos responsables de legislar en nuestro país los contenidos matemáticos a trabajar en las aulas de Educación Infantil. Por este motivo, los documentos de referencia a nivel nacional son la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (BOE 106, de 4 de mayo de 2006) y, más concretamente, la Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículum y se regula la ordenación de la Educación Infantil.

En esta Orden Ministerial se presentan los contenidos organizados en dos ciclos, aunque aquí nos centramos en el 2º ciclo (3-6 años) y en tres áreas de conocimiento: “Conocimiento de sí mismo y Autonomía Personal”; “Conocimiento del Entorno”; y “Lenguajes: Comunicación y Representación”.

El procedimiento que se ha seguido para identificar los contenidos que, a criterio del autor, mantienen vínculos con el objeto de este capítulo –las cualidades sensoriales– ha consistido en analizar en profundidad el documento legislativo en cuestión y extraer de él todos aquellos requisitos necesarios para que los niños y niñas sean capaces de realizar y de comprender relaciones y cambios cualitativos. Es probable que otros lectores que hayan analizado o que se dispongan a analizar en profundidad dicho documento detecten, además de los mencionados, otros contenidos que podrían considerarse también parte del bloque de relaciones y cambios cualitativos. Aún así, consideramos que los contenidos seleccionados son algunos de los que pueden permitir a los profesionales del 2º ciclo de la Educación Infantil hacerse una idea más clara de qué orientación se pretende dar en España en relación con la preparación para el álgebra durante las primeras edades de escolarización. En el cuadro 1.4

se presenta el extracto de los contenidos de relaciones y cambios cualitativos identificados:

|                                                                              | <i>Segundo ciclo (3-6 años)</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Área 1.<br/>Conocimiento<br/>de sí mismo y<br/>autonomía<br/>personal</i> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Percepción de los cambios físicos propios y de su relación con el paso del tiempo.</li> <li>- Identificación y utilización de los sentidos, expresión verbal de sensaciones y percepciones.</li> <li>- Gusto e interés por la exploración sensoriomotriz para el conocimiento personal, el de los demás y la relación con los objetos en situaciones de aula que favorezcan la actividad espontánea.</li> <li>- Exploración y valoración de las posibilidades y limitaciones perceptivas, motrices y expresivas propias y de los demás.</li> <li>- Juegos motores, sensoriales, simbólicos y de reglas.</li> </ul>                                                                          |
| <i>Área 2.<br/>Conocimiento<br/>del entorno</i>                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Percepción de semejanzas y diferencias entre los objetos.</li> <li>- Discriminación de algunos atributos de objetos y materias. Interés por la clasificación de elementos.</li> <li>- Relaciones de pertenencia y no pertenencia.</li> <li>- Identificación de cualidades y sus grados. Ordenación gradual de elementos.</li> <li>- Detección de algunas características, comportamientos, funciones y cambios en los seres vivos.</li> <li>- Observación, discriminación y clasificación de animales y plantas.</li> <li>- Observación de los fenómenos del medio natural (alternancia de día y noches, lluvia...) y valoración de la influencia que ejercen en la vida humana.</li> </ul> |
| <i>Área 3.<br/>Lenguajes:<br/>comunicación y<br/>representación</i>          | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Exploración de las propias posibilidades expresivas y comunicativas en relación con objetos y materiales.</li> <li>- Ajuste corporal y motor ante objetos de diferentes características con finalidad expresiva o comunicativa.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

*Cuadro 1.4: Contenidos de relaciones y cambios cualitativos para el 2º ciclo de Educación Infantil en la Orden ECI/3960/2007.*

A partir del análisis del cuadro 1.4 se aprecia que dichos contenidos hacen referencia básicamente a tres aspectos: la identificación de las características sensoriales de los objetos a partir de su exploración con los diferentes sentidos; la comparación de estas características sensoriales a partir de dos tipos de relaciones básicas: clasificaciones y ordenaciones; y la observación de los cambios que se producen en los objetos y en el entorno inmediato.

### ***Hacia una definición accesible***

A partir de los distintos referentes tanto internacionales como nacionales que acabamos de exponer, podemos considerar que “relaciones y cambios cualitativos” es un bloque de contenidos matemáticos que, en las primeras edades, se centra en el análisis de las características físicas de los elementos del entorno a partir de los diferentes sentidos: la vista (color, forma, medida, grosor, etc.); el oído (el sonido); el tacto (la forma, la textura, la medida, el grosor, etc.); el olfato (el olor); y el gusto (la dulzura, la acidez, etc.). Este análisis se realiza a partir de tres grandes capacidades interrelacionadas entre ellas (Alsina, 2006):

1. La observación de las características físicas de los objetos: *identificar, reconocer o definir cualidades sensoriales*.
2. La observación de las semejanzas y de las diferencias entre estas características físicas: *relacionar cualidades sensoriales*.
3. La observación de los cambios o transformaciones que se producen a nivel cualitativo: *operar cualidades sensoriales*.

Piaget e Inhelder (1941) expusieron en su momento que la primera capacidad corresponde al conocimiento físico, mientras que las otras dos grandes capacidades –relacionar y operar– se refieren al conocimiento matemático. Es a partir de este planteamiento que hemos querido titular este capítulo haciendo alusión directa a las capacidades matemáticas que se ponen en juego.

A partir de los referentes revisados y de la definición aportada, en el cuadro 1.5 exponemos, a modo de síntesis, los contenidos de relaciones y cambios cualitativos que a nuestro criterio deberían formar parte de un currículum de matemáticas del 2º ciclo de Educación Infantil:

| <i>Reconocer cualidades sensoriales</i>                                                                                                                                                                                                                                        | <i>Relacionar cualidades sensoriales</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | <i>Operar cualidades sensoriales</i>                                                                                   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconocimiento de las diferentes cualidades sensoriales (color, medida, grosor, textura, etc.) y de sus atributos.</li> <li>- Agrupaciones de elementos (a partir de uno o más atributos, de forma afirmativa o negativa).</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Relaciones de equivalencia: clasificaciones a partir de un criterio cualitativo.</li> <li>- Relaciones de orden: ordenaciones a partir de un criterio cualitativo.</li> <li>- Correspondencias cualitativas: asociaciones a partir de un criterio cualitativo.</li> <li>- Seriaciones: reconocimiento de patrones.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cambios a nivel sensorial, con un planteamiento directo o inverso.</li> </ul> |

*Cuadro 1.5: Contenidos de relaciones y cambios cualitativos de 3 a 6 años.*

Como podemos apreciar, la mayor parte de contenidos del cuadro 1.5 aparecen en los referentes internacionales o nacionales analizados. Sin embargo, hay algunos contenidos básicos como, por ejemplo, los diferentes tipos de relaciones cualitativas (clasificaciones, ordenaciones, correspondencias y seriaciones), que no se explicitan suficientemente, lo que dificulta la profesionalización de los docentes de Educación Infantil, por lo menos desde un punto de vista disciplinar. Por este motivo, a continuación se tratan de forma más detallada los diversos tipos de contenidos de este bloque, mientras que el lector interesado en una propuesta de secuenciación por niveles puede consultar Alsina (2006).

## Reconocimiento de cualidades

Cuando los niños y niñas acceden a un objeto, lo primero que descubren en él son sus diferentes cualidades sensoriales: color, tamaño, textura, grosor, temperatura, olor, sonido, etc. Este conocimiento físico es necesario para poder realizar agrupamientos a partir de los diferentes atributos de los objetos.

Cuando se realizan agrupamientos, deberían considerarse los aspectos siguientes:

- Debería concretarse claramente cuál es el conjunto referencial, es decir, cuáles son los elementos de los que se parte para realizar el agrupamiento (por ejemplo, todas las hojas recogidas en una salida).
- Para hacer agrupaciones de elementos se utiliza el Diagrama de Venn (ver figura 3), que es una representación que se usa para agrupar todos los elementos que cumplen una misma condición. En las primeras edades, el Diagrama de Venn se puede representar a través de cordeles, aros, una caja, etc.

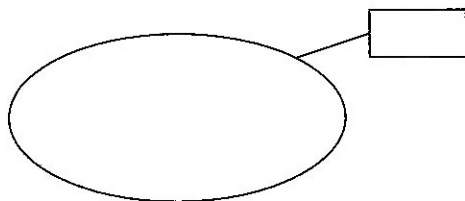


Figura 3

- Los agrupamientos se pueden definir por *comprensión*, indicando cuál es la característica común de todos los elementos que hay dentro del Diagrama de Venn (por ejemplo, “las hojas amarillas”); o bien por *extensión*, indicando todos los elementos del agrupamiento (por ejemplo, “una hoja amarilla de álamo”; “una hoja amarilla de chopo”; etc.).
- Así mismo, el criterio para realizar el agrupamiento puede definirse de manera afirmativa o bien negativa (por

ejemplo, “todas las hojas verdes” o “todas las hojas que no son amarillas”).

- En todos los casos, es fundamental colocar fuera del diagrama el resto de elementos del conjunto referencial que no formen parte de la agrupación, para que se puedan distinguir los que cumplen la condición de los que no la cumplen.
- Es necesario hacer observar que, partiendo de un mismo conjunto referencial, la agrupación varía en función del criterio que se usa para agrupar los elementos.

### ***Relaciones entre cualidades***

Cuando los niños y niñas relacionan las cualidades sensoriales de los objetos, analizan sus semejanzas y diferencias, lo que les lleva a comparar dichos objetos a partir de un criterio cualitativo determinado.

Pueden llevar a cabo diferentes tipos de relaciones, sobre todo de equivalencia (clasificaciones); de orden (ordenaciones); correspondencias cualitativas y seriaciones:

- Las relaciones de equivalencia (o clasificaciones) son una relación binaria  $R$  en una agrupación de elementos  $A$  que posee las propiedades reflexiva (cada elemento de la agrupación está relacionado con él mismo:  $aRa$ ); simétrica (si un elemento “ $a$ ” de la agrupación está relacionado con un elemento “ $b$ ”, entonces “ $b$ ” también está relacionado con “ $a$ ”:  $aRb \Rightarrow bRa$ ) y transitiva (si un elemento “ $a$ ” de la agrupación está relacionado con un elemento “ $b$ ”, y este elemento “ $b$ ” está relacionado con un elemento “ $c$ ”, entonces el elemento “ $a$ ” también está relacionado con el “ $c$ ”:  $aRb$  y  $bRc \Rightarrow aRc$ ).
- Las relaciones de orden (u ordenaciones) son una relación binaria  $R$ , en una agrupación de elementos  $A$  que posee las propiedades antirreflexiva (ningún elemento de la agrupación puede estar relacionado con él mismo); antisimétrica (si un elemento “ $a$ ” de la agrupación está relacionado con un elemento “ $b$ ”, entonces “ $b$ ” no está

relacionado con “a”) y transitiva ( si un elemento “a” de la agrupación está relacionado con un elemento “b”, y este elemento “b” está relacionado con un elemento “c”, entonces el elemento “a” también está relacionado con el “c”:  $aRb$  y  $bRc \Rightarrow aRc$ ).

- Las correspondencias cualitativas (o asociaciones) parten de una ley que asocia determinados elementos de una agrupación A a uno o más elementos de otra agrupación B. La agrupación A es la agrupación de origen y la B es la agrupación imagen de la correspondencia de A en B. Hay diversos tipos de correspondencia (biyectiva, suprayectiva, inyectiva...), aunque la más típica en las primeras edades es la biyectiva, que se caracteriza por el hecho de que cada uno de los elementos de la agrupación A se relaciona con un elemento de la agrupación B.
- Las seriaciones son una correspondencia por copia, en que se repite  $n$  veces un mismo modelo o patrón.

### ***Cambios cualitativos***

Cuando los niños y niñas observan y realizan cambios (o transformaciones) de las cualidades sensoriales de los objetos del entorno como, por ejemplo, cambios de color, están observando o realizando una operación matemática. En matemáticas, pues, una operación es precisamente esto, un cambio o una transformación.

Hay diversos tipos de operaciones matemáticas según el contenido con el que se opera: operaciones lógicas (cuando se transforman las cualidades sensoriales); operaciones aritméticas (cuando se opera con cantidades); operaciones geométricas (cuando cambia la posición o la forma); etc.; y diversos tipos de operadores: directos, cuando se indica la situación inicial y el cambio, y hay que indicar la situación final (los operadores neutros son un tipo específico de operador directo en el que no cambia nada); e inversos, cuando se indica la situación inicial y la situación final, y hay que indicar el cambio; o bien se indica el cambio y la situación final, y hay que indicar la situación inicial.

La interiorización progresiva de los contenidos que se han descrito en este apartado permite a los niños y niñas ir estructu-

rando su mente, es decir, organizar su pensamiento de forma progresiva; en segundo lugar, les ayuda a desarrollar su capacidad de realizar razonamientos inductivos, es decir, basados en la propia experiencia, y también deductivos, por ejemplo a partir de la realización de actividades con un planteamiento inverso, que requieren ya cierta reversibilidad del pensamiento; en tercer lugar, se van estableciendo las bases para la construcción de otros conocimientos matemáticos, ya que la realización de una ordenación de objetos por su tamaño, por ejemplo, activa los mismos procesos mentales que se requieren para ordenar cantidades; y, en cuarto lugar, ayuda a adquirir capacidades básicas que son necesarias para adquirir otros conocimientos no matemáticos como, por ejemplo, el aprendizaje de la lectoescritura: para aprender a leer y escribir, es necesario que los niños y niñas realicen una relación (más concretamente una correspondencia) entre un fonema y un signo. Todo ello justifica la implementación de buenas prácticas en el aula que ayuden a los niños y niñas a conseguir estas metas. En el siguiente apartado, que corresponde a los conocimientos didácticos, vamos a presentar situaciones de aprendizaje en contexto que den pistas a los profesionales del 2º ciclo de Educación Infantil sobre cómo incentivar el aprendizaje de contenidos de relaciones y cambios cualitativos. No pretendemos mostrar actividades que sirvan sólo para aprender estos contenidos, puesto que podríamos caer en el error ya mencionado de presentar situaciones artificiales, insignificantes y banales, sino que pretendemos aportar ejemplos que favorezcan el desarrollo de la competencia matemática.

## **2. Relaciones y cambios cualitativos: conocimientos didácticos**

Siguiendo el enfoque de la pirámide de la Educación Matemática de Alsina (2010) y los principios de la EMR de Freudenthal (1991), en este apartado se presenta, en primer lugar, un itinerario de adquisición que se inicia con actividades realizadas en un contexto de vida cotidiana y finaliza con actividades realizadas sobre papel, es decir, se va de lo concreto a la representación gráfica y/o simbólica. En segundo lugar, se describen

algunas situaciones de aprendizaje en contexto para ayudar a los niños y niñas de 3 a 6 años a interiorizar de manera progresiva conocimientos sobre relaciones y cambios cualitativos. Se trata de una selección de actividades que han sido implementadas en diversos centros educativos, documentadas y analizadas posteriormente. En tercer lugar, y para cerrar el apartado, se exponen los indicadores de evaluación de este bloque para el 2º ciclo de Educación Infantil.

### *Itinerario de adquisición*

En el cuadro 1.6 se presenta una selección de veinte actividades que pretenden mostrar el proceso de enseñanza-aprendizaje de contenidos de relaciones y cambios que debería seguir un alumno de 3 a 6 años. Como hemos indicado, se parte de situaciones de vida cotidiana, es decir, de experiencias concretas, y se concluye con actividades gráficas, sobre papel, para fomentar la representación mental del conocimiento matemático.

| <div>CONTENIDOS</div> <div>CONTEXTOS</div> | <i>Reconocer, relacionar y/o operar<br/>cualidades sensoriales</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Situaciones<br/>cotidianas</i>          | <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Observamos el propio cuerpo y describimos diversas cualidades sensoriales como, por ejemplo, el color del cabello, etc.</li> <li>2 Observamos las características sensoriales del resto de y niñas de la clase; las diferencias entre ellos; los cambios que se producen con el tiempo; etc.</li> <li>3 Durante el desayuno o el almuerzo observamos las diferentes cualidades sensoriales de los alimentos (tamaño, color, tacto, olor, etc.); las diferencias entre cómo son cuando los comparamos (crudos) y cuando nos los comemos (cocidos); etc.</li> <li>4 Observamos el entorno cercano (el colegio, la clase, el pasillo, el patio, etc.) y describimos los objetos que hay; cómo podrían agruparse o clasificarse; etc.</li> <li>5 En una salida (una visita al zoo, al bosque, a una granja, etc.) observamos los animales, los árboles, etc. y describimos sus diversas cualidades sensoriales, cómo se agrupan, cómo se clasifican, etc.</li> </ol> |



|                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|----------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><i>Materiales manipulativos</i></p> | <ol style="list-style-type: none"> <li>6 Experimentamos con objetos de uso cotidiano, sin una finalidad didáctica inicial, nos planteamos hipótesis (por ejemplo, ¿flota?) y después la verificamos haciendo el experimento. A continuación, clasificamos los objetos (flotan-no flotan).</li> <li>7 Manipulamos materiales lógicos diseñados didácticamente (estructurados y no estructurados).</li> <li>8 En el aula o en el patio, aprovechamos la recogida para clasificar los diversos objetos (palas, cubos, etc.) en cajas.</li> <li>9 Clasificamos la basura en su contenedor correspondiente.</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <p><i>Juegos</i></p>                   | <ol style="list-style-type: none"> <li>10 Jugamos a descubrir la pieza escondida: escondemos una pieza y los niños deben adivinar de qué pieza se trata haciendo preguntas sobre sus atributos, que sólo pueden ser respondidas afirmativa o negativamente.</li> <li>11 Jugamos al <i>Veo, veo...</i>: indicamos un atributo y los niños y niñas deben localizar objetos del entorno que contengan este atributo.</li> <li>12 Jugamos con juegos didácticos como, por ejemplo, dominós, <i>memorys</i>, etc.</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| <p><i>Recursos literarios</i></p>      | <ol style="list-style-type: none"> <li>13 Explicamos y dramatizamos cuentos incidiendo en las diferentes cualidades sensoriales que aparecen en ellos: textura, color, etc.</li> <li>14 Cantamos canciones en las que las cualidades sensoriales sean las protagonistas. Por ejemplo: <p style="text-align: center;"><i>"Los colores de las Tres Mellizas"</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Me como el azul de una sardina,<br/>el rojo de la carne da vigor.<br/>El verde en la ensalada me fascina<br/>y el color blanco del yogur.<br/>Quiero el naranja de la mandarina,<br/>y el amarillo cereal que comes tú.<br/>Come cada color<br/>de forma divertida<br/>y así conseguirás,<br/>los colores de la vida.</i></p> </li> <li>15 Planteamos adivinanzas en las que aparezcan cualidades sensoriales y sus atributos. Por ejemplo: <p style="text-align: center;"><i>"Llevo gorro verde,<br/>blusa anaranjada"</i><br/>(la zanahoria).</p> </li> </ol> |



|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Recursos tecnológicos</i> | 16 Hacemos producciones libres usando el programa informático <i>Paint</i> : líneas de diferente color y grosor, etc.<br>17 Utilizamos la pizarra digital.<br>18 Realizamos actividades propuestas en plataformas virtuales como, por ejemplo, la zonaClic, un servicio del Departamento de Educación de la Generalitat de Cataluña creado con el objetivo de dar difusión y apoyo al uso de estos recursos ( <a href="http://clic.xtec.cat/es">http://clic.xtec.cat/es</a> ).                                                                                       |
| <i>Recursos gráficos</i>     | 19 Seleccionamos fichas editadas: existe mucha oferta editorial para trabajar contenidos de relaciones y cambios cualitativos a través de fichas. En el caso que se opte por este tipo de materiales, los profesionales deben tener criterios muy claros para su elección: la estética es importante, pero lo realmente necesario es que las actividades induzcan a hacer razonamientos de tipo inductivo o deductivo, etc.<br>20 Hacemos un collage con materiales de diversos colores, texturas, etc. Verbalizamos qué atributos tienen los materiales que usamos. |

*Cuadro 1.6: Itinerario de adquisición de contenidos de relaciones y cambios cualitativos para el 2º ciclo de Educación Infantil.*

Las veinte actividades anteriores son algunos ejemplos que pueden usarse en el aula para ayudar a los niños y niñas de las primeras edades a interiorizar contenidos de relaciones y cambios cualitativos. De todas formas, debería tenerse presente que la simple reproducción de estas actividades no conlleva necesariamente que los niños y niñas interioricen contenidos de relaciones y cambios cualitativos, sino que ello depende en gran medida del planteamiento y de la gestión que se haga de ellas.

### ***Muestra de actividades en contexto de vida cotidiana***

Con el objeto de ejemplificar cómo se han planteado y gestionado algunas de estas actividades, a continuación se describen cinco situaciones de aprendizaje implementadas en diversos contextos de la vida cotidiana de los niños y niñas de 3 a 6 años.

## ACTIVIDAD

*Título:* “Los colores de nuestro pasillo”

*Lugar de implementación:* CEIP Cardenal Ilundain, Pamplona.

*Nivel:* 3-4 años.

*Maestras responsables de la implementación:* M<sup>a</sup> Ángeles Alecha, Sonia Burusco y Carmen García.

*Asesoramiento pedagógico:* Àngel Alsina.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

- Reconocimiento de cualidades sensoriales: los colores en nuestro pasillo.
- Clasificación de imágenes de objetos del pasillo teniendo en cuenta el color.
- Seriaciones sencillas alternando colores.
- Correspondencias cualitativas teniendo en cuenta el color.

*Descripción de la actividad:*

Una mañana del primer trimestre propusimos a los niños ir al pasillo a “hacer matemáticas” como los mayores, explicándoles que para ello deberíamos fijarnos muy bien en los distintos colores. Les pedimos que nos avisaran cuando descubrieran un nuevo color, porque así podríamos sacarles fotografías a los colores de los objetos y utilizarlas más tarde en el aula para hacer otras actividades.

El pasillo resultó ser un espacio muy colorido y estimulante. Rápidamente, verbalizaron y señalaron los colores observados:

*¡Mira! ¡El azul!*

*Hay naranja.*

*¡Y verde!*

*Maestra: ¿Qué será eso azul?*

*¡Está caliente!*

*M: Se llama radiador y nos da calor*

*En mi casa hay uno.*

...

Entre observaciones, fotografías, preguntas y respuestas, tomamos conciencia de la riqueza de nuestro pasillo.

Ya en la clase, nos sentamos a ver las imágenes en la pantalla del ordenador. Esto nos llevó a dialogar sobre diferentes aspectos además de los colores de los objetos: nombre y utilidad de los objetos, lugar donde los habíamos visto; diversas cualidades (si tiene o no esquinas, color, temperatura, textura...) y diferencias y semejanzas entre algunos objetos.

*M: ¿Qué será esto?*

*Tiene puntas.*

*Es una estrella.*

*M: ¿Dónde la vimos?*

*Arriba.*

*M: ¿En la pared?*

*Noooooo, en el techo.*

*M: ¿Y para qué estará allí?*

*Las estrellas están arriba.*

*M: ¿Os parecen bonitas?*

*Sí, bonitas.*

*M: Serán para adornar...*

Posteriormente, en otra sesión, intentamos obtener algunos de los colores que habíamos visto y fotografiado. Observando las imágenes, fuimos mezclando poco a poco pintura hasta conseguir los colores deseados. Los utilizamos para fabricar entre todos unos juegos matemáticos para el pasillo. Cada clase realizó uno diferente:

- Juego 1: se hicieron grandes círculos de colores para clasificar las fotografías de los objetos, colocándolas en su interior, según el color.
- Juego 2: pintamos tarjetas de colores en las que se pegaron imágenes con objetos del mismo color, que más tarde se utilizarían para hacer seriaciones de dos elementos.
- Juego 3: construimos una tira con distintos colores donde colocar las fotografías correspondientes según el color.

Decidimos que la mejor ubicación para estos juegos era el pasillo para que otros niños del colegio pudieran utilizarlos, creando una zona de juegos matemáticos que podría ser amplia-

da posteriormente. Nosotros seguimos haciendo uso de ellos en diversos momentos: sesiones de desdoble, desplazamientos, esperas para entrar al baño, etc.

Como conclusión y a modo de resumen, destacamos algunos aspectos que esta actividad nos ha permitido trabajar:

- Observar y tomar conciencia de los colores en nuestro entorno más cercano.
- Despertar la sensibilidad hacia los matices y la belleza de las cosas que nos rodean.
- Fomentar el diálogo: riqueza del vocabulario, utilidad de los diferentes objetos, cualidades de los mismos...
- Compartir nuestras actividades con otros.
- Aprender matemáticas: clasificaciones, seriaciones y correspondencias.

\*\*\*\*\*

La actividad anterior, como puede apreciarse, incide sobre todo en la identificación de colores, que es una cualidad sensorial que los niños y niñas de las primeras edades deben interiorizar. Existen múltiples recursos didácticos para que vayan descubriendo los colores de los objetos que nos rodean (materiales manipulativos, juegos, actividades en el ordenador, fichas, etc.). Sin embargo, ¿todos estos recursos igualmente significativos?; ¿qué aporta una actividad con este tipo de planteamiento y de gestión?; ¿permite realizar los mismos aprendizajes que repartiendo una ficha a cada alumno en la que, por ejemplo, deben pintar de color verde los cuadrados y de color rojo los círculos? Desde mi punto de vista, cualquier recurso puede contribuir a que los niños y niñas vayan conociendo los colores, pero el *leit motiv* de “Los colores de nuestro pasillo” es que favorece que los niños y niñas descubran que hay matemáticas más allá de un cuaderno de actividades, incluso más allá de las paredes del aula en la que trabajan habitualmente.

A continuación se presenta otra actividad de aprendizaje contextualizada en el patio de un colegio, en la que a partir de las hojas de los árboles que hay, se lleva a cabo una interesante tarea de investigación y descubrimiento de las cualidades sensoriales.

## ACTIVIDAD

*Título:* “Las hojas y los árboles del patio”

*Lugar de implementación:* San Fermín Ikastola, Zizur txikia (Pamplona).

*Nivel:* 3-4 años.

*Maestras responsables de la implementación:* Uxue Escribano, Nekane Arrizibita, Mertxe Martín y M<sup>a</sup> Carmen Madoz.

*Asesoramiento pedagógico:* Àngel Alsina.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

- Reconocer las cualidades sensoriales de las hojas.
- Identificar hasta dos cualidades de una hoja.
- Agrupar las hojas por una cualidad sencilla.
- Correspondencias cualitativas con diferentes materiales.
- Clasificaciones sencillas de las hojas: por forma, tamaño o color.
- Observar los cambios en el patio: el otoño y el cambio de estación.

*Descripción de la actividad:*

Vamos a realizar un mural del otoño. Para ello, la maestra propone salir al patio a recoger hojas. Los alumnos están encantados y con muchas ganas de salir; la experiencia es muy motivadora e intervienen activamente desde el primer momento:

*Maestra:* ¿Qué necesitamos para recoger hojas?

*Kaier:* Una bolsa.

*Adrián:* A mí me gusta esta.

*Kaier:* En la grande se meten todas las hojas.

*M:* ¿Y en la pequeña?

*Adrián:* No, porque se caen todas.

*Kaier:* Sí, no caben.

*M:* Esta también es grande.

*Adrián:* Sí, pero está rota.

*Lucía:* Se caen las hojas por el agujero.

*Marina:* Sí, por el hueco.

*M:* Vale, entonces llevamos esta, la grande.

*Varios niños: Sí.*

*M: ¿Con una bolsa es suficiente?*

*Ander: Sí, en la grande caben muchas.*

*M: ¿Cogeremos muchas?*

*Kaier: Sí, pero rotas no.*

Nos dirigimos a la zona del patio donde hay más árboles e inmediatamente algunos alumnos observan que hay árboles con muchas hojas y otros, en cambio, con muy pocas. También se fijan en el color de las hojas que no han caído todavía y otros comienzan a recoger las ya caídas. Espontáneamente los niños definen algunas cualidades de las hojas que recogen del suelo antes de meterlas en la bolsa:

*¡Mira, esta es pequeña!*

*¡Yo he cogido una muy grande!*

*¡Esta es amarilla!*

*¡La mía es bonita!*

*Esa no vale, está rota.*

*¡Estas están mojadas!*

Posteriormente, se realizan cinco trabajos diferentes en el aula. Algunos de estos trabajos son dirigidos y otros surgen de forma espontánea:

- Aplicación del SÍ o el NO y clasificaciones: una vez secas, presentamos a los alumnos todas las hojas mezcladas, las extendemos en una mesa e inmediatamente se acercan y empiezan las primeras intervenciones. Los niños y niñas empiezan a describir espontáneamente cualidades de las hojas: color, forma y tamaño. A estas intervenciones les siguen las primeras actuaciones, mueven las hojas de un lugar a otro, utilizando diferentes criterios. Finalmente, consiguen clasificarlas en tres grupos siendo la forma el criterio definitivo.
- Ordenaciones y correspondencias cualitativas: un día, llega Iñigo a clase con una hoja muy grande encontrada en la calle. La maestra aprovecha para enseñar la hoja a los demás niños y sacar hojas de diferentes tamaños, recogidas el día anterior. Hablamos de su tamaño y los niños proponen ordenarlas de mayor a menor. La profe-

sora saca una muñeca *Matriusca* que contiene en su interior otras muñecas de tamaño inferior. Los niños realizan la correspondencia entre las hojas y las muñecas de forma espontánea.

- Agrupamientos: un alumno pide dónde ponemos las hojas marrones y, a partir de todas las hojas recogidas, los niños y niñas separan las que son marrones.
- Mural de hojas: hablamos sobre lo que hemos visto en el patio (los árboles, las hojas, etc.) y sobre las hojas que hemos recogido y, finalmente, nos centramos en los colores: marrones, amarillos, verdes, rojas, etc. Les proponemos estampar el mural con esponjas, utilizando esos colores, y para finalizar pegamos las hojas recogidas en el patio en el mural.

Durante estas actividades surgen algunos interrogantes y reflexiones muy interesantes: un día salimos al patio porque necesitábamos más hojas, pero no las encontramos donde estaban el día anterior...

*Amaia: ¿Dónde están las hojas?*

*Jon: Se las ha llevado el viento.*

*M: ¡Ah! ¿El viento se lleva las hojas?*

*Jon: Sí.*

*M: ¿Y las piedras?*

*Jon: No, las piedras no.*

*M: ¡Ah! ¿Las hojas sí y las piedras no?*

*Niños: Sí, las hojas sí y las piedras no.*

*M: ¿Y por qué las piedras no?*

Los niños y niñas se encogen de hombros y damos la conversación por finalizada. Otro día, después de un diálogo en clase, los alumnos llegaron a la conclusión de que los árboles grandes dan hojas grandes y los pequeños, pequeñas. Una vez en el patio...

*Eneko: Mira, he cogido pequeñas.*

*M: Sí, son muy pequeñas. ¿El árbol también es pequeño, no?*

*Eneko: No, el árbol es grande.*

*Niños: Muy grande.*

*M: ¿No dijisteis el otro día que los árboles grandes tienen hojas grandes y los pequeños pequeñas?*

*Iratí: No, este tiene pequeñas.*

*M: ¿Entonces todos los árboles grandes tienen hojas grandes?*  
*Irene: No, ese tiene pequeñas.*

En el patio un niño preguntó a la profesora:

*Markel: ¿Sabes por qué tiene ese árbol muchas hojas y este tan pocas?*

*Maestra: No.*

*Markel: El árbol que tiene muchas hojas tiene el tronco muy gordo y el árbol que tiene pocas hojas el tronco delgado. Y cuando sopla el viento se caen las del tronco delgado.*

\*\*\*\*\*

Como podemos apreciar, uno de los elementos que convierten la actividad anterior en una buena práctica es, además de la significatividad del contexto en el que se trabaja, la mediación que realiza la maestra a través de buenas preguntas.

El uso de buenas preguntas es un aspecto fundamental para desarrollar el pensamiento matemático de los alumnos, puesto que permiten avanzar desde unos primeros niveles de concienciación sobre lo que uno ya sabe o es capaz de hacer hacia niveles superiores en los que va entendiendo la manera como puede avanzar mejor en el aprendizaje (Sullivan y Lilburn, 1997). Como hemos visto en la actividad “Las hojas y los árboles del patio”, las buenas preguntas son abiertas e invitan a razonar, justificar y definir; apelan a la memoria a fin de que los participantes manifiesten sus conocimientos y creencias; y pueden surgir de la aportación de algún alumno.

En la siguiente actividad, las hojas de los árboles continúan siendo el elemento a partir del que se desarrolla una tarea interdisciplinar en la que la realización de un móvil es la excusa para trabajar el arte en la clase de matemáticas.

## ACTIVIDAD

*Título: “Móvil de hojas”*

*Lugar de implementación: CEIP Bernart Etxepare, Pamplona.*

*Nivel: 5-6 años.*

*Maestra responsable de la implementación:* Ixone Artxanko Leoz.

*Asesoramiento pedagógico:* Àngel Alsina.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

La actividad se focaliza en los contenidos de relaciones y cambios cualitativos, aunque al tratarse de una actividad que parte de un enfoque globalizado es difícil aislar el resto de contenidos matemáticos.

*Desarrollo de la actividad:*

Nos encontramos en otoño y en clase se decide ir a recoger hojas porque a un niño se le ocurre la brillante idea de hacer luego un móvil en clase. En la asamblea empezamos a decidir qué necesitamos para ir a recoger hojas:

*Maestra:* A ver, si vamos a ir a recoger hojas ¿qué necesitamos llevarnos?

*Naróa:* Una bolsa de plástico para recoger las hojas.

*Nerea:* ¿Y por qué no hacemos sobres para que cada uno vaya metiendo las hojas que recoge? (Están locos por hacer sobres, es algo que acaban de aprender y han ido enseñándose los unos a los otros).

*Todos enseguida:* ¡¡¡Sí, sí, hacemos sobres!!!

*Naróa:* ¡Vale! Pero la bolsa también nos viene bien, por si no nos entran todas las hojas en los sobres.

*M:* ¿Y algo más?

*Iker:* Puedes llevar la cámara para que hagas fotos como a ti te gusta

*Aitor:* Y los abrigos que hace un frío... y mi madre me dice que me abrigue bien cuando salga a la calle.

Entre todos elaboramos una lista de lo que vamos a llevar. La consigna para recoger las hojas es muy clara y está consensuada por todos: las hojas tienen que ser lo más bonitas posible y si son diferentes en cuanto a la forma y el color mejor, de esta manera el móvil nos quedará muy bonito. No nos valen las hojas rotas.

Vamos a dar una vuelta alrededor de la escuela con el claro propósito de buscar hojas. Se habla de la forma, el color, las

texturas..., es decir, las características sensoriales de las hojas que se van recogiendo.

*Sara: ¡Mira Ixone que hoja tan suave...! (es como de terciopelo, todos la tocan y buscan a su alrededor para coger una así también, pero no aparecen más)*

*Iker: ¡Esta roja es super bonita!*

*Alba: ¡Es puntiaguda y verde... sí que es bonita! ¡La meto en el sobre!*

De vuelta al aula con el sobre lleno de hojas, nos sentamos y comienza el diálogo sobre qué pasos dar para hacer el móvil. Salen muchísimas ideas, pero intervengo para explicarles que primero es necesario secarlas durante una semana, y que luego las plastificaremos para que no se rompan. Así podremos manipularlas sin problema.

Una semana más tarde (habíamos apuntado la fecha en el calendario y están muy pendientes del día), cogemos las hojas secas, las plastificamos, las vamos cortando y empezamos a ¡descubrir matemáticas con las hojas!

Las actividades empiezan en grupo grande (están acostumbrados a descubrir matemáticas, por lo que al plantear la siguiente pregunta enseguida salen ideas y contenidos para “jugar” con ellas):

*Maestra: ¿Qué podríamos hacer con estas hojas antes de hacer el móvil? ¿Creéis que podríamos jugar a matemáticas con ellas?*

*Todos enseguida: ¡¡¡Sí, sí!!!*

*Sara: Podríamos ordenarlas de pequeñas a grandes...*

*Iratí: O juntarlas según su forma...*

*Naroa: O su color...*

*Jon: O podemos ponerlas una pequeña, una grande, una pequeña, una grande... y así...*

En la siguiente sesión desdoblamos la clase con la maestra de apoyo. Ella está al tanto del proyecto en el que estamos inmersos y cada una con su grupo (en diferentes aulas) seguimos “jugando” a las matemáticas. Empieza el juego a partir de la siguiente pregunta:

*M: Antes Sara ha comentado que podíamos ordenar las hojas de pequeñas a grandes, ¿verdad?*

*Todos: Sí, sí...*

*M: Y vosotros, ¿creéis que podríais hacerlo?*

*Enseguida todos: pues claro...*

*M: Vale, me gustaría que cogierais cada uno 6, 7 u 8 hojas y las ordenarais, ¿vale?*

Enseguida se ponen manos a la obra:

*M: ¿Podríamos colocarlas de alguna forma?*

*Oier: Sí, estas que tienen como puntas, pues las ponemos juntas...*

*Ángela: Y estas, que son redondas aquí...*

Enseguida agrupamos algunas hojas según su forma entre todos. Observo que Giovanna ha desconectado un poco de las agrupaciones y veo que ella sola está creando una seriación, lo cual me viene muy bien para plantear otra actividad:

*M: A ver Giovanna, ¿nos enseñas lo qué has hecho?*

*Giovanna: Sí, es muy fácil, vas poniendo, una pequeña y luego una grande, otra pequeña y luego otra grande, como hacíamos con los juguetes, ¿te acuerdas?*

Enseguida le siguen otros. Se crean muchas combinaciones pero sólo de dos variantes. Planteo en la pizarra una seriación de tres variantes y les invito a que se animen a hacerla. Sara crea una que es larguísima y se siente realmente orgullosa. Luego les propongo si son capaces de dibujar una serie para que le pidan a un amigo que la haga, y por supuesto aceptan y la actividad queda redonda. Se divierten mucho creando y representando series.

Posteriormente entre todos vamos creando el móvil; era creación libre sin ningún tipo de consigna a seguir y para mi asombro descubro que algunos colgantes del móvil siguen patrones, como pequeño-grande-pequeño o incluso por formas. ¡Una vez más estos pequeños, pero no por eso menos capaces, me sorprenden gratamente!

\*\*\*\*\*

La actividad anterior es un claro ejemplo en el que los niños son los protagonistas del aprendizaje que realizan: piensan, sugieren actividades, y la tarea de la maestra consiste en observar, escuchar y gestionar de forma adecuada los retos que los

alumnos proponen. Evidentemente, este tipo de gestión es bastante más compleja que plantear un ejercicio de un cuaderno de actividades, por ejemplo, en el que tengan que agrupar todas las hojas de color marrón, pero ¿se aprenden los mismos contenidos matemáticos? Y más allá de los contenidos, ¿el grado de motivación y de implicación de los alumnos es el mismo?; ¿aprenden a responder a partir de consignas externas o a responder a sus propios intereses?

Al margen de estas preguntas, que dejamos en el aire para la reflexión de los lectores, vemos que el patio del colegio, y sobre todo los elementos que hay en él, constituyen un buen contexto de aprendizaje para los alumnos de las primeras edades, más allá de las aulas. En el ejemplo siguiente, los cubos y palas que los alumnos utilizan para jugar en el arenero sirven para realizar actividades de reconocimiento de diversas cualidades sensoriales como, por ejemplo, agrupamientos, junto con otras tareas como clasificaciones, ordenaciones, correspondencias y seriaciones, en las que relacionan las cualidades sensoriales de los cubos y las palas a partir de diferentes criterios cualitativos.

## ACTIVIDAD

*Título:* “Las matemáticas de nuestro patio”

*Lugar de implementación:* CEIP Fernando Feliz, Gerena (Sevilla).

*Nivel:* 3-6 años.

*Maestras responsables de la implementación:* Araceli Buzón Hoyos, Luisa M<sup>a</sup> Martín Ojeda, Eloísa Mateos Falantes y Esperanza Méndez Carrasco.

*Asesoramiento pedagógico:* Àngel Alsina.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

- Agrupamientos de objetos (cubos, palas, etc.).
- Relaciones de semejanza: clasificación de objetos del patio según diferentes criterios (color, etc.).

- Estimación de diferencias: ordenación y seriación de objetos del patio.
- Correspondencias entre objetos (cubos con palas, etc.).

### *Desarrollo de la actividad:*

En la jornada escolar de nuestro centro tenemos planificado un tiempo dedicado a la psicomotricidad y al juego con cubos y palas. Estas actividades se realizan en el patio del colegio utilizando materiales como aros, cubos, palas, ladrillos, cilindros, etc., y materiales del medio natural como piedras, hojas, arena, etc. Antes de realizar la actividad en el patio establecemos un diálogo con los niños y las niñas en la asamblea para detectar sus ideas previas con preguntas como: ¿qué matemáticas podemos descubrir en nuestra clase de psicomotricidad?; ¿y cuándo jugamos con nuestros cubos y palas?; ¿y en el arenero?; etc.

A partir de estos diálogos, recogemos las propuestas de los niños y niñas y organizamos las actividades. Aprovechando una de sus propuestas decidimos organizar nuestro material de cubos y palas y de psicomotricidad barajando diferentes alternativas:

- Agrupamientos: antes de organizar el material, realizamos agrupamientos de las palas y rastrillos por colores y formas, para ello se dan consignas y se colocan en los distintos lugares habilitados para los conjuntos.
- Correspondencias cualitativas: previa a la sesión de juego matemático en el patio proponemos el establecimiento de correspondencia uno a uno y por colores (un cubo-una pala) para que cada alumno tenga su material para desarrollar la sesión.
- Seriaciones: las maestras planteamos la construcción de un gusano con aros, tras ofrecer a los alumnos los aros de dos tamaños (grandes y pequeños) y construimos un tren con vagones de palas de dos colores.
- Ordenaciones: ordenamos por tamaños de menor a mayor las piedras que los niños recogen cuando juegan con los cubos y las palas; y ordenamos los aros siguiendo el criterio grande-mediano-pequeño.

- Clasificaciones: tras la sesión de psicomotricidad planteamos: ¿cómo podemos recoger el material (las palas, los cilindros, prismas,...)? Después de las distintas propuestas surge la clasificación por colores y formas.

Durante las distintas sesiones se han fotografiado distintos momentos de las actividades para, posteriormente en el aula, comentar con los alumnos lo realizado y aprendido, contrastándolo con las ideas previas del diálogo inicial. Elaboramos un mural con dichas fotos que queda expuesto en el aula durante todo el año, así como las representaciones gráficas realizadas.

\*\*\*\*\*

Esta actividad pone en juego diversos procesos matemáticos que van más allá de la mera adquisición de contenidos. En primer lugar, se fomenta la comunicación: los niños y niñas comunican su pensamiento matemático con coherencia y claridad a los compañeros y a la maestra; y usan el lenguaje de las matemáticas para expresar ideas matemáticas con precisión; en segundo lugar, se incentiva también la representación del conocimiento matemático: los alumnos crean y utilizan representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas; y, en tercer lugar, como en el resto de actividades de este libro, se incide también en las conexiones, al favorecer que los niños reconozcan y apliquen las matemáticas en contextos no matemáticos (NCTM, 2000).

Estos mismos procesos matemáticos pueden observarse en la siguiente actividad, en la que el reciclaje de los residuos que se generan en el aula (material orgánico, papel, etc.) es el punto de partida para trabajar los contenidos de relaciones y cambios cualitativos.

## ACTIVIDAD

*Título:* “Reciclaje y matemáticas”

*Lugar de implementación:* CEIP Domingo Bados, Olazti (Pamplona).

*Nivel:* 3-5 años.

*Maestras responsables de la implementación:* Emma Martínez Arnaiz y Josune Irastorza Aizpeolea.

*Asesoramiento pedagógico:* Àngel Alsina.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

- Reconocimiento de atributos de los diversos residuos (tipo de material, etc.).
- Agrupamientos a partir de diversos criterios cualitativos.
- Clasificaciones según el tipo de residuos.
- Asociaciones entre los residuos y los contenedores.
- Cambios que sufren los residuos durante el proceso de reciclaje.

*Desarrollo de la actividad:*

En todas las aulas del colegio hay una caja para el papel y otra para la basura orgánica. Nuestros alumnos las identifican por su forma, ya que el cubo de la basura orgánica tiene una base circular y es de plástico y la del papel tiene forma cuadrada y es de cartón. El problema era que muchas veces mezclaban los distintos residuos. Por otra parte, nos dimos cuenta de que los niños malgastaban los folios y de ahí surgió la idea de reutilizar el material usado. A partir de ese momento el reciclaje formó parte de nuestras rutinas diarias.

En la asamblea hablamos sobre la actividad de reciclaje que realizamos habitualmente, pero quisimos darle un nuevo enfoque. Nuestra intención era relacionar e integrar diferentes áreas curriculares (medio ambiente y matemáticas) y que los niños tuviesen una visión más amplia de las actividades que realizan cada día.

En el diálogo de la asamblea les dijimos que íbamos a hacer matemáticas con una actividad que realizamos todos los días. La respuesta de los niños fue «¿Con números?», y entonces aprovechamos la ocasión para hablar de matemáticas, que no se hacen sólo con números, hablamos de correspondencias, agrupaciones, clasificaciones que realizamos cada día, etc.

Las actividades realizadas a partir del reciclaje son las siguientes:

- Por una parte, realizamos la actividad de agrupar y clasificar el material (papel, plástico y orgánico) para tener claro qué residuos no se podían mezclar. En esta actividad los niños reconocieron y descubrieron los atributos que debía tener cada material para agruparlo adecuadamente.
- A partir de ahí los niños fueron clasificando los residuos que se producían cada día en el aula, colocándolos en el cubo correspondiente. Cada cubo o caja tiene una característica (color o forma) para distinguir el tipo de residuo que se depositará; por lo tanto, cada tipo de residuo se tiene que asociar con el depósito correspondiente.
- Cada semana salimos a la calle a depositar el material recogido en los contenedores, con lo cual los niños han aprendido a asociar cada contenedor (por su color y forma) con el tipo de residuo que le corresponde.

Posteriormente, en la asamblea hablamos de los aspectos matemáticos que habíamos realizado con la actividad de reciclar, recordando de nuevo que las matemáticas no se hacen sólo con números, y planteando situaciones habituales en las que también trabajamos contenidos matemáticos. Por otra parte, también hicimos un juego de memoria que se les ocurrió a ellos con las imágenes que habíamos preparado para identificar cada cubo o recipiente.

Finalmente, cada niño realizó una representación gráfica en un papel blanco. Como la mayoría dibujó los contenedores de la calle, aprovechamos para dialogar sobre el proceso del reciclaje, qué se hace con el material que depositamos en los contenedores, a dónde se lleva, para qué se clasifica, etc. De esta forma trabajamos el contenido de operación o cambio a partir de la transformación que sufren los residuos (por ejemplo, los residuos vegetales se transforman en abonos; los residuos de cristal se reciclan para conseguir nuevo cristal; etc.).

\*\*\*\*\*

La actividad anterior tiene muchos elementos que la convierten en una buena práctica desde el punto de vista de la educación matemática: en primer lugar, porque enriquece el concepto de matemáticas de los niños y niñas. Lamentablemente, muchos niños y niñas tienden a asociar matemáticas exclusivamente a números, como puede apreciarse en las primeras líneas de la actividad anterior. Sin querer generalizar, esta visión de las matemáticas está muy extendida dado que todavía son muchas las familias que consideran que “saber matemáticas” es “saber los números y las operaciones”. La escuela debe romper con este estereotipo, no sólo educando a los niños, sino también a los padres y madres de estos niños que han tenido una formación matemática muy tradicional, es decir, muy focalizada en los números y los algoritmos de las operaciones básicas. Esta “escuela paralela” para padres y madres puede realizarse a través de las reuniones anuales, alguna charla monográfica, las entrevistas individuales, mostrando semanalmente el trabajo realizado a través de fotografías en la entrada de la escuela, etc., para que no se produzcan conflictos entre el concepto de matemáticas que los niños aprenden en la escuela y el que escuchan en sus hogares. Otro aspecto que convierte la actividad anterior en una buena práctica es que se trata de una tarea doblemente formativa: por supuesto, educa matemáticamente, dado que los niños y niñas aprenden a hacer agrupamientos, clasificaciones, asociaciones, etc., pero también educa más allá de las matemáticas al incidir en la educación medioambiental.

Para finalizar este apartado relativo a los conocimientos didácticos ilustramos las diferentes experiencias presentadas en este capítulo. Como hemos indicado en la introducción pretendemos, a través de la presentación de estas imágenes tomadas en los contextos de aprendizaje donde se han realizado las actividades, romper con una manera de comunicar prácticas matemáticas exclusivamente a partir de textos escritos. Pretendemos, en definitiva, que los profesionales del 2º ciclo de Educación Infantil puedan visualizar dichas actividades para poder interpretarlas y adecuarlas a su propio contexto, más que reproducirlas de forma literal.

## *Los colores de nuestro pasillo*



El pasillo de nuestro colegio está lleno de estímulos.



Tomamos fotografías de los distintos colores que observamos: la puerta es de color naranja...



El cartel es de color blanco, con letras negras y sobre fondo azul.



Observamos en el ordenador las fotografías tomadas en el pasillo.



Después creamos nuevos colores.



Y hacemos distintos juegos en el pasillo: clasificamos las fotografías tomadas en el pasillo según el color de los objetos.



Hacemos seriaciones con las fotografías según el color que predomina.



Asociamos las fotografías del pasillo con el color de los objetos.



## *Las hojas y los árboles de nuestro patio*



En el patio de nuestro colegio hay muchos árboles.



Recogemos hojas de diversos tamaños y colores en el patio.



En clase agrupamos las hojas pequeñas, y dejamos las grandes fuera del diagrama.



Clasificamos las hojas según el color.



Asociamos las hojas y las muñecas de acuerdo con su tamaño.



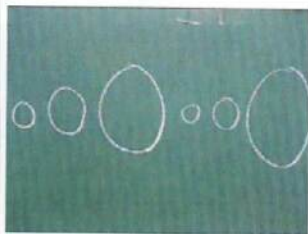
Creamos el mural del otoño con las hojas.



### *Móvil de hojas*



En clase observamos las hojas de los árboles que hemos plastificado previamente y hacemos agrupamientos y clasificaciones.



Construimos series a partir de un patrón representado en la pizarra: “pequeña, mediana, grande ...”.



Finalmente construimos el móvil: en algunos casos, los alumnos también hacen seriaciones, agrupan las hojas según su forma, etc.

## *Las matemáticas de nuestro patio*



En el aula dialogamos con los alumnos para conocer sus conocimientos previos.



En el patio les mostramos los materiales.



Agrupamos las palas de color rojo.



Clasificamos las piezas de construcción según su forma.



Asociamos los cubos y las palas según su color (un cubo verde con una pala verde).



Seríamos las palas según su color.



Ordenamos piedras según su tamaño.



En el aula representamos las acciones hechas en el patio en un papel.



Exponemos a las familias el trabajo realizado a través de un mural.

## *Reciclaje y matemáticas*



En el aula agrupamos y clasificamos el material de reciclaje.



Tenemos tres cubos para reciclar el material de nuestra clase: uno para el papel, otro para el plástico y otro para la materia orgánica.



Salimos a la calle a depositar en los contenedores el material recogido en el aula.



Representamos los contenedores.



Jugamos con un *memory* para asociar cada material con su contenedor correspondiente.

## *Indicadores de evaluación*

A lo largo de este capítulo se ha puesto de manifiesto que para interiorizar los contenidos de relaciones y cambios cualitativos, los niños y niñas de la etapa de Educación Infantil deberían tener oportunidades para explorar el contexto que les rodea y aprender por sí mismos y con la ayuda del adulto cuando sea preciso. Observan el entorno y lo interpretan, manipulan, experimentan y juegan con objetos ricos sensorialmente creando esquemas mentales de conocimiento a partir de la acción sobre estos objetos. La verbalización de las observaciones, las acciones y los descubrimientos efectuados a través de la interacción, el diálogo y la negociación favorecen la comprensión e interiorización de los conocimientos.

Es necesario basar el aprendizaje de las estructuras logicomatemáticas en un enfoque global a partir de actividades contextualizadas priorizando habilidades que permitan dominar los procedimientos antes que los conocimientos de tipo conceptual, planteando actividades manipulativas y experimentando a partir del trabajo cooperativo con diferentes organizaciones del alumnado (gran grupo, medio grupo o un grupo reducido, por parejas...). Desde esta perspectiva, al finalizar la etapa de Educación Infantil los niños y niñas deberían haber interiorizado los conocimientos siguientes:

1. Reconocer las diferentes cualidades sensoriales (color, forma, medida, grosor, textura...) en objetos del entorno natural y en materiales didácticos (estructurados y no estructurados).
2. Elaborar y consensuar símbolos con ayuda del adulto que representen cualidades sensoriales.
3. Agrupar elementos que reúnan una misma característica sensorial, o identificar qué atributo tienen en común un conjunto de elementos dados.
4. Clasificar y ordenar objetos del entorno o de materiales didácticos (estructurados y no estructurados) en función de cualidades diversas (sonido, longitud, peso, medida, textura...) expresando verbalmente o representando los criterios utilizados.

5. Establecer correspondencias cualitativas propias de la vida cotidiana y otras correspondencias cualitativas más complejas (emparejamientos, asociaciones de objetos, asociaciones de ideas, etc.).
6. Realizar seriaciones con diversos elementos y soportes, o bien descubrir los criterios de seriaciones dadas.
7. Observar y descubrir cambios de cualidades en contextos diversos: entorno cercano, su propio cuerpo, materiales didácticos, etc. (operaciones logicomatemáticas).
8. Resolver problemas de la vida cotidiana agrupando, clasificando, ordenando, seriando o realizando correspondencias mediante la aplicación de estrategias variadas.
9. Expresar verbalmente y representar gráficamente las agrupaciones y las relaciones (clasificaciones, ordenaciones, seriaciones, correspondencias) establecidas entre objetos o elementos para resolver problemas de la vida cotidiana.
10. Conectar los conocimientos cualitativos de los objetos y materiales con el número, la medida y la geometría aplicándolos en contextos diversos.

Los tres primeros indicadores de evaluación se refieren a la capacidad de los niños y niñas para identificar, reconocer o definir las cualidades sensoriales y sus atributos, tanto a partir de actividades de reconocimiento de atributos físicos como de agrupaciones a partir de un criterio dado, que puede ser afirmativo o bien negativo. Los tres indicadores siguientes se refieren a la capacidad para relacionar dichos atributos entre ellos, es decir, compararlos a través de clasificaciones, ordenaciones, asociaciones (correspondencias cualitativas) y seriaciones. El indicador 7 se refiere a la capacidad de observar y realizar cambios cualitativos. Finalmente, los últimos tres indicadores se refieren a los procesos matemáticos, es decir, a las herramientas que nos ofrecen las matemáticas para trabajar los contenidos y aplicarlos en diferentes contextos además del escolar, encaminando a los alumnos de Educación Infantil hacia la adquisición de la competencia matemática. Así, el indicador 8 se refiere a la resolución de problemas como una herramienta para resolver situaciones de la vida cotidiana en las que hay implicados con-

tenidos de relaciones y cambios cualitativos; el indicador 9 se refiere a la comunicación y representación de estos conocimientos y, finalmente, el indicador 10 se refiere a las conexiones que existen entre los contenidos de los diferentes bloques de contenido matemático, y que constituye de hecho una de las finalidades de este libro: llegar a comprender que los diversos contenidos matemáticos que se trabajan en la etapa de Educación Infantil están absolutamente interrelacionados entre ellos.

## Capítulo 2

### RELACIONES Y CAMBIOS CUANTITATIVOS

#### **Presentación**

Con el propósito de hacer visibles las conexiones entre los diferentes bloques de contenido matemático, el título de este capítulo mantiene un paralelismo tanto con el capítulo anterior como con los siguientes. Se pretenden explicitar, de esta manera, las capacidades matemáticas que se desarrollan cuando se realizan actividades en contexto.

En este capítulo, los niños y niñas relacionan y transforman cantidades, mientras que, en el capítulo anterior, el objeto matemático eran las cualidades sensoriales. Lo realmente significativo, desde esta perspectiva, es observar que las capacidades matemáticas son las mismas, y que únicamente varía el tipo de contenido. Este planteamiento es el que, en el último capítulo, permitirá comprender de una forma muy simple un principio muchas veces repetido y todavía poco implementado: un enfoque integrado de la educación matemática en las primeras edades que parte de la globalización, es decir, de las conexiones que existen entre los diferentes bloques de contenido matemático.

En relación con el objeto de este capítulo, las cantidades, existen prácticas de aula todavía muy arraigadas en nuestro país

que se pretenden cuestionar por su escasa o nula contribución a la comprensión de los contenidos de este bloque matemático: ¿la Educación Infantil es la etapa óptima para que los niños y niñas aprendan la representación notacional de las cantidades, es decir, los números escritos?; ¿qué tiempo dedicamos a enseñar la representación notacional de las cantidades?; ¿qué dejamos de hacer cuando invertimos demasiado tiempo en la escritura de números?; ¿aprender los números significa saberlos escribir?

Si nos centramos en las operaciones aritméticas propias de estas primeras edades, las preguntas se repiten: ¿la Educación Infantil es la etapa óptima para que los niños y niñas aprendan la representación simbólica de las operaciones aritméticas?; ¿qué tiempo dedicamos a enseñar la mecánica de las operaciones aritméticas elementales?; ¿qué dejamos de hacer cuando nos centramos en el aspecto técnico de las operaciones aritméticas? ¿sumar o restar es sinónimo de saber resolver operaciones como, por ejemplo,  $2+3$  o  $5-3$ ?

En este capítulo trataremos de dar respuesta a algunas de estas preguntas a partir de la concreción de los conocimientos tanto disciplinares como didácticos. Veremos como las actividades realizadas en contextos de vida cotidiana contribuyen a que los alumnos vayan comprendiendo las cantidades y las operaciones aritméticas elementales, su significado, sus funciones, etc.

## **1. Relaciones y cambios cuantitativos: conocimientos disciplinares**

En este apartado se presentan los conocimientos disciplinares básicos para poder diseñar actividades de relaciones y cambios cuantitativos en contextos de aprendizaje significativos para los alumnos de las primeras edades. El procedimiento que se ha seguido es el mismo que en el capítulo anterior: en primer lugar, se revisan los principales referentes contemporáneos, tanto internacionales como nacionales; y, en segundo lugar, se propone una definición accesible que parte de estos referentes en la que se concretan los principales contenidos a trabajar durante el segundo ciclo de la etapa de Educación Infantil.

## *Referentes internacionales*

En la última versión publicada de los estándares americanos (NCTM, 2000), los conocimientos matemáticos de este capítulo se presentan con el nombre de “contenidos de números y operaciones”. Este bloque de contenidos se refiere al conocimiento y a la competencia básicos relativos a contar, a los números y a la aritmética, y se hace especial hincapié en el desarrollo del sentido numérico, que se define como la habilidad para descomponer números de forma natural, utilizar ciertos números como referentes, usar las relaciones entre operaciones aritméticas para resolver problemas, comprender el sistema de numeración decimal, hacer estimaciones, dar sentido a los números y reconocer las magnitudes relativa y absoluta de los números (Sowder, 1992).

El estándar de números y operaciones concreta que los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar a todos los alumnos para:

- Comprender los números, las diferentes formas de presentarlos, las relaciones entre ellos y los conjuntos numéricos.
- Comprender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras.
- Calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables.

Se observa, pues, que en términos generales se enfatiza sobre todo la comprensión de los números y el significado de las operaciones, más que el aspecto técnico. También se centra el interés en otros aspectos fundamentales como las relaciones entre números y entre operaciones, el cálculo mental y la estimación de cantidades, junto con las diferentes representaciones de los números. Si se focalizan estos contenidos en las primeras edades, las capacidades más significativas a desarrollar son contar con comprensión; reconocer la cantidad de objetos de una colección; usar y relacionar entre ellas diferentes representaciones (el nombre del numeral, la representación con diversos materiales físicos, representaciones concretas a través de dibujos, representaciones pictóricas mediante símbolos, el numeral escrito, etc.); o bien comprender los diferentes significados de la suma y la resta.

## ***Referentes nacionales***

En la Orden ECI/3960/2007 se concretan diversos contenidos que pretenden orientar a las maestras y maestros del 2º ciclo de Educación Infantil sobre los aspectos a trabajar para que los niños y niñas de estas edades interioricen los conocimientos de numeración y cálculo necesarios para desenvolverse en su vida cotidiana.

|                                                                     | <b><i>Segundo ciclo (3-6 años)</i></b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|---------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b><i>Área 1. Conocimiento de sí mismo y autonomía personal</i></b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Exploración y reconocimiento del propio cuerpo. Identificación, valoración y aceptación progresiva de las características propias.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| <b><i>Área 2. Conocimiento del entorno</i></b>                      | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Cuantificación no numérica de colecciones (muchos, pocos). Comparación cuantitativa entre colecciones de objetos. Relaciones de igualdad y de desigualdad (igual que, más que, menos que).</li> <li>- Estimación cuantitativa exacta de colecciones y uso de números cardinales referidos a cantidades manejables.</li> <li>- Utilización oral de la serie numérica para contar.</li> <li>- Observación y toma de conciencia del valor funcional de los números y de su utilidad en la vida cotidiana.</li> </ul> |
| <b><i>Área 3. Lenguajes: comunicación y representación</i></b>      | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Diferenciación entre las formas escritas y otras formas de expresión gráfica.</li> <li>- Iniciación en el uso de la escritura para cumplir finalidades reales. Interés y disposición para comunicarse por escrito y por el uso de algunas convenciones del sistema de la lengua escrita como linealidad, orientación y organización del espacio, y gusto por producir mensajes con trazos cada vez más precisos y legibles.</li> </ul>                                                                            |

***Cuadro 2.1: Contenidos de relaciones y cambios cuantitativos para el 2º ciclo de Educación Infantil en la Orden ECI/3960/2007.***

En el cuadro anterior se observa que, a pesar de que el peso de los contenidos sobre el conocimiento de los números y las operaciones aritméticas que deberían trabajarse en la etapa de Educación Infantil aparecen en el área 2, estos contenidos también están presentes en el resto de áreas. Este aspecto es muy significativo dado que permite al profesorado superar una visión fragmentada de los contenidos de matemáticas, y favorecer un enfoque globalizado estableciendo relaciones entre los contenidos de las diferentes áreas. El segundo aspecto destacable es el tipo de sustantivos usados para expresar los contenidos: “exploración, identificación, comparación, relaciones, estimación, utilización, observación”, etc. De ello se desprende una visión del aprendizaje de los contenidos de numeración y cálculo que tiene en cuenta las necesidades de los niños y niñas de las primeras edades para aprender: “observar los números del entorno y comprender su utilidad; realizar acciones con cantidades para favorecer su comprensión e interiorización”; etc. En el documento consultado también se hace hincapié en la representación de las cantidades, aunque se obvian algunas fases imprescindibles. Así, se menciona que los niños y niñas deberían diferenciar las distintas formas de expresión gráfica (dibujos, números, lengua escrita), y que deberían iniciarse en el uso de la escritura para cumplir finalidades reales. Pero, ¿cuál es el proceso evolutivo que siguen los niños y niñas desde que empiezan a diferenciar los distintos sistemas externos de representación (dibujos, letras, números, etc.) hasta que son capaces de representar los numerales usando un código simbólico?; ¿pueden pasar directamente de distinguir dibujos, letras y números a representar cantidades usando códigos simbólicos?; ¿qué necesitan los niños y niñas para poder representar cantidades usando símbolos abstractos? Por su relevancia en el campo de la Educación Matemática en las primeras edades, puesto que actualmente todavía hay muchos niños y niñas que dedican muchas horas de su escolarización a entrenarse para escribir bien los números, trataremos este aspecto con mayor profundidad en el siguiente subapartado. Un último aspecto destacable del cuadro 2.1 es que en las orientaciones sobre los contenidos a trabajar durante el 2º ciclo no se hace referencia a los cambios de cantidades, es decir, las operaciones aritméticas elementales de suma y resta. Si tenemos en cuenta las orientaciones internacionales,

las orientaciones nacionales relativas al cálculo en las primeras edades son, sin duda, deficientes.

### ***Hacia una definición accesible***

Si se consideran el conjunto de orientaciones anteriores, podemos concluir que el bloque de contenidos de numeración y cálculo en la etapa de Educación Infantil debería favorecer, sobre todo, que los niños y niñas de estas edades comprendan los cuantificadores elementales y los primeros números, es decir, que sepan reconocerlos y relacionarlos (compararlos a partir de criterios diversos); en segundo lugar, es necesario que progresivamente aprendan a representarlos; y, finalmente, que operen con ellos. En el cuadro 2.2 se presenta una síntesis de las ideas anteriores:

| <i>Reconocer cantidades</i>                                                                                                                                                                                                                                                  | <i>Relacionar cantidades</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <i>Operar cantidades</i>                                                                             |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- Comprensión de los principales cuantificadores (muchos, pocos, todos, ninguno, algunos, etc.).</li> <li>- Comprensión y representación de los números.</li> <li>- Agrupaciones de elementos por criterios cuantitativos.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Relaciones de equivalencia: clasificaciones a partir de un criterio cuantitativo.</li> <li>- Relaciones de orden: ordenaciones a partir de un criterio cuantitativo.</li> <li>- Correspondencias cuantitativas: asociaciones término a término; etc.</li> <li>- Series numéricas.</li> </ul> | <p>Cambios de cantidades: composición y descomposición de cantidades discretas; añadir y quitar.</p> |

*Cuadro 2.2: Contenidos de relaciones y cambios cuantitativos de 3 a 6 años.*

En Alsina (2006) puede consultarse una propuesta de secuenciación de estos contenidos por niveles. A continuación vamos a describir algunos conocimientos disciplinares básicos para trabajar de forma apropiada estos distintos contenidos.

## *Comprensión de los números*

Comprender los números es un requisito previo tanto para su posterior representación como para operar con ellos. Pero, ¿qué implica comprender un número? Desde mi punto de vista, hay diferentes aspectos que deberían considerarse:

- Reconocer la cantidad de objetos de una colección (el cardinal): este aspecto requiere saber contar el número de objetos que hay en un grupo, con todo lo que implica saber contar. Para contar de forma correcta, previamente deben conocer el nombre de los números (es decir, su representación verbal) y usar estos nombres en un orden correcto, de acuerdo con la serie numérica. Así, pues, identificar el cardinal de un conjunto de objetos implica, en primer lugar, asignar a cada objeto un único número de la serie numérica; en segundo lugar, que el cardinal del conjunto no depende de criterios de tipo perceptivo como, por ejemplo, el volumen o la longitud de los objetos; en tercer lugar, es necesario realizar un seguimiento (una comprobación) de los objetos que ya se han contado, dado que en muchas ocasiones los niños tienden a contar más de una vez un mismo objeto, o bien obvian algún objeto de la colección; en cuarto lugar, tener noción de inclusión, es decir, reconocer que el último nombre del conteo sirve para designar el conjunto de objetos de la colección; y, finalmente, que independientemente del orden en el que se cuenten los objetos el total sigue siendo el mismo.
- La recta numérica (el ordinal): otra cuestión fundamental, que mantiene vínculos muy estrechos con el aspecto anterior, es identificar la cantidad de objetos de una colección dispuestos en línea recta. En este caso, son necesarios los números ordinales (primero, segundo, etc.), para identificar la posición que ocupa cada objeto dentro de la colección.
- Comparar cantidades por criterios cuantitativos: como acabamos de mencionar, uno de los aspectos que favorece la comprensión de los números es que los niños y

niñas descubran que la cantidad de objetos de una colección (estén o no dispuestos en línea recta) no depende de criterios de tipo perceptivo, como el volumen o la longitud que ocupan los objetos, sino de su valor cardinal. Desde este punto de vista, la comparación de colecciones de objetos perceptivamente diferentes puede ayudar a superar esta primacía de la percepción. Cuando hablamos de comparar colecciones de objetos por criterios cuantitativos, se incluyen diversas acciones: clasificar, ordenar, asociar o seriar cantidades por criterios cuantitativos, usando los comparativos “más... que”; “menos... que”; “tanto... como”; o “igual... que”.

Los aspectos anteriores se refieren a los números que los niños y niñas pueden comprender. Sin embargo, nuestro entorno está repleto de otros números que pueden reconocer con facilidad: la edad de los familiares; el número de la calle donde viven; la matrícula del coche; el número de teléfono; etc. Así, pues, es fundamental distinguir los números que pueden comprender de los números que pueden reconocer: el hecho de que un niño reconozca el número de la matrícula del coche de su madre (por ejemplo, 4182), no implica conocer su valor cardinal, la posición que ocupa en la recta numérica, o saberlo comparar con otros números. Desde esta perspectiva, la mayoría de investigaciones contemporáneas indican que los niños y niñas de las primeras edades son capaces de comprender, con todo lo que ello implica, los números dígitos, mientras que la comprensión de los números a partir de la decena requiere otro tipo de conocimientos (valor posicional, etc.) que se adquieren posteriormente. En cambio, el reconocimiento de números escritos es mucho más extenso, y depende de la experiencia personal de cada niño, de su contexto, etc.

### ***Representación de los números***

La escritura de números en las primeras edades es una práctica pedagógica, demasiado arraigada todavía, que se debe a los modelos tradicionales que han dado lugar al carácter instru-

mental de los códigos simbólicos. Desde mi punto de vista, fomentar la notación escrita de los numerales antes de tiempo repercute sobre todo de manera negativa en la alfabetización numérica de los niños y niñas de las primeras edades, por diversos motivos:

- 1º Porque se propicia que los alumnos aprendan a escribir los códigos simbólicos sin haber garantizado con antelación su comprensión, cuando en realidad sólo deberían representar simbólicamente aquello que comprenden. En este sentido, Piaget (1950) ya mostró que la construcción de una serie de conocimientos matemáticos (fundamentalmente sobre el número y sobre el espacio) se va elaborando gracias a las acciones que los niños y niñas realizan y a la abstracción de estas acciones. Así, pues, en la construcción de la noción de número, el lenguaje matemático juega un papel secundario, es decir, lo semiótico está subordinado a lo operatorio.
- 2º Porque la representación del código escrito convencional implica habilidad motriz, es decir, los niños y niñas deben aprender la direccionalidad de los símbolos, representarlos en espacios limitados, etc. Este tipo de aprendizaje “consume” mucho tiempo, puesto que todavía no tienen la suficiente madurez para realizar este tipo de aprendizaje. Berdonneau (2008: 295), por ejemplo, afirma que «la caligrafía de las cifras no es indispensable en educación infantil, y es mejor esperar a la etapa sensible propia de cada niño, es decir, el momento en que está realmente maduro para este aprendizaje, que se realizará de forma más rápida, fácil y segura». Desde este punto de vista, el problema no radica tanto en lo que se hace sino en lo que se deja de hacer al dedicar buena parte del tiempo a copiar, reseguir o dibujar números.
- 3º Porque algunos niños y niñas de las primeras edades tienden a invertir los números que escriben. Algunos trabajos realizados desde la neuropsicología han puesto de manifiesto que esta alteración puede presentarse de forma aislada (sólo con números escritos) o en asociación

con letras y palabras. A pesar de que las inversiones no pueden asociarse todavía a un trastorno neuropsicológico en estas edades, debe tenerse en cuenta que cuando se realiza un aprendizaje de forma errónea antes del momento adecuado, su corrección tiende a ser muy difícil (Alsina, 2006).

Respecto a la evolución de la notación escrita de los numerales, se trata de un proceso lento y complejo, en el que los usos de formas convencionales y no convencionales conviven durante un largo periodo. El primer eslabón es la correspondencia término a término (Sinclair, 1991). En este nivel, los signos varían según los niños (formas geométricas, dibujos, etc.), pero no dependen de la edad. Estas primeras producciones notacionales se refieren exclusivamente a la cantidad; la notación se compone de caracteres discretos, alineados; y en muchas producciones, un mismo signo es repetido varias veces. Martí (2003) indica que el siguiente paso es la producción de un signo único como representante de la cantidad. Se trata de un rasgo inherente al sistema de numeración decimal de difícil comprensión, dado que se usa un solo signo para designar a toda una colección. El hecho de que exista un objeto semiótico ya elaborado –los números escritos– que se transmite culturalmente ayuda a esta construcción, y no es hasta que los niños comprenden que un solo signo puede representar una pluralidad cuando empiezan a usar los números escritos. A partir de este momento, los niños pueden comprender de forma progresiva las reglas del sistema (Lerner, Sadovsky y Wolman, 1994). En este nivel, la comprensión del valor cardinal (una única expresión para representar una cantidad) es fundamental, puesto que constituye el punto de partida para que los niños puedan ir adentrándose en la comprensión el valor posicional, etc.

Otros estudios se han centrado más en el análisis de los distintos tipos de notaciones que realizan los niños y niñas durante el itinerario de adquisición (Hugues, 1982, 1987; Pontecorvo, 1996; Scheuer, Sinclair, Merlo de Rivas y Tièche-Christinat, 2000). Los estudios de Hugues y Pontecorvo, a pesar de que mantienen algunas diferencias como, por ejemplo, el hecho de no contemplar la representación de la correspondencia

término a término entre los signos y los objetos a ser contados por parte del primero, mantienen un cierto paralelismo respecto a los niveles posibles en la representación de la cantidad: el primero, en el que no existe sensibilidad o precisión hacia los aspectos cuantitativos (representaciones idiosincrásicas); el segundo, donde se pone en correspondencia un signo de representación con aquello que se representa (representaciones pictográficas e icónicas); y el tercero, donde se usa el numeral convencional, aunque no siempre en un modo exclusivo (representaciones simbólicas). El estudio de Scheuer *et al.* (2000) permite identificar siete categorías de notaciones que van revelando la laboriosa adquisición del conjunto de reglas convencionales que subyace a la representación numérica de las cantidades. Se trata de categorías mutuamente excluyentes, aun considerando que un mismo alumno puede presentar varias estrategias a la vez: notaciones numéricas convencionales acordes con los numerales convencionales; notaciones múltiples, en las que se regulan el número de formas gráficas en la notación de acuerdo al número de elementos en la colección basándose, por lo general, en procedimientos de correspondencia uno a uno (una forma gráfica para cada elemento); formas para números, que consisten en la producción de una única grafía arbitraria; formas para clases de números, que registran características particulares de los números pero la notación no identifica de forma concluyente el número representado; notaciones logográficas, que resultan del establecimiento de una correspondencia estricta entre la forma oral de un número y su notación; notaciones compactadas, en las que además de la correspondencia anterior, se empieza a integrar el principio de notación posicional; y otras notaciones, que incluyen formas que se desvían de las descritas debido a errores suplementarios o de otras particularidades, o bien producciones que registran la naturaleza de los objetos que forman la colección en lugar de su cantidad.

En síntesis, pues, los numerales deberían representarse simbólicamente sólo cuando se comprenden. No tiene ningún sentido dedicar horas a copiar y reseguir números si no hay una comprensión previa de lo que se quiere representar.

## ***Operaciones aritméticas***

En las primeras edades, los niños y niñas pueden resolver operaciones sencillas de suma y de resta, siempre y cuando los contextos asociados con estas operaciones reflejen experiencias reales y puedan ser modeladas con materiales concretos. Desde esta perspectiva, también pueden iniciarse en la resolución de multiplicaciones (reunir diversas colecciones con la misma cantidad de objetos) y divisiones (reparto de colecciones de objetos en partes iguales).

La resolución de estas operaciones implica comprender qué significa añadir, reunir, juntar, sumar, quitar, separar, restar, etc., pero en ningún caso es necesario que los niños y niñas usen símbolos formales para resolverlas. Así, pues, ¿qué es necesario considerar en relación con las operaciones aritméticas durante las primeras edades? Desde mi punto de vista, deben tenerse en cuenta tres aspectos:

1. *El aspecto comprensivo*: los niños y niñas de las primeras edades deben comprender que operar significa transformar cantidades. El hecho de añadir (o quitar) una cantidad determinada respecto a una cantidad inicial implica que la cantidad final sea diferente de la inicial (salvo en un caso excepcional, en el que se añaden o quitan cero objetos). Sumar significa siempre juntar, reunir, agrupar... diversas cantidades, es decir, la operación de sumar se asocia siempre a la adición (por ejemplo, tenemos dos objetos y añadimos tres). Restar, en cambio, puede tener significados diversos: un posible significado es, dada una cantidad, quitar o separar una cantidad menor y contar cuantos quedan (por ejemplo, tenemos seis objetos y quitamos dos); otro posible significado es, dada una cantidad, determinar cuántos faltan para llegar a otra cantidad (por ejemplo, tenemos dos objetos y queremos saber cuantos faltan para tener seis).
2. *El aspecto funcional*: paralelamente, los niños y niñas deben descubrir para qué sirven las operaciones aritméticas elementales, es decir, cuando es necesario añadir, quitar, etc.

3. *El aspecto técnico*: se refiere a los algoritmos que se utilizan en nuestra cultura para sumar, restar, etc.

Si analizamos con detalle los tres aspectos anteriores, observamos que los niños y niñas de las primeras edades pueden sumar, restar (e incluso multiplicar o dividir) sin necesidad de dominar el tercer aspecto. Dicho de otra forma, comprender qué significa una operación aritmética elemental y saber para qué sirve no implica conocer la técnica, es decir, resolver operaciones mediante lenguaje simbólico, como, por ejemplo,  $2+3=5$ . Otro aspecto colateral, pero que debe considerarse dada la diversidad de culturas que coexisten en la actualidad en los centros escolares, es que no todas las culturas suman y restan usando los mismos algoritmos, con lo cual este aspecto técnico de ninguna manera es prescriptivo en Educación Infantil.

Así, pues, ¿qué tipos de cálculo aritmético deben trabajarse en esta etapa educativa? Existen diversos tipos de cálculo: el cálculo con material manipulativo; el cálculo con recursos tecnológicos como, por ejemplo, la calculadora; el cálculo mental; y el cálculo escrito. Trataremos con detalle la didáctica del cálculo en el siguiente apartado a partir de la exposición de diversas actividades en contexto, pero, a modo de síntesis, en la etapa de Educación Infantil debería trabajarse, primero, el cálculo con material y progresivamente fomentar el cálculo mental aplicando estrategias elementales (descomposición de numerales, etc.). Aunque con menos protagonismo, podría introducirse el cálculo con recursos tecnológicos (por ejemplo, a través de actividades en entornos simulados como el ordenador) y el cálculo escrito, aunque usando sobre todo representaciones concretas y pictóricas como, por ejemplo, cruces, palitos, etc.

## **2. Relaciones y cambios cuantitativos: conocimientos didácticos**

¿Qué ayudas podemos proporcionar a los alumnos de las primeras edades para que vayan interiorizando los contenidos de numeración y cálculo que se han expuesto en el apartado anterior? ¿cómo evaluar la adquisición de estos contenidos? En

este apartado se intenta dar respuesta a estas dos preguntas exponiendo, en primer lugar, un posible itinerario de adquisición de estos contenidos junto con una selección de actividades en contexto de vida cotidiana y, en segundo lugar, los indicadores de evaluación para el 2º ciclo de la etapa de Educación Infantil.

### *Itinerario de adquisición*

A pesar de que en este libro nos centramos en la descripción de actividades en contexto de vida cotidiana, es necesario precisar que los niños y niñas de 3 a 6 años necesitan que los profesionales de la Educación Infantil les proporcionemos también contextos estables de aprendizaje como, por ejemplo, materiales manipulativos y juegos a través de una organización por rincones de trabajo, puesto que la forma de llegar a todos y todas los alumnos de un aula es diversificando los recursos (Alsina, 2006). En el cuadro 2.3 presentamos una secuencia didáctica con veinte actividades que, desde nuestro punto de vista, responden a este criterio.

| <div>CONTENIDOS</div> <div>CONTEXTOS</div> | <i>Reconocer, relacionar y/o operar cantidades</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|--------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Situaciones cotidianas</i>              | <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Realizamos una salida (una visita por el barrio, etc.) y observamos los números que hay, para qué sirven, etc.</li> <li>2 Observamos un entorno conocido de la escuela (la clase, el patio, etc.) y lo analizamos desde un punto de vista cuantitativo (la cantidad de objetos que hay de un determinado tipo, etc.).</li> <li>3 Cuantificamos los niños y niñas que hay en clase, los que faltan, etc. a partir del control de asistencia; verbalizamos el día de la semana, la posición que ocupa dentro de la semana; etc.</li> <li>4 Observamos las distintas partes del cuerpo y las cuantificamos (dos ojos, una nariz, muchos cabellos, etc.).</li> <li>5 Al servir la mesa para comer repartimos un vaso, una servilleta, un tenedor, un cuchillo y una cuchara para cada niño; etc.</li> <li>6 Resolvemos situaciones cotidianas simples para favorecer el cálculo mental como, por ejemplo, «si tengo tres caramelos y me dan dos más, cuántos tengo en total?».</li> </ol> |

|                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|----------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><i>Materiales manipulativos</i></p> | <ol style="list-style-type: none"> <li>7 Utilizamos materiales inespecíficos que puedan contarse uno a uno (cantidades discretas) como, por ejemplo, tapones, anillas de madera, etc., para hacer agrupaciones por criterios cuantitativos (por ejemplo, reunir cinco), comparar distintas colecciones (por ejemplo, comparar si hay más objetos en una colección de dos anillas o en una colección de cuatro tapones), etc.</li> <li>8 Diseñamos materiales con una finalidad didáctica (por ejemplo, imágenes de peceras con diferentes cantidades de peces, de diferente tamaño y color, para que los niños y niñas cuenten la cantidad de peces que hay en cada pecera y realicen agrupaciones, clasificaciones, ordenaciones, etc. por criterios cuantitativos.</li> <li>9 Usamos materiales didácticos comercializados (material contable como, por ejemplo, colecciones de animales, vehículos, cubos de diferentes colores, etc.) para que los niños y niñas cuenten una colección determinada de objetos y realicen agrupaciones, clasificaciones, ordenaciones, etc. por criterios cuantitativos.</li> </ol> |
| <p><i>Juegos</i></p>                   | <ol style="list-style-type: none"> <li>10 Realizamos juegos colectivos de patio en los que necesitamos los numerales como, por ejemplo, la rayuela; pilla pilla; uno, dos, tres, pica pared; etc.</li> <li>11 Utilizamos en clase juegos de mesa como, por ejemplo, dominós de cantidades para hacer correspondencias cuantitativas; el parchís; el juego de la oca; juegos sencillos de cartas (sobre todo para hacer clasificaciones y ordenaciones), etc.</li> <li>12 Jugamos al bingo de cantidades o de operaciones sencillas: se trata de repartir cartones con cantidades discretas representadas, decir un voz alta un número o una operación sencilla, y los niños deben tapar la casilla donde hay representada la cantidad o el resultado de la operación indicada. Gana el primero que consigue tapar todas las casillas.</li> <li>13 Organizamos rincones estables de aprendizaje en los que se fomenta el juego simbólico como, por ejemplo, una tienda, un restaurante, etc. En estos espacios, los niños y niñas reconocen cantidades, las comparan, operan con ellas, etc.</li> </ol>                 |



|                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|-------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><i>Recursos literarios</i></p>   | <p>14 Cantamos una canción que contenga cantidades como, por ejemplo, <i>La Gallina Papanatas</i> y, a continuación, la dramatizamos.</p> <p>15 Explicamos un cuento popular que contenga cantidades como, por ejemplo, <i>Ricitos de oro y los tres osos</i>. Después proponemos hacer una breve obra de teatro para que los niños vivencien las cantidades que aparecen en el cuento y hagan diferentes acciones con ellas (clasificar, asociar, etc.).</p> <p>16 Proponemos que representen en un papel refranes y frases hechas sencillas como, por ejemplo, «buscar tres pies al gato».</p> <p>17 Planteamos adivinanzas muy simples que contengan numerales como, por ejemplo:</p> <p style="padding-left: 40px;"><i>“Soy más de uno<br/>sin llegar a tres,<br/>y llego a cuatro<br/>cuando dos me des”<br/>(el dos)</i></p> <p style="padding-left: 40px;"><i>“Soy un número, y no miento,<br/>que tengo forma de asiento”<br/>(el cuatro)</i></p> |
| <p><i>Recursos tecnológicos</i></p> | <p>18 Utilizamos softwares que permiten trabajar la comprensión de los números (reconocer el cardinal de una colección, ordenar números en una recta numérica, asociar el cardinal con un número, comparar cantidades por criterios cuantitativos, etc.) o bien las operaciones con números (sobre todo los aspectos comprensivo y funcional, y el cálculo mental).</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <p><i>Recursos gráficos</i></p>     | <p>19 Seleccionamos fichas editadas que favorezcan sobre todo la comprensión de los números y de las operaciones, no su representación simbólica.</p> <p>20 Representamos cantidades discretas y operaciones aritméticas elementales en el papel, usando diferentes tipos de representaciones, sobre todo concretas (dibujos) y pictóricas (cruces, palitos, etc.).</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

*Cuadro 2.3: Itinerario de adquisición de contenidos de relaciones y cambios cuantitativos para el 2º ciclo de Educación Infantil.*

Como puede apreciarse, el itinerario de aprendizaje que se propone en el cuadro 2.3 va de lo concreto a lo simbólico, es

decir, parte de situaciones cotidianas y progresivamente se van incorporando otros contextos de aprendizaje como, por ejemplo, los entornos simulados a través de las TIC y el trabajo sobre papel, que pretenden favorecer la abstracción y simbolización progresiva de los contenidos de numeración y cálculo que previamente se han vivido, manipulado y experimentado.

### *Muestra de actividades en contexto de vida cotidiana*

En este libro, como ya hemos manifestado en otras ocasiones, nos centramos en el primer eslabón de la pirámide de la educación matemática (Alsina, 2010) porque estamos convencidos de que la realización de actividades en contextos de vida cotidiana permiten a los niños y niñas de las primeras edades ampliar su comprensión del mundo en general y, por supuesto, su visión respecto las matemáticas al permitirles descubrir, por ejemplo, en qué lugar de su entorno inmediato hay números; quién utiliza los números; para qué los usan; etc. Por el contrario, si se limita la actividad matemática a realizar actividades escritas en un cuaderno de actividades como, por ejemplo, contar el número de objetos que hay dentro de un diagrama; rodear una cantidad determinada de objetos; o bien reseguir números escritos; entre otras actividades similares, estaremos fomentando que el alumnado de Educación Infantil tenga una visión muy reduccionista de las matemáticas que puede ser un freno para el desarrollo de su competencia matemática. Desde esta perspectiva, a continuación se exponen algunos ejemplos de actividades que pretenden trabajar los contenidos de numeración y cálculo a partir de diversos contextos de vida cotidiana.

La primera experiencia que se presenta, realizada por alumnos del segundo ciclo de Educación Infantil del CEIP Marta Mata de Girona, parte de la base que la interacción con el entorno es una condición indispensable para el desarrollo del pensamiento matemático de los niños y niñas. Desde este marco, pues, aprender matemáticas significa construir nuevos significados a partir de la mirada matemática del entorno inmediato. Esta matematización permite, como veremos, enriquecer los conocimientos previos y aplicarlos a nuevas situaciones cada vez más complejas.

## ACTIVIDAD

*Título:* “Letras y números de nuestro barrio”

*Lugar de implementación:* CEIP Marta Mata, Girona.

*Nivel:* 5-6 años.

*Maestra responsable de la implementación:* Montse Planas de Farners.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

- Observación de números escritos en el entorno inmediato (el barrio).
- Reconocimiento de semejanzas y diferencias entre los números observados (en las matrículas de los coches, en los números de las casas, en los carteles de las calles, en los buzones, etc.).
- Correspondencias cuantitativas entre números de las casas y de los buzones, etc.
- Comprensión de la funcionalidad de los números (¿para qué sirven?).

*Descripción de la actividad:*

La experiencia se inicia a partir de un diálogo con los alumnos sobre la importancia de las letras y los números. Se les plantean algunas preguntas como, por ejemplo: ¿para qué leer si hay TV y radio?; ¿para qué sumar si hay calculadoras? A partir del diálogo surge la idea que las letras y los números son necesarios y, por lo tanto, es probable que haya en todas partes. Los niños y niñas mencionan diversos sitios en los que hay letras y números: en las tiendas; en los libros; en la biblioteca; en el mando de la TV y del DVD; etc. Después de este diálogo decidimos salir a la calle para descubrir en qué otros lugares hay letras y números.

La actividad en sí se basa en hacer una excursión por los alrededores del colegio para observar las letras y los números que hay en las calles, investigar si son iguales o diferentes y hacer hipótesis sobre su utilidad. A medida que van observando números y letras y van realizando comentarios, se va documentando la actividad a través de fotografías.

Al regresar de la excursión, los alumnos comentan que han descubierto muchos sitios con letras y números: en los modelos de los coches y sus matrículas; en el nombre de la calle; en los números de las casas; en los buzones; en los contadores de agua y gas; en las señales de tráfico; etc. Algunas de las deducciones de los alumnos son las siguientes:

- Todas las calles tienen un nombre diferente, porque si tuvieran todas el mismo, el cartero no sabría cuál es cuál y las cartas no llegarían a las personas correctas.
- En la misma calle, cada casa tiene un número diferente (porque en cada casa vive una familia). No se pueden repetir números. Si hay dos números iguales tienen que poner una letra al lado (por ejemplo, 49 / 49a) para que se sepa que son diferentes.
- A un lado de la calle hay números pares y en otra impares (en un lado de la calle los números terminan en 0, 2, 4, 6 o 8 y en la otra acera en 1, 3, 5 o 7).
- Los números pueden ser los mismos si el nombre de la calle es diferente (serán casas y familias diferentes).
- Los números que están en las calles tienen que ser duros porque si fueran suaves se romperían con la lluvia o con el viento volarían.
- En los buzones hay un número y es el mismo número de la casa (porque es de la misma familia).
- Los coches también tienen letras y números: en las matrículas y en la marca y el modelo del coche. Dependiendo de las letras y números (y el color) sabremos de quien es el coche y si corre mucho o poco.
- Las señales de tráfico son de formas y colores diferentes y todas son duras. Y todas quieren decir cosas.

La conclusión general ha sido que es muy importante conocer bien los números y las letras porque hay muchos que están en las calles y es importante saber leerlos bien y entender qué dicen: saber cuál es tu casa y la de tus amigos; encontrar tu coche; para hacer la compra; para si quieres ser cartero o visitar a un amigo; si no quieres quedarte sin dinero hay que saber los precios y saber si puedes comprarlo todo o no; y leer las señales de tráfico para que no te pongan multas; etc.

En definitiva, pues, los niños y niñas han descubierto que las letras y los números son muy importantes en nuestra vida y están siempre presentes en nuestro entorno.

\*\*\*\*\*

En términos generales, la experiencia “Letras y números de nuestro barrio” ha permitido a los niños y niñas desarrollar algunas capacidades básicas como, por ejemplo, observar y explorar el entorno inmediato, natural y físico, con una actitud de curiosidad y respeto; y, como no, pensar, crear, elaborar explicaciones e iniciarse en diversas habilidades matemáticas básicas. Así, pues, se trata de una actividad que permite ejemplificar cómo se ha superado la visión de un currículum orientado a la adquisición de contenidos, y se ha substituido por un currículum orientado a la adquisición de capacidades y de competencias básicas. Desde esta perspectiva, la maestra enfatiza sobre todo que los niños y niñas comprendan la funcionalidad de los números, es decir, que descubran para qué sirven, dónde están, etc. Para conseguir este propósito les proporcionan un marco adecuado (el propio barrio), facilitando así que ellos mismos puedan descubrirlo y, por lo tanto, llenar de significado auténtico todos los números que observan. En esta línea, diversos estudios (Ginsburg, Klein y Starkey, 1998; Whitehurst y Lonigan, 1998) ponen de manifiesto que para que los niños y niñas puedan acceder propiamente a usar los sistemas externos de representación (en este caso, los números), deben estar familiarizados con las prácticas sociales que se relacionan con estos sistemas.

La siguiente actividad, implementada en el CEIP El Bosc de la Pabordia, también de la ciudad de Girona, parte de unos planteamientos muy similares, aunque en este caso los números se investigan en tiendas.

## ACTIVIDAD

*Título:* “Para qué sirven los números”

*Lugar de implementación:* CEIP El Bosc de la Pabordia, Girona.

*Nivel:* 5-6 años.

*Maestras responsables de la implementación:* Elisabeth Colomà Costa y Anna Nadal Farreras.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

- Reflexión sobre los números, su significado, su presencia en el mundo y sus utilidades.
- Observación de números escritos en diferentes contextos (en matrículas de coches, en los precios de los productos, etc.).

El objetivo básico ha sido reflexionar sobre los números, su significado, su presencia en el mundo y sus utilidades: ¿para qué sirven los números?; ¿dónde podemos encontrarlos?; ¿se hallan reclusos en la pizarra del aula o bien ocupan un espacio en nuestra vida cotidiana?

*Descripción de la actividad:*

En clase se realiza una asamblea para saber qué saben nuestros alumnos sobre los números. Por este motivo, se plantean diversas preguntas como, por ejemplo, ¿para qué sirven?; ¿dónde los encontramos?; si no tuviéramos números, ¿qué pasaría?; etc. A partir del diálogo que se establece en el aula, llegamos a la conclusión que lo mejor es salir a la calle y observar dónde hay números a nuestro alrededor para poder descubrir qué lugar ocupan en nuestras vidas.

Proponemos a los niños salir por los alrededores con cuatro cámaras de fotografiar. Se da la circunstancia que nuestra escuela se encuentra prácticamente al lado de un bosque, de allí su nombre. Pero muy cerca, tenemos a mano un complejo de edificios de servicios, que incluye, por ejemplo, *Media-Markt*, *Decathlon* y *Bauhaus*. Es decir, tiendas. Y quien dice tiendas, dice, por supuesto, cantidades, números escritos, etc.

Nuestros alumnos están muy ilusionados, tienen ganas de salir del aula. Con las cámaras preparadas, aprovechamos que es martes y ese día tenemos a una estudiante en prácticas. Somos, pues, las dos maestras tutoras y la practicante.

No es necesario llegar a los grandes almacenes para poner en práctica el desafío. Al salir de la escuela empezamos a encontrar números:

—¡Mira! ¡Este coche tiene números!

—¡Es verdad! —dice una de las maestras—. Pues venga, ya sabes, hazle una fotografía.

Desde ese momento, la experiencia se convierte en un bombardeo. Casi sin darnos cuenta, tenemos números en todas partes, los niños no paran, van de un lado a otro: hay números en los coches (las matrículas, el número de válvulas, etc.); hay números en las señales de tráfico; números en las puertas de las casas; etc. Vamos avanzando hacia el complejo comercial e incluso en el suelo hay una placa metálica que también se identifica con números. Aprendemos, por ejemplo, que los números sirven para distinguir un coche de otro o una placa de otra. ¡Son como apellidos!

En las tiendas pedimos a los encargados si podemos entrar a “buscar” números. En principio se quedan un poco cortados, es una demanda un poco inusual. Nos dicen que sí, pero en una de las tiendas no nos dejan hacer fotografías. En otra, nos dejan hacer fotografías pero sólo a los números, sin que se vea la tienda.

Los niños quedan boquiabiertos, hay números por todas partes: en las lavadoras, los teléfonos, los ordenadores, las calculadoras, los mandos de la televisión, los precios, las tallas, el número de los zapatos, etc. Números que sirven para distinguir y números que, por supuesto, nos informan del precio. Números que identifican y números que informan.

De vuelta a la escuela intentamos organizar toda la información encontrada. Imprimimos las fotografías y las repasamos una a una planteándoles diversas preguntas como, por ejemplo, ¿dónde hicimos esta fotografía? o ¿para que sirve ese número?

Una especie de selva agitada de números por doquier. Pero, al mismo tiempo, un territorio amable donde todo tiene sentido y todo responde a un orden. Un orden, por supuesto, matemático.

\*\*\*\*\*

Como hemos indicado, esta actividad tiene por objeto descubrir el papel social de los números y, tal como se indica, se llega a la conclusión que sirven tanto para identificar (el número de las casas, las matrículas de los coches, etc.) como para informar a los ciudadanos (el precio de las cosas, etc.).

Pensamos que estos aprendizajes son básicos para los alumnos, dado que les permite ampliar su competencia en este

ámbito. Por supuesto, el hecho de reconocer números en matrículas, en tiendas, etc. no implica que conozcan (ni deben conocer) el valor exacto de lo que representan. Ya hemos hecho hincapié en la distinción entre los números que pueden comprender a estas edades (y lo que implica comprenderlos) y los números que pueden reconocer porque forman parte de su entorno. La actividad anterior se centra, sobre todo, en este segundo tipo de números, y sirve para que los niños y niñas tomen conciencia de su función social. De todas formas, profundizar en el aspecto funcional de los números puede contribuir también a que muchos niños y niñas quieran aprender otros aspectos de los números como, por ejemplo, qué significan, etc.

La siguiente experiencia, realizada en el patio del CEIP San Pedro de Zúñiga de Villamanrique de la Condesa (Sevilla), parte de unos planteamientos similares a los de las dos actividades anteriores, aunque en esta ocasión, más que descubrir para qué sirven los números escritos, la actividad pretende que los niños observen cantidades discretas (como, por ejemplo, el número de ventanas del patio), y que reconozcan el valor cardinal o bien que realicen correspondencias cuantitativas que, como hemos indicado, son algunos de los aspectos esenciales para favorecer la comprensión de los números.

## ACTIVIDAD

Título: “La numeración y el cálculo en el patio de nuestro colegio”

*Lugar de implementación:* CEIP San Pedro de Zúñiga, Villamanrique de la Condesa (Sevilla).

*Nivel:* 3-4 años y 5-6 años.

*Maestras responsables de la implementación:* Blanca N. Batañero Jiménez, Dolores M<sup>a</sup> de la Ossa Díaz, Emilia Juidiat Navarro, Luisa Rodríguez Díaz.

*Asesoramiento pedagógico:* Àngel Alsina.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

- Reconocimiento de cantidades en el patio y en el edificio del colegio.

- Representación de cantidades con signos convencionales.
- Ordenaciones de cantidades diferentes (número de ventanas).
- Correspondencias cuantitativas propias de la vida cotidiana y estimación de cantidades.
- Composición y descomposición de cantidades.
- Cambio de cantidades (cálculo aritmético) con la “máquina de cambiar cantidades”.

### *Descripción de la actividad:*

Planteamos en asamblea que íbamos a salir al patio a contar los elementos que allí se encontraban, a buscar números, etc. Acordamos llevar la cámara de fotos para recoger nuestro trabajo, así como lápices y hojas de registro.

Una vez en el patio, nos situamos en un lugar desde donde observábamos con facilidad elementos en distintas cantidades (ventanas, un arenero, tres fuentes, cinco papeleras, etc.) y planteamos al gran grupo algunas preguntas para centrar la atención en los aspectos que nos interesaba cuantificar como, por ejemplo: “¿cuántas ventanas hay en esa pared?; ¿cuántas papeleras vemos?”; etc. A continuación planteamos diversas actividades para trabajar diferentes contenidos de numeración y cálculo:

- *Reconocimiento de cantidades:* les planteamos un reto que consiste en buscar elementos en el patio que hubiera una determinada cantidad. Una vez identificadas las cantidades, las representan en un papel. Para ello, entregamos un registro de recuento de objetos, en el que debían anotar cuántas ventanas, papeleras y fuentes había en una zona determinada.
- *Correspondencias cuantitativas y la estimación de cantidades:* nos dirigimos a la zona del patio donde encontramos una larga hilera de troncos de árboles talados. Preguntamos “¿qué hay más, niños y niñas o troncos?” Las respuestas apuntan a la mayor presencia de troncos, como se evidenció al resolver un juego que consiste en recitar una retahíla mientras los niños y niñas saltan («Salta, salta la perdiz, por los campos de maíz, ¡ay! ¡que viene el cazador, la perdiz ya se escapó»). Al ter-

minar, cada alumno se dirige hacia un tronco, y descubren que hay más troncos, pues tras la correspondencia quedan troncos sin relacionar con niños ni niñas.

- *Ordenaciones:* de vuelta al aula, proponemos que ordenen fotografías de paredes del patio del colegio en función del número de ventanas que contienen, en orden creciente, del uno al seis.
- *Cálculo aritmético:* preparamos tarjetas de una, dos, tres, cuatro, cinco y seis ventanas a partir de una fotografía de una pared del patio en la que aparecían seis unidades. Con estos elementos, les planteamos el reto de descomponer el número 6 de formas diferentes (uno más cinco; dos más cuatro; etc.), llegando a la conclusión de que estas composiciones son finitas. Las tarjetas elaboradas nos permitieron, además, realizar cálculos utilizando una “máquina de cambiar cantidades” confeccionada con una caja a la que se le practicaron dos orificios en un lateral y uno en otro. La actividad consistía en introducir dos tarjetas por las ranuras correspondientes, verbalizando las cantidades, y contar el total de ventanas que sacamos de la “máquina”. Esta actividad les motivó a utilizar este recurso con otros elementos y convirtió la suma en un juego muy solicitado.

En definitiva, todas las actividades realizadas permitieron que el patio del colegio se convirtiera en un atractivo objeto de estudio y en una realidad cada vez más cercana a nuestros alumnos.

\*\*\*\*\*

Hay varios aspectos de esta actividad, relativos tanto a la planificación como a la gestión por parte de las maestras, que merecen ser destacados: en primer lugar, es evidente que las maestras conocen de antemano las posibilidades que ofrece el contexto elegido para ayudar a los niños y niñas a interiorizar contenidos de numeración y cálculo. Estas maestras, como en el resto de experiencias que se presentan en este libro, han realizado de forma previa una matematización del entorno que les ha permitido establecer los contenidos que podrían trabajarse (reconocimiento de cantidades, correspondencias cuantitativas, etc.); en segundo lugar, el conocimiento previo que las maestras tienen del contexto de

aprendizaje les permite plantear buenas preguntas como, por ejemplo, “¿cuántas ventanas hay en una pared?” o bien “¿qué hay más, niños y niñas o troncos?”, que tienen por objeto que los niños descubran los aspectos cuantitativos de su entorno cercano. Un tercer aspecto que convierte esta actividad en una buena práctica es que los niños y niñas no se limitan a observar las cantidades que hay en el patio de su colegio, que de por sí ya es interesante, sino que usan materiales manipulativos de soporte, como fotografías, para ordenar el número de ventanas; tarjetas para descomponer el número de ventanas; o bien una “máquina de cambiar cantidades” para realizar actividades de cálculo a partir de las ventanas. Finalmente, para favorecer la comprensión y la interiorización de los contenidos trabajados en contexto, las maestras proponen a los niños y niñas que comuniquen los conocimientos adquiridos, ya sea oralmente o por escrito. En definitiva, pues, la activación de diversos procesos matemáticos como la resolución de problemas, la comunicación, la representación o las conexiones ha favorecido la funcionalidad de la actividad.

La siguiente actividad, realizada en el CEIP Bernart Etxepare de Pamplona, se desarrolla dentro de un aula, entendiendo que se trata de un contexto más de la vida cotidiana de los niños y niñas que puede favorecer el desarrollo de su pensamiento matemático.

## ACTIVIDAD

*Título:* “El restaurante de la escuela”

*Lugar de implementación:* CEIP Bernart Etxepare, Pamplona.

*Nivel:* 5-6 años.

*Maestra responsable de la implementación:* Ixone Artxanko Leoz.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

- Cambio de cantidades (cálculo aritmético): comprensión de las operaciones de sumar y restar, para qué sirven, etc. Además, se han potenciado diferentes tipos de cálculo: con material (monedas), con recursos tecnológicos (calculadora) y, como no, el cálculo mental.

### *Desarrollo de la actividad:*

En el aula hay un rincón estable de aprendizaje que no acaba de funcionar, no tiene apenas éxito y los niños y niñas se aburren en él. Están acostumbrados a que los espacios del aula varíen, por lo que decido proponer en el corro qué podríamos hacer y, enseguida, surgen un montón de propuestas:

*June: Yo pondría una peluquería.*

*Maestra: Ya, lo que pasa es que ya sabéis que si estamos con peines, gorros e historias para el pelo, luego están los piojillos por ahí y...*

*Nerea: ¡Ay! no, no, pues peluquería no, que luego en casa es un rollo, te ponen el gorro.*

*Aitor: Pues hacemos una cueva.*

*M: Pero el año pasado ya hicimos una.*

*Ángela: ¿Y si hacemos un restaurante?*

Les gusta la idea y deciden que lo mejor es hacer un restaurante. Entre todos elaboramos una lista con las cosas que necesitaríamos para crear el restaurante: servilletas, sartenes, cazos, macarrones, garbanzos, lentejas, dinero de mentira, caja registradora, escoba, fregona, etc. Cada uno elige algo y lo apunta en un papel para traer de casa.

Al día siguiente comienza el juego. Entre todos vamos dando forma a nuestro restaurante: hay platos, vasos y cubiertos de verdad porque es importante que al crear estos juegos de dramatización se haga lo más real posible. A continuación decidimos qué “roles” hacen falta, y salen los siguientes: clientes, camarero, cocineros, el de la caja registradora.

En el rincón del ordenador elaboramos la carta del *Restaurante Escuela*, con sus precios, que van de uno a tres euros. También creamos una tabla para que el camarero tome nota de lo que van a querer comer los clientes.

En la siguiente sesión hay desdoble y se inicia el juego simbólico:

- Se reparten los papeles de forma que Irati e Iker son los cocineros, June la camarera, Nerea y Unax los clientes y Aitor se encarga de cobrar en la caja registradora.

- Nerea y Unax llegan al restaurante, cada uno lleva una cartera llena de monedas de uno y dos euros. June les da la carta y va tomando nota de lo que van a comer, y Nerea le ayuda a apuntar los precios.
- Los cocineros, Irati e Iker, van preparando los platos y la camarera los sirve. Los clientes “se ponen las botas”, y al final piden la cuenta.
- Para contar, usamos la caja registradora que ha traído Naroa. Es impresionante lo rápido que en este caso Aitor aprende a utilizarla. Luego le digo que apunte el total y lleva la cuenta a los clientes.
- Llegamos al momento de pagar. Aprovecho este momento para enseñarles de forma individual a manejar estas cantidades de euros con monedas de 1 y 2 euros. En este caso estoy sola con Nerea y Unax, los demás siguen jugando en el restaurante (poco a poco todos van pasando y van aprendiendo a pagar con euros su comida). Aunque están familiarizados con los euros, al decirle a Unax que me dé 8 euros, él me da 8 monedas sin tener en cuenta el valor de cada una. Le digo que si se fija bien, puede ver que en unas monedas pone 1 y en otras 2, por lo que no es lo mismo que me dé ocho monedas, que 8 euros. Él se da cuenta enseguida. Para comprobar si me ha entendido le pido que me dé 2 euros, y me da dos monedas de 1 euro. Después le pregunto a ver si me podría dar 2 euros utilizando una sola moneda y me dice que sí, y me da la de 2 euros. Repito el mismo proceso con Nerea, pero esta vez le pido que me dé 3 euros. Así, progresivamente, hasta que llegamos a la cantidad que cada uno tiene que pagar: le pido a Unax que me dé 8 euros de todas las formas que se le ocurran; la cuenta de Nerea es de 7 euros y le pido que haga lo mismo, que me dé el dinero de diferentes formas. Por ahora damos precios justos, pero la siguiente variante será dar de más para que nos tengan que devolver.

\*\*\*\*\*

Como podemos observar en la actividad que se acaba de describir, trabajar conocimientos matemáticos en contextos de vida cotidiana no significa que pueda trabajarse sólo fuera del aula.

El espacio del aula forma parte también de la vida cotidiana de los niños y niñas y, desde este punto de vista, puede (y debe) transformarse periódicamente para ofrecer contextos estables de aprendizaje (por ejemplo, a través de los rincones de trabajo) en los que los alumnos puedan adquirir conocimientos matemáticos.

En realidad, la calidad de los espacios corresponde propiamente a la voluntad de ofrecer un lugar competente, lleno de estímulos para aprender, un lugar para jugar (en este caso, a partir del juego simbólico), crecer y, por supuesto, que sea agradable y acogedor para estar bien todos juntos. El aula debe ser un espacio en el que cada momento tenga su valor, donde cada niño pueda sentir la continuidad con la vida de su casa y de su entorno inmediato. El *Restaurante Escuela*, sin duda, consigue estos propósitos: en primer lugar, porque parte de los intereses de los alumnos, son ellos quienes deciden montar un restaurante; en segundo lugar, porque se planifica el espacio para que sea acogedor, para que se sientan bien en él y, sobre todo, para que sea una continuidad con su vida cotidiana fuera del aula: hay platos, vasos y cubiertos de verdad; hay máquina registradora, camareros, cocinero, etc.; y, en tercer lugar, porque ofrece un contexto rico, lleno de estímulos. El control de estos aspectos por parte de la maestra favorece que los niños se sientan bien en este espacio y, por lo tanto, que aprendan en él.

La última actividad en contexto que se presenta en este capítulo, titulada “La tienda”, se realiza también en el aula. Una tienda en la que los niños y niñas compran y venden productos permite la adquisición de contenidos de numeración y cálculo a través de un rincón de trabajo estable.

## ACTIVIDAD

*Título:* “La Tienda”

*Lugar de implementación:* CEIP Castellum, Sant Julià de Ramis (Girona).

*Nivel:* 5-6 años.

*Maestra responsable de la implementación:* Anna Céspedes Sans.

### *Contenidos matemáticos trabajados:*

- Clasificación de productos y de monedas según alguna cualidad.
- Conocimiento e identificación de monedas y billetes.
- Conocimiento de algunos símbolos matemáticos (+, =).
- Numeración y lectura de números.
- Descomposición numérica.
- Suma.
- Utilización de los comparativos “más... que”, “menos... que”, “igual... que”.

### *Desarrollo de la actividad:*

La familia de una alumna de 3º de Educación Infantil regaló un mueble-mostrador infantil a la escuela y, a partir de aquí, se planteó la posibilidad de montar una tienda en el aula. La actividad se desarrolló en varias fases:

#### *1. Detección de conocimientos previos.*

Empezamos haciendo un diálogo para descubrir qué sabían los niños y niñas de los supermercados, centros comerciales, mercados, tiendas, hipermercados, etc. Queríamos saber si conocían cuáles eran las diferencias y qué se vendía en cada uno de ellos. Después del diálogo, los alumnos y la maestra decidimos montar nuestra propia tienda de productos alimentarios, con productos de verdad (frutas, verduras y otros alimentos).

#### *2. Ambientación de la tienda.*

Con los alumnos decidimos que para preparar el rincón de la tienda necesitábamos alimentos, dinero, una máquina registradora y cestos.

Entre todos acordamos que en la tienda venderíamos frutas, verduras y otros productos alimenticios básicos como arroz, macarrones, aceite, etc. Enseguida nos dimos cuenta que si poníamos frutas y verduras de verdad se pudrirían, por lo que decidimos comprarlas de juguete. Después las clasificamos en las estanterías del mostrador, y para conocer el precio real de cada fruta nos conectamos a varias web de venta on-line ([www.frescuoreacasa.com](http://www.frescuoreacasa.com) y [www.disfrutaverdura.com](http://www.disfrutaverdura.com)). El resto de productos los trajeron de casa con el precio real anotado (cada alumno trajo dos),

hicimos una lista y los clasificamos en dos grupos, según si eran alimentos del desayuno o de la comida principal. Después preparamos dos murales, uno con los precios de las frutas y verduras y otro con el precio del resto de productos.

Compramos un lote de monedas de imitación perfecta, y dos niños trajeron cajas registradoras de sus casas y aprendimos las teclas que necesitábamos conocer para hacer las cuentas de la compra final (+, =) si éramos los vendedores.

Para terminar de ambientar el espacio de la tienda, decidimos qué cestos y bolsos utilizaríamos para ir de compras y cuáles utilizaríamos en la tienda. También confeccionamos un cartel de Abierto/Cerrado.

### *3. Empezamos a comprar y vender en la tienda.*

Primero nos pusimos de acuerdo para decidir qué recorrido se haría en la tienda, por dónde entrábamos y por dónde salíamos.

En cada sesión podían jugar cuatro niños en total: dos eran los compradores y dos los vendedores. Para ser compradores debían conocer bien las monedas si querían dar bien la cantidad que pedían los vendedores, y para ser vendedores debían conocer bien el funcionamiento de la caja registradora (conocer los símbolos, comprobar que la caja no se equivocara, etc.). Los alumnos iban cambiando de rol en cada sesión, de manera que al final todos habían sido compradores y vendedores.

### *4. Enseñamos a comprar y vender a alumnos de otras clases.*

Después de estar jugando unos cuantos meses en el aula y como ya conocíamos totalmente el funcionamiento de la tienda, queríamos enseñar a nuestros compañeros de 1º y 2º de Educación Infantil cómo se podía jugar en la tienda y la trasladamos al espacio de la escuela reservado al juego simbólico para que todos jugaran.

Repartimos a los alumnos de 3º de Educación Infantil en grupos de tres y cada alumno se encargaba de explicar una parte del funcionamiento de la tienda (cómo se abría, cómo jugábamos, cómo se cerraba). Lo hicieron tan bien que ahora toda la escuela ya ha aprendido a jugar en la tienda.

\*\*\*\*\*

La actividad anterior, al igual que “El restaurante de la escuela”, comparten una misma característica: se trata de rincones estables de aprendizaje dentro del aula.

La mayor parte de actividades de este libro parten de la base que cualquier contexto de la vida cotidiana de los alumnos fuera del aula (el pasillo o el patio del colegio, un parque, el barrio, etc.) puede ser aprovechado para que descubran y aprendan matemáticas. No nos cansaremos de repetir que la matematización de estos contextos permite a los niños y niñas de Educación Infantil descubrir que las matemáticas forman parte de todo lo que nos rodea, además de empezar a tomar conciencia de cuales son sus funciones. Abrir sus mentes en esta dirección, pues, los conduce progresivamente a la necesidad de aprender matemáticas ya desde las primeras edades. Pero la mayor parte de estos contextos son cambiantes, es decir, difícilmente van a poder descubrir las mismas cosas si visitan un barrio residencial con casas unifamiliares, un barrio repleto de bloques de pisos o el centro comercial de una ciudad, por citar un ejemplo. Es, por este motivo, que pensamos que también es necesario favorecer que los alumnos aprendan matemáticas en contextos estables de aprendizaje, es decir, en espacios del aula bien planificados, como en las dos últimas experiencias presentadas. Estos rincones estables les permiten llevar a cabo rutinas y sistematizar aprendizajes como, por ejemplo, comprar y vender (con todo lo que conlleva) a través del juego simbólico, etc. Esta idea se ejemplifica muy bien en la última actividad, en la que se pone de manifiesto que después de estar jugando varios meses en la tienda, los niños y niñas tenían un conocimiento muy interiorizado de su funcionamiento que les permitió poder transferirlo a alumnos de otros niveles.

Como en el capítulo anterior, las diferentes experiencias presentadas en este capítulo se complementan con presentaciones visuales que se exponen siguiendo el mismo orden que las actividades descritas.

## *Letras y números de nuestro barrio*



Decidimos salir a dar una vuelta por los alrededores del colegio a buscar números y letras.



Descubrimos que cada calle tiene un nombre (y algunas veces también números).



Cada casa tiene un número (¡y un buzón!).



Empezamos a descubrir también que el primer número es siempre el mismo: un 5. Cambia sólo el último número (2, 4, 6, ...).



Ahora cambia también el primer número: ya no es un 5, es un 6.



Observamos el otro lado de la calle y descubrimos que el primer número también es diferente (el 4); y que terminan en 1, 3, 5...



También descubrimos números en los buzones, en los contadores de luz y de gas...



...en los coches comerciales, etc. Han aprendido que los números están siempre presentes en nuestro entorno.

## *Para qué sirven los números*



Salimos a buscar números en las tiendas, pero los encontramos mucho antes.



En las matrículas de los coches.



En el teléfono público.



Llegamos a una tienda y descubrimos que en la puerta hay números que sirven para indicar los horarios de apertura y cierre.



En otra tienda descubrimos números grandes que sirven para indicar cuánto vale una nevera.



En la tienda de deportes descubrimos el precio de los kayaks.



La talla de los zapatos.



Y muchos otros números.



En clase imprimimos las fotografías y recordamos dónde estaban los números para qué sirven. Hemos aprendido que sirven para distinguir y para informar.

## *La numeración y el cálculo en el patio de nuestro colegio*



En la asamblea planteamos que saldríamos a aprender números en el patio.



Buscamos algún elemento en el patio que haya dos, y hacemos una fotografía a dos ventanas.



Después buscamos cuatro elementos, y hacemos una fotografía a cuatro ventanas.



Y algo que haya cinco, y fotografiamos cinco ventanas.



En el papel representamos el número de elementos que hay (nº de ventanas, papeleras, etc.).



Comparamos cantidades y hacemos una correspondencia cuantitativa: ¿qué hay más, troncos o alumnos?



Ordenamos las imágenes según el número de ventanas.



Hacemos composiciones y descomposiciones con tarjetas de una a seis ventanas.



Con la “Máquina de añadir y quitar cantidades”, hacemos diversas operaciones (por ejemplo, una tarjeta de dos ventanas y otra de tres ventanas dan en total cinco ventanas).

## *El restaurante de la escuela*



En el restaurante clasificamos los alimentos, los utensilios de cocina, etc.



Los clientes escogen el menú.



La cocinera selecciona los ingredientes para preparar la comida.



Después prepara la comida.



Uno de los clientes comiendo.



Llega el momento de cobrar.  
Calculan el valor con la máquina registradora.



Algunas posibles maneras de pagar 8 euros.

## *La tienda*



Para preparar la tienda, primero buscamos los precios de los productos en Internet.



Etiquetamos los productos.



Montamos la tienda.



Colocamos los productos.



Aprendemos como funciona la máquina registradora.



Practicamos con dinero de imitación.



Jugamos a comprar y vender.



Enseñamos a jugar a los alumnos de otras clases.

## *Indicadores de evaluación*

Como hemos visto a lo largo de este capítulo, para favorecer que se comprendan los números y las operaciones aritméticas elementales, los niños y niñas de 3 a 6 años observan los aspectos cuantitativos del entorno cercano, vivencian estos aspectos en su propio cuerpo, manipulan, experimentan y juegan favoreciendo la acción sobre los objetos para establecer relaciones, (comparando, clasificando, ordenando...) entre cantidades de elementos perceptivamente muy diferentes, para ir superando así la primacía de la percepción. La verbalización de las observaciones, las acciones y los descubrimientos cuantitativos efectuados contribuyen a la interiorización de las nociones de número y operación aritmética. Para conseguir estos propósitos, los niños y niñas necesitan a un adulto que sepa diseñar actividades que se ajusten a sus intereses; que les ayude en sus búsquedas; que les pregunte por lo que han visto, lo que han hecho, lo que han experimentado y lo que han descubierto para así ayudarles a ir adquiriendo sentido numérico.

A continuación se exponen algunos indicadores que pueden orientar sobre qué contenidos de relaciones y cambios cuantitativos debería haber interiorizado un alumno al finalizar la etapa de Educación Infantil:

1. Utilizar los primeros números cardinales (uno, dos, tres...) de forma comprensiva y significativa para identificar cantidades de objetos en diferentes contextos.
2. Utilizar los primeros números ordinales (primero, segundo, tercero...) de forma comprensiva y significativa en las situaciones que requieran su uso.
3. Hacer agrupaciones de hasta nueve elementos por criterios cuantitativos.
4. Utilizar de forma contextualizada la lectura de números del entorno.
5. Establecer relaciones entre grupos de objetos perceptivamente diferentes a partir de los comparativos "más... que", "menos... que", "igual... que".

6. Utilizar criterios cuantitativos para clasificar, ordenar, seriar y establecer correspondencias en situaciones de la vida cotidiana y de juego.
7. Realizar composiciones y descomposiciones de cantidades que manejan de manera habitual en su entorno
8. Realizar acciones de juntar, añadir, reunir, separar, quitar, observando los resultados y comprendiendo los efectos de dichas acciones (operaciones aritméticas).
9. Usar el cálculo mental de forma eficaz y espontánea para resolver situaciones cuantitativas sencillas de la realidad.
10. Resolver problemas cuantitativos que surgen de la vida cotidiana, mediante estrategias diversas (uso de materiales, dibujos o esquemas, cálculo mental, etc.).
11. Reflexionar y dialogar sobre los procesos seguidos y los resultados obtenidos en la resolución de problemas, valorando las diversas estrategias utilizadas.
12. Comunicar su conocimiento numérico con coherencia y claridad utilizando el lenguaje propio de las matemáticas.
13. Representar gráficamente cantidades y operaciones de cantidades, primero de manera no convencional (con signos cercanos de fácil representación como, por ejemplo, círculos) y después de manera convencional (con los símbolos abstractos, es decir, las cifras).
14. Conectar los conocimientos cuantitativos con la realidad, aplicándolos en contextos diferentes y no solamente matemáticos.

En el listado anterior, los cuatro primeros indicadores sirven para determinar hasta qué punto los niños y niñas identifican y reconocen los numerales; los indicadores 5 y 6 establecen la capacidad de los alumnos para relacionar los números, es decir, clasificarlos, ordenarlos, etc., por lo que, en definitiva, los seis primeros indicadores permiten identificar el nivel de comprensión de los números, con todo lo que ello implica. A partir del indicador 7 y hasta el 9, se hace referencia a los cambios de cantidades, es decir, a las operaciones aritméticas (suma y resta). Los últimos cinco indicadores, como es habitual, se refieren a los procesos matemáticos: la resolución de problemas como

marco para trabajar contenidos de numeración y cálculo (indicador 10); el razonamiento y la demostración, es decir, la argumentación del proceso seguido para resolver un problema y la comprobación del resultado (indicador 11); la comunicación y representación de los conocimientos, oralmente, gráficamente o por escrito (indicadores 12 y 13); y, finalmente, la conexión de los conocimientos numéricos con el entorno (indicador 14). Queremos remarcar especialmente este proceso, dado que en el currículum vigente las matemáticas se conciben como una herramienta para conocer el entorno. De todas formas, a pesar de que en las orientaciones legislativas a nivel estatal las matemáticas se han planificado de acuerdo con este criterio, no puede olvidarse que mantienen vínculos con el resto de áreas de conocimiento y experiencia del currículum: el área de descubrimiento de uno mismo y de los demás y el área de comunicación y lenguajes. En esta línea, las actividades en contexto presentadas en este capítulo pretenden ser una evidencia en la que no debe presentarse la realidad parcelada, sino que deberían crearse unos espacios de aprendizaje globalizados, estableciendo relaciones entre los contenidos de las diferentes áreas, a fin de que se contribuya al desarrollo de las niñas y los niños, acercándolos a la interpretación del mundo, dando significado y facilitándoles la participación activa, como veremos con mucho más detalle en el último capítulo.

## Capítulo 3

### RELACIONES Y CAMBIOS DE POSICIÓN Y DE FORMA

#### **Presentación**

En este capítulo van a desarrollarse los conocimientos geométricos, tanto disciplinares como didácticos, necesarios para ayudar a los niños y niñas de las primeras edades a describir, analizar y comprender el mundo físico que nos rodea. Desde este marco, la geometría es el lugar natural para trabajar los aspectos del espacio relativos a la posición y la forma. Así, pues, el título de este capítulo responde a dos criterios: en primer lugar, la intención ya anunciada de poner de manifiesto las conexiones matemáticas con el resto de capítulos, es decir, las relaciones y los cambios (operaciones); y, en segundo lugar, que ya en el título se ponga de manifiesto el o los objetos matemáticos particulares con los que se trabaja en este bloque, en este caso las posiciones y las formas.

Durante mucho tiempo, en la etapa de Educación Infantil la geometría ha sido considerada como el lugar del currículo escolar donde los niños y niñas establecían “un primer contacto” con algunas figuras planas más o menos estereotipadas, como el triángulo (equilátero), el cuadrado, el rectángulo o el círculo;

junto con algunos cuerpos geométricos como el cubo, el cilindro o la esfera. Este aprendizaje basado en criterios de tipo perceptivo, que consistía, por ejemplo, en “aprender” la forma “triángulo” mostrando un triángulo equilátero (figura 3.1), impedía que los niños y niñas analizaran en profundidad las características y las propiedades geométricas de un triángulo: “tiene tres lados”; “los lados son rectos”; “tiene tres vértices”; etc. En consecuencia, cuando se mostraba un triángulo muchos menos “típico” como el de la figura 3.2, muchos alumnos no lo asociaban a la forma genérica “triángulo”.

### TRIÁNGULO

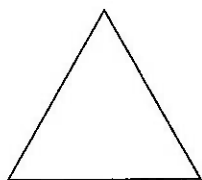


Figura 3.1.



Figura 3.2.

De la misma manera, cuando una forma se había “aprendido” sólo por criterios de tipo perceptivo, es decir, mostrando la forma y asociándola a un nombre, impedía que muchos niños localizaran esta misma forma cuando se mostraba cambiada de posición, tal como se ejemplifica en las figuras 3.3 y 3.4.

### CUADRADO

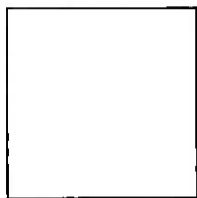


Figura 3.3.

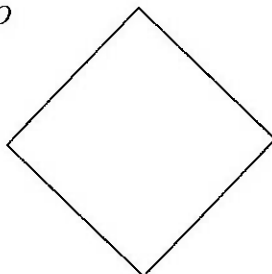


Figura 3.4.

Los ejemplos anteriores pretenden insinuar que es necesario repensar qué es la geometría; qué contenidos geométricos deberían trabajarse; para qué sirven; cómo deberían trabajarse en las primeras edades; etc.

## **1. Relaciones y cambios de posición y de forma: conocimientos disciplinares**

En la introducción de este capítulo hemos anunciado que la geometría es un bloque de contenidos matemáticos que aporta los conocimientos necesarios relativos a la posición y a la forma para describir, analizar y comprender nuestro mundo físico. Ésta es, sin embargo, una aproximación genérica que requiere ser desmenuzada para poder concretar con mayor detalle los contenidos a trabajar en las primeras edades.

### ***Referentes internacionales***

La última versión publicada de los estándares americanos (NCTM, 2000), así como otros documentos complementarios que se han publicado posteriormente (NCTM, 2001; 2006) señalan que los programas de enseñanza de todas las etapas educativas deberían capacitar a todos los estudiantes para:

- Analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos matemáticos sobre relaciones geométricas.
- Localizar y describir relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación.
- Aplicar transformaciones y usar la simetría para analizar situaciones matemáticas.
- Usar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas.

A nivel internacional, pues, se hace hincapié en que los niños y niñas de las primeras edades deberían ampliar en la escuela sus conocimientos geométricos para llegar a ser más

competentes en el conocimiento de la posición y de la dirección, tanto para situarse y desplazarse en su entorno como para describirlo y representarlo. En este sentido, es necesario planificar actividades que permitan desarrollar la orientación espacial (la posición de los objetos respecto a uno mismo) y la organización espacial (la posición de los objetos entre ellos). Estos conocimientos deberían perfeccionarse, por ejemplo, dándoles instrucciones en varios pasos para que localicen objetos. Es evidente, pues, que trabajar los conocimientos geométricos relativos a la posición requiere el movimiento y la actividad psicomotriz, aunque insistiremos mucho más en este aspecto en el apartado relativo a los conocimientos didácticos.

En relación con las formas, en los estándares americanos se considera que los niños y niñas de las primeras edades deberían reconocer y comparar las propiedades geométricas elementales de los cuerpos geométricos (superficie plana y superficie curva, entre otras); las figuras planas (lado recto y lado curvo, número de lados o número de vértices, entre otras); y las líneas (línea recta y línea curva, entre otras). Paralelamente, deberían aprender a construir y representar formas geométricas de diferentes maneras: a través del propio cuerpo, con materiales manipulativos, dibujos, palabras, etc. Así mismo, deberían hacer exploraciones para descomponer y componer formas con el objeto de crear otras nuevas formas.

### ***Referentes nacionales***

Las orientaciones curriculares vigentes para la etapa de Educación Infantil (Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre) establecen los contenidos que, a criterio del autor, mantienen vínculos con los aspectos del espacio relativos a la posición y la forma. El procedimiento que se ha seguido, como en el resto de capítulos, es analizar en profundidad el documento legislativo en cuestión y extraer de él todos aquellos conocimientos geométricos que, una vez comprendidos e interiorizados, pueden ayudar a los niños y niñas de las primeras edades a describir, analizar, y comprender el mundo físico que nos rodea. En el cuadro 3.1 se muestran estos contenidos:

| <i>Segundo ciclo (3-6 años)</i>                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Área 1.<br/>Conocimiento<br/>de sí mismo y<br/>autonomía<br/>personal</i> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Percepción y estructuración de espacios interpersonales y entre objetos, reales e imaginarios, en experiencias vitales que permitan sentir, manipular y transformar dichos espacios. Establecimiento de las referencias espaciales en relación con el propio cuerpo.</li> <li>- Gusto e interés por la exploración sensoriomotriz para el conocimiento personal, el de los demás y la relación con los objetos en situaciones de aula que favorezcan la actividad espontánea.</li> <li>- Exploración y valoración de las posibilidades y limitaciones perceptivas, motrices y expresivas propias y de los demás. Iniciativa para aprender habilidades nuevas y deseo de superación personal.</li> <li>- Exploración y progresivo control de las habilidades motrices básicas más habituales como la marcha, la carrera, el salto y los lanzamientos.</li> <li>- Juegos motores, sensoriales, simbólicos y de reglas.</li> <li>- Nociones básicas de orientación (hacia, hasta, desde...) y coordinación de movimientos.</li> </ul> |
| <i>Área 2.<br/>Conocimiento<br/>del entorno</i>                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Situación de sí mismo y de los objetos en el espacio.</li> <li>- Posiciones relativas. Identificación de formas planas y tridimensionales en elementos del entorno. Exploración de algunos cuerpos geométricos elementales. Nociones topológicas básicas (abierto, cerrado, dentro, fuera, cerca, lejos, interior, exterior...) y realización de desplazamientos orientados.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| <i>Área 3.<br/>Lenguajes:<br/>Comunicación<br/>y representación</i>          | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Descubrimiento y experimentación de gestos y movimientos como recursos corporales para la expresión y la comunicación.</li> <li>- Utilización, con intención comunicativa y expresiva, de las posibilidades motrices del propio cuerpo con relación al espacio y al tiempo.</li> <li>- Ajuste corporal y motor ante objetos de diferentes características con finalidad expresiva o comunicativa. Participación en actividades de dramatización, danzas, juego simbólico y otros juegos de expresión corporal.</li> <li>- Exploración del teclado y del ratón del ordenador y experimentación de su uso para realizar actividades apropiadas como escribir su nombre, rellenar calendarios, agendas, mensajes, carteles, dibujar, transformar imágenes o jugar.</li> <li>- Asociación de gestos y movimientos cotidianos a expresiones lingüísticas en lengua extranjera para favorecer la adquisición de léxico y la comunicación.</li> </ul>                                                                                     |

*Cuadro 3.1: Contenidos de relaciones y cambios de posición y de forma para el 2º ciclo de Educación Infantil en la Orden ECI/3960/2007.*

Al analizar con detalle el cuadro 3.1, apreciamos que la mayor parte de contenidos hacen referencia a la posición en el espacio: orientación espacial y organización espacial. Se hace referencia, por ejemplo, a la “coordinación de movimientos” o “nociones topológicas básicas (abierto, cerrado, dentro, fuera, cerca, lejos, interior, exterior...)” y “realización de desplazamientos orientados”. Una primera apreciación a partir del análisis de los contenidos relativos a la orientación y organización espacial es que aparece la expresión “nociones topológicas básicas”. Como ya indicamos en Alsina (2006), este término se arrastra desde que, en el contexto de la Matemática Moderna, se adoptó la clasificación de Klein (1849-1925) para clasificar los diferentes tipos de geometría a través de la teoría de grupos. La idea fundamental de este autor era clasificar las distintas geometrías según las propiedades geométricas que se mantienen invariantes respecto de un grupo de transformaciones, lo que le llevó a establecer tres grupos: geometría topológica, geometría proyectiva y geometría métrica. Desde esta perspectiva, “las nociones topológicas” se refieren al conjunto de propiedades geométricas que no varían cuando se realiza una deformación (por ejemplo, dentro-fuera, encima-debajo, etc.). De todas formas, si se mantiene el uso de esta terminología kleiniana, entonces debería haberse hecho referencia, también, a las nociones proyectivas y a las nociones métricas. Dado que no realiza este paralelismo, probablemente es mejor “obviar” la expresión “nociones topológicas básicas” para no confundir al profesorado, y referirse a “nociones espaciales básicas”.

Al margen de esta matización, nos parece interesante que en la Orden ECI/3960/2007 se enfatice la importancia que tiene el desarrollo motriz –y lógicamente, psicomotriz– para que los niños y niñas puedan aprender paulatinamente a orientarse en el espacio que les rodea y a organizarlo. Así, se hace referencia, por ejemplo, a “las posibilidades y limitaciones motrices”; a la “exploración sensoriomotriz”; o a las “habilidades motrices básicas”. Además, se incide también en algunos recursos para llevar a cabo este desarrollo: “juegos motores”; “movimiento”; “danza y otros juegos de expresión corporal”; etc. De todo ello se deduce que la psicomotricidad es una actividad esencial en el aprendizaje

de la geometría, por lo que vamos a tratar con mayor profundidad este aspecto en el apartado relativo a las orientaciones didácticas.

En relación con las formas, en el cuadro 3.1 se aprecia que únicamente se indica un contenido relativo a este aspecto: “identificación de formas planas y tridimensionales en elementos del entorno. Exploración de algunos cuerpos geométricos elementales”. Finalmente, es necesario resaltar que se omite el trabajo de las transformaciones geométricas, es decir, el conjunto de operaciones geométricas que permiten cambiar la posición (giros, simetrías, translaciones) o la forma (deformaciones, composición y descomposición de formas).

### *Hacia una definición accesible*

En este subapartado vamos a intentar definir los conocimientos disciplinares relativos a la geometría que deberían trabajarse en la etapa de Educación Infantil, a partir de las orientaciones de los estándares internacionales y del currículo español vigente. Con la intención de ofrecer un marco que permita establecer conexiones entre los diferentes bloques de contenido matemático, dichos contenidos se organizan de nuevo a partir de tres grandes capacidades: reconocer, relacionar y operar posiciones y formas.

|                 | <i>Reconocer</i>                                                                                                                                                                                                            | <i>Relacionar</i>                                                                                                                                       | <i>Operar</i>                                      |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| <i>Posición</i> | Reconocimiento de nociones espaciales básicas: dentro y fuera (interior y exterior); delante y detrás; arriba y abajo (encima y debajo); primero, último; antes, en medio y después de; cerca y lejos; izquierda y derecha. | Comparación de posiciones, es decir, relaciones espaciales a partir de los comparativos “más... que”; “menos ... que”; “tanto... como”; “igual... que”. | Cambios de posición a través de giros y simetrías. |



|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                       |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Formas</i> | <p>Reconocimiento de las propiedades geométricas elementales de las formas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- De una dimensión: línea recta y curva; línea cerrada y abierta.</li> <li>- De dos dimensiones: lados rectos o curvados; el número de lados, el número de vértices, el tipo de superficie: plana o curva.</li> <li>- De tres dimensiones: el tipo de superficie (plana, curva); las aristas, los vértices.</li> </ul> | <p>Comparación de las propiedades geométricas elementales de las formas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Clasificación de líneas: rectas y curvas.</li> <li>- Clasificación de figuras geométricas a partir de criterios elementales: lados rectos y lados curvados; según el número de lados (triángulos, cuadriláteros...); según el número de vértices (triángulos, cuadriláteros).</li> <li>- Clasificación de cuerpos geométricos a partir de criterios geométricos elementales (ruedan y no ruedan, es decir, tienen las caras planas o curvadas).</li> <li>- Asociación de formas.</li> <li>- Seriaciones de formas.</li> </ul> | <p>Cambios de forma a través de deformaciones (elásticas, con plastilina o barro, etc.) y composición y descomposición de formas.</p> |
|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

*Cuadro 3.2: Contenidos de relaciones y cambios de posición y de forma de 3 a 6 años.*

A continuación se presenta una propuesta de secuenciación de estos contenidos por edades que se ha elaborado a partir de la observación *in situ* de muchos grupos de niños y niñas y el intercambio de opiniones con muchas maestras y maestros anónimos de Educación Infantil. Ello ha permitido establecer qué contenidos pueden comprender con mayor profundidad en cada nivel de acuerdo con sus posibilidades y necesidades de aprendizaje, aunque, como cualquier propuesta de secuenciación de contenidos, debe ser considerada con cierto margen de flexibilidad. En el cuadro 3.3 de la página siguiente se presentan los contenidos de geometría referentes a la posición.

|                      | <i>Reconocer posiciones</i>                                                                                                                                                                                                    | <i>Relacionar posiciones</i>                                                                                                                                                       | <i>Operar posiciones</i>                                                                                             |
|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Primer nivel</i>  | <p>Identificar la posición (dentro-fuera; delante-detrás) en situaciones reales.</p> <p>Reconocer superficies abiertas y superficies cerradas en situaciones reales.</p> <p>Identificar líneas abiertas y líneas cerradas.</p> | <p>Relaciones espaciales (dentro-fuera; delante-detrás) usando los comparativos “más... que”; “menos... que”; “igual... que”; y “tanto... como”.</p>                               | <p>Reconocer el giro en situaciones reales y en figuras geométricas.</p> <p>Figuras simétricas.</p>                  |
| <i>Segundo nivel</i> | <p>Identificar la posición (encima-debajo; arriba-abajo) en situaciones reales.</p>                                                                                                                                            | <p>Relaciones espaciales (encima-debajo; arriba-abajo) usando los comparativos “más... que”; “menos... que”; “igual... que”; y “tanto... como”.</p>                                | <p>Reconocer el que gira más en situaciones reales y en figuras geométricas.</p> <p>Figuras simétricas.</p>          |
| <i>Tercer nivel</i>  | <p>Identificar la posición (antes-después; lejos-cerca; introducción izquierda-derecha) en situaciones reales.</p>                                                                                                             | <p>Relaciones espaciales (antes-después; lejos-cerca; introducción izquierda-derecha) usando los comparativos “más... que”; “menos... que”; “igual... que”; y “tanto... como”.</p> | <p>Reconocer el que gira media vuelta en situaciones reales y en figuras geométricas.</p> <p>Figuras simétricas.</p> |

*Cuadro 3.3. Propuesta de secuenciación de contenidos relativos a la posición de 3 a 6 años.*

Siguiendo la misma estructura, en el cuadro 3.4 (ver página siguiente) presentamos una posible secuenciación de contenidos de geometría referentes a las formas de una dimensión (líneas), dos dimensiones (figuras geométricas) y de tres dimensiones (cuerpos geométricos).

|                      | <i>Reconocer formas</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <i>Relacionar formas</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <i>Operar formas</i>                                                                                          |
|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Primer nivel</i>  | <p>Identificar las propiedades geométricas elementales de los cuerpos geométricos (ruedan siempre, ruedan algunas veces, no ruedan nunca).</p> <p>Identificar figuras con los lados rectos y figuras con alguno o ningún lado recto.</p> <p>Identificar polígonos de tres lados y de cuatro lados.</p> <p>Reconocer y construir líneas rectas y líneas curvas.</p> | <p>Clasificar objetos de uso cotidiano según si ruedan siempre, ruedan algunas veces o no ruedan nunca.</p> <p>Asociar objetos de uso cotidiano según la forma (sobre todo cilindros, conos, esferas, prismas y pirámides).</p> <p>Seriaciones elementales con cuerpos geométricos (patrón de repetición 1-1; 1-2).</p> <p>Relacionar figuras según la forma (sobre todo triángulos, cuadriláteros y círculos).</p> <p>Seriaciones elementales con figuras planas (patrón de repetición 1-1; 1-2).</p>                      | <p>Deformaciones (elásticas, con plastilina, barro, etc.).</p> <p>Composición y descomposición de formas.</p> |
| <i>Segundo nivel</i> | <p>Reconocer superficies planas y superficies curvas.</p> <p>Identificar objetos de la vida real y/o figuras que tienen forma de triángulo, cuadrilátero y círculo respectivamente.</p> <p>Identificar y construir líneas rectas y líneas curvas.</p>                                                                                                              | <p>Clasificar cuerpos según sus caras (plana, plana y curva, curva).</p> <p>Asociar objetos de la vida real con cuerpos geométricos estereotipados.</p> <p>Seriaciones con cuerpos geométricos a partir de patrones de repetición más complejos: 2-2, etc.</p> <p>Clasificar objetos de la vida real según su forma: triángulos, cuadriláteros y círculos.</p> <p>Asociar objetos de la vida real con figuras planas.</p> <p>Seriaciones con figuras planas a partir de patrones de repetición más complejos: 2-2, etc.</p> | <p>Deformaciones (elásticas, con plastilina, barro, etc.).</p> <p>Composición y descomposición de formas.</p> |



|              |                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                      |                                                         |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| Tercer nivel | Identificar los cuerpos geométricos elementales: prisma, esfera, cilindro, cono y pirámide respectivamente. | Clasificar los cuerpos geométricos elementales (prismas, pirámides, cilindros, conos, esferas).                                                                                                                                      | Deformaciones (elásticas, con plastilina, barro, etc.). |
|              | Reconocer figuras geométricas elementales: triángulos, cuadriláteros, círculos.                             | Asociar objetos de la vida real con prismas, pirámides, conos y esferas.                                                                                                                                                             | Composición y descomposición de formas.                 |
|              | Reconocer el despliegue plano de un cuerpo geométrico.                                                      | Seriaciones con cuerpos geométricos a partir de patrones de repetición más complejos: 3-2, 1-2-1; etc.                                                                                                                               |                                                         |
|              | Construcción de líneas rectas con regla.                                                                    | Clasificar figuras planas: triángulos, cuadriláteros y círculos.<br><br>Asociar objetos de la vida real con figuras planas.<br><br>Seriaciones con figuras planas a partir de patrones de repetición más complejos: 3-2, 1-2-1, etc. |                                                         |

*Cuadro 3.4. Propuesta de secuenciación de contenidos relativos a la forma de 3 a 6 años.*

En los dos subapartados siguientes se tratan con mayor detalle los contenidos geométricos mencionados en los cuadros anteriores.

### ***La posición***

Una de las finalidades del trabajo de la geometría en las primeras edades es que los niños y niñas aprendan a desplazarse y a situarse en el entorno que les rodea. Además, es necesario también que empiecen a realizar las primeras representaciones espaciales. Para conseguir estos propósitos, deberían trabajar en profundidad la orientación y la organización espacial, es decir, la posición de uno mismo respecto a los objetos y la posición de los objetos entre ellos respectivamente.

Hay diversos aspectos, pues, que deberían contemplarse para ayudar a los alumnos a desarrollar una gran variedad de conocimientos espaciales:

- El lugar ¿dónde?: la localización es un aspecto fundamental para describir una situación espacial, puesto que para identificar un objeto es necesario identificar dónde está (por ejemplo, dentro o fuera).
- La dirección ¿en qué dirección?: además de localizar dónde está un objeto, es necesario también aprender a indicar hacia dónde se va o por dónde se va (por ejemplo, por la derecha o por la izquierda).
- La orientación ¿cómo está orientado?: junto con la dirección, es preciso también tener unos puntos de referencia (habitualmente absolutos) que permitan identificar la posición (por ejemplo, norte o sur).
- La distancia ¿a qué distancia?: se trata de otro conocimiento espacial que permite situar la posición relativa de los objetos (por ejemplo, cerca y lejos).
- La representación ¿qué objetos?: tan importante como la localización y la posición es la cartografía, es decir, las primeras representaciones a través de mapas. Los niños y niñas deberían dibujar o construir mapas simples de espacios conocidos, y también leerlos e interpretarlos.

Respecto a las respuestas de los alumnos a las preguntas anteriores, deben tenerse en cuenta los siguientes aspectos: en primer lugar, dichas respuestas requieren la comprensión de nociones espaciales básicas ya indicadas como, por ejemplo, dentro y fuera (interior y exterior); delante y detrás; arriba y abajo (encima y debajo); primero, último; antes, en medio, al lado y después de; cerca y lejos; izquierda y derecha; o incluso norte, sur, este y oeste. Algunas de estas nociones son relativas como, por ejemplo, cerca y lejos, y otras absolutas, como norte y sur. En segundo lugar, también debe tenerse en cuenta que la mayoría de respuestas para describir la posición suelen realizarse en relación con otros objetos, incluyendo algunas veces conocimientos relativos a la medida: “la mesa está al lado del armario”; “la mesa está más lejos de la puerta que la silla”.

Piaget e Inhelder (1948) intentaron explicar, hace ya muchos años, cómo los niños y niñas representan el espacio. Sus estudios han sido punto de referencia durante muchos años y, a grandes rasgos, establecen dos periodos distintos: periodo sensoriomotor

(de los 0 a los 2 años aproximadamente) y periodo representacional (de los 2 a los 12 años aproximadamente). Para estos autores, desde el nacimiento se va adquiriendo un primer conocimiento de la orientación espacial, es decir, de la posición de los objetos respecto a uno mismo (por ejemplo, la madre que se acerca al bebé). Este primer conocimiento espacial se va perfeccionando con el tiempo, y tiene un momento muy importante cuando el niño empieza a caminar. El hecho de poderse desplazar autónomamente es, sin duda, el progreso más importante de toda la vida por lo que respecta al conocimiento del espacio, dado que los niños y las niñas, a partir de los propios movimientos, pueden explorar y adquieren unas primeras nociones espaciales. A partir de los dos años, siempre según estos autores, los niños y las niñas comienzan a desarrollar la capacidad de interiorizar las nociones espaciales observadas y es, a partir de este momento, cuando empiezan a elaborar imágenes mentales (esquemas o representaciones mentales). Durante este periodo es cuando los niños y las niñas construyen el propio esquema mental del espacio, y van incorporando progresivamente todas las nociones espaciales que van descubriendo.

La teoría piagetiana, no obstante, no es la única que explica de qué manera los niños y las niñas van interiorizando las nociones espaciales. No pretendemos profundizar en todas las teorías y modelos que han incidido en este aspecto, ya que no es el objeto de este libro, pero nos parecen interesantes las aportaciones de Clements (1999) en este sentido. Para este autor, los alumnos desarrollan la habilidad para situarse y desplazarse en el espacio fijándose primero en señales o puntos de referencia; elaborando después una ruta, es decir, una serie de señales o puntos de referencia conectados; y, finalmente, situando muchas rutas y lugares en una especie de mapa mental (o esquema mental del espacio). Así, para aprender a situarse y desplazarse en el espacio, y para aprender a representarlo, no basta con reconocer nociones espaciales básicas y relacionarlas, sino que también son imprescindibles las operaciones geométricas, llamadas transformaciones geométricas, que permiten cambiar la posición, como los giros (rotaciones), las simetrías (reflexiones) o bien las traslaciones (deslizamientos). Sin la exploración de estas transformaciones, el aprendizaje espacial sería incompleto.

## *La forma*

Los niños y niñas llegan a la escuela con algunos conocimientos relativos a las formas. De hecho, ya Piaget e Inhelder (1948), cuando explicaron cómo se aprende a representar el espacio, mencionaron también que desde el nacimiento, pero sobre todo a partir del momento en el que los niños y niñas empiezan a andar, son capaces de distinguir algunas formas a partir de la percepción visual y táctil (por esta razón Piaget y su equipo de colaboradores denominaron el periodo que va de los 0 a los 2 años “periodo sensoriomotriz”, dado que consideraron que el aprendizaje se realizaba a partir de los diferentes sentidos y el movimiento). Unos años más tarde, el matrimonio Van Hiele (1958) ofreció una explicación mucho más completa para comprender cómo los niños y niñas de las primeras edades van desarrollando su conocimiento geométrico relativo a las formas. Para estos autores, siguiendo un cierto paralelismo con las explicaciones piagetianas relativas al periodo sensoriomotriz, los primeros aprendizajes en relación con las formas se realizan a partir de la exploración del entorno, aunque a medida que van superando niveles se lleva a cabo un proceso de abstracción progresivo. Desde esta perspectiva, estos autores establecieron un modelo en el que se diferencian cinco niveles de adquisición:

- *Nivel 0*, visualización y reconocimiento: en este nivel no se presta atención a los elementos de las formas, sino que los niños y niñas identifican las formas más comunes con su nombre a través de descripciones visuales y de manera global.
- *Nivel 1*, análisis: en este nivel se empieza a tomar conciencia de los elementos básicos de las formas y las propiedades que tienen.
- *Nivel 2*, orden y deducción informal: los niños y niñas se dan cuenta de las posibles relaciones que se pueden establecer entre las distintas formas; y empieza el interés y la necesidad de las definiciones y de realizar ciertos razonamientos geométricos.
- *Nivel 3*, deducción formal: a partir de distintos casos prácticos, se llegan a establecer ciertas leyes generales como

axiomas, teoremas, etc. También se tiene la capacidad de hacer demostraciones geométricas de algunas propiedades.

- *Nivel 4*, rigor: en este último nivel se tiene ya una comprensión profunda de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar de manera abstracta, sin necesidad de ejemplos concretos.

Observamos, pues, que en el nivel 0 los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus propiedades geométricas elementales como, por ejemplo, el número de lados de una figura o el tipo de superficie (plana o curva) de un cuerpo. Las formas se describen por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales y relacionándolas con objetos conocidos (se parece a la pizarra, es como una papelera, etc.). En este nivel no existe todavía un lenguaje geométrico básico para denominar a las formas por su nombre correcto. En el nivel 1, los niños y niñas son capaces de percibir las componentes y propiedades geométricas de las formas a partir tanto de la observación como de la experimentación. En este nivel, pues, ya pueden describir las formas a partir de sus propiedades geométricas elementales, pero todavía no relacionan unas propiedades con otras o unas formas con otras. En el nivel 2, denominado orden y deducción informal, los niños y niñas son ya capaces de describir formas, es decir, de señalar las condiciones necesarias y suficientes que debe cumplir una forma para que sea, por ejemplo, un triángulo (tener lados rectos; tener tres lados; tener tres vértices). Esto les permite realizar clasificaciones lógicas de manera formal ya que su razonamiento matemático ya está iniciado (como, por ejemplo, clasificar figuras según si los lados son rectos o no son rectos; clasificar figuras según el número de lados; clasificar cuerpos según si ruedan o no ruedan, es decir, si están formados por superficies planas, por superficies curvas, o por superficies planas y curvas). Los niveles 3 y 4 conllevan ya conocimientos geométricos abstractos como, por ejemplo, deducir teoremas y relacionarlos (sistemas axiomáticos), por lo que no son objeto de trabajo durante la Educación Infantil.

En su trabajos, los Van Hiele señalan, a diferencia de Piaget y sus colaboradores, que el paso de un nivel a otro depende más de la enseñanza recibida que de la edad o madurez, es decir,

dan una gran importancia a la organización del proceso de enseñanza-aprendizaje así como a las actividades diseñadas y los materiales utilizados, aspecto que trataremos en el siguiente subapartado.

## **2. Relaciones y cambios de posición y de forma: conocimientos didácticos**

El profesorado de Educación Infantil debería ampliar los conocimientos geométricos de sus alumnos diversificando los recursos metodológicos, puesto que no todos los niños aprenden de la misma manera ni tienen las mismas necesidades para aprender. Así, aunque todos deberían llegar a dominar unos mismos contenidos, el camino para comprender estos contenidos no tiene por qué ser el mismo para todos. Es por este motivo que en este libro, ya desde la introducción, hemos señalado la importancia de considerar diferentes formas de trabajar que van desde las situaciones de aprendizaje en contexto de vida cotidiana hasta la representación en el papel, sin olvidar el trabajo a partir de la manipulación y experimentación con diferentes materiales; el uso de recursos literarios como cuentos o bien recursos tecnológicos como el ordenador.

### ***Itinerario de adquisición***

En el caso concreto de la didáctica de la geometría, es evidente que los niños y niñas de las primeras edades necesitan observar y explorar geométricamente el entorno que les rodea. Desde esta perspectiva, el trabajo a partir de actividades en diferentes contextos de vida cotidiana adquiere una significación especial, dado que como ya hemos señalado en otras ocasiones, permite que los alumnos comprendan que las matemáticas en general, y la geometría en particular, forman parte de nuestra vida y tienen una gran utilidad. Sin embargo, a pesar de que éste sea el núcleo de este libro, somos conscientes que plantear el trabajo de la geometría sólo a partir de la matematización de situaciones de vida cotidiana sería una visión reduccionista.

Insistimos en que son necesarios otros recursos: los profesores deberían planificar actividades de psicomotricidad para ayudar a los alumnos a situarse en el espacio y desplazarse en él; proporcionar materiales y estructurar el entorno adecuadamente para animar a sus alumnos a explorar formas geométricas y sus propiedades; escenificar cuentos para aprender aspectos relativos a la localización, el espacio y las formas; usar programas de ordenador como, por ejemplo, programas que permiten orientarse a través de laberintos o mapas, o bien programas interactivos con figuras en los que debe elegirse un movimiento para resolver un puzle; y, como no, planificar actividades sobre papel en las que la expresión gráfica y plástica adquiera el protagonismo como, por ejemplo, la observación, la interpretación y la representación de cuadros.

Desde esta perspectiva, en el cuadro 3.5 (ver páginas siguientes) presentamos algunas actividades que responden a las diferentes necesidades de los niños y niñas de las primeras edades para aprender y sobre todo para comprender para qué sirve la geometría.

Si se analiza con detalle el itinerario propuesto en el cuadro 3.5, en el que se proponen veinte actividades como en el resto de capítulos, se pone de manifiesto que el aprendizaje de la geometría en las primeras edades es dinámico, es decir, requiere sobre todo partir del movimiento, la psicomotricidad, la manipulación y la experimentación, además, como no, de la representación gráfica y plástica de los aspectos geométricos observados y de las acciones realizadas. De forma más concreta, para que los niños y niñas comprendan e interioricen los contenidos geométricos es necesario planificar actividades siguiendo las siguientes fases:

- *Fase motriz*: actividades basadas en el movimiento, la vivencia de las propiedades geométricas a través del propio cuerpo, la escenificación, etc., puesto que son las más idóneas para captar las propiedades geométricas del espacio. Por ejemplo, si se pretende trabajar la distinción entre la superficie plana y la superficie curva, una buena actividad inicial para los alumnos podría ser tumbarse encima de un banco y observar en qué posición queda su cuerpo (plano, no recto) y tumbarse después encima de una pelota gigante de psicomotricidad, y observar de nuevo cómo queda su cuerpo (curvado).

| <div>CONTENIDOS</div> <div>CONTEXTOS</div> | Reconocer, relacionar y/o operar posiciones y formas                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|--------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Situaciones cotidianas                     | <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Observamos el patio de la escuela y realizamos un plano para poder orientarnos.</li> <li>2 Paseamos por un parque y descubrimos las formas que hay en él.</li> <li>3 Realizamos un recorrido y observamos sombras para identificar tanto la posición como la forma.</li> <li>4 Analizamos un cuadro para descubrir qué formas hay en él, en qué lugar están, etc.</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| Materiales manipulativos                   | <ol style="list-style-type: none"> <li>5 Utilizamos figuras geométricas de diferentes colores para observar sus propiedades geométricas elementales (¿cómo son los lados?; ¿cuántos lados tiene?), y posteriormente para clasificarlas a partir de diversos criterios (según el número de lados, etc.), o bien para asociarlas con formas familiares (por ejemplo, un rectángulo con una pizarra; una circunferencia con un anillo; etc.).</li> <li>6 Pedimos a los niños y niñas que traigan cajas de diferente forma y tamaño para observar también sus propiedades geométricas elementales ¿cómo son sus caras?; ¿cuántas caras tiene?, y más adelante para clasificarlas según su superficie (plana, curva, plana y curva), o bien para asociarlas también con formas del entorno (por ejemplo, un cilindro con una papelería, un prisma de base rectangular con una caja de cerillas; etc.).</li> <li>7 Usamos palillos o cañas de bebida y plastilina para construir figuras planas y cuerpos geométricos.</li> <li>8 Usamos piezas de construcción para hacer composiciones y descomposiciones de formas.</li> </ol> |
| Juegos                                     | <ol style="list-style-type: none"> <li>9 En el patio o en la sala de psicomotricidad realizamos juegos motrices como, por ejemplo, <i>la rayuela</i>; <i>tierra, mar y aire</i>, etc.</li> <li>10 En el patio o en la sala de psicomotricidad jugamos a hacer figuras geométricas con gomas elásticas (los niños y niñas hacen de vértices). En esta actividad, es interesante plantear preguntas que fomenten la estimación como, por ejemplo: ¿si hemos hecho un cuadrilátero y sale un niño, en qué se convertirá?</li> <li>11 Utilizamos juegos de mesa (el parchís, el juego de la oca, las damas, etc.) para aprender a situarnos en un tablero, o bien puzzles, rompecabezas, etc. para hacer composiciones de formas.</li> </ol>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |



|                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|-------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><i>Recursos literarios</i></p>   | <p>12 Explicamos cuentos en los que la posición o la forma tengan un papel protagonista como, por ejemplo, <i>La Ratita Presumida</i>, en el que los personajes van apareciendo uno detrás de otro. A continuación proponemos que los niños y niñas escenifiquen el cuento y planteamos preguntas del tipo: ¿quién va detrás de?; ¿quién va delante de?; qué personaje va entre?; etc.</p> <p>13 Cantamos canciones como, por ejemplo, <i>La Yenka</i>, en las que se trabajan aspectos relativos a la posición o bien a la forma, y las escenificamos.</p> <p>14 Bailamos diferentes danzas.</p> <p>15 Planteamos adivinanzas muy simples que contengan alguna forma o cuya solución sea una forma concreta como, por ejemplo:</p> <p style="text-align: center;"><i>A mí me tratan de santa<br/>y traigo conmigo el día<br/>soy redonda y encarnada<br/>y tengo la sangre fría<br/>(sandía)</i></p> <p style="text-align: center;"><i>Conmigo nadie puede<br/>yo soy una gran rodadora<br/>gracias a que tengo una sola cara<br/>¿Quién soy?<br/>(la esfera)</i></p> |
| <p><i>Recursos tecnológicos</i></p> | <p>16 Utilizamos, por ejemplo, programas interactivos de ordenador para construir puzles, en los que es preciso hacer desplazamientos, girar piezas, etc.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| <p><i>Recursos gráficos</i></p>     | <p>17 Planteamos a los alumnos que hagan líneas rectas, curvas, entrecruzadas, etc. con una fregona en la pista del colegio.</p> <p>18 Pedimos que dibujen un mapa (de la clase, del patio, etc.) en un papel blanco.</p> <p>19 Fomentamos que los alumnos representen en un papel blanco las construcciones que han hecho previamente con materiales manipulativos diversos.</p> <p>20 Dibujamos y pintamos un cuadro previamente analizado que contenga formas geométricas (Miró, Klee, Kandinski, Mondrian, etc. tienen numerosas obras artísticas que pueden ser utilizadas con esta finalidad).</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |

*Cuadro 3.5: Itinerario de adquisición de contenidos de relaciones y cambios de posición y de forma para el 2º ciclo de Educación Infantil.*

- *Fase manipulativa*: es preciso que los niños usen materiales manipulativos diversos tanto para reconocer como para construir formas, dado que observando y tocando las formas con las propias manos es como van a poder descubrir sus propiedades geométricas elementales. Siguiendo el mismo ejemplo, sería interesante que los niños y niñas trajeran de casa cajas de diferente forma y tamaño para observar sus propiedades geométricas y clasificarlas según si tienen las caras planas o curvas.
- *Fase de representación gráfica*: finalmente, y sólo después de las dos fases anteriores, se podría pasar a trabajar algunas nociones (no todas) con lápices y papel. La mejor manera, sin embargo, no es resolviendo una ficha descontextualizada, sino proponiendo a los alumnos que dibujen lo que han hecho y lo que han descubierto.

Además de los criterios anteriores, nos parece interesante resaltar otros aspectos metodológicos que pueden ayudar a los profesionales de la Educación Infantil a diseñar una buena práctica para el aprendizaje de los contenidos geométricos:

- Es imprescindible trabajar simultáneamente el volumen (espacio tridimensional), la superficie (espacio bidimensional) y la línea (espacio unidimensional), sin necesidad de priorizar ninguno de ellos, dado que de hecho en el entorno inmediato conviven estos tres tipos de formas.
- Las actividades geométricas deberían intercalarse de acuerdo con dos criterios: actividades de “reconocer” formas, cambios, propiedades; y de “construir” modelos y situaciones.
- También conviene alternar actividades de aprendizaje preparadas con otras más libres, de carácter más creativo. Recomendamos especialmente actividades de escenificación de cuentos, de juegos físicos y deportivos, de observación de obras de arte (sobre todo cuadros), u otras que favorezcan las representaciones en el espacio.
- A pesar de la gran importancia del movimiento, la manipulación y la representación gráfica, la geometría no se limita a estos aspectos, sino que tiene que implicar tam-

bién un proceso de reflexión y poner en juego el pensamiento logicomatemático que hemos desarrollado en el capítulo relativo a las relaciones y cambios cualitativos.

### ***Muestra de actividades en contexto de vida cotidiana***

Las situaciones de aprendizaje en contexto que se presentan a continuación responden, como veremos, a los criterios anteriores. Se trata de buenas prácticas realizadas en diferentes centros educativos de la geografía española en las que se ha priorizado la observación de los elementos geométricos del entorno inmediato, los desplazamientos; la manipulación con materiales diversos; la representación gráfica y plástica de las observaciones y las acciones realizadas; y todo ello en conexión con los contenidos de razonamiento logicomatemático desarrollados en el primer capítulo.

La primera experiencia que se presenta, realizada por niños y niñas del CEIP La Mitjana de Lleida, es una actividad sumamente interesante de localización a partir de las necesidades de los propios alumnos.

### **ACTIVIDAD**

Título: “El patio, una excusa para explorar, orientarnos y representar”

*Lugar de implementación:* CEIP La Mitjana, Lleida.

*Nivel:* 4-5 años.

*Maestra responsable de la implementación:* María José Peroy.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

- Realización de recorridos por el patio.
- Reconocimiento de líneas rectas y curvas; caminos abiertos y cerrados (líneas abiertas y cerradas); giros a partir de los recorridos.
- Relaciones espaciales a partir de los comparativos “mas... que”, “menos... que”.
- Representación de recorridos en un papel (planos).

### *Descripción de la actividad:*

La Mitjana es una escuela de nueva creación, construida provisionalmente con módulos prefabricados. Sólo cuenta con los cursos de 1º y 2º de Educación Infantil, de dos líneas cada uno.

Este curso se han ubicado tres módulos más que han dibujado un patio con muchos espacios separados entre ellos, pero comunicados por pasillos cubiertos y descubiertos, con rampas o escaleras. Las maestras y el maestro nos colocamos en lugares estratégicos para poder cubrir toda la vigilancia del recinto.

Los niños y niñas de 2º conocían el patio del curso anterior, pero este curso ha quedado más dividido. Después de los primeros días de clase, parece que todos y todas dominan bien el espacio, o eso creemos, pero una tarde ocurre lo que desencadena el trabajo de la actividad que nos ocupa.

Esa tarde hace calor y después de una sesión de trabajo en el aula les propongo salir un ratito al patio. Dado que únicamente salen los alumnos de nuestra clase no puedo estar pendiente de todos los espacios del patio, y les digo que sólo podremos estar en la parte delantera. Y de ahí la siguiente conversación:

*Maestra: Saldremos al patio de delante.*

*Victor: ¿Al patio de delante de aquí?*

*M: No, al de delante —digo sorprendida.*

*V: Pero ¿cuál? ¿Al del porche?*

*M: No. Donde jugábamos el curso pasado.*

*V: ¡Ah! pero ¿al lado del toldo o podemos ir al otro lado?*

*M: Como el curso pasado, Víctor.*

*V: ¡Es que este año el patio es un lío!*

Esto me hace pensar que, a veces, damos por sentado que todo lo que decimos es entendido por los alumnos sin problemas y, en ocasiones, nada más lejos de la realidad. Por ello, llevamos a cabo algunas actividades para trabajar el patio e interiorizarlo.

La primera actividad se realiza en clase y su objetivo es que los alumnos y alumnas nombren las cosas que hay en el patio y se confecciona un listado de todo lo que van diciendo. Conforme se escriben en la pizarra, las ubicamos y las clasificamos. Posteriormente, salimos al patio para comprobar todo lo que hemos dicho y para encontrar más elementos que nos sirvan de referencia para situarnos en el patio. Mientras paseamos por

el patio, voy verbalizando los recorridos que hacemos: caminamos recto hacia el huerto, giramos hacia la derecha, seguimos recto, etc. Poco a poco mis intervenciones se convierten en preguntas: ¿hacia dónde vamos?; ¿cómo es el camino?; ¿debemos seguir recto?; ¿por dónde giramos?; etc. Después vamos a clase y completamos la lista de los elementos que hay en el patio.

En la segunda sesión, les propongo realizar fotografías de los elementos fijos del patio. Decidimos qué vamos a fotografiar y cómo lo vamos a hacer. Ellos van a hacer las fotos y damos las consignas del uso correcto de la cámara fotográfica. Un visionado de las fotos realizadas nos permite elegir las fotos que queremos usar y imprimir. Una vez obtenidas, nos sentamos en círculo en la clase y en una cartulina que previamente he preparado con el dibujo esquemático de los módulos y la situación de nuestra clase, vamos enseñando las fotografías que tenemos y vamos decidiendo dónde colocarlas. Al principio cuesta un poco pero, poco a poco y haciendo comprobaciones sobre el terreno, creamos nuestro propio plano de fotos. «¡Es muy chulo!» dicen, «¡Parece un mapa de piratas!».

Otro día, el trabajo se completa con la representación de nuestro propio plano. La propuesta es trabajar por parejas (la actividad se hace con la mitad de la clase). Se les da una hoja de papel de tamaño DIN A-3 en la que ya están representados los módulos, y la consigna es dibujar con rotulador negro los elementos que hemos ido trabajando, cada uno un elemento. Como son pocos niños (12 en total) se establece una conversación y entre todos se ayudan. Los planos que hacen son diversos y ricos y se sienten satisfechos con sus producciones. Más adelante se hacen fotocopias de los planos para cada miembro de la pareja y cada alumno acaba personalizándolo. Cuando explican sus planos, sitúan todos los elementos y explican porque los han dibujado.

En la siguiente sesión se propone buscar posibles caminos o recorridos del patio. La actividad se realiza en el patio y empiezo proponiendo caminos del tipo “¿por dónde hay que ir desde el huerto hasta el toldo?” La consigna es que primero hay que decir por donde iremos y después haremos la comprobación. Conforme avanza la sesión un alumno propone un inicio y un final del camino y otro explica el recorrido y lo comprueba.

En otra sesión se hace lo mismo en el plano fotográfico de la clase con muñecos de *Playmobil*. Un niño tiene el muñeco y otro le da el principio y el final. El muñeco camina por encima del plano y su conductor explica el recorrido que va realizando.

A partir de las actividades realizadas, y recogiendo una idea de los niños y niñas, recibimos una carta de unos piratas dispuestos a esconder un tesoro en nuestro patio. Los piratas quieren saber si en nuestro patio hay muchos caminos. La motivación aumenta y todos empiezan a decir recorridos distintos, con un inicio, un final y un itinerario. Además de verbalizarlos los vamos representando en el plano con trozos de lana. El lío de caminos y cruces es muy grande, pero los niños y las niñas saben guiarse muy bien. Después completamos la actividad representando con un trozo de lana los caminos que se proponen en su propio plano.

Una última actividad viene de la mano de los propios piratas, que envían una nueva carta expresando lo contentos que están con el plano que hemos dibujado y los caminos que hemos representado y nos indican que han escondido un tesoro en el patio. Para encontrarlo debemos seguir las pistas que nos han dejado, a modo de gincana. Las fotocopias del plano nos indican con una pegatina donde tenemos que ir para encontrar la pista siguiente. Así hasta tres veces y finalmente encontramos el tesoro.

A resultas de todo este trabajo, durante unos días los niños están muy interesados en los planos y los mapas. Traen mapas de su casa, dibujan con ayuda de sus padres planos de sus habitaciones y se plantean nuevas preguntas como, por ejemplo, ¿dónde podemos encontrar planos? o ¿podemos dibujar planos de todo?

\*\*\*\*\*

No cabe duda de que el conjunto de actividades anteriores constituyen una buena práctica geométrica. Una primera lectura permite detectar ya que los alumnos desarrollan la habilidad para situarse y desplazarse en el espacio fijándose primero en señales o puntos de referencia; elaborando después una ruta, es decir, una serie de señales o puntos de referencia conectados; y, finalmente, situando muchas rutas, en la línea indicada por Clements (1999). Efectivamente, si analizamos el conjunto de actividades

anteriores con mayor detalle se observa que, ante las dudas de orientación en el patio planteadas por los alumnos, la maestra sugiere, en primer lugar, que se tomen unos puntos de referencia fijos que sirvan para orientarse como, por ejemplo, la rampa, las escaleras, la fuente, el arenero, el huerto, etc. Todos estos puntos de referencia se comprueban y, además, intentan localizarse en el propio contexto otros puntos que puedan servir de orientación.

Cuando los niños y niñas tienen claros estos diferentes puntos de referencia, se realiza un recorrido en el patio para que, a través del desplazamiento, los niños y niñas elaboren posibles rutas por el patio conectando los diferentes puntos de referencia. Y a continuación se procede ya a la representación a través de un trabajo muy completo que incluye la localización de estos puntos en un plano (primero con fotografías y después dibujándolos); la realización de recorridos en el plano, etc. Y una vez realizado el trabajo en el plano, se vuelve de nuevo al contexto real, en este caso el patio, para localizar “unos tesoros” a partir de consignas. En síntesis, pues, se parte de la realidad para comprender contenidos geométricos y se vuelve a ella para aplicar los contenidos geométricos aprendidos, fomentando de una manera muy adecuada el desarrollo de la competencia matemática.

En este conjunto de actividades realizadas en el CEIP la Mitjana de Lleida, la adquisición progresiva de la competencia matemática se favorece porque no se realiza un trabajo aislado de contenidos geométricos (cómo ocurre, por ejemplo, con muchas fichas editadas), sino que se ponen en juego los distintos procesos matemáticos para que dichos contenidos tengan una aplicabilidad: en primer lugar, debe resolverse un problema (situarse en el patio del colegio); en segundo lugar, los niños y niñas comunican y representan puntos de referencia, recorridos, etc.; en tercer lugar, se pone en juego el razonamiento (los niños hacen relaciones y las argumentan) y la validación (los niños y niñas comprueban *in situ* sus relaciones y argumentaciones); y, en cuarto lugar, se realizan conexiones con otros bloques de las matemáticas como, por ejemplo, la medida, como veremos en el capítulo siguiente, en el que presentaremos de nuevo esta misma actividad, para “explotada” desde el punto de vista de la adquisición de contenidos de medida.

La siguiente actividad que se presenta se ha realizado en una escuela unitaria situada en Erro, un pequeño pueblo del prepirineo navarro. Como veremos, se trata de una actividad en la que los niños y niñas de un aula de Educación Infantil trabajan la localización y la forma de las sombras. Se trata de un contexto de aprendizaje que, como veremos, permite hacer descubrimientos muy interesantes.

## ACTIVIDAD

Título: “Itzalak” (sombras)

*Lugar de implementación:* Escuela Unitaria, Erro (Navarra).

*Nivel:* 3-4 años y 5-6 años.

*Maestra responsable de la implementación:* M<sup>a</sup> Concepción Redín Michaus.

*Asesoramiento pedagógico:* Àngel Alsina.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

- Identificación de la posición en situaciones reales de delante-detrás.
- Identificación y diferenciación de líneas rectas.
- Identificación de objetos de la vida real que tiene formas de triángulo, círculo y cuadrilátero.
- Identificación de cambios de posición de uno mismo y entre objetos dados.
- Descripción e interpretación de los desplazamientos realizados en juegos y situaciones reales.
- Aplicación de los conocimientos geométricos relativos a la posición para resolver problemas de la vida cotidiana.

*Descripción de la actividad:*

En el aula comenzamos por presentar el tema. En el corro comentamos que íbamos a buscar *itzalak* (sombras). No sabían lo que era, así que la primera labor fue descubrir en que consistían.

El único material que llevamos con nosotros fue la cámara de fotos.

Nada más salir al patio, los alumnos descubrieron sombras. Observaron, buscaron y fotografiaron sombras primero en el patio de la escuela y después ampliamos el recorrido fuera de la escuela.

Los niños y niñas fueron conscientes de que cada sombra se correspondía con un objeto concreto y observaron que no siempre estaba en el mismo lugar. Además, descubrieron su propia sombra y se dieron cuenta de que, para que hubiese sombras, era necesario el sol.

De regreso al aula, observamos que también había sombras y fuimos conscientes de la necesidad de la luz para que existieran sombras. Posteriormente, con un flexo y un gran trozo de papel jugamos a adivinar los objetos correspondientes a una serie de sombras, primero conocidos y después objetos nuevos. Al principio era la tutora quien los mostraba, pero después llegó el turno de cada uno de los alumnos y alumnas.

Otra actividad que hicimos fue clasificar una serie de imágenes que habíamos realizado en contexto en la que aparecían objetos y sombras. De esta manera las diferenciamos y clasificamos y, posteriormente, emparejamos cada objeto con la sombra correspondiente.

Por último, haciendo uso de las sombras chinescas, contamos y escenificamos el cuento *Nola dastatu ilargia* (¿A qué sabe la luna?), una historia con abundantes nociones geométricas relativas a la posición y a la forma.

\*\*\*\*\*

Como puede apreciarse, el trabajo a partir de sombras es sumamente apropiado para ayudar a los niños y niñas a situarse en el espacio. A estas edades, pueden comprender ya que las sombras no son estáticas, sino que “se mueven” y adquieren formas diferentes a lo largo del día. Algunos niños y niñas, como en la actividad anterior, son capaces de deducir que las sombras dependen de la luz (del sol o de la que proyecta un foco, por ejemplo) y, a la vez, pueden llegar a un primer conocimiento intuitivo del movimiento de rotación de nuestro plane-

ta: si nos situamos en un mismo punto a la largo de diferentes horas del día (mañana, mediodía y tarde), y vamos dibujando la sombra que proyecta la luz del sol, observaremos que la sombra “se mueve” y que adquiere diferentes formas.

Otra manera muy interesante de trabajar este aspecto consiste en analizar proyecciones de formas, como se muestra en la actividad realizada en la Escuela Unitaria de Erro, donde se proyectan objetos de formas conocidas para reconocer sus sombras, y se usa un cuento para escenificarlo mediante sombras. Este mismo trabajo puede realizarse también a partir de la proyección de formas geométricas convencionales para observar qué propiedades geométricas se mantienen con la proyección, cuáles varían, etc. En la figura 3.5 se presentan las posibles proyecciones de los principales cuerpos geométricos.

| ESTUDIO DE LAS SOMBRAS |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |                                                                                     |                    |
|------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| Proyecciones / Cuerpos | CUBO<br>A                                                                           | PRISMA<br>B                                                                         | PIRÁMIDE<br>C                                                                       | CILINDRO<br>D                                                                       | CONO<br>E                                                                           | ESFERA<br>F                                                                         | Familia            |
| Horizontal             |    |    |    |    |    |    | A<br>BD<br>CE<br>F |
| Vertical               |   |   |   |   |   |   | ABC<br>DEF         |
| Inclinado              |  |  |  |  |  |  | ABD<br>CE<br>F     |

Figura 35. Tabla clásica de proyecciones de cuerpos regulares.

A partir de la observación de las diferentes sombras se obtienen, por lo menos, dos conclusiones:

1. Se pueden hacer familias de cuerpos clasificándolos según las sombras producidas.
2. De ninguna forma, observando las tres proyecciones, salen sombras iguales.

La siguiente actividad se centra en las formas. El contexto elegido para reconocer formas geométricas es un parque, más concretamente el Parque Yamaguchi de Pamplona. Como veremos, la realización de esta actividad permite a los niños y niñas aprender a mirar su entorno geométricamente, descubrir la belleza de las formas, etc.

## ACTIVIDAD

Título: “La geometría en el Parque de Yamaguchi”

*Lugar de implementación:* Colegio San Cernin, Pamplona.

*Nivel:* 3-6 años.

*Maestras responsables de la implementación:* Ana Erro, Ana Estrella Ramírez, Sara Usoz y Beatriz Vázquez.

*Asesoramiento pedagógico:* Àngel Alsina.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

- Identificación de posiciones de los elementos del parque: dentro-fuera del estanque, delante-detrás de un banco, encima-debajo de un árbol, cerca-lejos de los columpios, a la izquierda-a la derecha del camino.
- Reconocimiento de propiedades geométricas de los objetos del parque (los que ruedan, los que no ruedan, los que ruedan a veces).
- Identificación en la salida, de objetos con forma de esfera, prisma, cilindro, cono y pirámide.
- Identificación de figuras planas en los objetos del parque (triángulos, círculos, cuadrados, triángulos, rectángulos).
- Reconocimiento de diferentes tipos de líneas en el parque (rectas, curvas).

- Reconocimiento en fotografías del parque de cambios de posición (giros).
- Identificación de los giros realizados en el recorrido por el parque.

*Descripción de la actividad:*

En primer lugar realizamos un trabajo previo en el aula de observación de formas, dado que nos interesa que una vez en el parque puedan asociar las formas observadas en el aula con las formas que hay en el contexto:

- Clasificamos objetos según la siguiente característica: los que ruedan, los que no ruedan y los que ruedan a veces.
- Asociamos objetos y fotos según su forma: esferas, cilindros, conos, prismas y pirámides.
- Clasificamos las figuras planas por la forma y por el número de lados.
- Asociamos objetos de la vida cotidiana con la figura de igual forma: triángulo, cuadrado, círculo y rectángulo.
- Caminamos sobre trazos realizados en el suelo con pintura o cinta aislante; verbalizamos la dirección y los giros. Seguimos un recorrido impreso en un papel.
- Identificamos líneas curvas y rectas en cuadros de distintos pintores.

Para preparar la salida, un día llega la jefa de estudios y nos trae un paquete para los niños y niñas de la clase. Todos nos sentamos en el corro, con gran curiosidad, y empezamos a observar el paquete y a realizar hipótesis sobre su contenido y sobre el lugar de procedencia. Abrimos el sobre y aparece un mensaje de la bruja Avelina que nos manda visitar el parque para localizar los elementos de geometría. Hacemos una lista de cosas para llevar: cámara de fotos, lápiz y papel. Realizaremos la salida después del recreo.

Vamos a buscar líneas, figuras y cuerpos geométricos en el parque, y para ello tenemos un mapa que nos ha enviado la bruja Avelina. Seguimos el camino marcado y cuando descubren algún elemento nos avisan para que lo fotografiemos. En-

contramos muchas formas diferentes: cuerpos geométricos como, por ejemplo, cilindros en farolas, vallas de madera, etc.; pirámides y esferas en la parte superior de diversos pilares; prismas en las formas de los edificios, las jardineras, etc.; y figuras planas como, por ejemplo, círculos en las tapas de desagües; cuadrados en las baldosas, etc. Al volver a clase, en asamblea, planteamos a los niños y niñas preguntas para que localicen elementos del parque mentalmente, o bien para que describan formas como, por ejemplo: ¿qué puedo encontrar dentro del estanque?; ¿qué hay cerca del estanque?; o ¿cómo es la línea que bordea al estanque?

En el rincón de plástica hacemos un dibujo del parque y decoramos el marco con líneas curvas y rectas de diferente color y grosor. Para ello, visitamos el rincón del arte del cole para analizar las obras allí expuestas y tomar ideas.

En la clase de apoyo analizamos las fotografías en la pizarra digital. Vamos verbalizando los elementos que aparecen en cada foto. Comparamos fotos con objetos en diferentes posiciones identificando los cambios.

En el rincón de matemáticas realizamos puzzles elaborados a partir de la foto de una fuente y de una papelería del parque; hacemos series, clasificaciones y asociaciones con imágenes de bancos, papelerías, farolas, flores y fuentes del parque variando la posición.

\*\*\*\*\*

En la actividad “La geometría en el Parque de Yamaguchi” hay varios aspectos relevantes. En primer lugar, se fomenta que los niños y niñas empiecen a reconocer formas por su parecido con objetos de su entorno, de acuerdo con los planteamientos de Van Hiele. Inicialmente, los niños y niñas usan su propio vocabulario para empezar a describir las propiedades geométricas de los objetos que observan, aunque progresivamente debemos ayudarles a incorporar el vocabulario geométrico adecuado en sus descripciones de las formas bidimensionales y tridimensionales (por ejemplo, los alumnos pueden decir que un triángulo tiene tres “pinchos”, término que debería ser sustituido paulatinamente por “vértices”). Otro aspecto destacable es que se pro-

porcionan materiales para explorar las formas y sus propiedades. A través de estos materiales manipulativos, los niños y niñas realizan asociaciones y clasificaciones por diferentes criterios. La observación de formas en el entorno y la exploración de estas mismas formas a partir de materiales manipulativos les permite que vean muchos ejemplos de formas (en diferentes posiciones, de diferentes tamaños, etc.) que corresponden al mismo concepto geométrico. De esta manera, se rompe con el aprendizaje estereotipado de las formas a partir de criterios estrictamente perceptivos que hemos anunciado en la introducción de este capítulo.

La última actividad en contexto que presentamos se ha realizado en el aula: se trata de una experiencia muy bien planificada y gestionada en la que los niños y niñas trabajan formas geométricas a partir de un cuadro de Paul Klee. Consideramos que se trata de una buena práctica de geometría porque además de reconocer, observar y analizar las propiedades geométricas de las formas, los alumnos tocan las formas, las localizan y las sitúan en el cuadro, trabajando también la orientación espacial.

## ACTIVIDAD

Título: “Nosotr@s también somos artistas”

*Lugar de implementación:* CEIP Bernart Etxepare, Pamplona.

*Nivel:* 5-6 años.

*Maestra responsable de la implementación:* Ixone Artxanko Leoz.

*Asesoramiento pedagógico:* Àngel Alsina.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

En esta actividad se trabajan contenidos de geometría relativos a la posición (sobre todo orientación espacial) y a la forma (reconocimiento de formas y de sus propiedades geométricas).

*Descripción de la actividad:*

El equipo de maestras del 2º ciclo decidimos trabajar la geometría utilizando cuadros. Para los niños y niñas de 5-6 años

se decide trabajar a partir de un artista abstracto muy adecuados para ello: Paul Klee. En clase se hace una pequeña presentación de este pintor, a la vez que vemos muchísimos de sus cuadros y, entre todos, elegimos el cuadro titulado *Castillo y sol* para trabajar en clase.

Comenzamos analizando un poco el cuadro con todo el grupo. Se plantean algunas preguntas para que se fijen en los elementos que forman el cuadro como, por ejemplo, ¿qué formas hay?, ¿de qué color son?, etc. Además, para ir más allá de la simple descripción, pregunto también a ver qué creen que es lo que Klee intentó expresar o enseñarnos al hacer este cuadro, para que interpreten de forma más personalizada la obra en cuestión. Enseguida comienza el diálogo:

*Naróa: Hay triángulos.*

*Jon: y cuadrados.*

*Irati: y círculos...*

*Maestra (M): ¿Sí? ¿Círculos? ¿Cuántos círculos hay?*

*Nerea: Uno, sólo uno, pero muy grande.*

*Aitor: Es el sol.*

*Iker: No, es la luna porque es de noche, no ves que está oscuro...*

*Naróa: ¡Ya sé! ¡Es un castillo! Y sí, está de noche.*

*Todos: ¡Ah síii!*

*M: ¿Y veis alguna otra forma geométrica?*

*Ángela: Rectángulos, hay un montón ahí arriba, cerca de la luna...*

*Naróa: Y éstos... (señalando los rombos)*

*M: ¡Ah! Rombos...*

*Alba: Además también hay un puente...*

*Jon: Claro, es la entrada al castillo...*

*M: ¿Y creéis que nosotros podríamos hacer este cuadro como Klee?*

*Oier: Sí, con lo que hacemos nosotros torres...*

*Me gustó la idea... M: ¿Y dónde lo podríamos hacer?*

*Giovanna: Traes un trozo de papel largo y ahí...*

A partir de la aportación de Oier, que iba más allá de una simple reproducción del cuadro en el papel, pensé que podría ser interesante representar el cuadro utilizando objetos diversos. En primer lugar organicé el espacio para trabajar: utilizamos un rincón de la clase, coloqué un trozo de papel blanco de embalar y fuimos preparando entre todos objetos de la clase que se parecían a las formas que había en el cuadro (piezas de los blo-

ques lógicos, regletas, etc.). De esta forma todos van tomando parte en la representación.

Mi principal objetivo en esta actividad es, además de ayudarles a identificar y relacionar formas geométricas, ayudarles también a trabajar la observación y la orientación espacial guiándoles para que se fijen dónde están situadas las formas, ya que esto les servirá de ayuda cuando hagan su representación individual del cuadro. Por este motivo, a medida que iban recogiendo objetos que se parecen a las distintas formas que hay en el cuadro, los alumnos las iban colocando encima del papel en el mismo lugar que en el cuadro original. En algunos casos, les costó un poquito, pero el resultado final fue excepcional.

Una vez acabado este trabajo, les propongo crear su propio cuadro y volvemos a hacer un análisis de la pintura de Paul Klee para ver qué necesitamos. A parte de las formas geométricas dicen que necesitamos cartulinas rojas, amarillas, marrones, naranjas, alguna verde, etc.

Al día siguiente, en el corro, les enseño lo que he traído para que cada uno haga su propia representación del cuadro de Klee a su manera. Solo he traído cuadrados y rectángulos, y les pregunto a ver si con esas formas es suficiente, y los alumnos enseguida dicen que falta un círculo y muchos triángulos. Yo les comento que no he tenido más tiempo, y les planteo un pequeño reto: a ver si alguien sabe cómo podríamos conseguir triángulos teniendo estas formas. Sara enseguida nos dice que ella lo sabe y le propongo que nos lo enseñe a todos. Ella encantada accede y explica a los demás cómo conseguir triángulos a partir de un cuadrado. A partir de aquí, todos los alumnos empiezan a hacer sus representaciones libres.

En conclusión, con la realización de esta actividad hemos descubierto que la geometría está presente en todo lo que nos rodea, por lo que el arte también puede brindarnos muy buenos recursos para trabajar la posición y la forma.

\*\*\*\*\*

La experiencia anterior parte, como decíamos, de una buena planificación previa por parte de la maestra, al tratarse de una actividad que tiene por objetivo resolver un reto, en este

caso concreto representar un cuadro, primero colectivamente con objetos de la clase y después de forma individual a partir de cuadrados y rectángulos; permite aplicar conocimientos ya adquiridos (hay formas que ya conocen) y hacer nuevos aprendizajes como, por ejemplo, obtener triángulos a partir de un cuadrado o de un rectángulo; ayuda a relacionar conocimientos diversos ya que, por ejemplo, deben contar el número de objetos que necesitan, y también con otras materias, en este caso concreto con la educación artística; es una actividad que se puede desarrollar de diferentes formas (el cuadro se representa de dos formas diferentes) y estimula la curiosidad y la creatividad del alumnado; e implica el uso de varios instrumentos como, por ejemplo, material que se pueda manipular, etc. Asimismo, la gestión realizada favorece también que la actividad sea competencialmente rica ya que se fomenta la autonomía y la iniciativa del alumnado, al ser los alumnos los que escogen el cuadro y los que dirigen en todo momento la actividad; se interviene a partir de preguntas adecuadas, más que con explicaciones; se pone en juego el trabajo y el esfuerzo individual pero también el trabajo por parejas o en pequeños grupos que conlleva tener que hablar, argumentar, convencer, consensuar, etc.; y, por supuesto, se avanza en la representación de manera cada vez más precisa y se usa progresivamente lenguaje matemático más adecuado.

Para concluir este apartado ilustramos las actividades de aprendizaje en contexto descritas a través de secuencias de imágenes.

## *El patio, una excusa para explorar, orientarnos y representar*



El patio de nuestra escuela, con muchos espacios separados entre ellos comunicados por pasillos.



Salimos al patio a comprobar puntos de referencia y a encontrar de nuevos.



Realizamos fotografías de los puntos de referencia que encontramos (la fuente, la rampa, el huerto, la escalera, etc.).



Ubicamos los puntos de referencia en un dibujo esquemático de los módulos.



Entre todos hemos creado un plano del patio de la escuela con puntos de referencia para poder situarnos bien en él.



Representamos nuestro propio plano: en una fotocopia DIN A-3 donde ya hay los módulos dibujamos los puntos de referencia en el lugar adecuado.



Un plano personalizado.



Hacemos recorridos en el plano con muñecos de Playmobil.



Después representamos recorridos con trozos de lana.

## *"Itzalak"* (sombras)



Buscamos sombras en el patio de la escuela y fuera de la escuela. Descubrimos que para que haya sombras es necesario que haga sol, y que las sombras tienen diferentes formas.



En clase también observamos sombras proyectando objetos con un flexo en un trozo de papel blanco.



Observamos nuestra sombra y la reseguimos.

Escenificamos el cuento  
¿A qué sabe la luna?  
con sombras chinescas.

## *La geometría en el Parque de Yamaguchi*



Previamente, en clase clasificamos cuerpos geométricos según si ruedan siempre, ruedan algunas veces o no ruedan nunca. Clasificamos también figuras planas según el número de lados.



Hacemos recorridos a partir de un plano en el papel.



Después vamos al Parque de Yamaguchi a descubrir formas.



Observamos muchos cilindros (en las farolas, en la valla del estanque, etc.).



Una esfera.



Un círculo.



Muchos rectángulos en el banco.



En clase hacemos puzles con las fotos recortadas de la papeleta y la fuente del parque.



En la pizarra digital observamos las formas y describimos sus propiedades geométricas.

## Nosotros también somos artista@s



Trabajamos a partir del cuadro *Castillo y sol*, de Paul Klee. Observamos las formas, los colores, etc.



Empezamos a representar el cuadro utilizando diversos objetos: el sol con un círculo de color amarillo de los Bloques Lógicos de Dienes, etc.



Es necesario fijarse muy bien en la posición de cada elemento.



En algunos casos ubicar los elementos para componer el castillo es complicado...



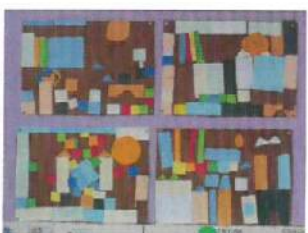
... pero el resultado es excepcional.



Empezamos a representar el cuadro con figuras planas. Sólo disponemos de cuadrados y rectángulos, así que debemos ingeniárnoslas para construir triángulos y el resto de figuras que necesitamos.



Algunas representaciones de los alumnos.



Todas las producciones se exponen en un mural.

## *Indicadores de evaluación*

Los niños y niñas de 3 a 6 años son capaces de manejar una sola propiedad geométrica en cada actividad. Para desarrollar los conocimientos del espacio de tipo geométrico (posiciones; formas de una, dos y tres dimensiones; y cambios de posición y de forma) vivencian las nociones geométricas a través del movimiento y del propio cuerpo, manipulan y experimentan con materiales diversos, expresan verbalmente las actividades y las relaciones que hacen, iniciando el vocabulario geométrico correcto, y finalmente, representan a través del lenguaje gráfico y plástico las propiedades geométricas trabajadas. De forma más concreta, al finalizar la etapa deberían haber interiorizado los aspectos de la geometría siguientes:

1. Identificar, reconocer y definir en el entorno físico las posiciones de los objetos en relación con uno mismo, uno mismo en relación con los objetos y los objetos entre sí.
2. Describir e interpretar la dirección y la distancia en los desplazamientos realizados en situaciones reales y de juego.
3. Dominar la propia acción para situarse en el espacio y explorar el entorno, aplicando sus conocimientos sobre posiciones espaciales, dirección y distancia.
4. Descubrir las relaciones espaciales en diferentes situaciones de la vida cotidiana y del entorno.
5. Identificar, reconocer y definir en el entorno físico una variedad de formas de una, dos y tres dimensiones (líneas, figuras y cuerpos).
6. Identificar y describir las propiedades geométricas de las formas de dos y tres dimensiones (lados, vértices, caras, aristas, etc.).
7. Comparar formas geométricas de dos y tres dimensiones entre sí a partir de sus propiedades geométricas, utilizando la observación y la manipulación.
8. Clasificar, ordenar, hacer parejas y seriar elementos según la posición o la forma.
9. Construir las diferentes formas con distintas técnicas y materiales.

10. Interpretar las formas geométricas en las obras de arte y utilizar las mismas en la propia creatividad.
11. Juntar y separar formas de dos y de tres dimensiones a través de la manipulación, observando y expresando los resultados de dichas acciones.
12. Realizar de forma práctica diversos cambios de posición y de forma a través de giros y simetrías (operaciones geométricas).
13. Aplicar los conocimientos geométricos del espacio relativos a la posición, la forma y los cambios de posición y de forma para resolver problemas de la vida cotidiana y juego.
14. Utilizar las formas básicas y el razonamiento espacial para reproducir elementos del entorno y construir formas más complejas.
15. Expresar verbalmente las acciones realizadas y las propiedades geométricas descubiertas en el entorno.
16. Representar a través de la expresión plástica los conocimientos geométricos del espacio relativos a la posición, la forma y los cambios de posición y de forma.
17. Conectar las ideas geométricas con la medida y el número y aplicarlas en contextos diferentes y no solamente matemáticos.

En esta lista, los cuatro primeros indicadores se refieren a la posición; los indicadores del 5 hasta el 10 a la forma; los indicadores 11 y 12 a los cambios de posición y de forma, sobre todo a partir de giros, simetrías y composición y descomposición de formas; y los últimos cinco indicadores se refieren a los procesos matemáticos: resolución de problemas (indicador 13); razonamiento (indicador 14); comunicación del conocimiento matemático (indicador 15); y conexiones con otros conocimientos, tanto dentro de las matemáticas como con otras áreas (indicador 16).

## Capítulo 4

### RELACIONES Y CAMBIOS ENTRE ATRIBUTOS MESURABLES

#### Presentación

En el capítulo 1, relativo a las relaciones y cambios cualitativos, nos centramos en el estudio de las cualidades sensoriales de los objetos y de sus atributos a través de los diferentes sentidos. Desde este marco, al observar por ejemplo una naranja, los niños y niñas pueden decir que es áspera o dulce; suave o un poco rugosa; pequeña o grande; que pesa poco o mucho; que está fría o a temperatura ambiente; y, como no, que es de color naranja.

En este capítulo vamos a ver que muchos de los atributos que sirven para describir físicamente un objeto son medibles, es decir, se les puede asignar un valor numérico: ¿cuánto pesa una naranja?; ¿qué volumen ocupa?; ¿a qué temperatura está? Así, pues, vamos a hacer hincapié principalmente en la comprensión de qué es un atributo medible. Asimismo, vamos a analizar también cuáles son las unidades y procesos básicos que deberían usarse en las primeras edades para cuantificar las propiedades de los objetos capaces de ser medidas.

Tradicionalmente, el trabajo de la medida en Educación Infantil se había limitado a reconocer algunas nociones elemen-

tales a partir de imágenes estáticas: rodear el objeto más largo; marcar con una cruz el objeto que pesa más; etc. Como veremos a la largo de este capítulo, este planteamiento centrado solo en las fichas está absolutamente superado, y existe un acuerdo generalizado en que es improbable que los niños y niñas puedan llegar a tener un entendimiento profundo de la medida sin manipular materiales, hacer comparaciones físicamente y utilizar instrumentos de medida. Ello no significa que las fichas no tengan ninguna cabida, pero sí que deben situarse didácticamente en el lugar que les corresponde (Olmos y Alsina, 2010).

Así, pues, ya desde las primeras edades es necesario trabajar la medida de acuerdo con las necesidades de los niños y niñas –manipular, hacer comparaciones físicas, usar instrumentos, etc.– dado que, como el resto de bloques de contenidos matemáticos, está presente en muchos aspectos de la vida diaria. De hecho, Bishop (1999) expuso que la medida es una de las actividades matemáticas comunes en todas las culturas, además de contar, localizar, diseñar, jugar y explicar. Por este motivo, los alumnos del 2º ciclo de Educación Infantil necesitan contextos de aprendizaje adecuados para aprender a cuantificar –aunque sea progresivamente– todos los atributos mesurables.

## **1. Relaciones y cambios entre atributos mesurables: conocimientos disciplinares**

Ya hemos visto que medir es asignar un valor numérico a un atributo o característica de un objeto. Este bloque temático incluye los contenidos que se refieren al conocimiento de los atributos mesurables que más frecuentemente encontramos en la vida diaria y al resultado de su confrontación con los números. Por su naturaleza, la medida no sólo está relacionada con los números y operaciones, necesarios para la cuantificación de los atributos mesurables, y con la geometría, como conocimiento del espacio, sino que es un auténtico puente entre estos dos campos de las matemáticas. Al mismo tiempo, tiene una gran conexión con el conocimiento del medio natural y social, el arte y la educación física, del que es una base indispensable.

Dada la relevancia de la medida ya desde la Educación Infantil, a continuación planteamos qué contenidos deberían trabajarse en el 2º ciclo de esta etapa educativa. Siguiendo la estructura del resto de capítulos, vamos a revisar las principales orientaciones internacionales y nacionales en este bloque de las matemáticas.

### ***Referentes internacionales***

En *Principios y Estándares para la Educación Matemática* (NCTM, 2000) se expone que los programas de enseñanza desde Educación Infantil hasta Bachillerato deberían capacitar a todos los alumnos para:

- Comprender los atributos medibles de los objetos, y las unidades, sistemas y procesos de medida.
- Aplicar técnicas, instrumentos y fórmulas apropiados para obtener medidas.

Vemos, pues, que se enfatiza el conocimiento de los diferentes atributos medibles o magnitudes, junto con las diferentes formas de medirlos (instrumentos, técnicas) y las unidades necesarias para expresar el resultado de las medidas. Desde este marco, medir implica, sobre todo, hacer práctica de medidas.

Así, pues, de acuerdo con estas orientaciones internacionales, durante las primeras edades los niños y niñas deberían comenzar a desarrollar su comprensión de las magnitudes observando, tocando o comparando directamente objetos, usando los comparativos “más... que”; “menos... que”; “igual... que” o “tanto... como”. Progresivamente, debería provocarse la necesidad de cuantificar el resultado de una medida usando instrumentos diversos y unidades cada vez más convencionales.

### ***Referentes nacionales***

Como es habitual, revisamos los contenidos que se establecen en la Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, para las tres

áreas de la etapa de Educación Infantil. En el cuadro 4.1 (ver página siguiente) se incluyen los contenidos de esta Orden Ministerial que se refieren de forma explícita a la medida, así como otros contenidos colaterales a este bloque de las matemáticas, pero que son igualmente necesarios para su comprensión e interiorización como, por ejemplo, la incorporación de léxico cada vez más adecuado, etc. Otro aspecto que debe destacarse es que algunos de los contenidos que se exponen en el cuadro 4.1 han aparecido ya en los capítulos anteriores, y aquí los repetimos de nuevo para enfatizar las conexiones que existen entre los diferentes bloques de contenido matemático.

El análisis de los contenidos del cuadro 4.1 pone de manifiesto que en el documento legislativo de referencia se enfatiza sobre todo la exploración física de los atributos de los objetos: “discriminación de algunos atributos de objetos y materias”; “identificaciones de cualidades”; etc., son algunas de las propuestas que van apareciendo para ayudar a los niños y niñas de 3 a 6 años a comprender los atributos en general y los atributos medibles en particular.

Su comprensión se consigue, sobre todo, a partir de experiencias directas de comparación de objetos, contar unidades y realizar conexiones entre conceptos espaciales y el número. Algunos contenidos del cuadro 4.1 mencionan estos aspectos como, por ejemplo: “percepción de semejanzas y diferencias entre los objetos”; “interés por la clasificación de elementos”; “ordenación gradual de elementos”; etc. De todas formas, estos contenidos se refieren mayoritariamente a relaciones cualitativas entre objetos, pero no hacen referencia directa a las magnitudes. Únicamente aparece un contenido en el 2º ciclo que se refiere explícitamente a este bloque de contenidos matemáticos: “Exploración e identificación de situaciones en que se hace necesario medir. Algunas unidades convencionales y no convencionales e instrumentos de medida. Aproximación a su uso. Interés y curiosidad por los instrumentos de medida”, además de otro contenido que hace referencia a la medida del tiempo: “estimación intuitiva y medida del tiempo”.

|                                                                              | <i>Segundo ciclo (3-6 años)</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Área 1.<br/>Conocimiento<br/>de sí mismo y<br/>autonomía<br/>personal</i> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Percepción de los cambios físicos propios y de su relación con el paso del tiempo. Apreciación inicial del tiempo cronológico y del tiempo subjetivo a partir de vivencias.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| <i>Área 2.<br/>Conocimiento<br/>del entorno</i>                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Los objetos y materias presentes en el medio, sus funciones y usos cotidianos. Interés por su exploración y actitud de respeto y cuidado hacia objetos propios y ajenos y cuidado de los mismos.</li> <li>- Percepción de semejanzas y diferencias entre los objetos.</li> <li>- Discriminación de algunos atributos de objetos y materias. Interés por la clasificación de elementos. Relaciones de pertenencia y no pertenencia.</li> <li>- Identificación de cualidades y sus grados. Ordenación gradual de elementos. Uso contextualizado de los primeros números ordinales.</li> <li>- Exploración e identificación de situaciones en que se hace necesario medir. Algunas unidades convencionales y no convencionales e instrumentos de medida. Aproximación a su uso. Interés y curiosidad por los instrumentos de medida.</li> <li>- Estimación intuitiva y medida del tiempo. Ubicación temporal de actividades de la vida cotidiana.</li> <li>- Detección de regularidades temporales, como ciclo o frecuencia.</li> <li>- Observación de algunas modificaciones ocasionadas por el paso del tiempo en los elementos del entorno.</li> </ul> |
| <i>Área 3.<br/>Lenguajes:<br/>comunicación y<br/>representación</i>          | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Uso progresivo, acorde con la edad, de léxico variado y con creciente precisión, estructuración apropiada de frases, entonación adecuada y pronunciación clara.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |

*Cuadro 4.1: Contenidos de relaciones y cambios entre atributos medibles para el 2º ciclo de Educación Infantil en la orden ECI/3960/2007.*

En términos generales, pues, las orientaciones curriculares recogen los principales aspectos a considerar en el trabajo de la medida en las primeras edades, aunque hacen poco hincapié en el proceso de medición que, en principio, es el mismo para cualquier atributo que sea medible: elegir una unidad, comparar la unidad con el objeto y anotar el número de unidades. El número de unidades, como veremos, puede determinarse por repetición de la unidad (por ejemplo, se puede determinar la longitud de una mesa usando un lápiz las veces que sea necesario) o usando un instrumento de medida (por ejemplo, una regla). Por su relevancia, trataremos con mayor profundidad las diferentes fases que deberían considerarse en el aprendizaje de la medida en el apartado relativo a los conocimientos didácticos.

### ***Hacia una definición accesible***

Tomando como referencia las orientaciones curriculares vigentes tanto a nivel internacional como nacional, la medida puede considerarse un bloque de contenidos matemáticos que se ocupa del estudio de los atributos medibles. Cuando hablamos de atributos medibles nos referimos a las magnitudes, es decir, a cualquier propiedad de los objetos capaz de ser medida (cuantificada) como, por ejemplo, la longitud, la superficie, el volumen, la masa, la capacidad, la temperatura, etc.

Hemos visto que la comprensión en profundidad de los atributos medibles va más allá del simple reconocimiento de estos atributos, puesto que se consigue a partir de experiencias directas de comparación de objetos, contar unidades y realizar conexiones entre conceptos espaciales y el número. Desde esta perspectiva, medir consiste en asignar un valor numérico a un atributo de un objeto y, para ello, son necesarias unidades e instrumentos de medida.

Con el propósito de mantener un paralelismo con el resto de capítulos, a continuación se exponen los contenidos que deberían trabajarse en las primeras edades organizados según el tipo de conocimiento que se pone en juego: reconocer los atributos medibles, que se refiere al conocimiento físico; y relacionar y operar atributos medibles, que es el conocimiento propiamente matemático.

| <i>Reconocer atributos<br/>medibles</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <i>Relacionar atributos<br/>medibles</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <i>Operar atributos<br/>medibles</i>                                                                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Reconocimiento de los atributos medibles de los objetos: tamaño (grande y pequeño); longitud (largo y corto; alto y bajo); masa (pesado y ligero); capacidad (lleno y vacío); grosor (grueso y delgado); tiempo (antes y después; etc.).</p> <p>Reconocimiento de las unidades que se usan para expresar el resultado de la cuantificación: unidades antropomórficas (manos, pies, etc.); unidades familiares o no convencionales (objetos diversos); y unidades convencionales, estándares o oficiales, del Sistema Métrico Decimal.</p> <p>Reconocimiento de los instrumentos que se usan para medir.</p> | <p>Comparación de los atributos medibles de los objetos usando los comparativos “más... que”; “menos... que”; “igual... que” y “tanto... como”:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Clasificación de objetos según sus atributos medibles (por ejemplo, clasificar recipientes según si están llenos o vacíos).</li> <li>- Ordenación de objetos según sus atributos medibles (por ejemplo, ordenar una colección de varas según su longitud).</li> <li>- Correspondencias o asociaciones entre objetos a partir de sus atributos medibles (por ejemplo, asociar los objetos de dos colecciones según su peso).</li> <li>- Seriaciones de objetos a partir de sus atributos medibles (por ejemplo, establecer un patrón de repetición “grande, pequeño...”).</li> </ul> | <p>Composición y descomposición de los atributos medibles de un objeto (por ejemplo, dos botellas de litro es lo mismo que una botella de dos litros; o una botella de dos litros es lo mismo que cuatro de medio litro).</p> |

*Cuadro 4.2: Contenidos de relaciones y cambios entre atributos medibles de 3 a 6 años.*

A continuación, se presenta una propuesta de secuenciación de estos contenidos por edades teniendo en cuenta, como ya se ha indicado en capítulos anteriores, que debe considerarse con cierto margen de flexibilidad. Como puede apreciarse, se propone trabajar los atributos medibles de los objetos siguiendo el siguiente orden de presentación: tamaño (grande y pequeño) y longitud (largo y corto; alto y bajo); masa (pesado y ligero) y capacidad (lleno y vacío); grosor (grueso y delgado) y tiempo (antes y después; etc.):

|                      | <i>Reconocer atributos<br/>medibles</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <i>Relacionar atributos<br/>medibles</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <i>Operar atributos<br/>medibles</i>                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Primer nivel</i>  | Reconocer los atributos medibles relativos al tamaño (grande y pequeño) y a la longitud (corto y largo/alto-bajo); y hacer agrupaciones por este criterio.                                                                                                                                                                                                   | Clasificar, ordenar, asociar y seriar grupos de elementos por criterios sencillos relativos al tamaño (grande y pequeño) y a la longitud (corto y largo/alto-bajo).                                                                                                                                                                                                                        | Tamaño: Composición y descomposición con construcciones, etc.<br><br>Longitud: Composición y descomposición con cuerdas, etc.                                                                                                                                                                          |
| <i>Segundo nivel</i> | Reconocer los atributos medibles relativos a la masa (pesado y ligero) y a la capacidad (lleno y vacío); y hacer agrupaciones por este criterio.<br><br>Inicio de la cuantificación de los atributos medibles (práctica de medida): uso de las primeras unidades de medida no oficiales (antropomórficas, etc.).                                             | Clasificar, ordenar, asociar y seriar grupos de elementos por criterios sencillos relativos a la masa (pesado y ligero) y a la capacidad (lleno y vacío).<br><br>Comparar atributos medibles a partir de su cuantificación.                                                                                                                                                                | Masa: composición y descomposición con objetos diversos (alimentos, pesas, etc.).<br><br>Capacidad: composición y descomposición con recipientes diversos, sobre todo botellas de un litro, dos litros, etc.<br><br>Uso de las unidades para expresar el resultado de la composición o descomposición. |
| <i>Tercer nivel</i>  | Reconocer los atributos medibles relativos al grosor: grueso y delgado; y hacer agrupaciones por este criterio.<br><br>Reconocer los atributos medibles relativos al tiempo: antes y después.<br><br>Reconocer las primeras unidades de medida oficiales (metro, litro y kilo, sobre todo).<br><br>Reconocer diversos instrumentos de medida convencionales. | Clasificar, ordenar, asociar y seriar grupos de elementos por criterios sencillos relativos al grosor: gruesos y delgados.<br><br>Ordenar situaciones por criterios sencillos relativos al tiempo: antes y después.<br><br>Asociar cada atributo medible con sus unidades (por ejemplo, la longitud con el metro) y con instrumentos adecuados para medir (por ejemplo, la cinta métrica). | Grosor: composición y descomposición con objetos diversos.<br><br>Uso de las unidades para expresar el resultado de la composición o descomposición.                                                                                                                                                   |

*Cuadro 4.3: Propuesta de secuenciación de contenidos relativos a los atributos medibles de 3 a 6 años.*

La comprensión en profundidad de los distintos atributos medurables que aparecen en el cuadro 4.3 se consigue, como veremos en el subapartado relativo a los conocimientos didácticos, a partir de experiencias directas de comparación de objetos, contar unidades y realizar conexiones entre conceptos espaciales y el número. A continuación, pues, se trata con más profundidad el proceso de medición que debería seguirse para garantizar estos aprendizajes.

### *El proceso de medición de los atributos medurables*

El aprendizaje de la medida de cualquier atributo medurable debería pasar por tres fases, de las que vamos a describir las características generales de forma muy resumida. Naturalmente, siempre hace falta que los niños y niñas hayan madurado en la primera fase antes de plantearles los retos de la segunda, y de la tercera, pero hay que tener en cuenta que según la magnitud que se trabaja, es más o menos difícil comprender su naturaleza, aspecto indispensable para iniciar la práctica de medida. Por este motivo, en el cuadro 4.3 se han concretado las principales magnitudes a trabajar en cada nivel.

#### *1. Fase de preparación*

La finalidad de esta fase es reconocer y comprender el atributo medurable a trabajar. Para ayudar a los niños y niñas a poner los fundamentos para iniciar el proceso de medición de los atributos medurables, es recomendable que realicen las siguientes actividades:

- Descubrimiento y experimentación de los atributos medurables en el entorno inmediato.
- Comparaciones directas, con el propio cuerpo, de dos valores de un atributo medurable.
- Comparaciones indirectas, usando un intermediario (balanza, cuerda, etc.).
- Equivalencias y clasificaciones.

- Ordenaciones según valores ascendentes o descendentes de un atributo medible.
- Composición (añadir) y descomposición (quitar, reparar, etc.).
- Comunicación oral de las acciones realizadas (“¿qué pasa?”; “¿qué pensamos?”).

Todas estas actividades deberían realizarse durante la etapa de Educación Infantil con todos los atributos medibles que se trabajen.

## *2. Fase de práctica de medidas*

Durante esta fase, los niños y niñas deberían descubrir la necesidad de comparar una magnitud con una unidad. Se trata, pues, de adquirir experiencia y habilidad en la acción de medir; aceptar progresivamente las unidades convencionales para expresar la medida; y expresar medidas correctamente por escrito. Algunas actividades propias de esta fase son las siguientes:

- Práctica de medidas, primero directamente con el propio cuerpo a través de unidades antropomórficas (el palmo, los pasos, etc.), después con unidades familiares (un lápiz, un cucharón, etc.), y, finalmente, con unidades oficiales.
- Uso correcto del instrumento adecuado a la magnitud que se trabaja.
- Descubrimiento y corrección de los posibles errores.
- Estimación de resultados.
- Formulación oral y/o escrita de la acción realizada y de su función.
- Escritura correcta del resultado (con número y nombre de la unidad).
- Resolución de situaciones y problemas relacionados con la magnitud trabajada.

La mayoría de estas actividades pueden realizarse a finales de la etapa de Educación Infantil, excepto la escritura del resultado, aunque pueden usarse otros tipos de representaciones menos simbólicas como, por ejemplo, dibujos, etc.

### *3. Fase de consolidación de técnicas y construcción de conceptos*

La finalidad de esta fase consiste en comprender los diferentes órdenes de unidades y las equivalencias entre ellos; sistematizar y dominar los principales sistemas de medida; valorar la aproximación como técnica de progreso científico; y consolidar la idea que la medida sirve para interpretar la realidad que nos rodea. Algunas actividades que deberían trabajarse son las siguientes:

- Práctica de medidas con cierta exactitud.
- Estimación anticipada de resultados, y comprobación posterior.
- Práctica de equivalencias y conversiones entre unidades adecuado a cada caso.
- Investigación de relaciones entre varios atributos mesurables.
- Estimaciones sucesivas y búsqueda de exactitud.
- Medidas indirectas (principalmente en superficie y volumen).
- Aplicación a la resolución de situaciones problemáticas.
- Cálculos numéricos con las unidades de medida.

A pesar de que estas actividades corresponden ya a la etapa de Educación Primaria, las hemos descrito para que el lector pueda tener una visión global del proceso de medición de cualquier magnitud.

## **2. Relaciones y cambios entre atributos mesurables: conocimientos didácticos**

En el apartado anterior se ha indicado ya que el trabajo de la medida durante el 2º ciclo de Educación Infantil no se limita a reconocer algunos atributos mesurables de los objetos en imágenes estáticas como, por ejemplo, rodear el objeto más grande; marcar con una cruz el objeto más largo o pegar un gomet al lado del que pesa más. A pesar de que se ha hecho hincapié sobre todo en los conocimientos disciplinares (qué es un atributo medible; qué

tipos de atributos medrables pueden trabajarse durante la etapa de Educación Infantil; qué implica trabajar la medida; etc.), se han dado ya algunas pistas sobre los conocimientos didácticos que deberían dominar las maestras y maestros para ayudar a sus alumnos de 3 a 6 años a comprender e interiorizar contenidos de medida. En este apartado vamos a profundizar mucho más en este aspecto, con el propósito de aportar algunos elementos que puedan servir para el propio desarrollo profesional. Así, la pregunta que nos formulamos de nuevo es ¿cómo trabajar?

### *Itinerario de adquisición*

Como en el resto de capítulos, se parte de la base que existe una gran diversidad de recursos metodológicos que deberían incorporarse en el trabajo de la medida. Por este motivo, vamos a proponer también un itinerario de adquisición con una muestra de veinte actividades que pretende mostrar que el trabajo de cualquier atributo medrable debería iniciarse a partir de la exploración de magnitudes en situaciones que sean significativas para los alumnos. Se trata, en definitiva, de permitir a los niños y niñas que observen que dichos atributos forman parte de nuestra vida cotidiana, y que necesitamos comprenderlos para desenvolvernos mejor en ella. En segundo lugar, se presentan diversas actividades a partir de materiales manipulativos, que pueden ser tanto comercializados con una finalidad didáctica como, por ejemplo, todos los materiales sensoriales Montessori, o bien diseñados “artesanalmente” para realizar sobre todo comparaciones directas entre estos atributos, dando lugar a clasificaciones, ordenaciones, etc. Los juegos son otro recurso metodológico fundamental en las primeras edades, dado que los niños y niñas se encuentran en una fase lúdica de su desarrollo, por lo que este recurso nunca debería relegarse a “un premio” para los que terminan antes. Los recursos literarios (cuentos, canciones, etc.), los recursos tecnológicos (programas informáticos, básicamente) y los recursos gráficos completan este itinerario en el que se pretende que al final los niños y niñas sean capaces de representar mentalmente y también en el papel las observaciones y las acciones realizadas.

| <div>CONTENIDOS</div> <div>CONTEXTOS</div> | <div>Reconocer, relacionar y/o operar posiciones y formas</div>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|--------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <div>Situaciones cotidianas</div>          | <ol style="list-style-type: none"> <li>1 Realizamos una salida al parque para comprender los atributos mesurables de los elementos que hay en él (árboles, por ejemplo), y para aplicar técnicas y herramientas de medición apropiadas de dichos atributos.</li> <li>2 Visitamos los gigantes del pueblo y cuantificamos sus atributos mesurables usando diferentes unidades.</li> <li>3 Planteamos un proyecto de trabajo en el que los niños y niñas deben investigar varios atributos medibles de un objeto, un animal, etc.</li> <li>4 Observamos nuestra altura y la representamos en un mural, por ejemplo, marcándola con la punta de la nariz manchada de pintura y, a continuación, realizamos comparaciones directas.</li> <li>5 Utilizamos instrumentos de medida no convencionales (por ejemplo, trozos de lana) para medir la longitud de objetos de la clase, distancias entre dos puntos del patio, etc.</li> <li>6 En un rincón estable de aprendizaje como, por ejemplo, la tienda o el restaurante, pesamos productos con la balanza.</li> </ol>                                                                                                                                                                                                  |
| <div>Materiales manipulativos</div>        | <ol style="list-style-type: none"> <li>7 Pedimos a los niños y niñas que traigan cajas de diferente forma y tamaño para observar su volumen: cuál es la mayor, si cabe una dentro de otra o no; etc.</li> <li>8 Utilizamos materiales inespecíficos, es decir, sin una finalidad didáctica inicial, para hacer comparaciones directas de sus atributos mesurables (por ejemplo, palos de diferentes longitudes que se comparan y posteriormente se ordenan del más corto al más largo).</li> <li>9 Pedimos a los alumnos que traigan recipientes diversos y, a través de uno o diversos graduadores (litro, medio litro, etc.) comprobamos la cantidad de líquido que cabe en ellos; o bien cuántas veces cabe el líquido de un recipiente en otro; etc.</li> <li>10 Proporcionamos a los alumnos materiales manipulativos comercializados para que exploren sus atributos mesurables y realicen comparaciones directas: por ejemplo, material sensorial Montessori para ordenar por el volumen (Torre Rosa); la longitud (Varas Rojas); el grosor (una colección de Encajes Sólidos); etc.; muñecas rusas tipo <i>Matrioskas</i> para ordenar por el volumen; etc.</li> <li>11 Repartimos secuencias de imágenes para que las ordenen cronológicamente.</li> </ol> |

|                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><i>Juegos</i></p>                | <p>12 Jugamos a lanzar objetos en el patio y medimos después quién ha lanzado el objeto más lejos, utilizando técnicas e instrumentos diversos.</p> <p>13 Jugamos a <i>Quién tiene... yo tengo</i>. Se trata de un juego en cadena en el que cada alumno tiene un objeto (por ejemplo, un recipiente) y una tarjeta en la que hay una pregunta muy simple como, por ejemplo, ¿quién tiene una botella de dos litros? El alumno lee (solo o con la ayuda de la maestra) la pregunta de su tarjeta y el alumno que tiene una botella de dos litros responde. A continuación, el alumno que ha respondido lee su tarjeta y se van encañando las preguntas con las respuestas.</p> <p>14 Jugamos a hacer parejas de segmentos que miden igual a través de un <i>memory</i>.</p> |
| <p><i>Recursos literarios</i></p>   | <p>15 Contamos cuentos en los que aparezcan atributos mesurables y, a continuación, los dramatizamos como, por ejemplo: <i>Ricitos de oro y los tres ositos</i>, en los que el volumen (grande, mediano y pequeño) tiene mucho protagonismo.</p> <p>16 Escenificamos canciones como, por ejemplo, <i>Eres alta y delgada</i></p> <p>17 Planteamos adivinanzas en las que aparezcan nociones de medida como, por ejemplo:</p> <p style="padding-left: 40px;">“Con un pico largo,<br/>con sus patas largas,<br/>desde el campanario<br/>todo el campo abarca”.<br/>(la chimenea)</p> <p style="padding-left: 40px;">“Boca arriba o boca abajo,<br/>funciono siempre lo mismo,<br/>el tiempo pasa incansable,<br/>pero yo, quieto, lo mido”.<br/>(el reloj)</p>                |
| <p><i>Recursos tecnológicos</i></p> | <p>18 Proponemos a los alumnos que realicen actividades de ordenador en las que se trabajan los atributos mesurables (reconocimiento, comparaciones directas, etc.). El portal web JCLic para la Educación Infantil, por ejemplo, permite acceder a algunas actividades en las que se trabajan estos aspectos (ordenar viñetas atendiendo al tamaño de los dibujos; etc.).</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |



|                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Recursos gráficos | <p>19 Representamos en un papel blanco, por ejemplo, a través de dibujos, las observaciones hechas y las acciones realizadas (por ejemplo, dibujar una ordenación de <i>Matrioskas</i>).</p> <p>20 Usamos fichas editadas para plasmar gráficamente las observaciones hechas y las acciones realizadas. Insistimos, como en otras ocasiones, que estos materiales pueden resultar útiles solo después de la observación del entorno y de la manipulación.</p> |
|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

*Cuadro 4.4: Itinerario de adquisición de contenidos de relaciones y cambios entre atributos medibles para el 2º ciclo de Educación Infantil.*

Ya se ha insistido repetidamente que en este libro nos interesa especialmente profundizar en las primeras fases de este itinerario de adquisición, por lo que a continuación se presenta una selección de actividades de medida (sobre todo de longitud) implementadas en diferentes contextos de vida cotidiana.

### ***Muestra de actividades en contexto de vida cotidiana***

Como veremos, se trata de actividades que pretenden mostrar las conexiones entre la medida y otros bloques de las matemáticas como los números, necesarios para la cuantificación de los atributos medibles, o la geometría, como conocimiento del espacio. Al mismo tiempo, tienen también una gran conexión con el conocimiento del medio natural.

La primera actividad que se presenta es una continuación de la experiencia presentada en el capítulo anterior “El patio, una excusa para explorar, orientarnos y representar” implementada en el CEIP la Mitjana de Lleida.

## **ACTIVIDAD**

*Título:* “El patio, una excusa para medir”

*Lugar de implementación:* CEIP La Mitjana, Lleida.

*Nivel:* 4-5 años.

*Maestra responsable de la implementación:* María José Peroy.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

- Reconocimiento de atributos medibles en el patio (longitud).
- Medición de la longitud a través de instrumentos no convencionales (lana) y convencionales (cinta métrica).

*Descripción de la actividad:*

Al empezar el curso se realizaron una serie de actividades que tenían como finalidad el descubrimiento del patio, el establecimiento de recorridos y la representación e interpretación de planos (estas actividades se han descrito en el capítulo anterior). Durante el desarrollo de esta experiencia también se realizaron actividades sobre la medida de longitud. El objetivo era establecer caminos distintos y plantear problemas sobre qué caminos eran más largos y qué estrategias podíamos utilizar para saberlo. Habíamos representado con fotografías el plano de la escuela y mediante trozos de lana establecimos muchos caminos. Además, unos “piratas” nos dejaban mensajes sobre el plano y los caminos y nos retaban a representar recorridos distintos. En estas circunstancias recibimos un nuevo mensaje de los piratas planteándonos una pregunta: ¿cuántos caminos van desde el porche de la clase de las estrellas hasta la zona del toldo?, y ¿cuál es el más corto?

En seguida nos pusimos de acuerdo en que había dos, pero fue más difícil consensuar qué camino era el más corto. Salimos al patio y recorrimos los dos caminos y a pesar de que uno de ellos ganó más adeptos en su definición de “el más corto”, como no había acuerdo nos sentamos en asamblea.

Durante la asamblea empieza una conversación muy rica. El curso anterior habíamos medido la clase, a lo ancho y a lo largo, con pasos y con cuerdas. Ahora da la impresión que no lo recuerdan y en seguida dicen que debemos medir con un metro:

*Maestra:* ¿Tenemos un metro aquí?

*Marcos:* No.

*M: Entonces, ¿cómo podemos saber qué camino es más corto?*

*Aitana: Podemos fabricar un metro nosotros.*

*M: ¿Cómo?*

*Aitana: Con un papel largo poniendo números.*

*Carla: No. Necesitamos un hierro largo y poner números porque un papel se romperá.*

*M: ¿Los metros son de papel o de hierro?*

*Víctor: En casa tengo uno y lo puedo traer.*

*Maria: Yo también.*

*M: De acuerdo. Podemos traer cintas métricas de casa.*

*Anna: Lo podemos anotar en la agenda.*

Escribo en la pizarra "CINTA MÉTRICA" y lo copian en la agenda. La consigna es explicar a los padres que han de traer a la escuela unas cintas métricas para medir caminos. Concluimos la sesión representando los dos caminos en una fotocopia del plano con un color diferente.

Al día siguiente unos cuantos niños y niñas vienen con cintas métricas de casa. La mayoría son de modista, de 1 metro o 1,5 metros, pero también traen una cinta de 2 metros, otra de 3 metros y otra de 30 metros. Nos sentamos en círculo y comparamos las cintas: descubrimos que algunas son más largas que otras; que empiezan por el mismo número; que algunas son iguales por los dos lados, pero invertidos; que otras son diferentes por los dos lados; que los números están a la misma distancia; que no son de papel pero tampoco de hierro; que se pueden doblar y podemos hacer curvas; que los rollos de 2 o 3 metros sólo llevan números en un lado y tienen una punta metálica; etc. A continuación exponemos todas las cintas métricas y las clasificamos según la medida: las de 1 metro; las de 1,5 metros; las de 2 metros; la de 3 metros y la de 30 metros.

Por la tarde decidimos medir los caminos. Antes de empezar les pregunto cómo podemos hacerlo y vamos siguiendo las ideas que tienen: su única obsesión para medir se basa en poner las cintas métricas una detrás de la otra, sin tener en cuenta su medida real. Les voy haciendo preguntas para hacerles reflexionar, pero es inútil. Ponen todas las cintas (a excepción de la de 30 metros) en uno de los caminos y caben 11 cintas, después hacemos lo mismo en el otro camino y también caben las 11 cintas. Al final ponemos la cinta de 30 metros y ven que uno de

los caminos es más largo que el otro, pero en general se respira decepción y la actividad pierde interés, ya que su única pretensión era colocar las cintas que habían traído de casa y no la resolución del problema. Llegados a este punto suspendo la actividad.

Al día siguiente volvemos a retomar la experiencia y les pregunto si recuerdan como medimos la clase el curso anterior, y todos responden que con cuerdas, así que decidimos atar dos ovillos de lana de dos colores diferentes en un extremo y estiramos hasta llegar al final de camino. Cortamos y juntamos las lanas, comparamos las longitudes y descubrimos el camino más corto. A continuación medimos las lanas con el rollo de 30 metros para saber las medidas de cada una: una de las lanas mide 25 metros y la otra casi llega a los 27 metros. Finalmente, representamos el camino en un papel y escribimos la respuesta para los piratas.

En la clase paralela se realiza una actividad similar con dos caminos distintos. Ellos deciden clasificar las cintas métricas y ponerles una etiqueta con la medida 1, 2, 3, 5 y 15 (las de 1,5 metros son etiquetadas como 1m para simplificar). Van poniendo las cintas una detrás de otra y van apuntando en una hoja las medidas. Repiten la operación en los dos caminos. Una vez en la clase escriben las anotaciones de las hojas en la pizarra:

Camino 1: 15, 1, 2, 1, 3, 5, 1

Camino 2: 15, 1, 2, 3, 1, 1, 5

Para saber la longitud total deciden poner palitos al lado de cada número según la cantidad. Mientras están realizando esta actividad un niño dice que son iguales porque hay los mismos números: 15 y 15, 1 y 1, 2 y 2... y va señalando a un lado y a otro tocando los números iguales que no están en el mismo orden. ¡Una estrategia genial! Acaban de poner palitos y comprueban que en ambos lados hay 28.

\*\*\*\*\*

Como puede apreciarse, la actividad de medida de longitud descrita surge a partir de un reto, camuflado a partir de un “mensaje de los piratas”: descubrir cuál es el camino más corto

entre dos puntos. Este reto desencadena una serie de actividades que facilitan la comprensión de la longitud: en primer lugar, reconocen este atributo medible en un contexto cercano, como es el patio; comprenden cómo medir la longitud; seleccionan un instrumento adecuado para el atributo a medir (cinta métrica); utilizan dicho instrumento, aunque en principio de forma errónea, ya que las cintas métricas se usan como unidades, independientemente de lo que miden, lo que les lleva a usar otra herramienta (ovillos de lana); realizan comparaciones y ordenaciones según la longitud; etc. Otro aspecto destacable es observar como alumnos diferentes utilizan estrategias diferentes para llevar a cabo el proceso de medición y, sobre todo, para expresar el resultado: a pesar de que en ambas clases inicialmente se parte de cintas métricas que se van colocando una detrás de otra, en una clase se sustituyen por ovillos de lana; en la otra clase, en cambio, cada cinta métrica se representa con un número de acuerdo con su longitud (una cinta de 2 metros, por ejemplo, se representa con un 2), y se van anotando en un papel los números que representan las diferentes cintas usadas para medir los dos caminos. Para obtener el resultado, en ambos casos se realiza una comparación directa: en un caso se mide la longitud de los trozos de lana usando una cinta métrica y se comparan los resultados y, en el otro, se comparan los números que representan las cintas métricas usadas. Sea cual sea la estrategia usada se llega a la misma conclusión: los dos caminos son prácticamente iguales.

La siguiente actividad, realizada por niños y niñas de 5-6 años de un centro escolar de Pamplona, se lleva a cabo en un parque. El objetivo es que los alumnos analicen diversos atributos de algunos árboles del parque previamente seleccionados por las maestras. Uno de los atributos mesurables que deben analizar es el perímetro el tronco de los árboles y, como veremos, deben resolver algunos retos que les permite profundizar en el significado de la medida.

## ACTIVIDAD

*Título:* “Detectives en el Parque del Mundo”

*Lugar de implementación:* CEIP Doña Mayor de Navarra, Pamplona.

*Nivel:* 5-6 años.

*Maestras responsables de la implementación:* Yolanda Santafé Dencausa; Sonia Jurío Burgui y Raquel de la Rosa Fernández.

*Asesoramiento pedagógico:* Àngel Alsina.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

- Comprender los atributos medibles de los árboles y las unidades, sistemas, y procesos de medición.
- Aplicar técnicas apropiadas, herramientas y fórmulas para determinar mediciones.
- Establecer correspondencias respecto a la medida del tronco de un árbol.
- Elaborar y consensuar un símbolo que represente el perímetro de un tronco.

*Descripción de la actividad:*

Durante el primer trimestre se programó una salida al Parque del Mundo, un parque muy cercano a nuestro centro. Antes de la salida planteamos a los alumnos la actividad, que consistía en convertirnos en detectives para buscar un árbol en el parque por equipos y recoger información sobre éste con el fin de elaborar un panel informativo posteriormente. Pedimos a los niños y niñas que dijese qué podían recoger allí para hacer el mural y qué materiales íbamos a necesitar para la salida. Los materiales propuestos por los alumnos fueron:

- Una lupa para ver mejor las hojas y encontrar bichitos.
- Bolsas para guardar frutos, semillas y hojas.
- Prismáticos para encontrar nuestro árbol.
- Pinturas y papel para calcar la corteza.
- Un metro para medir “lo gordo” que es el árbol.

- Cámara de fotos para fotografiar las hojas, el tronco, los bichos, etc.
- Un mapa para encontrar el árbol.

Con todo lo que los alumnos nos habían dicho preparamos cuatro carpetas con papel, pinturas, una cinta métrica de un metro de longitud, la fotografía del árbol (ningún equipo sabía el árbol que le había tocado) y la promesa de poder utilizar la cámara de fotos cada vez que la necesitasen.

Unos días antes las maestras dimos un paseo por el parque para seleccionar los árboles que íbamos a trabajar y hacer las fotografías. De entre los árboles seleccionados, intentamos que fuesen bastante diferentes entre ellos: distinta forma de hojas, distinto grosor del tronco, distinta forma de la copa, distinto color de hojas, etc.

Por fin llegó el día en que nos íbamos a convertir en detectives. Dividimos la clase en dos grupos, de manera que cada maestra acompañase a dos equipos y comenzamos a investigar. Durante la salida todo fue más o menos como estaba previsto, cada equipo identificó su árbol:

*¡Es ese!*

*No, ese no es. No ves que tiene el tronco más gordo.*

*Y las hojas más grandes.*

*Pues se le parece mucho.*

*¡Es ese! ¡mira, es igualico!*

Recogieron hojas, frutos, acariciaron la corteza del tronco para comprobar su textura, la calcularon, midieron el grosor del tronco (allí mismo comprobamos que era muy difícil medir su altura), buscaron bichitos con la lupa, etc. El problema surgió al intentar medir el perímetro del tronco del cedro del Líbano (el árbol más grande del parque) y con la cinta métrica de 1 metro de longitud no podían hacerlo. El grupo al que les tocó pidió la cinta métrica al otro grupo y decidieron unir ambas, pero aún así no era suficiente. Después propusieron medirlo con las manos, pero no había manos suficientes; con palos, pero cada palo era de diferente longitud. Por último, decidieron juntar sus brazos y rodear entre los niños el árbol. Apuntaron el número 4.

Con todos los materiales y la información recogida volvimos al aula y nos preparamos para comenzar a elaborar el panel de cada árbol. Comparamos la forma, color y tamaño de las hojas que habíamos recogido y pegamos algunas; buscamos en libros sobre árboles y en Internet el nombre de cada uno de los árboles y lo escribimos; pegamos el calco que habíamos hecho de las cortezas; buscamos el nombre de los frutos en el caso de que los hubiese; y comprobamos que en realidad fuesen de ese árbol y los pegamos y escribimos su nombre.

El problema surgió cuando tuvimos que apuntar la medida del perímetro del tronco. Los tres grupos que habían conseguido la medida con una o dos cintas métricas habían apuntado el número en centímetros, ya que había dos troncos que no llegaban a medir un metro. Cuando llegamos al cedro del Líbano la medida apuntada era: cuatro niños. Debíamos resolver cuanto era en centímetros “cuatro niños” para unificar la medida en todos los paneles, por lo que el mismo grupo propuso revivir la situación que se había dado en el parque y tomar la medida unidos de las manos colocándose en línea recta y utilizando una cinta métrica de cinco metros que tenemos en el aula.

El siguiente problema que se nos planteó con la medida del perímetro del tronco fue como podíamos indicar en el panel que aquellos números que allí aparecían correspondían al perímetro y no, por ejemplo, a la altura. Así que decidimos buscar un símbolo que nos lo indicase. Hubo varias propuestas: un círculo, pero se desechó ya que se podía confundir con un cero, una cruz, una luna, etc. Unos días antes habíamos visto una sección de un tronco y los anillos que representaban su edad, por lo que uno de los integrantes del grupo propuso utilizar varios círculos concéntricos como símbolo para indicar el perímetro del tronco. La propuesta fue inmediatamente aceptada y se adoptó para todos los paneles.

\*\*\*\*\*

Es evidente que al realizar esta actividad los alumnos han debido activar conocimientos matemáticos diversos, sobre todo relativos a la numeración, la medida y la geometría.

Efectivamente, en primer lugar los niños localizan árboles concretos del parque, para acto seguido examinar diversos de sus atributos. Uno de los atributos medibles que analizan es el perímetro del tronco, y el problema surge cuando no pueden medirlo usando una única cinta métrica de 1 metro de longitud. Los niños y niñas ponen en juego diversas estrategias: utilizan unidades antropomórficas (manos y brazos de los niños); unidades familiares (palos); e intentan también conseguir el resultado del proceso de medición juntando diversas cintas métricas. Entre todas las posibilidades, deciden expresar el resultado a partir de los brazos de los niños, pero se les plantea otra dificultad cuando ya en el aula quieren unificar la forma de expresar todos los resultados (en centímetros). Es interesante apreciar que optan por llevar a cabo una primera transformación entre unidades (de niños a centímetros). Además, entre todos deciden también una forma de representar el resultado en el papel, usando una representación concreta: círculos concéntricos. Ya se ha señalado que durante la etapa de Educación Infantil no es necesario que los niños expresen por escrito el resultado de una medida usando expresiones convencionales (por ejemplo, 4 metros), pero sí que puede resultar muy útil fomentar, como en este caso, otras formas de representación más ajustadas a su nivel de comprensión como, por ejemplo, cuatro círculos concéntricos para expresar 4 metros.

La siguiente actividad que se presenta, “¡El oso polar mide 3 metros y medio!” incide de nuevo en la medida de la longitud. Se realiza en un contexto de aula y, como veremos, si interés radica en el proceso de medición seguido.

## ACTIVIDAD

*Título:* “¡El oso polar mide 3 metros y medio!”

*Lugar de implementación:* CEIP Bernart Etxepare, Pamplona.

*Nivel:* 5-6 años.

*Maestra responsable de la implementación:* Ixone Artxanko Leoz.

*Asesoramiento pedagógico: Ángel Alsina.*

*Contenidos matemáticos trabajados:*

- Reconocer los atributos mesurables relativos al tamaño (grande y pequeño) y a la longitud (corto y largo/alto-bajo).
- Composición y descomposición.
- Práctica de medida de longitud con unidades no oficiales (antropomórficas, etc.).
- Reconocer diversos instrumentos de medida convencionales.
- Asociar cada atributo medible con sus unidades (la longitud con el metro) y con instrumentos adecuados para medir (la cinta métrica).

*Descripción de la actividad:*

En el aula estamos sumergidos en un proyecto que comienza con una pregunta que planteo un día que hacía realmente mucho frío en este invierno (-4°): ¿sabéis donde hace más frío en todo el mundo? Enseguida dicen que en el Polo Norte, y decidimos escribir una nota para buscar más información en casa y traerla a la escuela. Con la información que traen, el trabajo deriva entorno a los animales que viven en los dos polos y las características que tienen para poder soportar semejantes temperaturas. Se quedan atónitos con la altura del oso polar: ¡hasta 3 metros y medio! Aprovecho para iniciar un diálogo:

*Maestra: ¿alguien sabe cuánto mide cada uno de vosotros?*

*Ángela: Yo, sí... esto... como se decía...*

*Iker: A mí, mi médico ya me mide, me subo en un sitio y me pone algo en la cabeza.*

*Naroa: Podemos ponernos de pie, y marcamos en la pared con un boli.*

A partir de la sugerencia de Naroa empezamos midiéndonos unos a otros en grupos de cuatro. Ha quedado claro que es muy importante ponerse bien recto y con los talones contra la pared cuando nos van a medir.

*Alba: Podríamos hacer una silueta con nuestra altura y otra con el oso polar y nos ponemos en escalera, el más alto será el oso, ¿no?*  
*Todos: ¡Sí, sí, hacemos siluetas de nosotros!*

Cada uno crea su propia silueta utilizando diferentes materiales (telas, papeles, pinturas, rotuladores, etc.), pero siempre ayudándose los unos a los otros. Una vez acabadas todas las siluetas, un poco a ojo, vamos ordenándonos por altura. Llegados a este punto se inicia otro diálogo:

*M: Pero ¿cuánto medimos realmente?*

*Jon: Pues esto (señalando con el dedo en la pared donde están las marcas de altura).*

*M: Sí, pero ¿cuánto es esto?, ¿cuánto medimos nosotros?*

*Oier: Pues coges con esto que tiene números y lo pones.*

*Nerea: Sí, con la regla.*

*M: ¡Ah vale!*

Hago como que voy a por ella y que la busco y les digo que no la encuentro. Entonces les planteo si podríamos medirnos de alguna otra forma, pero como no sale nada decido inducir: cojo un lápiz y les pregunto que a ver si es más largo que la silueta de Nerea, que está tumbada en el suelo, y enseguida me contestan que no. Lo pongo al lado de la silueta y pregunto: ¿cuántos lápices necesitamos para que sean igual de altos que Nerea? Enseguida Sara corre a coger más lápices.

*M: Entonces ¿cuántos lápices necesitamos para conseguir la altura de Nerea?*

*Todos: 7*

*M: ¡Eso es, muy bien! O sea, que podemos decir que Nerea mide 7 lápices, ¿verdad?*

*Todos: Sí, sí...*

*M: ¿Y podríamos utilizar algo más para medir a Nerea? (se les ocurren los rotuladores y los pinceles)*

*Ángela: Como los pinceles son más largos cabrán menos.*

*M: Igual sí, a ver. ¿Y podemos medir la altura de Nerea con más cosas?*

La verdad es que en un momento cuantifican la altura de Nerea con un montón de objetos. Nos damos cuenta que es muy importante poner los objetos en línea recta y que si los objetos que elegimos son de la misma longitud es mejor, porque si no

hay que rellenar los huecos con objetos más pequeños. Al final les propongo que lo representen. Al día siguiente vuelvo a plantear la pregunta:

*M: Ya hemos visto que podemos medirnos con diferentes objetos, pero si sabemos que el oso polar mide 3 metros y medio, ¿cómo podemos saber cuánto es eso, y lo qué medimos nosotros?*

*Aitor: Podemos hacer la silueta del oso polar, como la nuestra, esa será su altura.*

*M: ¡Ah! ¡Muy bien! Pero ¿con qué oso?*

*Naróa: No, hombre, con un metro o una regla.*

*M: ¿Utilizando un metro? Vale, voy a por uno.*

Nos dividimos en dos grupos para hacer un oso y un pingüino. Para ello cogemos medidas reales con el metro, yo les marco un metro y planteo:

*M: Sí, esto es un metro, ¿cuántas veces necesitamos esto para el oso?*

*Sara: ¡3!*

*M: ¿Y ya?*

*Oier: No, hace falta más.*

*M: ¿Cuánto más?*

*Giovanna: medio más.*

*M: ¿Y cuánto es medio más?*

*Nerea: Pues la mitad de eso.*

Hacemos el mismo proceso para el pingüino emperador de 1 metro. Al final colocamos al oso y al pingüino en la pared del pasillo, y nosotros nos colocamos en escalera, del más alto al más pequeño. El oso es tan alto que lo tenemos que doblar y ni aunque nos subamos a una silla y una mesa somos tan altos como el oso polar.

El proyecto acaba con la creación de animales del polo utilizando arcilla y posteriormente pinturas, para darles color.

\*\*\*\*\*

En esta actividad puede apreciarse que los niños y niñas de 3º de Educación Infantil, al iniciar un trabajo de medida de longitud, tienen ya cierta información sobre técnicas e instrumentos convencionales que se usan para medir esta magnitud: por

ejemplo, recuerdan cómo el médico mide su altura, y también sugieren utilizar una regla para medir. Sin embargo, que tengan esta información no implica necesariamente que comprendan en profundidad el atributo medible en cuestión, y más específicamente las unidades que se usan, tal como se observa en las primeras fases de esta experiencia.

La maestra, que es consciente de este hecho, plantea continuamente preguntas durante toda la actividad para profundizar en el proceso de medición, es decir, en la cuantificación y el uso de las unidades. Desde esta perspectiva, fomenta que los alumnos exploren la medida de la longitud con diversas unidades, tanto no estándar como estándar: por ejemplo, miden utilizando varias copias de unidades del mismo tamaño (lápices, pinceles, etc.), colocadas una detrás de otra, en línea recta; utilizan repetidamente una unidad de medida para medir algo mayor que esta como, por ejemplo, con una sola cinta métrica de un metro de longitud; etc. Este trabajo les permite, sin duda, desarrollar una mejor comprensión de la naturaleza de dichas unidades.

La última actividad que se presenta en este capítulo se ha realizado también en un contexto de aula, en el CEIP San Juan de Jerusalén de Cabanillas, una población de La Ribera navarra. Como veremos, se basa en la experimentación de un atributo medible (la capacidad) a través de experiencias directas de comparación de recipientes y de contar unidades. Se trata, pues, de un proceso de medición muy ajustado a las necesidades de los niños y niñas de estas edades, pero lo realmente interesante, y a la vez sorprendente de esta actividad, es la forma de representar el resultado de las mediciones realizadas.

## **ACTIVIDAD**

*Título:* “Medimos y representamos”

*Lugar de implementación:* CEIP San Juan de Jerusalén, Cabanillas (Navarra).

*Nivel:* 5-6 años.

*Maestros responsables de la implementación:* Mariano López y Marta Vega.

*Asesoramiento pedagógico:* Àngel Alsina.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

Como en todas las actividades del parvulario los contenidos abarcan todas las áreas, ya que trabajamos de forma globalizada. Sin embargo, nos planteamos en este caso unos contenidos específicos muy básicos:

- Experimentación con agua y recipientes de diferentes capacidades.
- Jugar con ella y descubrir diversas características y propiedades de la misma, hacer trasvases, etc.
- Hacer estimaciones y cálculos sencillos teniendo como unidad de medida el litro.
- Utilizar diversas formas de representación.

*Descripción de la actividad:*

La tarea se planteó después de haber trabajado durante varias semanas la longitud y su unidad de medida, el metro. Además de interiorizar la medida de longitud, la pretensión fue que los niños descubrieran que se pueden medir otras cosas (la masa, la capacidad, etc.) y que existen otras unidades de medida.

Todo empezó cuando el tutor preguntó quién sabía cuánta agua había en su botella y un alumno contestó que «un metro, no». Entonces les pidió que fueran llevando a clase todos los recipientes que pudieran y así comenzó una actividad que convirtió la clase y el baño de Educación Infantil, durante tres semanas, en un “laboratorio” lleno de cubos, embudos, botellas, vasos, etc.

Los niños acudieron a clase con botellas de agua, de lejía, refrescos, jarras, etc. El rincón de matemáticas se llenó en dos días de recipientes de lo más variado. El tutor les hizo observar las etiquetas y descubrir lo que tenían en común. Después de varias pistas descubrieron que en casi todas aparecía esta referencia:  $\frac{1}{2}$  l., 1l.,  $1\frac{1}{2}$  l., 2l., etc., y descubrieron que la “l” significaba un litro. Comenzaron a hacer estimaciones y a clasificar

los envases según si creían que contenían un litro, más o menos. Después, tocaba comprobarlo. Para ello, disponían de una jarra de un litro con la que iban llenando los distintos recipientes.

Un niño había traído una jarrita en la que ponía: “ $\frac{1}{2}$  l.”. Su curiosidad innata hizo que preguntaran qué significaba aquel “símbolo”. Les hicimos rellenar varios recipientes de 1 litro usando la jarra de  $\frac{1}{2}$  l., y después de dialogar con ellos sobre lo que había pasado dedujeron que la jarra era la mitad de un litro. Entonces les ayudamos a darle nombre: “medio litro”. Con los días le propusieron al tutor que querían hacer lo mismo (estimaciones, clasificaciones y comprobaciones) con el medio litro.

Después de varios días con el agua, el tutor les dijo que iban a rellenar una hoja de registro entre todos con la capacidad de varios recipientes. Sabíamos que la actividad que acabábamos de proponer entrañaba una nueva dificultad para ellos y queríamos ser testigos de su reacción ante el nuevo reto. Durante un rato, la actividad se realizó sin mayor complicación: el tutor les presentaba envases y ellos después de comprobarlo iban diciendo: «dos litros», «cinco litros», etc. Pero el problema llegó con la botella de agua de litro y medio. Todos estaban de acuerdo en que en la botella había más de un litro y menos de dos, pero nadie sabía decir cuánta agua cabía en la botella. Mantuvimos una interesante conversación con ellos, se les hizo pensar, reflexionar sobre lo que habían estado haciendo hasta entonces, ver cuál era realmente la nueva necesidad, hasta que uno de los niños propuso tomar como nueva unidad de medida el “medio litro”. Aunque no todos lo tenían claro, accedieron a intentarlo pero pronto se dieron cuenta de que no sabían llevar la cuenta. Por un momento se vinieron abajo. ¡Había surgido el nuevo reto!

Ante este nuevo reto el tutor, al día siguiente, repartió piezas de construcción para que los alumnos manipulasen libremente, y en una de estas acciones, un alumno compuso un círculo a partir de dos semicírculos. Otro alumno enseguida lo vio y gritó lleno de entusiasmo «¡Ya, sé!, ¡Ya sé!». Como pudo, explicó a sus compañeros que podían llevar la cuenta utilizando los semicírculos de la caja de construcciones. Y dicho y hecho: cada medio litro de agua que echaban en la botella se contabilizaba

colocando un semicírculo. Con dos semicírculos hacían un círculo y seguían. Cada vez que echaban medio litro colocaban al lado del recipiente un semicírculo y, a su vez, lo dibujaban en la hoja de registro al lado de la fotografía de ese recipiente. Así continuaban el proceso hasta que el recipiente estaba lleno y entonces contaban cuántos litros o cuántos litros y medio tenían. Dibujando los semicírculos habían encontrado una forma alternativa, suya, de representar capacidades.

\*\*\*\*\*

La primera conclusión que puede extraerse de la actividad anterior es que no es lo mismo trabajar la capacidad ordenando las botellas de una ficha de menor a mayor, donde realmente están ordenando el tamaño de las botellas dibujadas, que la capacidad de las botellas que tienen en la mano y que están llenando con agua: al proporcionar el material y experimentar con él las posibilidades de aprendizaje aumentan, y van más allá de una simple ordenación hecha a partir de criterios visuales. A partir de una actividad que inicialmente estaba pensada para trabajar la noción de capacidad, han ampliado el campo de conocimiento tanto numérico (iniciación a los números fraccionarios: la mitad) como geométrico (composición y descomposición de figuras), y han puesto en juego numerosos procesos matemáticos, como la resolución de problemas, la comunicación, la representación, etc.

Desde nuestro punto de vista, aún teniendo en cuenta que todo el proceso de trabajo realizado en la actividad anterior es muy adecuado, el aspecto que nos parece más significativo es la estrategia que utilizan los niños y niñas para representar el resultado de sus medidas. Pensamos que no se trata de una casualidad, sino que la mediación del maestro (repartiendo piezas de construcción para que los alumnos las manipularan libremente), ha favorecido que uno de los alumnos tuviese la brillante idea de usar semicírculos como unidades.

A continuación presentamos las situaciones de aprendizaje en contexto presentadas en este capítulo a través de secuencias de imágenes, como en el resto de capítulos.

## *El patio, una excusa para medir*



Salimos al patio a descubrir el camino más corto desde el porche hasta el toldo: observamos que hay dos caminos posibles.



Representamos los dos caminos de color diferente (verde y rojo) en una fotocopia del plano.



Salimos al patio a medir la longitud de los dos caminos con cintas métricas.



Colocamos las cintas métricas una detrás de otra, sin tener en cuenta su medida. En total caben 11 cintas (las hay de 1 metro, de 1'5 metros, de 2 metros, de 3 metros, etc.).



Después medimos los caminos con la cinta de 30 metros, y descubrimos que uno es un poco más largo.



La medida con la cinta métrica ha generado poco interés, así que la maestra sugiere volver a medir los caminos usando lana.



Cortamos y juntamos lanas, comparamos longitudes y descubrimos el camino más corto.



Ya en clase representamos el camino más corto en el plano, usando lana.



Finalmente representamos de forma libre los caminos en un papel.

## *Detectives en el Parque del Mundo*



Cada equipo se encarga de medir el perímetro de un árbol con una cinta métrica de 1 metro.



Con la cinta métrica de 1 metro no alcanzamos a medir el perímetro del cedro del Líbano. Pedimos la cinta a otro grupo, pero aún así es imposible.



Lo medimos con palos, pero cada palo es de diferente longitud.



Al final decidimos medirlo juntando los brazos y bordeando entre todos el árbol.



En el aula representamos la medida del cedro.



Después nos colocamos en línea recta y, con una cinta métrica de 5 metros que hay en la clase descubrimos cuánto mide el cedro en total.



Algunas representaciones en el papel del resultado de las medidas, con los círculos concéntricos que sirven para indicar que se trata del perímetro del árbol.



## *!El oso polar mide 3 metros y medio!*



Nos medimos unos a otros en grupos de cuatro y registramos la altura anotando el nombre de cada uno.



Nos ordenamos según la altura, un poco a ojo.



Creamos nuestra propia silueta.



Cuantificamos la altura de Nerea con lápices.



Después con un montón de objetos.



Lo representamos en un papel.



Para dibujar el oso polar a tamaño real, primero medimos su altura con una cinta métrica.



Dibujamos el oso en el papel.

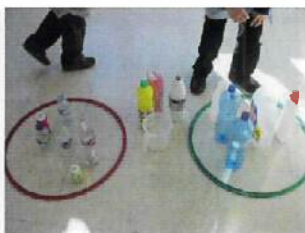


Colocamos todas las siluetas ordenadas en el pasillo, de mayor a menor altura. La del oso polar no cabe y tenemos que doblarla.

## *Medimos y representamos*



Clasificamos los recipientes según si contienen un litro, más de un litro o menos de un litro.



Después lo comprobamos con una jarra de un litro.



Un niño trae una jarra de medio litro.



Medimos la capacidad de los recipientes con la jarra de medio litro.



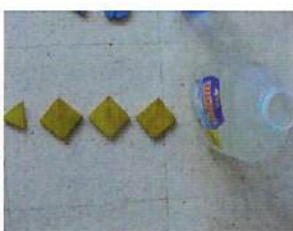
Un alumno sugiere que podemos usar semicírculos para representar medio litro.



Cada medio litro que se echa en la botella se contabiliza con un semicírculo.



Después generalizan con otras piezas de construcción: cada triángulo equivale a medio litro, una forma muy fácil y visual de contar cuántos litros caben en total en el recipiente (tres litros y medio en total).



## *Indicadores de evaluación*

Hemos visto que los niños y niñas de 3 a 6 años descubren los atributos mesurables y se inician en el proceso de medición identificando y discriminando los distintos atributos; haciendo clasificaciones y ordenaciones; haciendo composiciones y descomposiciones y adquiriendo, al final del ciclo, una unidad (familiar o estándar) para expresar el resultado de la medida. Para realizar estos aprendizajes observan los distintos atributos mesurables en el entorno; vivencian dichos atributos en el propio cuerpo; manipulan; experimentan y juegan con objetos del entorno; verbalizan las observaciones, las acciones y los descubrimientos efectuados, para favorecer la comprensión y la interiorización.

Por todo ello, como en todos los bloques anteriores, el aprendizaje de los atributos mesurables se debe basar en un enfoque global, a partir de actividades contextualizadas. Algunos indicadores que deberían contemplarse para establecer el nivel de comprensión de los alumnos son los siguientes:

1. Identificar las magnitudes de tamaño (grande y pequeño), longitud (largo, corto, bajo, alto), capacidad (lleno, vacío) y masa (pesado y ligero) en objetos del entorno físico.
2. Reconocer en situaciones de la vida cotidiana la magnitud “tiempo” (día, noche, mañana, tarde...).
3. Iniciar la estimación de las medidas de las distintas magnitudes (longitud, tamaño, masa, capacidad y tiempo) de forma intuitiva en situaciones de juego, manipulación y experimentación.
4. Agrupar, clasificar, ordenar, hacer parejas, y seriar objetos y elementos de forma manipulativa por criterios relativos a las diferentes magnitudes (longitud, tamaño, masa, capacidad y tiempo).
5. Realizar actividades con materiales que permitan componer y descomponer en base a criterios de longitud y volumen observando y expresando los resultados de dichas acciones.

6. Empezar a cuantificar los resultados de las medidas en situaciones de juego y de la vida cotidiana utilizando unidades no convencionales (por ejemplo, del propio cuerpo, como los pasos para expresar el resultado de medir una longitud), y progresivamente incorporar las unidades oficiales más sencillas (metro, litro, quilo).
7. Resolver problemas que el juego y la actividad cotidiana plantean a través de la comparación y ordenación de objetos con atributos mesurables utilizando para ello distintos recursos (el propio cuerpo, cuerdas, etc.).
8. Reflexionar, dialogar y comunicar los procesos seguidos y los resultados obtenidos en el juego, la manipulación, la experimentación y la resolución de problemas, valorando las estrategias utilizadas.
9. Representar a través de la expresión plástica y gráfica las relaciones establecidas entre distintos objetos y elementos en base a criterios de medida.
10. Conectar la medida con las ideas geométricas y de número aplicándola en contextos diferentes.

Como viene siendo habitual, los indicadores de evaluación presentados mantienen un paralelismo con los contenidos presentados en los cuadros 4.2 y 4.3. Así, los seis primeros indicadores se refieren a la capacidad de los alumnos para reconocer en su entorno los atributos mesurables de los objetos, realizar comparaciones, composiciones y descomposiciones e iniciar el proceso de cuantificación usando diversos tipos de unidades (antropomórficas, familiares o convencionales). Los cuatro últimos indicadores se refieren a los procesos matemáticos que deberían usarse para trabajar los contenidos: la resolución de problemas en los que la medida adquiera un protagonismo (indicador 7); la comunicación y la representación de las observaciones y las acciones realizadas (indicadores 8 y 9); y, finalmente, el indicador 10 se refiere a las conexiones con otros bloques de las matemáticas (numeración, geometría) y con otras áreas de conocimiento como, por ejemplo, el conocimiento del medio natural y social básicamente, sin olvidar otras áreas como el arte o bien la educación física.

## Capítulo 5

# UN ENFOQUE GLOBALIZADO DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN LAS PRIMERAS EDADES

### Presentación

En este último capítulo se va a tratar en profundidad uno de los aspectos clave de la Educación Matemática que debería iniciarse ya en la etapa de Educación Infantil y mantenerse en el resto de etapas educativas: las conexiones.

Cuando hablamos de conexiones nos referimos a tres aspectos interrelacionados: las relaciones entre los diferentes bloques de contenido matemático; las relaciones de las matemáticas con otras áreas de conocimiento; y las relaciones de las matemáticas con el entorno que nos rodea para reconocer la importancia del papel desempeñado por las matemáticas en el mundo en el que vivimos, además de capacitarnos para comprenderlo y desenvolvernos mejor en él.

En el caso concreto de la Educación Infantil, hace ya muchos años que en los currículos —tanto a nivel nacional como internacional— se insiste en plantear el trabajo de los niños y niñas de las primeras edades a partir de un enfoque globalizado. Así, por ejemplo, en el documento legislativo español vigente en el que

se establece el currículum y se regula la ordenación de la Educación Infantil (ORDEN ECI/3960/2007, de 19 de diciembre), se expone que «los contenidos de una área adquieren sentido desde la complementariedad con el resto de las áreas, y habrán de interpretarse en las propuestas didácticas desde la globalidad de la acción y de los aprendizajes. Así, por ejemplo, el entorno no puede ser comprendido sin la utilización de los diferentes lenguajes y de la misma manera, la realización de desplazamientos orientados ha de hacerse desde el conocimiento del propio cuerpo y de su ubicación espacial» (pág. 1023).

Aprender desde un enfoque globalizado, pues, es uno de los principios del aprendizaje de las matemáticas en la etapa de Educación Infantil y, por supuesto, en el resto de etapas educativas. Pero, como ya se ha mencionado en alguna otra ocasión, se trata de un principio muchas veces repetido pero todavía poco implementado. En este capítulo, pues, vamos a intentar ofrecer algunos andamios para ayudar al profesorado de la etapa de Educación Infantil a incorporar este enfoque globalizado en sus aulas.

## **1. Hacia un enfoque globalizado de la Educación Matemática**

Desde la Educación Matemática hace ya años que se vienen realizando aportaciones, tanto a nivel nacional (Corbalán, 1997, 2007) como internacional (COMAP, 1998), que inciden en la importancia de trabajar las conexiones matemáticas. Sin embargo, es en los últimos tiempos que este enfoque ha adquirido un relieve especial, sobre todo a partir de la implementación de currículos orientados a la adquisición de competencias.

Para poder profundizar sobre este enfoque globalizado, pues, es necesario indagar en dos aspectos interrelacionados: en primer lugar, enmarcar las conexiones en un abanico más amplio que considere, además de los contenidos matemáticos, las formas de adquisición y uso de dichos contenidos: los procesos matemáticos; y, en segundo lugar, tener en cuenta hacia dónde conduce un trabajo centrado en las conexiones: la competencia matemática. Ello va a permitir, en tercer lugar, elaborar una propuesta de sistematización de la Didáctica de las Matemáticas

en la etapa de Educación Infantil que se fundamente en dichas conexiones entre contenidos; entre contenidos y procesos; entre conocimientos matemáticos y conocimientos de otras áreas; y entre conocimientos matemáticos y la vida cotidiana.

### *Los procesos matemáticos*

Hasta hace relativamente pocos años, los currículos de matemáticas (y de prácticamente todas las materiales escolares) estaban diseñados para adquirir contenidos: los niños y niñas de hace dos, tres o más décadas debían aprender (muchas veces sin comprender) algoritmos, definiciones más o menos abstractas, etc., que permitían, con mayor o menor suerte, aprobar un examen que a menudo consistía en resolver ejercicios aplicados en función del tema objeto de examen. De esta forma, sin pretender generalizar, se fomentó que muchas inteligencias académicas “fracasaran” ante las situaciones problemáticas que va planteando la vida (interpretar una factura del gas; negociar una hipoteca en el banco; reconocer cuáles son las mejores ofertas que ofrece un supermercado; comprar los muebles de acuerdo con las medidas reales de una habitación; etc.).

Diversos organismos internacionales como, por ejemplo, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE, 2006), fueron alertando progresivamente de este desequilibrio entre la formación escolar y las exigencias sociales e impulsaron una transformación de los currículos que permitiera evolucionar en este sentido. En el caso concreto del currículum de matemáticas, se vio la necesidad de preparar al alumnado no sólo para dominar los contenidos matemáticos, sino especialmente para poder usarlos en el momento necesario y con un objetivo concreto, a menudo más próximo a situaciones funcionales y en contextos de vida cotidiana que a su uso académico.

Este nuevo planteamiento curricular implica partir de un enfoque mucho más globalizado que no se limite a los contenidos de una única área, sino trabajar de forma integrada, explorando como se potencian unos y otros y usándolos sin prejuicios. Además, exige trabajar para favorecer la autonomía mental del alumnado, potenciando la elaboración de hipótesis, las estra-

tegias creativas de resolución de problemas, la discusión, el contraste, la negociación de significados, la construcción conjunta de soluciones y la búsqueda de formas para comunicar planteamientos y resultados. En definitiva, pues, se trata de ayudar a gestionar el conocimiento, las habilidades y las emociones para conseguir un objetivo.

En *Principios y Estándares para la Educación Matemática* (NCTM, 2000) se presenta un planteamiento que va en esta línea, en el que junto a los contenidos matemáticos que deberían aprenderse se hace referencia a los procesos matemáticos, y la integración de contenidos y procesos es la que da lugar al cuerpo de conocimientos matemáticos. Los procesos matemáticos, como ya se ha indicado, ponen de relieve las formas de adquisición y uso de dichos contenidos. En otras palabras, son las herramientas que nos proporcionan las matemáticas para trabajar los diferentes contenidos. La NCTM (2000) establece cinco procesos matemáticos que deberían trabajarse en todas las edades.

|                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Resolución de problemas</i>     | <p>Construir nuevos conocimientos matemáticos a través de la resolución de problemas.</p> <p>Resolver problemas que surgen de las matemáticas y de otros contextos.</p> <p>Aplicar y adaptar una variedad de estrategias para resolver problemas.</p> <p>Controlar el proceso de resolución de los problemas matemáticos y reflexionar sobre él.</p> |
| <i>Razonamiento y demostración</i> | <p>Reconocer el razonamiento y la demostración como aspectos fundamentales de las matemáticas.</p> <p>Formular e investigar conjeturas matemáticas.</p> <p>Desarrollar y evaluar argumentos y demostraciones matemáticas.</p> <p>Seleccionar y usar varios tipos de razonamiento y métodos de demostración.</p>                                      |



|                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Comunicación</i>     | <p>Organizar y consolidar su pensamiento matemático a través de la comunicación.</p> <p>Comunicar su pensamiento matemático de manera coherente y clara a los compañeros, profesores y otras personas.</p> <p>Analizar y evaluar las estrategias y el pensamiento matemático de los demás.</p> <p>Usar el lenguaje de las matemáticas para expresar ideas matemáticas de forma precisa.</p> |
| <i>Conexiones</i>       | <p>Reconocer y usar conexiones entre ideas matemáticas.</p> <p>Comprender cómo las ideas matemáticas se interconectan y construyen unas sobre otras para producir un todo coherente.</p> <p>Reconocer y aplicar las matemáticas en contextos no matemáticos.</p>                                                                                                                            |
| <i>Representaciones</i> | <p>Crear y usar representaciones para organizar, registrar, y comunicar ideas matemáticas.</p> <p>Seleccionar, aplicar y traducir representaciones matemáticas para resolver problemas.</p> <p>Usar representaciones para modelizar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.</p>                                                                                            |

*Cuadro 5.1: Procesos matemáticos.*

En el cuadro anterior se aprecia que las conexiones se consideran un proceso matemático que, como el resto de procesos:

1. Introducen a los niños y niñas en las formas de pensar propias de las matemáticas: razonar, argumentar, descubrir, representar, modelizar, demostrar, etc.
2. Dan aplicabilidad a los contenidos matemáticos en diferentes contextos: en la escuela y, sobre todo, fuera de ella.
3. Y, como no, conducen a la competencia matemática.

## *La competencia matemática*

Desde hace algunos años se ha ido incorporando el término “competencia” en el argot de los maestros y maestras de nuestro país. Se trata de un término importado del mundo empresarial muy complejo de definir, por lo que prácticamente existen tantas definiciones como autores han tratado de definirlo. No pretendo aportar una definición más, puesto que reconocidos expertos han publicado numerosos artículos y libros y han pronunciado múltiples conferencias sobre el tema (Perrenaud, 1998); sin embargo, de las palabras de estos reconocidos expertos pueden extrapolarse dos ideas opuestas: los más optimistas lo ven como la solución a todos los males, mientras que los más escépticos apuntan que este término no aporta nada nuevo, puesto que desde siempre la escuela ha formado a personas competentes.

Ni blanco ni negro. Por supuesto, no comparto en absoluto la opinión de los que consideran que la palabra “competencia” es un tecnicismo más en la lista de vocablos que aparecen cada vez que se aprueba una nueva ley de educación. Sólo podría compartir esta idea –y además de forma parcial– si lo que se quiere expresar en realidad es que la escuela tradicional ha formado desde siempre a personas académicamente competentes. La implantación de un currículum orientado a la adquisición de competencias básicas significa un paso adelante y pretende, en principio, formar personas con un mayor grado de eficacia para afrontar los problemas reales que plantea la vida, más allá de los estrictamente académicos. Este es un cambio substancial, pero de entrada no es garantía de nada puesto que implica –necesariamente– sacudir algunas creencias o estereotipos muy arraigadas en nuestra cultura respecto a los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Desde esta perspectiva, en este subapartado vamos a intentar realizar, en primer lugar, una breve aproximación conceptual sobre la competencia matemática y, en segundo lugar, indagaremos sobre cómo planificar una actividad matemática para que sea rica desde un punto de vista competencial.

Niss (2002) define la competencia matemática como la habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos y situaciones en las que las matemáticas juegan o pueden desempeñar un papel. Este autor identifica

ocho competencias matemáticas que clasifica en dos grupos, como puede apreciarse en el cuadro 5.2.

| <i>Primer grupo:<br/>preguntar y responder preguntas<br/>dentro de y con las matemáticas</i> | <i>Segundo grupo:<br/>gestionar el lenguaje matemático y<br/>las herramientas matemáticas</i> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| Dominio de modos de pensamiento matemático.                                                  | Representación de entidades matemáticas.                                                      |
| Planteamiento y resolución de problemas matemáticos.                                         | Manejo de símbolos matemáticos y formalismos.                                                 |
| Análisis y construcción de modelos.                                                          | Comunicación en, con, y acerca de las matemáticas.                                            |
| Razonamiento matemático.                                                                     | Uso de recursos y herramientas.                                                               |

*Cuadro 5.2: Competencias matemáticas.*

De los datos aportados por Niss podemos extraer que ser matemáticamente competente implica (Alsina, 2009b):

- Pensar matemáticamente: construir conocimientos matemáticos a partir de situaciones en las que tengan sentido, experimentar, intuir, relacionar conceptos y realizar abstracciones.
- Razonar matemáticamente: realizar deducciones e inducciones, particularizar y generalizar; argumentar las decisiones tomadas, así como la lección de los procesos seguidos y de las técnicas usadas.
- Plantearse y resolver problemas: leer y entender el enunciado, generar preguntas relacionadas con una situación problemática, planificar y desarrollar estrategias de resolución y verificar la validez de las soluciones;
- Obtener, interpretar y generar información con contenido matemático.
- Usar las técnicas matemáticas básicas (para contar, operar, medir, situarse en el espacio y organizar y analizar datos) y los instrumentos (calculadoras y TIC, de dibujo y de medida) para hacer matemáticas.

- Interpretar y representar expresiones, procesos y resultados matemáticos con palabras, dibujos, símbolos, números y materiales.
- Comunicar el trabajo y los descubrimientos a los demás, tanto oralmente como por escrito, usando de forma progresiva el lenguaje matemático.

¿Qué características deberían tener las actividades matemáticas que planteamos a nuestro alumnos para poder ser consideradas ricas desde un punto de vista competencial? Broomes (1989) expone que toda actividad rica debería tener los rasgos siguientes:

- Está relacionada con el contenido curricular, tanto el currículo intencional como el que se tiene que desarrollar.
- Permite establecer conexiones entre distintas áreas del currículo dentro o fuera de las matemáticas, con lo que amplía la imagen de las ideas matemáticas y desarrolla significados.
- Sirve como introducción y motivación para un contenido básico y, por lo tanto, su presencia en el currículo desarrollado está justificada.
- Supone un reto para la mayoría de alumnos ya que incluye una gradación de dificultades para diferentes ritmos de aprendizaje, partiendo de las posibilidades de todos los alumnos y permitiendo su expansión para los más rápidos.
- Facilita la implicación de todos los alumnos, ya que permite el establecimiento de conexiones con el contexto de fuera del aula.
- Es flexible, favoreciendo al alumno que relacione conocimientos y los aplique.
- Pretende la búsqueda de respuestas y la generación de buenas preguntas.
- Finaliza cuando el alumno es consciente de sus aprendizajes, reflexionando, interiorizando y relacionando aprendizajes anteriores y vivencias no escolares.

Un enfoque globalizado plantea al profesorado, pues, la necesidad de valorar hasta qué punto se tratan las competencias

matemáticas en las actividades didácticas que planifica y desarrolla con los alumnos. En este sentido, El Centro de Recursos para Enseñar y Aprender Matemáticas (CREAMAT) del Departamento de Educación de la Generalitat de Catalunya ha elaborado un documento en el que se presenta una propuesta de diez preguntas que pueden orientar al profesorado sobre el grado en que se cultivan las competencias en una actividad concreta o en una pequeña secuencia de actividades. Se parte de la base que la riqueza competencial depende de cómo se plantea la actividad, es decir, de sus características, pero también de cómo se gestiona en el aula. Por esto, los indicadores se han agrupado en estos dos bloques:

*A. Planteamiento de la actividad:*

1. ¿Se trata de una actividad que tiene por objetivo responder a un reto? El reto puede referirse a un contexto cotidiano, puede enmarcarse en un juego, o bien puede tratar de una regularidad o hecho matemático.
2. ¿Permite aplicar conocimientos ya adquiridos y hacer nuevos aprendizajes?
3. ¿Ayuda a relacionar conocimientos diversos dentro de la matemática o con otras materias?
4. ¿Es una actividad que se puede desarrollar de diferentes formas y estimula la curiosidad y la creatividad de los niños y niñas?
5. ¿Implica el uso de instrumentos diversos como, por ejemplo, material que se pueda manipular, herramientas de dibujo, software, etc.?

*B. Gestión de la actividad:*

6. ¿Se fomenta la autonomía y la iniciativa de los niños y niñas?
7. ¿Se interviene a partir de preguntas adecuadas más que con explicaciones?
8. ¿Se pone en juego el trabajo y el esfuerzo individual, pero también el trabajo en parejas o en grupos que implica conversar, argumentar, convencer, consensuar, etc.?

9. ¿Implica razonar sobre el que se ha hecho y justificar los resultados?
10. ¿Se avanza en la representación de manera cada vez más precisa y se usa progresivamente lenguaje matemático más preciso?

Como puede apreciarse, los interrogantes anteriores dan pistas muy claras de cómo debería ser una actividad que pretenda favorecer el desarrollo de la competencia matemática.

## **2. Una propuesta de sistematización de la Didáctica de las Matemáticas en las primeras edades**

Hemos visto que caminar hacia un enfoque globalizado de la Educación Matemática en las primeras edades que parta de las conexiones (entre contenidos matemáticos, con otras áreas y con el entorno) implica partir de la base que las matemáticas no están formados por bloques de contenido fragmentados aunque con frecuencia se dividen y presentan así, sino que constituyen un campo integrado de conocimiento. Desde esta perspectiva, el profesorado (y progresivamente el alumnado) debería reconocer la misma estructura matemática en contextos aparentemente diferentes.

En la sistematización de la Didáctica de las Matemáticas que se presenta en el cuadro 5.3 (ver páginas siguientes) se observa, tal como se ha puesto de manifiesto en los capítulos anteriores, que hay unas mismas estructuras matemáticas que se repiten: *reconocer (identificar)*; *relacionar (comparar)*; y *operar (transformar)*, lo único que varía es el tipo contenido: cualidades sensoriales, cantidades, posiciones y formas o bien atributos medibles.

En el cuadro 5.3 se ponen de manifiesto las conexiones entre contenidos matemáticos de diversa índole. Así, por ejemplo, cuando los niños y niñas realizan una clasificación, ésta puede variar en función del criterio: según el color, la cantidad, la forma, etc., pero es evidente que, independientemente del tipo de contenido, la estructura matemática que se pone en juego es la misma.

|                               | <i>Reconocer</i>                                                                                                                                                                                                                   | <i>Relacionar</i>                                                                                                                                                                                                                                                                                             | <i>Operar</i>                                                                                        |
|-------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Cualidades sensoriales</i> | <p>Reconocimiento de las diferentes cualidades sensoriales (color, medida, grosor, textura, etc.) y de sus atributos.</p> <p>Agrupaciones de elementos (a partir de uno o más atributos, de forma afirmativa o negativa).</p>      | <p>Relaciones de equivalencia: clasificaciones a partir de un criterio cualitativo.</p> <p>Relaciones de orden: ordenaciones a partir de un criterio cualitativo.</p> <p>Correspondencias cualitativas: asociaciones a partir de un criterio cualitativo.</p> <p>Seriaciones: reconocimiento de patrones.</p> | <p>Cambios a nivel sensorial, con un planteamiento directo o inverso.</p>                            |
| <i>Cantidades</i>             | <p>Comprensión de los principales cuantificadores (muchos, pocos, todos, ninguno, algunos, etc.).</p> <p>Comprensión y representación de los números.</p> <p>Agrupaciones de elementos por criterios cuantitativos.</p>            | <p>Relaciones de equivalencia: clasificaciones a partir de un criterio cuantitativo.</p> <p>Relaciones de orden: ordenaciones a partir de un criterio cuantitativo.</p> <p>Correspondencias cuantitativas: asociaciones término a término; etc.</p> <p>Series numéricas.</p>                                  | <p>Cambios de cantidades: composición y descomposición de cantidades discretas; añadir y quitar.</p> |
| <i>Posiciones</i>             | <p>Reconocimiento de nociones espaciales básicas: dentro y fuera (interior y exterior); delante y detrás; arriba y abajo (encima y debajo); primero, último; antes, en medio y después de; cerca y lejos; izquierda y derecha.</p> | <p>Comparación de posiciones, es decir, relaciones espaciales a partir de los comparativos "más... que"; "menos... que"; "tanto... como"; "igual... que".</p>                                                                                                                                                 | <p>Cambios de posición a través de giros y simetrías.</p>                                            |



|                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                               |
|--------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Formas             | <p>Reconocimiento de las propiedades geométricas elementales de las formas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- De una dimensión: línea recta y curva; línea cerrada y abierta.</li> <li>- De dos dimensiones: lados rectos o curvados; el número de lados, el número de vértices, el tipo de superficie: plana o curva.</li> <li>- De tres dimensiones: el tipo de superficie (plana, curva); las aristas, los vértices.</li> </ul> | <p>Comparación de las propiedades geométricas elementales de las formas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Clasificación de líneas: rectas y curvas.</li> <li>- Clasificación de figuras geométricas a partir de criterios elementales: lados rectos y lados curvados; según el número de lados (triángulos, cuadriláteros...); según el número de vértices (triángulos, cuadriláteros).</li> <li>- Clasificación de cuerpos geométricos a partir de criterios geométricos elementales (ruedan y no ruedan, es decir, tienen las caras planas o curvadas).</li> <li>- Asociación de formas.</li> <li>- Seriaciones de formas.</li> </ul>                                                                                                                              | <p>Cambios de forma a través de deformaciones (elásticas, con plastilina o barro, etc.) y composición y descomposición de formas.</p>                                                                                         |
| Atributos medibles | <p>Reconocimiento de los atributos medibles de los objetos: tamaño (grande y pequeño); longitud (largo y corto; alto y bajo); masa (pesado y ligero); capacidad (lleno y vacío); grosor (grueso y delgado); tiempo (antes y después; etc.).</p>                                                                                                                                                                                               | <p>Comparación de los atributos medibles de los objetos usando los comparativos “más... que”; “menos... que”; “igual... que” y “tanto... como”:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Clasificación de objetos según sus atributos medibles (por ejemplo, clasificar recipientes según si están llenos o vacíos).</li> <li>- Ordenación de objetos según sus atributos medibles (por ejemplo, ordenar una colección de varas según su longitud).</li> <li>- Correspondencias o asociaciones entre objetos a partir de sus atributos medibles (por ejemplo, asociar los objetos de dos colecciones según su peso).</li> <li>- Seriaciones de objetos a partir de sus atributos medibles (por ejemplo, establecer un patrón de repetición “grande, pequeño...”).</li> </ul> | <p>Composición y descomposición de los atributos medibles de un objeto (por ejemplo, dos botellas de litro es lo mismo que una botella de dos litros; o una botella de dos litros es lo mismo que cuatro de medio litro).</p> |

*Cuadro 5.3: Sistematización de la Didáctica de las Matemáticas en las primeras edades.*

Hemos hecho referencia también a las conexiones entre contenidos y procesos matemáticos. La combinación de contenidos y procesos matemáticos favorece nuevas miradas que enfatizan no sólo el contenido y el proceso, sino –y especialmente– las relaciones que se establecen entre ellos. Desde esta perspectiva, Torra (2007) plantea una organización cartesiana en la que cada espacio relaciona un contenido con un proceso (cuadro 5.4).

| CONTENIDOS<br>PROCESOS      | Cualidades sensoriales | Cantidades | Posiciones | Formas | Atributos medibles |
|-----------------------------|------------------------|------------|------------|--------|--------------------|
|                             |                        |            |            |        |                    |
| Resolución de problemas     |                        |            |            |        |                    |
| Razonamiento y demostración |                        |            |            |        |                    |
| Comunicación                |                        |            |            |        |                    |
| Conexiones                  |                        |            |            |        |                    |
| Representación              |                        |            |            |        |                    |

*Cuadro 5.4: Relación cartesiana entre contenidos y procesos matemáticos (Torra, 2007).*

Partir de este enfoque globalizado del conocimiento matemático ya desde las primeras edades, en la que todo está integrado, nos parece especialmente significativo, dado que cuando los niños y niñas usan las relaciones existentes en los contenidos matemáticos, en los procesos matemáticos y las existentes entre ambos, progresa su conocimiento de la disciplina y crece la habilidad para aplicar conceptos y destrezas con más eficacia en diferentes ámbitos de su vida cotidiana, como veremos en el siguiente apartado.

## ***Muestra de actividades en contexto a partir de un enfoque globalizado***

En los diversos capítulos que constituyen el cuerpo de este libro se han aportado múltiples ejemplos de actividades implementadas en diversos contextos de aprendizaje de la geografía española que han permitido constatar que un contexto de aprendizaje puede concebirse como la realidad en la que se aprenden matemáticas y sobre la que se aprenden matemáticas. Así, hemos podido observar que el pasillo es un contexto adecuado para descubrir las cualidades sensoriales como, por ejemplo, los colores; que las tiendas del barrio permiten descubrir para qué sirven los números; que un parque es un marco ideal para aprender formas geométricas; o bien que el patio del colegio es un entorno perfecto para trabajar la medida de longitud, por citar sólo algunos ejemplos. En todas las actividades descritas, el trabajo en contexto se ha focalizado sobre todo en un bloque de las matemáticas (cualidades sensoriales, cantidades, posiciones y formas, o bien atributos medibles) para introducir progresivamente a los lectores en la enseñanza de las matemáticas a través de contextos de vida cotidiana. Pero la meta de este libro va más allá, y en última instancia, lo que se pretende es favorecer el desarrollo profesional de las maestras y maestros de la etapa de Educación Infantil para que sean capaces de integrar el trabajo de los diversos bloques de contenido en un único contexto. Con este propósito, a continuación se ofrece un abanico de actividades implementadas en diversos contextos que han sido diseñadas a partir de un enfoque globalizado. Como veremos, se trata de experiencias en las que se integran contenidos relativos a los diferentes bloques de las matemáticas; o se conectan contenidos matemáticos con contenidos de otras áreas de conocimiento como la educación artística o el conocimiento del medio; o entre las matemáticas y la vida diaria, por ejemplo.

La primera actividad que se presenta, “Un paseo por el lago de Barañáin”, pretende ejemplificar sobre todo cómo se conectan las matemáticas con la vida cotidiana de los niños y niñas.

## ACTIVIDAD

*Título:* “Un paseo por el lago de Barañáin”

*Lugar de implementación:* CEIP Eulza, Barañáin (Navarra).

*Nivel:* 3-6 años.

*Maestras responsables de la implementación:* Edurne Marco, Alicia Ramos, Yolanda Sancho y Maite Villafranca.

*Asesoramiento pedagógico:* Àngel Alsina.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

1. Contenidos de razonamiento logicomatemático:
  - Reconocimiento de atributos en los elementos que hay alrededor del lago (árboles, troncos, etc.).
  - Seriaciones en pasos de peatones, en tendales, etc.
  - Cambios de color en las hojas de los árboles.
2. Contenidos de numeración y cálculo:
  - Ordenación de los árboles que hay alrededor del lago según la cantidad de hojas.
3. Contenidos de geometría:
  - Observación y clasificación de formas geométricas en el entorno del lago: líneas rectas y curvas, figuras planas y cuerpos geométricos.
  - Orientación y organización espacial en el lago.

*Descripción de la actividad:*

Para suscitar el interés de los niños y niñas y saber los conocimientos que tenían sobre las matemáticas, en primer lugar pensamos en plantearles dos preguntas: ¿qué son las matemáticas? y ¿cuándo hacemos matemáticas?

Para los niños y niñas de cuatro años de nuestra escuela, las matemáticas consisten en:

- Contar de mayor a menor.
- Los números.
- Los ordenadores.
- Aprender a sumar y eso.
- Triángulos, redondos y cuadrados, porque mi hermano hizo un día matemáticas y había redondos y eso.

Para los de cinco años, se hacen matemáticas cuando:

- *Hacemos el cuadernillo.*
- *Miramos el calendario.*
- *Leemos el horario.*
- *Hacemos la fecha.*
- *Contamos los niños que están en clase y pasamos lista.*

Les explicamos que íbamos a hacer una salida al lago para descubrir matemáticas y, previamente a la salida, hicimos una lista de los materiales que íbamos a necesitar.

Salimos al lago con la cámara de fotos y les pedimos que cada vez que viesan algo relacionado con las matemáticas nos avisasen y así poder sacar fotos. Del mismo modo, nosotras sacamos fotos que nos parecieron interesantes para analizarlas posteriormente en el aula con ellos. En el desarrollo de la actividad se notó mucho la edad porque los mayores eran más conscientes de lo que tenían que buscar.

Los de tres años se fijaban sobre todo en aspectos relacionados con la geometría. Los de cuatro años, además de esos aspectos, también encontraron otros relacionados con el razonamiento logicomatemático. Y los de cinco ya añadieron contenidos de numeración.

A partir de conversaciones sobre la visita y análisis de las fotografías, realizamos diferentes actividades en los distintos niveles. Por ejemplo:

- Los niños y niñas de tres años vivenciaron en el lago la línea curva cerrada (circunferencia) siguiendo caminos. En clase analizamos estas fotos y realizamos diferentes actividades plásticas.
- Con los de cuatro años, tras la salida analizamos las fotos para recordar lo que vimos en el lago. De todas las fotos, seleccionamos las que íbamos a necesitar para realizar un juego de clasificación por forma.
- Y con los alumnos de cinco años ordenamos las fotos de los árboles que habíamos encontrado según la cantidad de hojas que tenían, y todos las ordenaron de mayor a menor cantidad.

\*\*\*\*\*

En la actividad que se acaba de exponer se trabajan contenidos matemáticos relativos al reconocimiento y a la comparación de cualidades sensoriales, cantidades y formas en un contexto no matemático, como es el entorno de un lago. Nos parece especialmente significativo plantear la actividad a partir de los conocimientos previos de los alumnos sobre qué son las matemáticas y cuando consideran que hacen matemáticas. Como puede apreciarse, los niños y niñas de las primeras edades empiezan a tener ya una idea de lo que son las matemáticas, aunque suele ser un concepto limitado a los números y, en algunos casos, a las formas. De la misma manera, también tienen una idea respecto a cuando aprenden matemática que tiene mucho que ver con la educación formal que reciben, es decir, con las actividades que realizan en la escuela. Para los niños y niñas del CEIP Eulza de Barañáin, las matemáticas se aprenden sobre todo a través de las rutinas como, por ejemplo, cuando miran el calendario; leen el horario; hacen la fecha; o cuando cuentan los niños que están en clase y pasan lista. Aunque algunos indican también que aprenden matemáticas cuando hacen el cuadernillo, que no deja de ser cierto, mayoritariamente asocian la actividad matemática a las observaciones y acciones que realizan en un contexto no específicamente matemático, como son las rutinas del aula. Por este motivo, los niños y niñas no se sorprenden cuando se les informa que van a descubrir las matemáticas en un contexto nuevo (el lago), dado que ya tienen interiorizado que las matemáticas no consisten sólo en hacer las actividades del cuadernillo. Este aspecto es fundamental, dado que permite eliminar la barrera que, en muchos casos, separa las matemáticas aprendidas en la escuela de las matemáticas informales que hay en nuestro entorno. De hecho, en un enfoque globalizado la conexión más importante en los primeros aprendizajes matemáticos es la existente entre las matemáticas intuitivas, informales, que los niños y niñas han aprendido a través de sus experiencias, y las que están aprendiendo en la escuela. Todas las demás conexiones —entre unos conceptos matemáticos y otros, entre temas matemáticos distintos, entre las matemáticas y otros campos de conocimiento y entre las matemáticas y la vida diaria— se apoyan en el enlace entre las experiencias informales de los alumnos y las matemáticas más formales.

En la segunda actividad que se presenta en este capítulo sobre un enfoque globalizado de la Educación Matemática, se trabajan los diferentes bloques de contenido matemático a partir de la observación de las plantas que hay en el patio del colegio en el que se implementa la actividad. Este contexto no matemático se utiliza, como veremos, para favorecer que los niños y niñas puedan integrar contenidos matemáticos diversos como, por ejemplo, la identificación y comparación de cualidades sensoriales, cantidades, posiciones, formas y atributos medibles.

## ACTIVIDAD

*Título:* “Maravillas verdes”

*Lugar de implementación:* CEIP Lepanto, Mairena del Aljarafe (Sevilla).

*Nivel:* 4-6 años.

*Maestras responsables de la implementación:* Juani Moreno Gordillo, Águeda Vázquez Vázquez, Irene Penco Olivera, Antonia del Valle Guzmán Díaz, Fátima Rocío Perianez Pérez, Irene Fenoy Pérez.

*Asesoramiento pedagógico:* Àngel Alsina.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

1. Contenidos de razonamiento logicomatemático:
  - Propiedades de los árboles: tamaño (grande- pequeño), forma (redondeada, puntiaguda), textura (rugoso-liso), grosor (grueso-delgado).
  - Clasificaciones según diversos criterios: la forma de las hojas (acorazonada, elíptica); el tipo de plantas (árboles, arbustos, hierbas).
  - Seriaciones según diversos criterios: color de las hojas; frutos del otoño.
2. Contenidos de numeración y cálculo:
  - Cuantificadores: muchos-pocos.
  - Conteo y ordenación numérica.

- Composición y descomposición de números.
  - Representación gráfica de las cantidades observadas.
3. Contenidos de geometría:
- Identificar los cuerpos geométricos. Asociar estas formas a objetos del entorno.
  - Reconocer figuras geométricas.
  - Composición de paisajes a partir de figuras geométricas.
  - Representación de los conocimientos geométricos del espacio mediante el dibujo del plano del colegio.
4. Contenidos de medida:
- Utilización de instrumentos de medida convencionales (cinta métrica) y no convencionales (dedos).
  - Clasificación según longitud: largo-corto / alto-bajo.
  - Reconocer el paso del tiempo en el árbol.

*Descripción de la actividad:*

El proyecto comenzó con una asamblea general donde recogimos las ideas previas que tenían nuestros alumnos sobre las maravillas verdes (las plantas). Para las sucesivas salidas hicimos una selección de materiales:

- Cámara de fotos.
- Cámara de vídeo.
- Grabadora de voz.
- Folio y lápiz.
- Plano.
- Fotografías.
- Recursos materiales generales como hojas, frutos secos, metro, semillas, recipientes diversos, papel continuo...
- Libros de consulta.
- Material de elaboración propia.

A continuación se realizó una primera salida por el patio para observar las maravillas verdes, tomar fotografías y recoger muestras. Una vez en el aula, les presentamos las fotografías tomadas en la salida, se agruparon en grupos de cinco y la consigna fue descubrir el concepto matemático escondido en cada fotografía: grueso-delgado, delante-detrás, dentro-fuera, peque-

ña, liso-rugoso, etc. Después cada equipo explicó a los demás el concepto descubierto. En relación con las muestras recogidas, una vez comentadas las propiedades individuales de cada material se realizaron clasificaciones y seriaciones con estos objetos. En las siguientes salidas que realizamos se trabajaron aspectos relacionados con todos los bloques de contenidos:

- Contamos árboles: en una nueva salida al patio llevábamos una hoja de registro donde íbamos anotando el número de árboles que había de cada especie. En algunos momentos surgió la suma, ya que había una misma especie distribuida en diferentes zonas del patio. En clase se analizaron en pequeño grupo los datos recogidos en el patio y se elaboró un mural donde en un principio se clasificó por especies y, a continuación, se realizó una ordenación numérica de la cantidad de árboles de cada especie. Otra actividad se basó en la composición y descomposición de cantidades a partir de un material elaborado a partir de fotos de todas las especies de árboles.
- Medimos árboles: planteamos como actividad la medida del crecimiento de las semillas sembradas, y a raíz de esta actividad un niño propuso además la medición de los troncos de los árboles. En principio, para estas mediciones, utilizamos unidades de medida no convencionales como los dedos. Después de realizar varias mediciones con los dedos y observar que el resultado era diferente, un niño planteó la necesidad de utilizar el metro para llegar a una medición más real. En clase se realizó una asamblea para la puesta en común sobre los resultados obtenidos en las mediciones y al ser resultados con cantidades altas, la mayoría de los niños se apoyaban en la representación gráfica del número que indicaba el metro.
- Salida al patio para descubrir donde plantamos el olivo: a partir de una actividad programada se planteó un dilema; ¿dónde plantamos el olivo? Durante la conversación las explicaciones que daban no eran suficientes para entender el lugar al que se referían para plantar el olivo, por ello surgió la necesidad de utilizar el plano. Para el diseño de los planos los niños salieron al patio

cuando surgió la necesidad de observar el espacio, las distancias entre un árbol y otro, etc. Los aspectos matemáticos que descubrieron fueron: la orientación espacial, las distancias, algunas formas geométricas, etc. En clase se elaboró por grupos un plano del colegio para decidir en qué lugar plantar el olivo. Esta actividad se llevó a cabo en varias sesiones para ir mejorándolo a partir de las reflexiones en gran grupo.

- Salida al patio para observar las formas de los árboles: después de la presentación de los cuerpos geométricos (cilindro, prisma cuadrangular, esfera y dodecaedro) salimos al patio para compararlos con los árboles. En la clase se les presentaron distintas figuras geométricas para que las recortaran y compusieran con algunas de ellas los árboles del patio.

\*\*\*\*\*

Como puede apreciarse, en la actividad anterior se trabajan contenidos matemáticos relativos a los diferentes bloques que se han tratado en este libro como, por ejemplo, el reconocimiento de la textura de los troncos (liso y rugoso); el conteo del número de árboles; la ubicación del olivo en el patio; el análisis de las formas de los árboles; la medición de la longitud de los troncos; la observación del tamaño de las plantas; etc. Pero a pesar de trabajar con objetos matemáticos diversos (cualidades sensoriales, cantidades, propiedades geométricas o atributos mesurables), las estructuras matemáticas se repiten: reconocen, relacionan (clasifican, ordenan, asocian) y operan con los diferentes contenidos. Este hecho, como ya se ha indicado, les permite conectar ideas matemáticas de diversa índole, lo que les conduce no sólo a aprender los contenidos matemáticos propios de las primeras edades sino que se dan cuenta también de su utilidad. Un segundo rasgo de la actividad “Maravillas verdes” que nos parece relevante es que, al trabajar las matemáticas en un contexto del entorno inmediato (las plantas del patio), pueden conectar contenidos matemáticos con contenidos de Conocimiento del Medio. Así, por ejemplo, los niños y niñas observan diferentes tipos de hojas, reconocen sus propiedades y las clasifican a

partir de estas propiedades. Finalmente, nos parece también muy interesante la planificación y la gestión llevada a cabo por las maestras: cada actividad realizada en el contexto de aprendizaje elegido se complementa con otras actividades realizadas posteriormente en el aula con materiales manipulativos, a través de diálogos, mediante la representación gráfica, etc. Este planteamiento es muy útil para favorecer que los niños y niñas interioricen los contenidos que han observado en el contexto.

La tercera actividad que se expone, que consiste en una visita con alumnos de 3º de Educación Infantil a los gigantes de Pamplona, constituye otro ejemplo interesante de buena práctica en la que se establecen conexiones entre contenidos matemáticos diversos, y también entre las matemáticas y otros campos de conocimiento.

## ACTIVIDAD

*Título:* “Visita a la comparsa de gigantes y cabezudos de Pamplona”

*Lugar de implementación:* CEIP San Jorge, Pamplona.

*Nivel:* 5-6 años.

*Maestra responsable de la implementación:* Elena López Meneses.

*Asesoramiento pedagógico:* Ángel Alsina.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

1. Contenidos de razonamiento logicomatemático:
  - Cualidades sensoriales de los vestidos de los gigantes y cabezudos: el color, la textura, etc.
2. Contenidos de numeración y cálculo:
  - Identificación de la cantidad de gigantes y cabezudos (en la comparsa de Pamplona hay 8 gigantes que forman 4 parejas).
  - Realización de agrupamientos por criterios cuantitativos cuando los niños y niñas se agrupan para bailar

(en los kilikis son 6, los cabezudos son 5 y los zaldikos van montados en caballos y son 6).

- Utilización de los números ordinales para elaborar un cabezudo.
  - Uso y descubrimiento de los números aplicados a situaciones cercanas como, por ejemplo, contar cuantas parejas de gigantes hay, cuanto miden o que edad tienen.
3. Contenidos de medida:
- Descubrimiento de algunas medidas de los gigantes: descubrimos que miden 3,90 metros y que son casi tres veces más altos que nosotros y pesan unos 60 kilos.

#### *Descripción de la actividad:*

Antes de realizar la salida, les proponemos algunas actividades en el aula para conocer a los gigantes:

- Con tarjetas de las imágenes de los gigantes y con números, les invitamos a jugar a ordenar las parejas y averiguar cuántas hay.
- Otra actividad que realizamos es aprender a bailar como los gigantes: preparamos música de la comparsa y hacemos parejas para bailar.

Cuando vamos a hacer la visita, nos presentan a los gigantes y nos cuentan como se llaman, cuántos son y nos informan de lo que miden. Aprovechamos para comprobar lo que previamente hemos trabajado en el aula, y observamos también otros aspectos como, por ejemplo, el color de los vestidos que llevan, etc. Después de explicarnos algunos detalles sobre los gigantes y cabezudos, nos invitan a correr con los cabezudos y los niños y niñas se lo pasan genial.

Al volver a clase realizamos diversas actividades, muchas de ellas propuestas por los alumnos:

- A través de las fotos que hemos sacado en la visita, contamos cuantos gigantes, cabezudos kilikis y zaldikos hay, y descubrimos que hay 25 en total.

- Sentimos curiosidad por la altura de los gigantes (3'9 metros), y para comprender qué significa realmente este dato, hacemos un gigante enorme con los cuerpos de los alumnos, que se tumban y se colocan uno detrás de otro.
- Buscamos información sobre la edad de los gigantes, ya que en la visita nos han dicho que cumplían 150 años, y hacemos una medalla.
- Dibujamos a los gigantes con ceras en un papel DIN-A3.
- Hacemos un gigante con plastilina.
- Buscamos los nombres de los gigantes.
- Identificamos los gigantes, cabezudos y zaldikos en un cuadro poniendo una cruz.
- Construimos un cabezudo siguiendo varias fases para su elaboración: inflamos un globo; cortamos papel; mezclamos y ponemos cola; dejamos secar; y finalmente lo pintamos.
- Hacemos una votación para ver que nombre le ponemos al cabezudo. Entre los tres nombres: MIMI, OREJOTAS, JOSE ALBERTO, gana OREJOTAS.

\*\*\*\*\*

La visita a los gigantes es una actividad espontánea para los alumnos del CEIP "San Jorge" de Pamplona, pero esta "espontaneidad" es aprovechada por la maestra para que aprendan contenidos muy diversos, tanto de matemáticas como de otras áreas de conocimiento. Este es un rasgo muy característico de las actividades que se realizan a partir de un enfoque globalizado, y que conlleva un cierto grado no solo de experiencia sino de eficacia para poder extraer contenidos de diversa índoles a partir de una situación cotidiana, lógicamente sin necesidad de rizar el rizo. Desde este punto de vista, es fundamental no partir del prejuicio que sólo van a poder trabajarse unos determinados contenidos planificados de antemano, identificados a partir de la matematización del contexto. Sólo cuando los adultos somos capaces de observar la cotidianidad con la sorpresa de lo inédito, a partir de las observaciones y aportaciones de los alumnos, va a ser posible aprovechar un contexto no matemático en todas sus dimensiones.

Si analizamos con detalle la actividad anterior, se aprecia que las actividades que realizan los alumnos antes de la visita a los gigantes son tareas planificadas por la maestra para preparar dicha visita, pero las actividades que se realizan después de la visita surgen mayoritariamente a partir de las propuestas de los alumnos. El hecho de establecer un diálogo y escuchar los intereses y motivaciones de los alumnos permite, pues, llevar a cabo muchas otras actividades de aprendizaje que, de otro modo, no se hubieran realizado. En la mayor parte de estas actividades, además, se interconectan unos contenidos matemáticos con otros (por ejemplo, necesidad de los números para expresar el resultado de una medida), o bien entre contenidos matemáticos con contenidos de otras áreas de conocimiento (la altura del gigante se representa con el propio cuerpo, luego se dibuja y finalmente se busca el nombre del gigante, interconectando conocimientos matemáticos, psicomotrices, artísticos y relativos al lenguaje, por ejemplo).

La siguiente actividad, como veremos, es otro ejemplo muy interesante de conexiones matemáticas que surge, también, a partir de una situación espontánea: una alumna se presenta una mañana en clase con un zapato, después que el día anterior los alumnos estuvieran en la inauguración de una zapatería.

## ACTIVIDAD

*Título:* "Oinetako denda" (la zapatería)

*Lugar de implementación:* Andra Mari Ikastola, Etxarri-Aranatz (Navarra).

*Nivel:* 3-4 años y 5-6 años.

*Maestras responsables de la implementación:* Josune Arrazubi, Jaione Azpirotz, Teresa Goikoetxea, Mila Berastegi, Gloria Lopez, Juana Mari Jaka, Ines Gofii.

*Asesoramiento pedagógico:* Àngel Alsina.

### *Contenidos matemáticos trabajados:*

1. Contenidos de razonamiento logicomatemático:
  - Identificar atributos de los zapatos (colores, tamaños, texturas, olores y funciones).
  - Relacionar los zapatos a partir de sus atributos: comparar, diferenciar, clasificar, ordenar, seriar, etc.
2. Contenidos de numeración y cálculo:
  - Operar con la cantidad y “el valor” de los zapatos.
3. Contenidos de geometría:
  - Organizar el espacio.
  - Clasificar los zapatos según su forma.
4. Contenidos de medida:
  - Identificar el número de los zapatos (indica su medida).
  - Clasificar los zapatos según su tamaño o altura.

### *Descripción de la actividad:*

El padre de un niño ha abierto una zapatería nueva cerca de la *Ikastola* y después de haber estado en la inauguración de la misma, al día siguiente una niña trajo sus zapatos viejos para jugar y, en días sucesivos, los demás niños y niñas hicieron lo mismo. A medida que iban trayendo los zapatos los presentaban a los demás (comentaban cómo eran, para qué servían, etc.). Con todos los zapatos en clase propusieron repartirlos, regalárselos a los pequeños, ponérselos a las muñecas, colocarlos en cajas, etc. Hicieron juego libre y al final decidieron montar una zapatería en clase. La creación de la zapatería siguió diversas fases:

#### *1. Ambientación de la zapatería*

En primer lugar pensaron cómo organizar la zapatería. La idea que surgió fue clasificar los zapatos por grupos en varios mostradores. Después, eligieron los materiales para montar la zapatería y discutieron sobre con qué hacer el dinero y los carteles de los precios, aprovechando materiales reciclados que suelen traer a clase. Conversaron sobre la procedencia del dinero y crearon un banco para repartirlo.

Al preparar el espacio, pusieron en práctica conocimientos relativos a la localización (dónde colocar los mostradores) y la medida (lo que ocupan los mostradores). Cuando ya tuvieron clara la ubicación y la distribución de los mostradores, reunieron todos los zapatos (que estaban mezclados) y empezaron a formar parejas.

Fueron colocando los zapatos en los diferentes mostradores según criterios diversos (el color, el tamaño, el tipo de zapatos, etc.). Con los mostradores montados, etiquetaron el precio de los zapatos (unas veces el par tenía el mismo precio, y otras el precio era diferente en cada zapato del mismo par). Después invitaron a los niños de otra clase a comprar zapatos con el dinero de cartón sobrante de la fiesta de la *Ikastola*.

## *2. Compra-venta de zapatos*

Durante el juego realizaron múltiples actividades: simbolizaron (vendiendo, probándose, comprando, desfilando), tuvieron cuidado de cobrar el precio justo, hicieron listas de compras, leyeron marcas de zapatos, etc.

## *3. Diálogo y representación de lo aprendido*

Para finalizar la actividad se realizaron las actividades siguientes:

- Hicimos un diálogo sobre lo que habían vivido y aprendido.
- Alguno realizó la representación gráfica de la zapatería por su cuenta.
- Se proyectaron las fotos e hicimos una exposición sobre ello.
- Visitamos la zapatería de Iñaki y le hicimos fotos, en las que identificamos infinidad de formas geométricas.

\*\*\*\*\*

La actividad anterior nos parece una experiencia idónea para ejemplificar cómo construir conocimiento de forma significativa a partir de una situación que surge de forma espontánea. Ante la llegada por sorpresa de un zapato a la escuela, la maestra

tiene varias posibilidades: hacer caso omiso del objeto; presentarlo en clase, hacer un breve análisis (cómo es, para qué sirve, etc.), y proseguir con el trabajo planificado; o bien convertirlo en el centro de atención, como es el caso que nos ocupa. Es evidente que si la maestra no hubiera gestionado la llegada del zapato a la clase para que se convirtiera en un centro de interés, los otros alumnos no hubiesen traído otros zapatos viejos, con lo cual hubiese sido imposible llevar a cabo todas las actividades que se desencadenaron posteriormente, la mayoría propuestas por los mismos alumnos. Así, poniendo de relieve una situación en que los niños y niñas pueden encontrar matemáticas fuera y dentro de la escuela (la zapatería del padre de Iñigo y la que se organiza en el aula), se facilitan las conexiones.

Es sorprendente observar la gran cantidad de contenidos matemáticos que los niños y niñas pueden conectar a partir del montaje de la zapatería en el aula: distribuyen el espacio para colocar los mostradores; analizan múltiples cualidades sensoriales de los zapatos (color, olor, textura, etc.) y los clasifican de acuerdo con estas cualidades; etiquetan el precio de los zapatos y realizan actividades de compra-venta; analizan la medida de los zapatos; etc. Sin duda, pues, se trata de una buena práctica que permite observar que las conexiones se establecen mejor cuando se reta a los alumnos a aplicar el aprendizaje matemático a investigaciones y proyectos matemáticos amplios, como es la zapatería.

La última experiencia que se presenta en este capítulo, “El mundo matemático en la obra de Joan Miró”, se trata de una actividad en la que la Educación Artística es el punto de partida para aprender matemáticas.

## ACTIVIDAD

*Título:* “El mundo matemático en la obra de Joan Miró”

*Lugar de implementación:* CEIP El Algarrobilllo, Valencina de la Concepción (Sevilla); CEIP Ntra. Señora de la Antigua, Almensilla (Sevilla); y CEIP Padre Manjón, Bormujos (Sevilla).

*Nivel:* 3-4 años y 5-6 años.

*Maestras responsables de la implementación:* M<sup>a</sup> Luisa Paredes Moreno, M<sup>a</sup> Eugenia Santos Fernández, Encarni Reina Gómez, Inmaculada Gamero Martínez y M<sup>a</sup> Concepción Ruiz Rivero.

*Asesoramiento pedagógico:* Àngel Alsina.

*Contenidos matemáticos trabajados:*

1. Contenidos de razonamiento logicomatemático:
  - Cualidades sensoriales: color, forma, tamaño.
  - Agrupaciones por criterios cualitativos.
  - Clasificaciones y ordenaciones por criterios cualitativos.
  - Expresión verbal y representación gráfica de las transformaciones cualitativas realizadas (cambios de color, etc.).
2. Contenidos de numeración y cálculo:
  - Cuantificadores básicos: muchos/pocos, más que, etc.
  - Representación de cantidades con símbolos no convencionales.
  - Clasificaciones por criterios cuantitativos (según el color, la forma, etc.).
  - Uso de los números para expresar un resultado.
3. Contenidos de geometría:
  - Reconocimiento de líneas y figuras básicas: círculo, cuadrado, triángulo, estrellas, etc.
  - Clasificación y ordenación de objetos por la forma.
  - Construcción de líneas rectas.
  - Composición y descomposición de formas a través de puzles.
4. Contenidos de medida:
  - Nociones primarias elementales respecto a la longitud: largo-corto, etc.
  - Instrumentos de medida convencionales.
  - Comparación de medidas en las que se han usado unidades.
  - Uso de instrumentos para hacer líneas rectas.
  - Resolución de problemas cuantitativos que surgen en la vida cotidiana mediante estrategias diversas.

### *Descripción de la actividad:*

Para hacer esta actividad, en primer lugar elegimos las obras de Joan Miró que íbamos a analizar con los niños y niñas, ya que cada una nos servía para trabajar unos contenidos matemáticos:

- *Mujer con sombrero bonito y estrella* (figuras geométricas).
- *Autorretrato* (líneas cerradas y abiertas).
- *El pájaro Zafiro* (figuras geométricas).
- *El oro del azul* (tamaño).

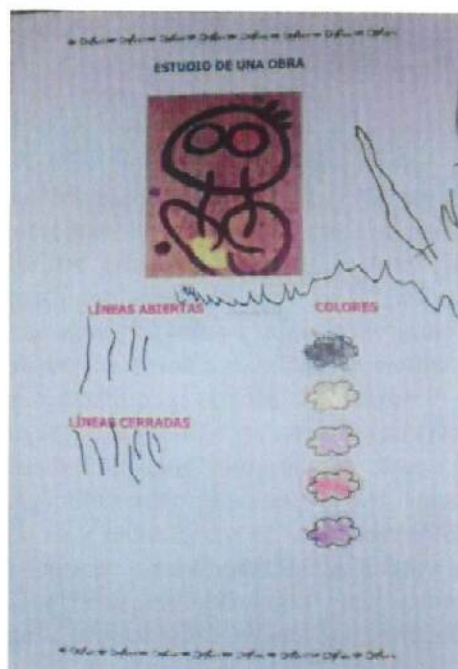
En asamblea presentamos brevemente la biografía de Joan Miró y, a continuación, con el objeto de detectar sus conocimientos previos, preguntamos a los niños y niñas «¿qué matemáticas hay en estos cuadros?».

Una vez recogidos sus conocimientos previos, se inicia la presentación de los diversos cuadros. Algunas veces los cuadros se analizan en parejas, otras en gran grupo y otras individualmente.

En todos los casos se procede de la misma manera: se presenta la obra y se analizan los aspectos que nos interesa destacar con los alumnos. Los alumnos describen objetivamente los elementos que hay en los cuadros: identifican y reconocen colores y formas en las obras de artes; identifican la cantidad de elementos que hay en los cuadros; distinguen donde hay más, menos, igual que..., etc. Después del análisis de las obras se cumplimenta una plantilla de recogida de datos (ver figura 5.1) donde anotan los colores que utiliza el autor en esa obra y las formas que aparecen en ella. La notación numérica que se usa para representar la cantidad de formas es de carácter no convencional.

Una vez descritos los cuadros en la plantilla, se clasifican según criterios diversos (cualitativos, cuantitativos y geométricos), verbalizando los criterios utilizados. Así, por ejemplo, hay alumnos que los clasifican por el color predominante, otros por las formas, etc.

Finalmente se realiza un trabajo de medida que consiste en buscar información sobre las dimensiones de los cuadros, reproducirlos a tamaño real y buscar un espacio adecuado para colgarlos.



*Figura 5.1: Plantilla para realizar el estudio de un cuadro.*

Los niños y niñas se involucran mucho en la tarea. Cuando encontramos la información relativa a las dimensiones reales de los cuadros, es necesario comprender qué significan los datos encontrados. Por este motivo se fomenta la reproducción de los cuadros a tamaño real.

En el aula se establece un diálogo para decidir qué instrumento debemos utilizar para dibujar las medidas reales de los cuadros en el papel, y todos los niños y niñas están de acuerdo en utilizar una cinta métrica. Con la ayuda de las maestras, dibujamos los cuadros y los pintamos entre todos.

El reto surge cuando debemos colocar los cuadros en la pared: en primer lugar, se busca un espacio adecuado en el pasillo, ya que algunos de los cuadros son de tamaño muy grande y no caben en cualquier sitio. Cuando ya tenemos clara la ubicación, los colgamos y se dejan expuestos para que los niños y niñas puedan observarlos cuando les apetezca, dialogar sobre ellos, etc.

Finalmente, todo el trabajo realizado se recopila en un libro que cada alumno se lleva a casa para compartirlo con sus familias.

\*\*\*\*\*

En la última actividad que se presenta en este capítulo los alumnos trabajan de forma integrada conocimientos matemáticos diversos, tanto contenidos como procesos, a través del análisis de pinturas de Joan Miró. Así, por ejemplo, a partir de la presentación de un cuadro los niños y niñas interrelacionan contenidos matemáticos diversos: analizan colores del cuadro (cualidades sensoriales); el número de formas (cantidades); las formas que hay (geometría); las dimensiones (medida); y se efectúa la recogida de datos a partir de una pauta (análisis de datos). Además, se generan espacios de interconexión entre contenidos y procesos, ya que los datos recogidos se representan y se comunican (conexión de los contenidos de los diversos bloques con los procesos de representación y comunicación, sobre todo); se investigan las dimensiones del cuadro, se reproduce a tamaño real y se ubica en un lugar adecuado (conexión de los contenidos de geometría y medida con los procesos de resolución de problemas, razonamiento y demostración, básicamente).

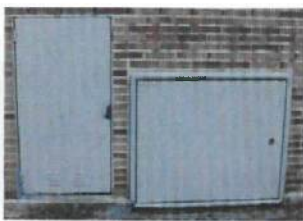
Si, como ocurre en la experiencia “El mundo matemático en la obra de Joan Miró”, los profesionales de la Educación Infantil adquirimos una visión de las matemáticas como un todo conectado e integrado, y somos capaces de transmitir esa visión a los alumnos, disminuirá la tendencia a considerar por separado conceptos y destrezas. Asimismo, si partimos de la base que comprender implica hacer conexiones, cuando los niños y niñas puedan conectar ideas matemáticas, su comprensión va a ser más profunda y duradera, a la vez que se desarrollará su competencia matemática.

Finalmente complementamos, como viene siendo habitual en todos los capítulos de este libro, las actividades de aprendizaje en contexto descritas en este apartado con secuencias de imágenes que pretenden ilustrar las buenas prácticas que han llevado a cabo alumnos de 3 a 6 años de diversos puntos de la geografía española gracias a una buena planificación y una buena gestión de dichas actividades por parte de sus maestras y maestros.

## *Un paseo por el lago de Barañáin*



Cuando vamos hacia el parque descubrimos seriaciones en pasos de peatones, tendales, etc. También observamos como cambia el color de las hojas de los árboles.



En el parque descubrimos formas geométricas: figuras planas como, por ejemplo, elipses, rectángulos, triángulos, etc. y cuerpos geométricos como, por ejemplo, cilindros, etc.



Contamos árboles.

Hacemos correspondencias cuantitativas: un alumno en cada poste.

En clase clasificamos las fotos según las formas, las ordenamos según la cantidad de hojas que tienen los árboles, etc.

## Maravillas verdes



El patio de nuestra escuela tiene una gran variedad de árboles y plantas.



Observamos algunos atributos, como la textura de los troncos: rugoso-liso.



Grueso y delgado.



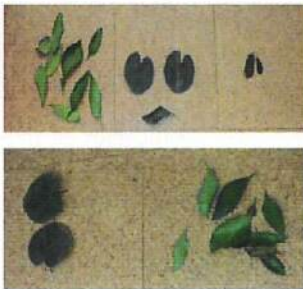
Contamos la cantidad de árboles que hay de cada tipo. En clase los ordenamos de los que hay más a los que hay menos.



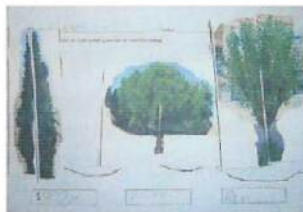
Observamos las formas de los distintos árboles. En clase las asociamos a formas geométricas estereotipadas.



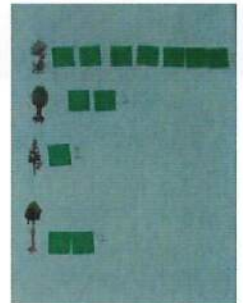
Intentamos medir la altura de los árboles, primero con los dedos y después con la cinta métrica.



En clase clasificamos las hojas de los árboles según el color, la forma, y otros criterios.



Trabajamos la simetría.



Y al final votamos la mascota de la clase.

## *Visita a la comparsa de gigantes y cabezudos de Pamplona*



Antes de visitar a los gigantes, en clase los ordenamos por parejas.



Y ensayamos una danza para poder bailar con la comparsa.



Nos presentan a los ocho gigantes de Pamplona.



Los seis kilikis.



Bailando con la comparsa.



Los gigantes son altísimos.



En clase investigamos la altura de los gigantes (3'9 metros) y hacemos un gigante enorme uniendo nuestros cuerpos.



Representamos el gigante en un papel.



Construimos un cabezudo.

## *Oinetako denda (la zapatería)*



Traemos zapatos  
a la *ikastola*.



Hacemos algunos juegos  
libres con los zapatos: los  
ponemos a las muñecas, etc.



Empezamos a organizar  
los zapatos para montar  
una zapatería.



Clasificamos los zapatos  
según diversos criterios: altos  
y bajos; de deportes; etc.



Los colocamos en  
los mostradores.



Etiquetamos los zapatos.



Cuando la zapatería ya está  
organizada, vienen los  
alumnos de otra clase  
a comprar zapatos.



Usamos la máquina  
registradora para contar  
cuánto valen los zapatos.



Para pagar utilizamos  
dinero de cartón.

## *El mundo matemático en la obra de Joan Miró*



Presentamos los cuadros de Miró colectivamente.



Después los observamos por parejas, individualmente, etc.



Registramos en una plantilla la información de cada cuadro: los colores, el tipo de líneas, las figuras planas, etc.



Reproducimos los cuadros en un papel.



Después investigamos las medidas de los cuadros y los reproducimos a tamaño real.



*Autorretrato.*



*El oro del azul.*



Al final exponemos los cuadros en el pasillo del colegio.



Como hemos visto a lo largo de este libro, la Educación Matemática aporta alternativas muy válidas para favorecer la competencia y alfabetización matemática de los ciudadanos: el uso de contextos de vida cotidiana a partir de un enfoque globalizado es un claro ejemplo de ello. Sin embargo, es preciso destacar que un enfoque globalizado de la Educación Matemática en las primeras edades y el uso de contextos de vida cotidiana – o cualquier otro tipo de contexto de aprendizaje– no contribuyen por ellos mismos al desarrollo de la competencia matemática, sino que ello depende de cómo los profesionales de la Educación Infantil planteamos y gestionamos las actividades con nuestros alumnos. Desde esta perspectiva, deseamos que los conocimientos disciplinares y didácticos presentados en este libro hayan aportado una chispa que sirva para reflexionar sobre nuestra actuación docente y mejorarla si es preciso.

Queremos cerrar este libro de la misma manera que lo empezamos, es decir, con las palabras de otros buenos matemáticos que, con sus pensamientos, han sabido transmitir de forma muy simple lo que hemos querido comunicar en *Educación matemática en contexto de 3 a 6 años*: no se trata de enseñar matemáticas a los niños y niñas de 3 a 6 años, ni a ninguna otra persona, sea cual sea su edad, de la forma que nos apetezca. Debemos considerar, primero, que las matemáticas forman parte de nuestro entorno; segundo, que las matemáticas deben servirnos para desenvolvernos mejor en este entorno, más que para resolver correctamente los ejercicios propuestos en un libro de texto; y tercero, y por encima de todo, cuáles son las necesidades de los niños y niñas de las primeras edades para aprender matemáticas.

*En años recientes se ha ido percibiendo cada vez más claramente la necesidad de que el aprendizaje matemático de los escolares les permita reconocer la importancia del papel desempeñado por las matemáticas en el mundo en que viven, amén de capacitarles para comprenderlo y desenvolverse mejor en él. No pocas veces, esta disciplina ha consistido en una serie de rutinas que es preciso ejecutar ciegamente para responder a preguntas estereotipadas. La consecuencia de esta clase de enseñanza y aprendizaje es que los alumnos son incapaces de aplicar sus conocimientos más allá de los cálculos propuestos en los libros de texto.*

B. Bolt y D. Hobbs (1989)

## BIBLIOGRAFÍA

- Alsina, À. (2006). *Como desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años*. Barcelona: Editorial Octaedro-Eumo.
- Alsina, À. (2009a). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. En M.J. González, M.T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 119-127). Santander: SEIEM.
- Alsina, À. (2009b). Matemáticas en Educación Primaria. En N. Planas y À. Alsina (Eds.), *Educación matemática y buenas prácticas* (pp. 93-104). Barcelona: Editorial Graó.
- Alsina, À. (2010). La "pirámide de la educación matemática". Una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12-16.
- Berdonneau, C. (2008). *Matemáticas activas (2-6 años)*. Barcelona: Editorial Graó.
- Bishop, A.J. (1999). *Enculturación matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós Ibérica.
- Bolt, B. y Hobbs, D. (1989). *101 Mathematical projects: a resource book*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Broomes, D. (1989). *Using goals to construct useful forms of school mathematics*. París: UNESCO, Col. Science and Technology Education, Document Series nº 35.
- Canals, M. A. (1992). *Per una didàctica de la matemàtica a l'escola*. Vic: Eumo Editorial.
- Centro de Recursos para Enseñar y Aprender Matemáticas (2009). Indicadores competenciales. En <http://phobos.xtec.cat/creamat>.
- Chamorro, M.C. (2005). *Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil*. Madrid: Editorial Pearson-Prentice Hall.
- Clements, D.H. (1999). Geometric and spatial thinking in young children. En J.V. Copley (Ed.), *Mathematics in the early years* (pp. 66-79). Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

- Consortium for Mathematics and its Applications (1998). *Las matemáticas en la vida cotidiana* (Director del proyecto: S. Garfunkel). Madrid: Addison-Wesley/Universidad Autónoma de Madrid.
- Corbalán, F. (1997). *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Barcelona: Editorial Graó.
- Corbalán, F. (2007). *Matemáticas de la vida misma*. Barcelona: Editorial Graó.
- De Guzmán, M. (2001). Tendencias actuales de la educación matemática. *Sigma*, 19, 5-25.
- Dienes, Z.P. y Holding, E.W. (1969). *Los primeros pasos en matemáticas. I. Lógica y juegos lógicos*. Barcelona: Editorial Teide.
- Esteve, O., Melief, K. y Alsina, À. (2010). *Creando mi profesión. Una propuesta para el desarrollo profesional del profesorado*. Barcelona: Editorial Octaedro.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Ginsburg, H. P., Klein, A. y Starkey, P. (1998). The development of children's mathematical thinking: Connecting research and practice. En I.E. Siegel y A. Renninger (Eds.), *Handbook of child psychology: Child psychology in practice* (Vol. 4, pp. 401-476). Nueva York: John Wiley & Sons.
- Hughes, M. (1982). Rappresentazione grafica spontanea del numero nei bambini. *Età Evolutiva*, 22, 5-33.
- Hughes, M. (1987). Il bambino e il numero. *Età Evolutiva*, 27, 62-66.
- Lacasa, P. y Herranz, P. (1989). Contexto y aprendizaje: el papel de la interacción en diferentes tipos de tareas. *Infancia y Aprendizaje*, 45, 49-70.
- Lerner, D., Sadovsky, P. & Wolman, S. (1994). El sistema de numeración: un problema didáctico. En P. Parra y I. Sáez (Eds.), *Didáctica de las Matemáticas* (pp. 95-184). Barcelona: Paidós.
- Martí, E. (2003). *Representar el mundo externamente*. Madrid: Visor.
- Montessori, M. (1914). *El método de la pedagogía científica aplicado a la educación de la infancia en las Case dei Bambini*. Barcelona: Araluce, 2003.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics (Trad. Castellana, *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales, 2003).
- National Council of Teachers of Mathematics (2001). *Navigating through geometry in prekindergarten-grade 2*. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (2006). *Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics: A Quest for Coherence*. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Niss, M. (1995). Las matemáticas en la sociedad. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 6, 45-58.

- Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish Kom Project*. Roskilde: Roskilde University.
- Olmos, G. y Alsina, Á. (2010). El uso de cuadernos de actividades para aprender matemáticas en educación infantil. *Aula de Infantil*, 53, 38-41.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2006). *Assessing scientific, reading and mathematical literacy: A framework from PISA 2006*. París: OCDE.
- Pérez, R. (1997). Lenguajes algebraicos. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 14, 5-6.
- Perrenaud, PH. (1998). *Construire des compétences dès l'école*. París: Éditions ESF.
- Piaget, J. (1950). *Introduction à l'épistémologie génétique. Vol. 1. La pensée mathématique*. París: Presses Universitaires de France (Trad. Castellana, *Introducción a la epistemología genética. Vol. 1, El pensamiento matemático*. Buenos Aires: Paidós, 1975).
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1941). *Génesis de las estructuras lógicas elementales*. Buenos Aires: Guadalupe, 1975.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1948). *La représentation de l'espace chez l'enfant*. París: PUF.
- Pontecorvo, C. (1996). La notación y el razonamiento con números y nombres en el periodo preescolar y en la escuela primaria. *Infancia y Aprendizaje*, 74, 3-24.
- Reeuwijk, M.V. (1997). Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 12, 9-16.
- Scheuer, N., Sinclair, A., de Rivas, S.M. y Christinat, C.T. (2000). Cuando ciento setenta y uno se escribe 10071: niños de 5 a 8 años produciendo numerales. *Infancia y Aprendizaje*, 90, 31-50.
- Sinclair, A. (1991). Children's production and comprehension of written numerical representations. En K. Durkin y B. Shire (Eds.), *Language in mathematical education* (pp. 59-68). Buckingham: Open University Press.
- Sociedad Española de Nutrición Comunitaria (2004). Pirámide de la Nutrición Saludable. En <http://www.sennutricion.org>.
- Sowder, J.T. (1992). Making sense of numbers in school mathematics. En G. Leinhardt, R. Putman y R.A. Hattrup (Eds.), *Analysis of Arithmetic for Mathematics Teaching* (pp. 1-51). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates.
- Sullivan, P. y Lilburn, P. (1997). *Open-ended maths activities: using good questions to enhance learning*. Australia: Oxford University Press.
- Torra, M. (2007). El profesor como promotor de su desarrollo profesional. En M<sup>a</sup>.I. Berenguer, A. Carrillo, B. Cobo, P. Flores, M.Á. Fresno, M. García, F. Izquierdo, M<sup>a</sup>.J. Jiménez, B. López, J.L. Lupiáñez, M<sup>a</sup>.L. Marín, A. Moreno, J.M<sup>a</sup> Navas, M. Peñas, R. Ramírez, O. Romero, M. Toquero y L. Berenguer (Eds.), *Actas XIII JAEM. Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 1-8). Badajoz: Servicio de Publicaciones de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) y SAEM Thales.

- Van Hiele, P.M. y Van Hiele-Geldof, D. (1958). A method of initiation into geometry at secondary schools. En H. Freudenthal (Ed.), *Report on methods of initiation into geometry* (pp. 67-80). Groningen: J. B. Wolters.
- Whitehurst, G. J. y Lonigan, C. J. (1998). Child development and emergent literacy. *Child development*, 68, 848-872.

**COLECCIÓN CUADERNOS  
DE EDUCACIÓN**

46. **Blanca Ara, Joan Bonals,  
Àngela González, M. Àngels Riu  
Albert Sardans**  
*Análisis de centros educativos*
47. **David Lasagabaster  
Juan Manuel Sierra (coords.)**  
*Multilingüismo y multiculturalismo en la escuela*
48. **David Lasagabaster  
Juan Manuel Sierra (eds.)**  
*Multilingüismo, competencia lingüística y nuevas tecnologías*
49. **Elizabeth Coelho**  
*Enseñar y aprender en escuelas multiculturales*
50. **Xavier Fontich Vicens**  
*Hablar y escribir para aprender gramática*
51. **Cintia Rodríguez**  
*Del ritmo al símbolo. Los signos en el nacimiento de la inteligencia*
52. **Xus Martín García**  
*Investigar y aprender. Cómo organizar un proyecto*
53. **Xavier Vilella Miró**  
*Matemáticas para todos.  
Enseñar en un aula multicultural*
54. **Natàlia Nadal Pedrero**  
*Músicas del mundo.  
Una propuesta intercultural de educación musical*
55. **Antonio Mendoza Fillola**  
*Materiales literarios en el aprendizaje de la lengua extranjera*
56. **Climent Giné (coord.)**  
*La educación inclusiva. De la exclusión a la plena participación de todo el alumnado*
57. **Ignasi Vila y Ramon Casares**  
*Educación y sociedad. Una perspectiva sobre las relaciones entre escuela y entorno social*
58. **Jose Monseny Bonifasi (Coord.)**  
*Educar aún... El educador frente a los retos de la enseñanza*
59. **Josep M. Puig (Coord.)**  
*Entre todos. Compartir la educación para la ciudadanía*
60. **Rafael Bisquerra Alzina (Coord.)**  
*La educación emocional en la práctica*
61. **José Ramón Lago Martínez  
Javier Onrubia Goñi**  
*Asesoramiento psicopedagógico y mejora de la práctica educativa*

Educación matemática en contexto de 3 a 6 años pretende ser una herramienta útil para un amplio colectivo —maestras y maestros de Educación Infantil en activo; profesorado universitario que imparte docencia de Didáctica de las Matemáticas; estudiantes del Grado de Maestro de Educación Infantil; etc.— que comparten la idea que una educación matemática de calidad es aquella que respeta las necesidades de los niños y niñas para aprender matemáticas. Desde este marco, el núcleo principal lo constituye la presentación de situaciones de aprendizaje en contextos de vida cotidiana: se trata de actividades implementadas por muchas maestras y maestros del 2º ciclo de Educación Infantil que, en realidad, son los verdaderos artífices de este libro.

El libro se estructura en cinco capítulos. Los cuatro primeros corresponden a los distintos bloques de contenido matemático que se trabajan en las primeras edades: razonamiento lógico-matemático, numeración y cálculo (y sus relaciones con el análisis de datos), geometría y medida. En el último capítulo se presenta un enfoque globalizado de la Educación Matemática en las primeras edades en el que se ofrecen algunos andamios para ayudar a comprender el verdadero significado de las conexiones matemáticas.

*CUADERNOS DE EDUCACIÓN quiere contribuir al proceso de reflexión y debate sobre la educación escolar poniendo al alcance de todos los profesionales, y muy especialmente de los profesores/as, los trabajos que, por la novedad de sus propuestas, el rigor de su formulación y la pertinencia de su temática, pueden ser utilizados como instrumentos de cambio y de innovación educativa. La colección está abierta a todas las áreas y niveles de la educación escolar y pretende situarse en ese espacio intermedio entre la reflexión y la acción —entre lo que se hace o se propone hacer en el aula y el cuestionamiento del porqué, para qué y cómo se hace o se propone hacer— que constituye, sin lugar a dudas, un eslabón decisivo en la formación inicial y permanente del profesorado.*



ISBN 978-849610895-0



9 788496 108950