UNIVERSITAT DE BARCELONA

Estudi de condicions i restriccions per a l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques a l'escola multigrau

Sònia Esteve Frigola

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (**www.tdx.cat**) i a través del Dipòsit Digital de la UB (**diposit.ub.edu**) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX ni al Dipòsit Digital de la UB. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX o al Dipòsit Digital de la UB (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (**www.tdx.cat**) y a través del Repositorio Digital de la UB (**diposit.ub.edu**) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR o al Repositorio Digital de la UB. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR o al Repositorio Digital de la UB (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (**www.tdx.cat**) service and by the UB Digital Repository (**diposit.ub.edu**) has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized nor its spreading and availability from a site foreign to the TDX service or to the UB Digital Repository. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service or to the UB Digital Repository is not authorized (framing). Those rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author.

UNIVERSITAT DE BARCELONA

Estudi de condicions i restriccions per a l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques a l'escola multigrau.

Programa de doctorat en didàctica de les ciències, les llengües, les arts i les humanitats

Doctorand: Sònia Esteve Frigola

Director: Berta Barquero Farràs i Laura Domingo Peñafiel

Tutor: Berta Barquero Farràs

Membre de la LERU

Reconeixement internacional de l'excel·lència

B:KC Barcelona Knowledge Campus

HUBC Health Universitat de Barcelona Campus

Índex

Agraïments....1
Introducció....3

Capítol 1: Marc teòric

1. Marc teòric....13

Capítol 2: Marc teòric

2. Metodologia....23
   2.1. Objectius i preguntes de recerca....23
   2.2. Metodologia O1: Anàlisi de la recerca realitzada sobre l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques en aules multigrau....25
      2.2.1. Criteris d'inclusió....25
      2.2.2. Delimitació dels criteris de cerca....26
      2.2.3. Primer anàlisi i codificació de les dades....29
      2.2.4. Ampliació de la cerca....32
      2.2.5. Segon anàlisi i codificació de les dades....36
   2.3. Metodologia O2: Anàlisi de les dificultats i necessitats dels docents de l'escola multigrau....39
   2.4. Metodologia O3: Anàlisi de la OM i la OD que es proposen en una escola multigrau de primària....41
      2.4.1. Selecció de l'escola: característiques i context....42
      2.4.2. Disseny dels instruments de recollida de dades....54
         2.4.2.1. Recollida dels documents d'activitats....55
         2.4.2.2. Disseny de les observacions d'aula....60
         2.4.2.3. Disseny de les entrevistes....61
      2.4.3. Disseny de l'anàlisi de dades....66
         2.4.3.1. Anàlisi de les activitats proposades....66
         2.4.3.2. Anàlisi de les observacions participants....90
         2.4.3.3. Anàlisi de les entrevistes....96

Capítol 3: Anàlisi de la cerca sistemàtica

3. Anàlisi de la cerca sistemàtica.....101
3.1. Característiques globals del disseny metodològic dels estudis.....101
3.2. Disseny metodològic dels estudis de la categoria rendiment comparativa.....106
3.3. Anàlisi temàtica dels estudis de la categoria rendiment comparativa 111
3.4. Disseny metodològic dels estudis de la categoria rendiment no comparativa...114
3.5. Anàlisi temàtica dels estudis de la categoria rendiment no comparativa 119
3.6. Disseny metodològic dels estudis de la categoria pràctica d'aula 122
3.6.1. Disseny metodològic dels estudis que analitzen interaccions durant la pràctica d'aula 123
3.6.2. Disseny metodològic dels estudis que analitzen el rendiment dels alumnes i/o les opinions i actituds dels agents implicats en la tasca.....125
3.6.3. Disseny metodològic de l'estudi que analitza que analitza el rol de la llengua materna en la construcció de coneixement matemàtic 128
3.6.4. Disseny metodològic de l'estudi que analitza com els alumnes resolen un problema financer que implica matemàtiques i qüestions socials.....129
3.7. Anàlisi temàtic dels estudis de la categoria pràctica d'aula.....130
3.8. Disseny metodològic dels estudis de la categoria professorat.....139
3.9. Anàlisi temàtic dels estudis de la categoria professorat 141
3.10. Disseny metodològic i anàlisi temàtica dels estudis de la categoria família i escola 144
3.11. Disseny metodològic i anàlisi temàtica dels estudis de la categoria documents 144

Capítol 4: Dificultats o restriccions

4. Tipus de dificultats o restriccions que posen de manifest els docents d'educació infantil i primària d'escoles multigrau 149

Capítol 5: Anàlisi de la OM

5. Anàlisi de les praxeologies matemàtiques per cicle i dispositiu didàctic.....155
5.1. Anàlisi de l'OM que es proposa a Cicle Inicial.....155
5.1.1. Anàlisi de l'OM que es proposa al *Taller Resolem* de Cicle Inicial.....155
5.1.2. Anàlisi de l'OM que es proposa al Taller Connectem de Cicle Inicial ...173
5.1.3. Completesa de la OML proposada a cicle inicial.....205
5.2. Anàlisi de l'OM que es proposa a Cicle Mitjà.....208
5.2.1. Anàlisi de l'OM que es proposa al *Taller Resolem* de Cicle Mitjà 208
5.2.2. Anàlisi de la OM que es proposa al Taller Pensem de Cicle Mitjà 229
5.2.3. Anàlisi de la OM que es proposa al Taller Connectem de Cicle Mitjà ...252
5.2.4. Completesa de la OML proposada a cicle mitjà.....287
5.3. Anàlisi de la OM que es proposa a Cicle Superior.....291
5.3.1. Anàlisi de la OM que es proposa al Taller resolem de Cicle Superior ...291
5.3.2. Anàlisi de la OM que es proposa al Taller Pensem de Cicle Superior....308
5.3.3. Anàlisi de la OM que es proposa al Taller connectem de Cicle Superior 333
5.3.4. Completesa de la OML proposada a cicle superior.....358

Capítol 6: Anàlisi de la OM-OD

6. Anàlisi de la organització matemàtica - organització didàctica 363
6.1. Anàlisi de les observacions 363
6.1.1. Anàlisi de les observacions de cicle inicial 363
6.1.2. Anàlisi de les observacions de cicle mitjà 377
6.1.3. Anàlisi de les observacions de cicle superior 402
6.2. Anàlisi de les entrevistes.....416
6.2.1. Anàlisi del Nivell +3: Valors i concepcions sobre l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques.....416
6.2.2. Anàlisi del Nivell +2: Projecte didàctic global.....423
6.2.3. Anàlisi del Nivell +1: Projecte didàctic local 433

6.2.4. Anàlisi del Nivell 0: Acció didàctica.....445
6.2.5. Anàlisi del Nivell -1: Observació de l'acció dels alumnes.....448

Capítol 7: Resultats i conclusions

7. Resultats obtinguts i conclusions.....455
7.1. Conclusions relatives del primer objectiu 456
7.2. Conclusions relatives al segon objectiu 462
7.3. Conclusions relatives al tercer objectiu 464

Capítol 8: Referències bibliogràfiques

8. Referències bibliogràfiques.....491

Agraïments

Amb aquesta tesi es tanca un capítol de la meva vida i se n'obre un altre. Ha estat un camí llarg i tortuós però molt desitjat. Ha estat una experiència única i irrepetible que no hauria estat possible sense de l'ajuda de tantes i tantes persones que m'han donat suport emocional i logístic sense el qual tot plegat hauria estat més difícil del que ha estat.

En primer lloc vull agrair el suport incondicional de les tres persones més importants a la meva vida. A en David, la meva parella de vida, ho ets tot per a mi. Sense el teu suport i ajuda, el treball que avui presento no hauria estat possible. El suport ha estat tant emocional com logístic. Gràcies per revisar la tesi, corregir errors i mil coses més. Junts formem un gran equip. A la meves filles Martina i Laia, per tot el temps que els he robat, com sempre us dic sou les millors filles del món.

En segon lloc vull donar les gràcies a les meves directores de Tesi, la Dra. Berta Barquero Farràs professora agregada del Departament d'Educació Lingüística, Científica i Matemàtica de la Facultat d'Educació de la Universitat de Barcelona i a la Dra. Laura Domingo Peñafiel, professora agregada del Departament de Pedagogia de la Universitat de Vic – Universitat Central de Catalunya. Ha estat un autèntic plaer que fóssiu les meves directores de tesi, sense la vostra paciència i guiatge aquesta tesi no hauria estat possible. He après moltíssim de vosaltres, sou una inspiració i un model a seguir.

Vull donar a les gràcies a tot el professorat de l'escola: Margarita, Marta, Míriam, Edu, Estel, Francesc, Ramon i Mariona. Amb la seva generositat han fet que aquesta tesi sigui possible. Gràcies pels moments viscuts i les hores compartides, i per a trobar un forat a la vostra agenda per a respondre les meves preguntes insistents. Gràcies també a tots els nens de totes les aules de primària per compartir el seu dia a dia amb mi. M'heu fet sentir una més.

Gràcies a la Gemma Sala Sebastià, professora del Departament professora del Departament d'Educació Lingüística, Científica i Matemàtica de la Facultat d'Educació de la Universitat de Barcelona. Gemma ets fantàstica! Quina sort haver-te conegut! Els teus consells i missatges són un tresor.

Un sincer agraïment als meus companys del Departament de Didàctica de les Arts i les Ciències de la Universitat de Catalunya – Universitat Central de Catalunya. En especial a l'Isabel Sellas, amb la que he compartit una infinitud d'hores des que érem companyes de la facultat fins avui, gràcies pels teus savis consells, saps escoltar. I també a en Joan Callarisa,

amb qui he compartit hores fora i dins del Departament, gràcies pels teus consells i per l'escolta.

També vull donar les gràcies a les famílies Calvet-Francesch i Oliver-Esteller: Mar, Roger, Aina, Júlia, Pilar, Josep Maria, Marta, David, Ariadna, Ton, Mireia, Guim, Pep, Jordi i Rosa Maria. Tinc la sort immensa que formar part de les vostres vides. Per mi sou una inspiració i un exemple a seguir. Aquest any m'he perdut la festa de la mona ja que estava fent tesi, us vaig trobar molt a faltar. No em vull perdre cap més festa de les mones ni de cap altre tipus.

A tots els meus amics de la llicenciatura de matemàtiques: Txell, Astrid, Neus, Mònica, Carlos, Montse L., Montse B., Antonio, Pili i Rocío. Especialment a la Txell que fins i tot ha contribuït ajudant-me a transcriure àudios. Gràcies Txell pel teu suport i ajuda. L'aventura va començar amb vosaltres a la plaça universitat on hi vàrem passar molts i molts anys.

A tots els meus amics d'Aiguafreda: Fini, Mireia, Ester, Anna, Bea, Imma, David A. i Cristian, pel vostre suport constant i ajudes múltiples. Els sopars i sortides amb vosaltres son un oasi i un bàlsam enmig de l'estrès del dia a dia.

Als meus amics cavatasters Stefan i Mireia, és fantàstic tenir-vos com a amics. Sou un gran suport, hem de recuperar el temps perdut i fer moltes barbacoes.

A la Carme del club de patinatge. Carme els teus missatges d'ànims han arribat en moments clau que ja no podia més. No saps com t'agraeixo que pensessis en mi.

Introducció

La present tesi que porta per títol "Estudi de condicions i restriccions per a l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques a l'escola multigrau" es proposa analitzar quines són les propostes didàctiques per a l'ensenyament de matemàtiques en una escola multigrau de Primària de Catalunya, entenent per escola multigrau aquella escola en la que alumnes de dos o mes cursos treballen junts dins una mateixa aula (Cornish, 2006; Hargreaves et al., 2001; Lloyd, 1999; Little, 2001; Veenman, 1995).

Les especificitats d'aquest tipus d'aules creen contextos institucionals diferents on s'usen mètodes pedagògics diferents (Lindström i Lindahl, 2011). Sovint aquest tipus de contextos, no es tenen en compte ni a la universitat en la formació inicial del professorat, ni en la formació permanent, ni en l'elaboració dels currículums oficials ni en l'elaboració de materials per part de les editorials. Pel que fa a la formació inicial, segons un estudi de Ruiz i Ruiz Gallardo (2017) els docents en formació, consideren que la formació universitària gairebé no tracta l'ensenyament multigrau i reclamen no només una formació de caire teòric sinó també una formació pràctica que inclogui visites a centres per veure en primera persona quines són les diferències entre les escoles que agrupen els seus alumnes per curs (escoles mono-grau d'ara en endavant) i les escoles multigrau (Ruiz i Ruiz Gallardo, 2017). De fet la manca de formació no només es dona en la formació inicial sinó també en la formació permanent (Lataille-Démoré, 2008) la qual cosa provoca que que sovint els docents no se sentin adequadament preparats per ensenyar en aules multigrau (Hyry-Beihammer i Hascher, 2015a i 2015b). Així doncs quines serien les qüestions clau a tractar en una formació per a escoles multigrau? Mulryan-Kyne (2007) fa una revisió de diverses formacions del professorat que inclouen preparació específica per a ensenyar en una aula multigrau i a partir d'aquesta revisió, fa una llista de temes, que tot i que s'inclouen en formacions del professorat no específicament per a aules multigrau, es poden afegir o ampliar per a incloure aplicacions directes a entorns multigrau. La llista és la següent: desenvolupament i planificació del currículum, organització i disseny de l'aula, selecció i us de materials i recursos adequats, selecció i us d'estratègies d'aprenentatge adequades, gestió eficaç del temps, gestió i disciplina a l'aula, avaluació, relacions amb els pares i la comunitat. Aquestes qüestions identificades com a clau per Mulryan-Kyne (2007) són la base per a definir quina

és proposta didàctica per a les aules multigrau. Per tant, en base a què els docents d'escoles multigrau escullen les activitats? Com planifiquen el contingut que es treballarà a cada aula? I a cada curs? Quines estratègies usen a l'aula? A la classe de matemàtiques n'usen algunes d'específiques? Com es gestiona el temps? Com s'organitzen els alumnes? Com s'avalua als alumnes? Es fa la mateixa avaluació per a tots els alumnes de l'aula? L'avaluació és diferent segons el curs malgrat els alumnes estan a la mateixa aula? Es fan activitats per aula? Per cursos? Quan se'n fan per curs i quan se'n fan per aula?...

Sovint al pensar en aquestes qüestions la comparació amb les escoles mono-grau és inevitable. Els alumnes acaben treballant els mateixos continguts? De la mateixa manera? Els continguts s'adapten? Com s'adapten? Sempre s'adapten o només de vegades? En base a què? Com s'usen els materials pensats per una aula mono-grau en una aula multigrau? Són els docents els que creen els seus propis materials? Tenen llibre de text? En cas de tenir-ne com l'escullen? Al llarg de la meva carrera he hagut de pensar i analitzar aquestes qüestions ja que he fet formacions a algunes escoles que pel nombre d'alumnes forçosament havien de ser multigrau, per tant el meu interès per aquest tema ha anat creixent. El professorat sempre em deia que tot està pensat per a les aules mono-grau, absolutament tot i que els és molt difícil sortir el marc mental i organitzatiu de pensar per cursos i passar a pensar per aules. També em comentaven que tot i que la classe homogènia no existeix, ells havien d'afrontar molta més heterogeneïtat que les escoles mono-grau. I és que si bé és cert que totes les habilitats i coneixements que són rellevants i necessaris per a qualsevol escola també ho són per a aquest context multigrau (Mulryan-Kyne, 2007), una qüestió clau és gestionar l'heterogeneïtat de l'alumnat, fent que sigui una aula inclusiva. Els docents poden adaptar estratègies usades en aules inclusives per a atendre als alumnes d'una aula multigrau i vici versa. En aquest sentit, les àrees clau que cal tenir en compte per a dur a terme aquesta adaptació són el contingut, l'atenció individualitzada i l'agrupació dels alumnes (Smit, Hyry-Beihammer i Raggl, 2015). Per tant una altra vegada la recerca assenyala elements que són clau per a definir una proposta didàctica.

A priori podem suposar que, en el context escolar de les escoles multigrau, moltes de les restriccions que limiten l'ensenyament de les matemàtiques a les escoles mono-grau desapareixen (com ara una menor segmentació per edats, formes d'avaluació més integratives entre cursos i nivells educatius, més contacte entre disciplines, contractes pedagògics i didàctics més flexibles, entre d'altres), però com han demostrat diverses investigacions n'apareixen d'altres. Per exemple, tot i que a les aules multigrau on es desenvolupen

pràctiques educatives exitoses l'heterogeneïtat dels alumnes no només es té en compte sinó que es fomenta (Hyry-Beihammer i Haecher, 2015) i que una de les potencialitats de les aules multigrau és poder fer grups flexibles i treballar tant individualment com en grup, essent més fàcil fins i tot treballar en grups heterogenis ja que ja que la diversitat d'edats amplia l'heterogeneïtat de nivells (Wood i Frid, 2005), la major part del temps els alumnes treballen de manera individual (Mason i Burns, 1995, Domingo i Boix, 2015). Això es deu a les dificultats dels docents per a guiar els diferents nivells a l'aula, tot i valorar positivament les interaccions entre iguals (Block et al., 2015; Résendiz et al., 2017; Domingo i Boix, 2015). I tot i que el treball individual pot anar bé ja que així cadascú segueix el seu ritme, i el docent pot saber l'evolució de cada alumne i donar informació personalitzada, els temps d'espera dels alumnes augmenten, cal fer esforços extres, s'inverteix molt temps organitzant els alumnes, algunes idees es veuen constantment interrompudes i hi ha relativament pocs moments d'exposició de continguts (Mason i Burns, 2005; Block et al., 2015). De tota manera tot i que s'organitzi els alumnes en treball individual, les ajudes i interaccions entre iguals no desapareixen en un aula multigrau. Aquestes interaccions tant beneficien als alumnes més grans com als més petits. Beneficia als grans ja que d'aquesta manera consoliden els seus coneixements conceptuals al anar desgranant la informació per a explicar-la. I els més petits guanyen en construcció del coneixement a través de la integració amb d'altres experts (Kratz, Evangelou, Hartman, 1990).

De fet, hi ha dos enfocaments, per a gestionar aquesta heterogeneïtat, un és intentar minimitzar-a procurant que l'organització de l'aula s'assembli al màxim a una aula mono-grau i l'altre seria intentar aprofitar-la i potenciar-la (Hyry-Beihammer i Hascher, 2015b). Les estratègies usades per a reduir i superar la heterogeneïtat dels alumnes, són: ensenyar el mateix tema a tot el grup classe diferenciant els continguts segons el curs (currículums paral·lels), ensenyar un any el contingut d'un curs a tot el grup classe i l'altre any el contingut del curs següent (currículum rotatiu), ensenyar a tots els alumnes el mateix contingut usant els mateixos materials, separar als alumnes per cursos o bé ensenyar-los assignatures diferents (Hyry-Beihammer i Hascher, 2015a). Per altra banda, les estratègies per a aprofitar aquesta hetorogeneïtat són: ensenyar el mateix tema a tot el grup classe organitzant els alumnes per nivell o etapa usant la tutoria entre iguals, els plans de treball personalitzats i el treball lliure (Hyry-Beihammer i Hascher, 2015a i 2015b). Una pregunta que sorgeix d'aquestes recerques és, aquestes estratègies s'usen a totes les matèries o n'hi ha

algunes que predominen més en unes o en les altres? I en el cas de les matemàtiques, quines són les estratègies més emprades? Es tendeix a usar un currículum paral·lel, rotatiu, una barreja d'ambdues opcions, una altra opció?

Algunes recerques assenyalen que la forma més habitual d'organitzar els alumnes en matemàtiques és separant els alumnes per curs usant currículums paral·lels (Hyry-Beihammer i Hascher, 2015a i 2015b; Mason i Burns, 1995). Treballar així permet als docents complir amb el currículum oficial de cada curs (sent el mateix per a escola monograu i multigrau), encara que d'aquesta manera el docent té menys temps per a cada grup, la qual cosa li suposa un desgast tant mental com físic (Block et al., 2015; Mason i Burns, 1995; Reséndiz et al., 2017). També cal afegir, que Hyry-Beihammer i Hascher (2015a i 2015b) no varen trobar cap cas en que les matemàtiques s'ensenyessin usant un currículum rotatiu i que tot i que els docents que separaven els alumnes per curs i els ensenyaven diverses assignatures eren una minoria en tots els casos hi havia les matemàtiques involucrades. En canvi, si es tria un tema i es treballa a diferents nivells però a tots els cursos, es pot començant per una activitat comuna que pot ser destacar la importància del contingut que es vol treballar, explicar breument la noció a estudiar o fer un repàs del que s'ha estudiat a la sessió anterior (Reséndiz et al., 2013), però aquesta opció implica fer adaptacions curriculars, ja que de vegades un contingut no apareix al currículum d'un curs o cicle. Quan un docent adapta el currículum perquè un contingut no apareix en un cert curs, està fent canvis que no estan recolzats pel currículum oficial, en aquest sentit caldria que les institucions educatives es responsabilitzessin d'aquestes adaptacions curriculars.

El currículum dominant a l'escola rural és l'academicista, és a dir, s'ensenya per assignatures basant-se bàsicament en el llibre de text (Mason i Burns, 2005). De fet, el material usat amb més freqüència per bona prat part del professorat que treballa en aules multigrau és el llibre de text (Boix i Bustos, 2014; García, Pozuelos, i Álvarez-Álvarez, 2017; Jiménez, 2014). Però amb els llibres de text, passa el mateix que amb el currículum, al no estar pensats per a aules multigrau, si tota la classe treballa un mateix tema cal fer adaptacions. El fet d'haver de fer totes aquestes adaptacions fa que calgui dedicar molt de temps a preparar els plans d'estudi (Hyry-Beihammer i Hascher, 2015a) i en el cas de casa nostra, les successives reformes curriculars només han fet que agreujar el problema. De fet es constata una manca de materials i recursos específicament pensats i dissenyats per a aules multigrau (Boix i Bustos , 2014; Mulray-Kyne, 2007). Així doncs, disposar d'un banc d'activitats pensat per aquest tipus d'agrupament és una de les necessitats del professorat que treballa en entorns multigrau

(Monney, 2011). Però quines serien les activitats més idònies per a aquest banc d'activitats?

Els docents que treballen en entorns multigrau consideren que la integració de tallers i el treball per projectes són pràctiques que els ajuden (Monney 2011) i que a més a més majoritàriament promouen la participació entre els estudiants (Domingo i Boix, 2015). No obstant, aquestes interaccions no són el focus principal d'atenció quan els docents usen metodologies d'aula que es basen en escollir un tema específic per a l'ensenyament i aprenentatge d'un o més conceptes (Domingo i Boix, 2015). Així doncs, per tal de fomentar que hi hagin interaccions entre iguals, caldria proposar alguna activitat matemàtica que requereixi que els alumnes exposin les seves idees. Si el que es fa és limitar-se a usar un llibre de text i a més es proporcionen les respostes, això dona poques oportunitats de fer visibles les seves idees (Boaler, 2001).

A més a més molts docents d'entorns rurals consideren que l'ensenyament de les matemàtiques hauria de ser diferent en aquest tipus d'entorns (Howley et al., 2011), i conseqüentment, s'esforcen per a connectar l'ensenyament amb la història, la geografia, la cultura i la comunitat del lloc promovent així l'educació matemàtica basada en el context (EMBC) ja que ho consideren un recurs valuós per a la millora de l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques. Tot i que el professorat considera que l'EMBC motiva als estudiants (Howley et al., 2011), té dificultats en dissenyar activitats per a cursos superiors (Howley et al., 2011 i Showalter, 2013) excepte si el contingut està relacionat amb l'estadística (Showalter, 2013). De fet és més fàcil relacionar les matemàtiques amb l'entorn a primària i primer i segon d'ESO (Civil, 2007). Aquest tipus d'activitats sovint s'usen com a recurs per als alumnes amb menys capacitat, s'hi solen involucrar membres de la comunitat més enllà del docent, solen ser activitats més generals que no es consideren pròpies del currículum de matemàtiques i sovint es fan fora de l'aula (Howley et al., 2011).

Per tant prenent com a punt de partida totes aquestes qüestions relatives a l'escola multigrau la tesi vol contribuir a comprendre millor les especificitats de les escoles multigrau en relació a l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques descrivint el cas d'escola multigrau que ho és per decisió, és a dir, tot i que tenen prou alumnes per a tenir aules formades per alumnes d'un sol curs, a cada aula hi ha alumnes de dos cursos d'un mateix cicle. Quins motius porten a una escola a canviar la seva organització a multigrau? Quines pràctiques eductives es modifiquen? Quines es mantenen? Per quin motiu? Per a analitzar totes aquestes qüestions la tesi s'emmarca en la Teoria Antropològica del Didàctic (TAD en endavant) de Chevallard (1999).

Per això, al **capítol 1** ens situem en l'àmbit de la Teoria Antropològica del Didàctic (TAD) que considera la matemàtica com una activitat humana que es desenvolupa en institucions socials, cosa que fa que no sigui possible separar el procés de construcció dels "sabers" de les institucions partícips (Chevallard, 2001). El que s'ensenya a l'escola és el resultat d'un complex procés de transposició didàctica de certs coneixements, l'origen dels quals és lluny de les aules. Com a resultat, es determinen un conjunt de condicions que poden afavorir i de restriccions que dificulten l'ensenyament i l'aprenentatge de certs sabers (l'aritmètica, la geometria, l'àlgebra, la modelització, etc.), delimitant allò que pot (i no pot) succeir a les escoles i aules i, eventualment, allò que pot ser efectivament après pels estudiants.

Al **capítol 2**, es presenten els objectius i preguntes de recerca i es detalla la metodologia emprada per a analitzar totes les dades recollides. La investigació es focalitza en l'*ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques en aules multigrau al nivell escolar de primària*. S'inicia amb una cerca sistemàtica per saber quins són aquells temes més investigats en relació a l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques en les aules multigrau, quins són els objectius i resultats es reporten i quines condicions i restriccions s'hi detecten. Posteriorment, s'aprofundeix en l'estudi de les condicions i restriccions per a l'ensenyament de les matemàtiques a les aules multigrau a partir dels resultats d'un qüestionari, administrat a 82 docents d'escoles multigrau, on se'ls va demanar quines són les dificultats i problemes que afronten en relació a l'ensenyament de les matemàtiques en la seva pràctica professional. El marc teòric de referència adoptat és el de la TAD, d'acord amb el qual s'utilitzen algunes de les eines desenvolupades dins d'aquest marc d'investigació, com ara les nocions de praxeologies matemàtiques i didàctiques i dels nivells de codeterminació matemàtico-didàctica. Amb l'objectiu d'estudiar les característiques de les organitzacions matemàtiques (OM) i didàctiques (OD), s'ha escollit una escola multigrau com a estudi de cas, en la qual s'han recollit, observat i analitzat diferents dades empíriques (propostes didàctiques, llibres, observació de sessions, entrevistes a docents, entre d'altres) en un estudi qualitatiu, de tipus exploratori i descriptiu-interpretatiu per a comprendre millor les pràctiques educatives en l'àrea de matemàtiques. L'escola analitzada és una escola multigrau per decisió, és a dir, tot i que l'escola té prou alumnes per a tenir aules formades per alumnes d'un sol curs, a cada aula hi ha alumnes dels dos cursos d'un mateix cicle.

Al **capítol 3** es presenten els resultats obtinguts de la cerca sistemàtica. Els estudis identificats són molt diversos i per això es classifiquen en les següents categories: estudis que analitzen el rendiment dels alumnes, estudis que investiguen una pràctica d'aula, estudis que investiguen al professorat, estudi que investiga la implicació de les famílies a l'hora de fer els deures en una escola multigrau i estudis que analitzen documentació. Per a cada categoria es descriuen i s'analitzen els dissenys metodològics i se'n fa un anàlisi temàtica dels resultats.

Al **capítol 4** es presenten els resultats del qüestionari online que varen contestar 82 docents d'infantil i primària. El qüestionari els demanava que plantegessin 4-5 problemes o dificultats que hagessin tingut o que podrien haver tingut a la seva pràctica docent a l'àrea de matemàtiques amb l'objectiu d'identificar el tipus de dificultats o restriccions posen de manifest els docents d'educació infantil i primària d'escoles multigrau.

Al **capítol 5** es presenten els resultats obtinguts de l'anàlisi de la Organització matemàtica (OM) proposada per l'escola. Es varen analitzar tots els enunciats de les activitats que els docents proposen a les hores que treballen en grups multigrau detallant i analitzant totes les tasques que els alumnes han de realitzar per a resoldre aquestes activitats. Com que per a treballar les matemàtiques les dues aules multigrau de cada cicle s'organitzen en tres tallers, l'anàlisi s'ha fet per cicle i taller.

Al **capítol 6** es presenten els resultats obtinguts de l'anàlisi de la Organització Matemàtica-Organització Didàctica. Per una banda s'analitzen totes les observacions fetes a cada cicle i taller, identificant les tècniques que usen els mestres a les sessions i quins moments didàctics (Chevallard, 1999) apareixen, quins no apareixen i com evolucionen. Per altra banda, s'analitzen les entrevistes fetes als mestres. Per a les entrevistes, les preguntes es classifiquen segons el model proposat per Margolinas et al. (2005) i després es fragmenten les respostes si és necessari per a ubicar-les al corresponent nivell de codeterminació de Chevallard (2002). Finalment, arribats ja al **capítol 7** es fa un resum del contingut de la tesi i es detallen les respostes aportades a cadascuna de les tres preguntes d'investigació que han guiat i articular aquest treball de tesi.

Capítol 1

Marc teòric

A la teoria antropològica del didàctic (TAD, a partir d'ara) l'activitat matemàtica se situa en el conjunt d'activitats humanes que es desenvolupen en institucions socials. Parlar de matemàtiques també és parlar d'altres objectes que apareixen culturalment allunyats dels objectes considerats com a emblemàtics en les qüestions tradicionalment relacionades amb la didàctica de les matemàtiques com són les matemàtiques, els alumnes, els docents i els llibres i manuals (Chevallard, 1999). La TAD considera les matemàtiques com una activitat humana i un producte d'aquesta activitat (Bosch et al., 2003). En conseqüència, apareix una dualitat entre l'activitat matemàtica com a procés d'estudi de tipus de problemes i el saber matemàtic com a resultat d'aquest procés. D'aquesta manera les matemàtiques es poden veure com una construcció i alhora com una activitat, que inclou connotacions culturals i socials, la qual cosa permet considerar la dependència institucional del coneixement matemàtic (Bosch et al., 2003). Partint d'aquest punt de vista del coneixement matemàtic, Chevallard (1999 i 2000) proposa la noció d'organització o praxeologia matemàtica (OM, d'aquí en endavant) com a model per a descriure el coneixement matemàtic.

Per a referir-se a l'activitat matemàtica, Chevallard (1999) no només parla de praxeologies matemàtiques sinó que distingeix dos tipus de praxeologies: les praxeologies matemàtiques i les praxeologies didàctiques (OD, d'aquí en endavant) o organitzacions didàctiques. Mentre les OM es consideren com la unitat mínima d'anàlisi de les matemàtiques que es poden estudiar en una determinada institució *I*, les OD fan referència a forma com s'ensenyen. Això genera un isomorfisme entre les OM i les OD, ja que la frontera entre allò que pertany a la matemàtica i allò que pertany al que es didàctic és borrosa. Tant les OM com les OM es composen dels següents components: tasques, tècniques, tecnologies i teories. El procés d'estudi, s'entén aleshores com el procés de construcció d'OM i d'OD, és a dir, fer matemàtiques és posar en pràctica una OM per a realitzar un determinat tipus de tasques (T) i, estudiar matemàtiques, és construir o reconstruir determinats element de la OM per a donar resposta a un determinat tipus de tasca.

La noció de praxeologia o organització matemàtica (OM)

Chevallard (1999) va introduir la noció de praxeologia matemàtica, amb l'objectiu de trobar una modelització explícita i contrastable considerada dins del conjunt d'activitats humanes que es duen a terme a les diferents institucions socials que és una de les nocions clau de la TAD (2002). S'inclou doncs, la noció de praxeologia dins d'un model més ampli de l'activitat humana que permet considerar al mateix temps, tant la dimensió teòrica com la

dimensió pràctica del saber. Així doncs, la noció de praxeologia o organització matemàtica OM constitueix una eina fonamental per a modelitzar tant l'activitat matemàtica com l'activitat humana en general. Com que tota obra humana sorgeix La noció de praxeologia parteix d'una tasca *T*, tasca entesa en un sentit ampli, és a dir, que pot ser qualsevol tipus d'activitat humana com ara resoldre una equació de segon grau, sonar-se el nas o compondre un sonet (Chevallard, 1999; Chevallard, 2000). En definitiva, en tota activitat humana es pot detectar una tasca *t* d'un determinat tipus de tasques *T* o una qüestió a estudiar, que s'acorda mitjançant una tècnica $\mathcal{T}$. Però tota pràctica de resolució de *T* o estudi de *Q*, necessita de descriure, justificar i caracteritzar les tècniques usades, analitzar-ne la seva validesa i determinar les condicions per a poder-les utilitzar (Bosch et al., 2003). D'aquesta manera els saber matemàtic s'organitza en dos nivells (Chevallard 1999; Chevallard, 2000). El primer és un bloc pràctic-tècnic, la *praxis* $\Pi = [T|\ \tau]$ format per un tipus de tasques *T* i una determinada manera de fer, la tècnica τ per a poder realitzar el tipus de tasques *T*. El segon és un bloc tecnològic-teòric, el *logos* $\Lambda = [\Theta|\ \theta]$, composat per una tecnologia θ i una teoria Θ que justifica la tecnologia θ.

Es poden distingir diferents tipus de praxeologies, les praxeologies al voltant d'una únic tipus de tasques *T*, anomenades praxeologies *puntuals* $[\mathrm{T}_i|\ \tau_i|\theta\ |\Theta]$, que rarament viuen aïllades (Chevallard, 2007) ja que es poden agrupar al voltant d'una única tecnologia θ i d'aquesta manera s'obté una praxeologia *local* $\sum_i[\mathrm{T}_i|\ \tau_i|\theta\ |\Theta]$. De la mateixa manera les praxeologies locals es poden articular, al voltant d'una mateixa teoria Θ obtenint aleshores juntament amb d'altres praxeologies locals una praxeologia *regional* $\sum_{ij}[\mathrm{T}_{ji}|\ \tau_{ji}|\theta_j\ |\Theta]$. I al seu torn, les praxeologies regionals també es poden agrupar dins d'una organització global que contingui diversos conjunts teòrics Θ_k, que Chevallard ho anota com $\sum_{ijk}[\mathrm{T}_{kji}|\ \tau_{kji}|\theta_{kj}\ |\Theta_k]$. Per tant, en una institució *I* les praxeologies no apareixen com quelcom acabat sinó que es van construint, de fet, són el resultat d'un llarg procés d'estudi que com ja s'ha dit inclou connotacions socials i culturals. Per això, quan es vol resoldre una tasca en una institució *I*, en general sol existir una tècnica o un grup reduït de tècniques institucionalment reconegudes (Chevallard, 1999). De fet, pot passar que s'excloguin altres tècniques alternatives que pot ser que existeixin en altres institucions que no són *I*. Així es pot parlar de tècniques institucionalitzades en *I* i tècniques excloses. També les nocions de tecnologia i teoria s'han d'entendre vinculades a la institució I o persona, ja que la tecnologia és allò que per una institució I o persona compleix la funció tecnològica, és a dir, permet justificar, clarificar

una tècnica i això depèn de la institució o persona i la teoria és allò que per una institució I o persona assumeix una funció teòrica (Chevallard, 2007).

Així doncs d'aquest procés d'estudi, socialment situat en una institució determinada I, és d'on emergeixen les praxeologies matemàtiques en constant construcció. Però la pregunta és ara, quins elements i com podem descriure construcció de les OM? Aquest aspecte es tractarà al següent apartat.

La noció de praxeologia o organització didàctica (OD)

Les OD o praxeologies didàctiques responen a qüestions del tipus, com es pot estudiar una OM? Una OD serà el conjunt de tipus de tasques, tècniques, tecnologies i teories mobilitzades per docents i alumnes per a la construcció i l'estudi d'una determinada OM en una institució *I*.

Les tasques, en aquest cas, a diferència de les tasques matemàtiques, són tasques didàctiques referents a la construcció, ensenyament, aprenentatge o difusió de les OM i que requereixen de la cooperació entre diversos actors que ocupen diferents posicions en el sistema didàctic: la posició del *docent* i la de l'*alumne* (Bosch et al., 2003). Encara que pot existir l'estudi de forma individual, no és el que passa a les escoles.

El *topos* dels docents i el *topos* de l'alumnat

Així doncs, hi ha un moment en que els alumnes han de resoldre el problema plantejat per la tasca *t*, és a dir, han de construir un bloc $[\tau \mid \theta]$ on τ és una tècnica que permet realitzar almenys una tasca del tipus T al qual pertany la tasca t i la tecnologia θ, aleshores cadascun dels actors, és a dir, professorat i alumnat haurà de fer alguns gests, el conjunt dels quals constitueix el se paper en el compliment de la tasca t, gests diferenciats però coordinats per la tècnica mobilitzada conjuntament. Alguns d'aquests gests seran vistos com a tasques didàctiques. El conjunt d'aquestes tasques, s'anomena el *topos* (Chevallard, 1999). Es parlarà doncs, del topos del docent i del topos de l'alumne. Tal com assenyala Chevalard, hi ha tasques que són més pròpies del docent que de l'alumne, per exemple, la tasca de construir una correcció acostuma a quedar sota el topos del docent, mentre que produir una resposta a una tasca seria pròpia de l'alumne, però de vegades pot passar que el docent s'apropiï d'algunes tasques de l'alumne. També hi ha tasques que tot i que generalment recauen sobre el docent, com ara proposar una tasca, en un moment determinat, també pot proposar un enunciat un alumne. En una situació d'aula, tant alumnes com docents van fent gestos que

van definint el seu rol. Hi haurà fases en que l'alumne operarà amb més autonomia i d'altres en que no en tindrà tanta. Les fases en què l'alumne és l'únic actor i treballa de forma autònoma, és el conjunt de tasques que per definició constitueix el seu topos.

El medi didàctic

Chevallard (2007) descriu les pràctiques docents l'aula en els següents termes: quan en una institució I, un docent proposa una tasca *t* a un alumne x_i o grup d'alumnes X i un docent *Y = y* es genera una situació didàctica S on la qüestió ♥ és el problema o tasca a resoldre. Sovint, la qüestió d'estudi ♥ pren la forma d'una pregunta *Q*, aleshores Chevallard escriu *S(X, Y; Q)*. Sovint, per a respondre aquesta qüestió *Q*, la institució *I* disposa de respostes ja fetes, validades per la institució que s'anotaran per $R^{\diamondsuit}$, respostes a partir de les quals els alumnes intenten construir la seva pròpia resposta $R^{\heartsuit}$. Per a elaborar la resposta, els alumnes han de fer gests, però el docent també en fa. Si el docent prepara fora de l'aula la resposta $R^{\heartsuit}$, a partir d'unes respostes $R^{\diamondsuit}$que ell mateix s'encarrega de seleccionar, a partir de les quals s'arribarà a $R^{\heartsuit}$, aleshores el topos de l'alumne quedarà limitat. Es generarà un medi *M* on es la resposta serà una combinació de respostes preexistents $R_i^{\diamondsuit} \quad 1 \leq i \leq n$, per tant $R^{\heartsuit}$ acabarà essent una resposta de la forma $R^{\heartsuit} = \bigoplus_i R_i^{\diamondsuit}$. En canvi, si el docent, genera el medi apropiat, on l'alumne tingui estones de treball realment autònom, i el medi generat sigui *adidàctic* (desposseït de tota intenció), i per tant es confia a l'alumne la construcció de $R^{\heartsuit}$, aleshores, les respostes $R^{\diamondsuit}$ només seran una part del procés de construcció de $R^{\heartsuit}$ en el sistema didàctic *S(X, Y;Q)*. Chevallard, escriu aquest procés com:

$$\left(S(X, Y; Q) \rightarrow R_1^{\diamondsuit}, R_2^{\diamondsuit}, \ldots, R_n^{\diamondsuit} M'\right) \rightarrow R^{\heartsuit}$$

Al que anomena esquema herbartià.

Chevallard (2007) precisa que la resposta és una praxeologia o fragment d'una praxeologia. Per tant, el bloc tecnològic-teòric es construeix a partir de les respostes preexistents degudament elaborades o bé a partir d'altres qüestions que viuen fora de la institució *I* o bé d'una combinació d'aquestes. Chevallard (2007), també assenyala que quan el docent, prepara la resposta $R^{\heartsuit}$ fora de l'aula a partir d'unes respostes prefabricades, sovint el que passa és que en realitat la pregunta *Q* que planteja és una falsa pregunta ja que aleshores les matemàtiques esdevenen un monument que cal visitar i no una obra que els alumnes construeixen i reconstrueixen (Chevallard, 2002b, 2008). Ja que el docent porta als alumnes a la resposta desitjada que després hauran de demostrar que coneixen. En aquest cas, al final les O acaben essent la resposta $R^{\heartsuit}$, O=$R^{\heartsuit}$, que acaben desapareixent com a resposta sinó que

existeixen en elles mateixes. A aquest fenòmen Chevallard l'anomena el "monumentalisme".

Els moments didàctics

Com ja hem vist una OD s'articula amb tipus de tasques, tècniques, tecnologies i teories que segons el docent i/o la institució *I* poden ser diverses, i a més no hi ha una única forma d'organitzar una praxeologia matemàtico-didàctica, però tot i així, Chevallard (1999) considera que hi ha cert tipus de situacions que estan presents, encara que de forma variable, a les OD. Chevallard distingeix sis moments d'estudi que són els que es presenten a continuació:

1. El moment del primer encontre

És la primera trobada amb la OM que està en joc i la tasca a resoldre. Aquest encontre pot tenir lloc una o diverses vegades, en funció del medi matemàtic i didàctic generat. El primer encontre pot inscriure's en una problemàtica cultural. En aquest cas, es parteix d'una qüestió problemàtica sobre el món, per tant, l'objecte *O* a estudiar apareix relacionat amb alguna pràctica social. Però això no té perquè ser així, es pot donar el cas completament oposat, el cas que el primer encontre estigui relacionat amb algun sistema de situacions que es poden anomenar fonamentals o umbilicals, on l'actor principal és l'alumne, sinó l'únic, el qual individualment o en equip ha de fabricar una resposta a una qüestió o qüestions determinades basant-se amb les definicions prèvies ja conegudes, per tant, l'objecte d'estudi no és cap afegit a la cultura. També es pot donar el cas de situacions intermèdies, on una referencia cultural incompletament assumida es combina en graus variables amb Així doncs el primer encontre no determina completament la relació amb l'objecte, però sí que juga un paper essencial en l'economia de l'aprenentatge, és a dir, en com són les OM i les OD.

2. El moment d'exploració de la tasca i la tècnica

És el moment d'exploració d'un tipus de tasques T_i i l'elaboració d'una tècnica τ_i relativa a aquest tipus de tasques. En aquest moment l'alumne més que enfrontar-se a dificultats noves, el que realment fa és elaborar noves tècniques ja que el que està "al cor de l'activitat matemàtica" (expressió usada per Chevallard), és l'elaboració de tècniques i no pas la resolució de problemes aïllats. Així doncs, l'estudi d'un problema en particular no és un fi en si mateix sinó que és un mitjà per a la construcció d'una tècnica de resolució. Per tant, estudiar problemes és un mitjà que permet crear i posar en marxa una determinada tècnica relativa al tipus de tasques T_i, que amb el temps esdevindrà una tècnica per a resoldre gairebé de forma rutinària aquest tipus de tasques.

3. El moment de la construcció del bloc tecnològic-teòric $[\theta \mid \Theta]$ relatiu a la tècnica τ

Aquest moment està estretament relacionat amb els altres moments. Així des del moment del primer encontre amb un tipus de tasca, hi ha generalment una relació amb un entorn tecnològic-teòric anteriorment elaborat o per acabar d'elaborar que s'acaba de construir amb una relació dialèctica amb l'emergència de la tècnica.

4. El treball de la tècnica

Aquest treball ha de millorar la tècnica fent-la més eficaç i fiable, la qual cosa implica retocar la tecnologia, i a més a més cal millorar la destresa que se'n té.

5. El moment de la institucionalització

L'objectiu d'aquest moment és precisar què és exactament la OM que s'ha elaborat, diferenciant clarament els elements que no s'hi han integrat i els elements que sí que s'hi han integrat i que per tant passaran a formar part de OM considerada. És precisament el que vol aclarir un alumne quan pregunta per exemple si alguna cosa cal o no saber-la. Per tant el procés d'elaboració de la OM és el següent: es parteix d'una praxeologia puntual $[T_i \mid \tau_i \mid \theta_i \mid \Theta_i]$ construïda al voltant d'una tipus de tasques T_i que s'integra en l'organització local elaborada parcialment per a construir una praxeologia local $[T_i \mid \tau_i \mid \theta \mid \Theta]$ que al seu torn s'integrarà en una praxeologia global. Així doncs, el procés d'estudi el que fa és construir i reconstruir la praxeologia matemàtica per a enriquir-la, simplificar-la, entre d'altres.

6. El moment de l'avaluació

Aquest moment es confegeix conjuntament amb el moment de la institucionalització ja que a la pràctica arriba un moment en el que cal valorar, reflexionar i fer balanç del que s'ha fet, del que s'ha elaborat, el que s'ha après, del que val ja que això és el que acaba configurant la praxeologia.

Aquests moments són útils per a poder analitzar processos didàctics (Chevallard, 1999). Ara bé, com que els processos d'estudi no són lineals, aquests moments han de ser entesos no en un sentit cronològic sinó en un sentit de la dimensió de l'activitat (Bosch et al., 2003). De fet, cada moment es pot presentar en diferents temps, tantes vegades com faci falta al llarg del procés d'estudi i inclús alguns poden aparèixer de forma simultània. El que és important no és l'ordre en que es realitzen els diferents moments del procés d'estudi sinó les relacions que s'estableixen entre ells. Segons com s'integren els moments didàctics que apareixen, Bosch i Gascón (2002) parlen de OD clàssiques, OD empiristes i OD constructivistes. Les OD

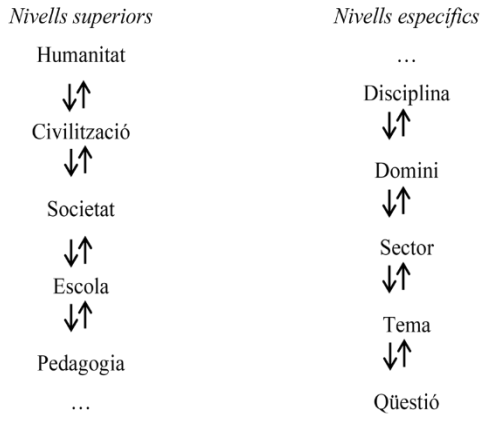
clàssiques combinen moments tecnològic-teòrics i tècnic del treball i es caracteritzen entre d'altres coses per una banalització de l'activitat de resolució de problemes. Després hi ha les OD empiristes que el que fan és integrar moments de treball exploratori i de treball de la tècnica, en aquest cas, aquestes OD atribueixen un paper preponderant a la resolució de problemes basada en la imitació i pràctica, ja que només s'aplica la tècnica, no es construeix sinó que s'aplica. Finalment les OD constructivistes, on simultàniament hi ha moments tecnològic-teòrics i exploratoris. Es caracteritzen per contextualitzar l'activitat de resolució de problemes en una activitat més àmplia de construcció del coneixement, per tant el procés de construcció del coneixement és un procés actiu a partir d'uns coneixements previs i unes restriccions específiques. Per tant la OD-OM generada dependrà de com s'estructuren les qüestions matemàtiques a estudiar i les maneres d'organitzar el seu estudi.

Els nivells de codeterminació didàctica de les OM i les OD.

El que s'ensenya a l'escola és el resultat d'un procés complex de transposició didàctica de certs coneixements, l'origen dels quals és lluny de les aules. Com a resultat, es determinen un conjunt de condicions que poden afavorir i de restriccions que dificulten l'ensenyament i l'aprenentatge de certs sabers (la numeració, els triangles, etc.), delimitant el que pot (i no pot) succeir a les escoles i aules i, eventualment, allò que pot ser efectivament après pels estudiants. Per analitzar aquest conjunt de condicions i restriccions, Chevallard (2002) introdueix l'escala de nivells de determinació didàctica (vegeu la Figura 1.1) que

Figura 1.1:

Nivells de codeterminació didàctica de Chevallard (2002b)



Els nivells superiors de *civilització* i *societat* es refereixen a les condicions que s'estableixen a la nostra societat o en diverses societats per la civilització a què pertanyen. El nivell escola

inclou les condicions i les restriccions que depenen de la institució docent on té lloc el procés d'ensenyament i aprenentatge. El nivell de pedagogia inclou recursos i estratègies comunes a les diferents disciplines (matemàtiques, llengua, etc.) que els docents i els alumnes usen en aquest procés. El nivell de disciplina pren en consideració les condicions i restriccions directament relacionades amb el contingut general que s'ensenya, en aquest cas, les matemàtiques ja que cada disciplina en té l'especificitat. I dins de les matemàtiques pot ser que les condicions i restriccions s'estableixin a nivell de domini, és a dir, de geometria, càlcul, etc., o bé a nivell de sector, per exemple, el càlcul escrit, o bé a nivell de tema, per exemple, divisions on el divisor té dues xifres. Finalment, hi ha les qüestions o tasques concretes plantejades pel docent.

Aquest esquema s'ha d'interpretar de la següent manera, per a transmetre coneixements sobre una determinada qüestió, que estarà situada al nivell més baix de l'escala, s'ha de recórrer un camí que comença a la societat, continua a la institució *I*, en el cas d'aquesta tesi una escola de primària, segueix a l'àrea de les matemàtiques (disciplina) en la que s'estudia la qüestió, dins d'un sector de l'àrea de matemàtiques i en un determinat tema del sector. A cada etapa van apareixen condicions i restriccions que acaben definint què és possible i què no és possible per a estudiar la qüestió considerada.

En general, quan un docent pensa i programa una classe, no pensa en els nivells superiors de l'escala de codeterminació, la qual cosa fa que la qüestió que proposa per a ser estudiada queda reclosa a nivell temàtic. A aquest fenomen Chevallard (1999) l'anomena autisme temàtic del docent. Així doncs, les qüestions a ser estudiades a l'escola sorgeixen dels nivells més baixos de codeterminació i queden descontextualitzades de les situacions que els podrien donar sentit. La qual cosa provoca que les qüestions que s'estudien a l'escola deixin de tenir sentit, és a dir, han perdut la seva raó de ser, ja no se sap perquè ni per a què s'estudien.

Capítol 2

Metodologia

En aquest capítol es descriu el procés d'investigació i les aproximacions teòriques i metodològiques que s'han anat dut a terme. Primer es presenta la problemàtica a investigar, el qual es concreta en tres preguntes d'investigació. Per cadascuna d'aquestes preguntes d'investigació es detallen els objectius, les decisions preses i la metodologia emprada, usant com a marc teòric principal en de la Teoria Antropològica del Didàctic, inaugurada per Yves Chevallard, tal com s'exposa en el capítol 1.

2.1. Objectius i preguntes de recerca

A la introducció s'ha fet una breu revisió d'algunes qüestions clau de l'ensenyament i aprenentatge a les aules multigrau i s'han evidenciat, entre d'altres, les següents restriccions: falta de formació inicial (Ruiz i Ruiz Gallardo, 2017), falta de formació permanent (Lataille-Démoré, 2007), manca de materials i recursos específicament dissenyats per aquest tipus d'aules (Boix i Bustos, 2014; Mulray-Kyne, 2007). Per a superar aquestes restriccions i d'altres que encara es desconeixen, seria desitjable, per exemple, poder dissenyar i implementar alguna proposta formativa per a l'escola multigrau. En absència de propostes clares de formació en i per a aquest context educatiu, es fa necessari adoptar un marc teòric que aporti eines teòriques i metodològiques apropiades per aproximar l'ensenyament i aprenentatge en aules multigrau i, en particular, l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques. En conseqüència, ens plantegem com a punt de partida el següent problema docent:

PD: Quin tipus de matemàtiques es proposen en les aules multigrau? Quines són les activitats, els materials i les estratègies que els docents usen en les aules multigrau?

Aquesta recerca s'emmarca en la TAD, considerarem per tant, a partir del problema docent prèviament delimitat, la dimensió epistemològica relativa a l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques, on ens qüestionem sobre quin model epistemològic dominant (en el sentit de, Bosch i Gascón, 2006) té la institució docent multigrau sobre els coneixements matemàtics que cal ensenyar. Així com considerarem la dimensió ecològica (Chevallard, 2002) d'aquest problema docent, és a dir, posarem especial èmfasi en quines són les condicions institucionals que s'estableixen i quines són les restriccions que afecten o dificulten l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques en escoles multigrau.

Per tant, partint del problema docent plantejat i, tenint en compte tant la seva dimensió epistemològica com ecològica, el problema de recerca integra les següents preguntes:

PR1. Quins són els temes investigats en relació amb l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques a escoles multigrau? Quins són els objectius i resultats principals d'aquests estudis?
Quines condicions es detecten en aquests estudi sobre l'aprenentatge i l'ensenyament de les matemàtiques en escoles multigrau i quines restriccions revelen? En quins nivells de l'escala de codeterminació matemàtic-didàctica (segons Chevallard, 2002) es poden situar aquest conjunt de condicions i restriccions?

PR2. Quin tipus de dificultats o restriccions posen de manifest els docents d'educació infantil i primària d'escoles multigrau, quan són interrogats en primera persona? En quins termes formulen aquestes dificultats i en quins nivells de codeterminació matemàtic-didàctica es poden situar?

PR3. Situant-nos en una escola multigrau concreta, amb certes condicions que aquesta institució estableix, quines característiques tenen les organitzacions matemàtiques que es proposen per a ser ensenyades al llarg de tota l'etapa de primària? Quines formes d'ensenyar es planifiquen per a les aules multigrau? Més concretament, quines praxeologies matemàtiques i didàctiques es proposen en relació a les matemàtiques a ser ensenyades a llarg de primària d'aquesta escola multigrau?

Qüestions de recerca que es concreten en els següents objectius:

O1. Conèixer i analitzar la recerca feta en els últims 10 anys en relació a l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques en aules multigrau i identificar quins elements o condicions de l'aprenentatge i l'ensenyament de les matemàtiques s'analitzen en aquests estudis per situar a quin nivell de codeterminació matemàtic-didàctica de pertanyen.

O2. Conèixer i identificar les dificultats i problemes que tenen els docents d'escoles multigrau per a ensenyar matemàtiques i a quin nivell de codeterminació matemàtic-didàctic apareixen.

O3. Seleccionar una escola multigrau i descriure i analitzar les praxeologies matemàtiques i didàctiques que s'hi proposen al llarg de tota l'etapa de primària.

2.2. Metodologia O1: Anàlisi de la recerca realitzada sobre l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques en aules multigrau

Per abordar el primer objectiu, la metodologia usada ha estat la revisió sistemàtica. Aquesta té com a objectiu identificar, avaluar i sintetitzar tots els estudis rellevants sigui quin sigui el seu disseny, per respondre una pregunta o preguntes en particular. A més a més, és un bon mètode per a delimitar àrees d'incertesa i identificar-ne d'altres en les que s'ha investigat poc o gens, però en les que caldrien nous estudis (Petticrew i Roberts, 2006). Per tal de dur a terme aquesta revisió sistemàtica s'han seguit les directrius de PRISMA (Page et al., 2021) i les recomanacions proposades per Alexander (2020) i Azril et al. (2020) per a l'elaboració de revisions sistemàtiques de qualitat. A les seccions següents es detallen els criteris d'inclusió, la delimitació dels criteris de cerca, les investigacions que s'han identificat, les que s'han inclòs o exclòs, així com els motius de les exclusions.

2.2.1. Criteris d'inclusió

Tenint en compte els objectius de la revisió sistemàtica, els criteris d'inclusió de les investigacions són següents:

1. Que siguin estudis publicats entre l'1 de gener del 2010 i el 18 d'octubre del 2022
2. Que siguin estudis en qualsevol dels idiomes: anglès, castellà, francès, alemany o portuguès.
3. Que siguin de les bases de dades *Scopus* i *Web of Science* per ser les més rellevants en l'àmbit educatiu.
4. Que siguin estudis realitzats en l'àmbit educatiu.
5. Que siguin estudis realitzats en aules multigrau.
6. Que siguin estudis sobre l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques.

7. Que siguin investigacions de les etapes d'infantil i/o primària.

2.2.2. Delimitació dels criteris de cerca

La delimitació dels criteris de cerca no ha estat immediat perquè, com ja s'ha comentat a la introducció, el terme multigrau es refereix a aquelles aules on un docent ensenya a alumnes de dos o més cursos al mateix temps (Cornish, 2006; Hargreaves et 2001; Lloyd, 1999; Little, 2001; Veenman, 1995), segons els països i autors, s'usen altres paraules i expressions, a banda del terme multigrau per referir-se a aquest tipus d'ensenyament, incloent-hi a més, alguns matisos en la definició. Aquestes diferències en la definició solen reflectir diferències motivacionals, organitzatives i temporals. Fem un repàs a les diferents maneres d'anomenar l'educació multigrau.

Dos dels termes més utilitzats per referir-se a aquest tipus d'ensenyament són multigrau i multiedat. Encara que alguns investigadors fan servir aquests termes com si fossin sinònims, altres els diferencien (Little, 2001). Little indica quan és o no és adient utilitzar multigrau i multiedat com a sinònims. Als països industrialitzats, la gran majoria dels alumnes entren a l'escola a l'edat oficial i la majoria passen de grau sense repetir, per tant, les edats per curs i any són les mateixes, cosa que fa que sigui adient fer servir indistintament multigrau i multiedat. En canvi, a molts països en vies de desenvolupament, els alumnes entren a l'escola a una edat superior a l'oficial i a més a més, el nombre de repetidors pot ser elevat, cosa que fa que el rang d'edats en una mateixa classe pugui ser ampli. En aquestes circumstàncies, fer servir els termes multigrau i multiedat com a sinònims no seria el més adient.

Si ens centrem ara, en el terme multigrau, no hi ha coincidència entre les definicions dels diferents autors. Mentre Cornish (2006) i Little (2001) anomenen aules multigrau tant a les que es creen per necessitat com a les que es creen amb intenció pedagògica, altres autors consideren que només són aquelles que es creen per necessitat, és a dir, que es creen per raons administratives o econòmiques (Hargreaves et al., 2001; Lloyd, 1999; Veenman, 1995). Per això Hargreabes et al., (2001) assenyala que el terme classe combinada (*combination class)* és una bona alternativa a multigrau (Hargraves et al., 2001) i per això, molts autors fan servir indistintament aquests dos termes (Lloyd, 1999). Les classes multigrau creades per necessitat, a banda d'anomenar-se classes combinades (Cornish, 2006; Hargreaves et al.,

2001; Lloyd, 1999; Little, 2001; Veenman, 1995) també poden rebre el nom de classes compostes, o classes d'edat mixta (*composite class*, *mixed-age class*) (Lloyd, 1999), classe dividida (*split class)* (Lloyd, 1999; Mason i Burns, 1997) o bé classes dobles o classes múltiples (*double class, multiple class) (Mason i Burns, 1997).* A més a més, Lloyd (1999) fa dues puntualitzacions en referència al nombre de cursos en una mateixa aula i a l'organització de l'aula. A les classes multigrau hi sol haver alumnes de tres o més cursos mentre que a les classes combinades hi sol haver alumnes de dos cursos. I pel que fa a l'organització de l'aula, mentre que el terme multigrau no implica res definitiu sobre l'organització de l'aula, a les classes combinades s'ensenya, com a mínim una part del temps com a cursos separats.

En canvi, el terme classe multiedat, es fa servir per referir-se a classes que han triat aquesta forma d'agrupar els alumnes per raons pedagògiques, és a dir, per elecció (Hargreaves et al., 2001, Lloyd, 1999; Veenman, 1995), de vegades pels seus beneficis educatius percebuts (Veenman, 1995). Aquestes classes estan formades per nens de diverses edats. Normalment l'interval d'edats sol ser de tres anys o més (Lloyd, 1999). Les classes multiedat també es poden anomenar classes agrupades verticalment i classes familiars (*vertically grouped class and family class)* (Hargreaves et al., 2001, Lloyd, 1999). En aquestes classes els alumnes es mantenen diversos anys i el docent no considera els nens, membres d'un curs concret sinó membres d'una mateixa classe i basa l'ensenyament en el propi judici sobre el desenvolupament de cada nen. Per tant, els alumnes treballen a diferents nivells en diferents assignatures (Lloyd, 1999).

Un altre terme relacionat amb l'educació multigrau, és el terme rural. Respecte a aquest terme, cal tenir en compte que, encara que a Espanya, les escoles rurals són majoritàriament multigrau, també n'hi ha que no ho són, cosa que també passa a d'altres països (Blanco et al., 2020), és a dir, una escola rural no és necessàriament multigrau.

Per tant, feta aquesta revisió terminològica en relació amb l'educació multigrau, hem exclòs de la recerca el terme rural, encara que hem inclòs els termes escola unitària i escola d'un docent ja que hi ha escoles rurals multigrau amb un o dos docents (Lloyd, 1999) i hem inclòs tots els termes descrits als paràgrafs anteriors, ja que tots ells impliquen tenir en una mateixa aula, alumnes de com a mínim dues edats biològiques diferents. A la Taula 2.1 es detallen totes les cerques que hem realitzat en els camps títol del document, resum i paraules clau, que

hem combinat amb el boleà OR:

Taula 2.1:

Cerques realitzades a les webs Scopus i Web of Science

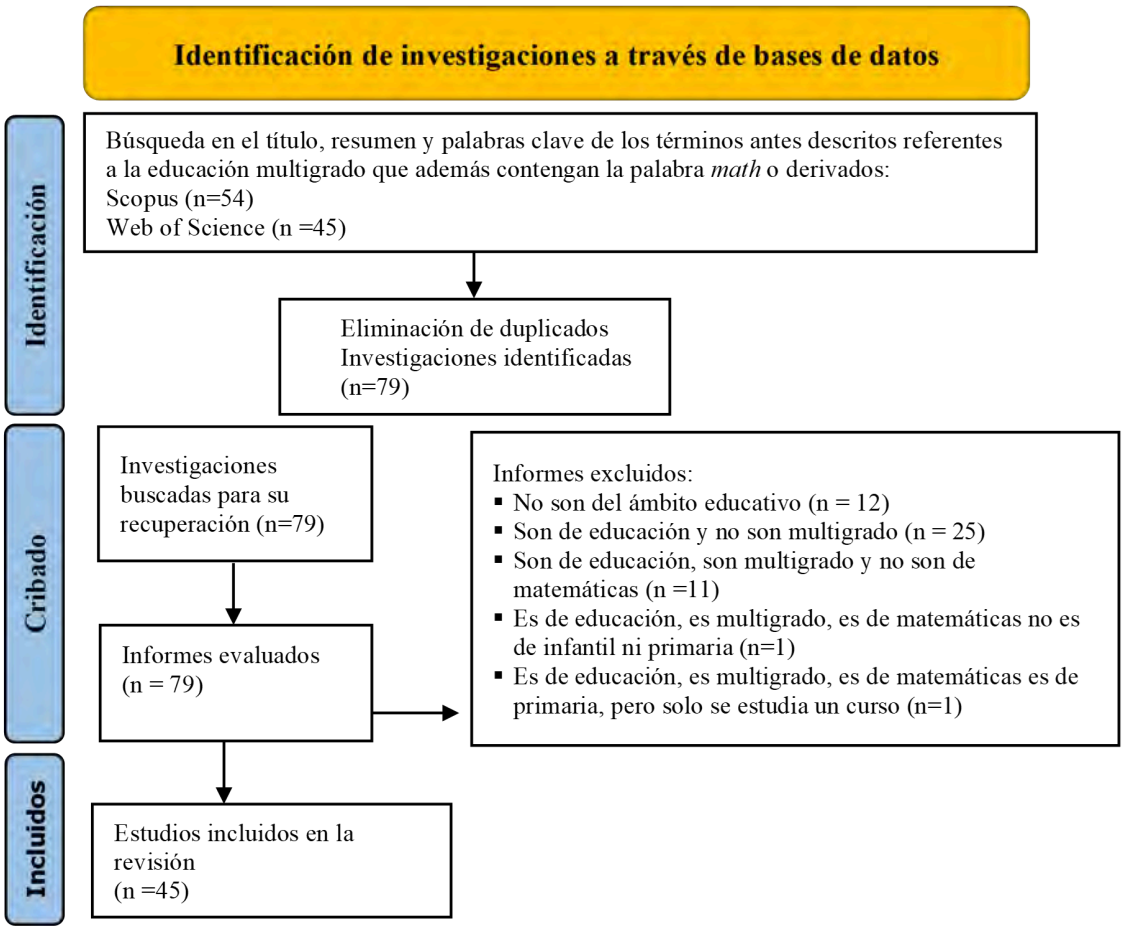
1.	**Multigrade** AND (class OR classes OR classroom OR classrooms OR school OR schools OR group OR groups OR grouping OR teach* OR environment OR education)
2.	**Multi-grade** AND (class OR classes OR classroom OR classrooms OR school OR schools OR group OR groups OR grouping OR teach* OR environment OR education)
3.	**Multiage** AND (class OR classes OR classroom OR classrooms OR school OR schools OR group OR groups OR grouping OR teach* OR environment OR education)
4.	**Multi-age** AND (class OR classes OR classroom OR classrooms OR school OR schools OR group OR groups OR grouping OR teach* OR environment OR education)
5.	"**split class**" OR "**split classes**" OR "**composite class**" OR "**composite classes**" OR "**combined class**" OR "**combined classes**" OR "**combination class**" OR "**combination classes**" OR "**double class**" OR "**double classes**" OR "**mutliple class**" OR "**mutliple classes**") AND TITLE-ABS-KEY (education OR school OR schools OR teach* OR student OR students OR classmate OR classmates OR pupils)
6.	("**split classroom**") OR ("**split classrooms**") OR ("**composite classroom**") OR ("**composite classrooms**") OR ("**combined classroom**") OR ("**combined classrooms**") OR ("**combination classroom**") OR ("**combination classrooms**") OR ("**double classroom**") OR ("**double classrooms**") OR ("**multiple classroom**") OR ("**multiple classrooms**)
7.	"**mixed year**" AND (class OR classes OR classroom OR classrooms OR school OR schools OR teach* OR student OR students OR classmate OR classmates OR pupuls)
8.	("**family class**" OR "**family classes**") AND (education OR school OR schools OR teach* OR student OR students OR classmate OR classmates OR pupils)
9.	"**family classroom**" OR "**family classrooms**" OR "**unitary school**" OR "**unitary schools**" OR "**one teacher school**" OR "**one teacher schools**" OR "**vertically grouped class**" OR "**vertically grouped classes**" OR "**vertically grouped classroom**" OR "**vertically grouped classrooms**"
10.	("**vertical group**" OR "**vertical groups**") AND (education OR school OR schools OR teach* OR student OR students OR classmate OR classmates OR pupils)
11.	("**mixed-age class**" OR "**mixed-age classes**" OR "**mixed age class**" OR "**mixed age classes**") AND (education OR school OR schools OR teach* OR student OR students OR classmate OR classmates OR pupils)
12.	("**mixed-age group**" OR "**mixed-age groups**" OR "**mixed-age grouping**" OR "**mixed age group**" OR "**mixed age groups**" OR "**mixed age grouping**") AND (education OR school OR schools OR teach* OR student OR students OR classmate OR classmates OR pupils)
13.	"**mixed-age teaching**" OR "**mixed age teaching**" OR "**mixed-age classroom**" OR "**mixed age classroom**" OR "**mixed-age classrooms**" OR "**mixed age classrooms**"

Atès que la revisió sistemàtica pretén centrar-se en l'àmbit de l'educació matemàtica, paral·lelament hem realitzat la cerca "math*" també als camps títol del document, resum i paraules clau, per localitzar tots els documents de l'àmbit matemàtic. Finalment hem combinat la primera cerca amb la segona, amb el booleà AND a cadascuna de les bases de dades.

Un cop finalitzat aquest procés hem localitzat 45 investigacions a la base de dades *Web of Science* i 54 a *Scopus*. Hem utilitzat *Mendeley* per combinar ambdues cerques i eliminar duplicats resultant un total de 79 documents. Per decidir-ne l'elegibilitat, hem revisat en primer lloc els títols, després els resums i, en cas de ser necessari, la mostra de l'estudi, aplicant els criteris d'inclusió. Fent aquesta revisió hem desestimat un total de 49 documents, i han quedat inclosos un total de 29, com es pot observar al següent diagrama de flux de la

Figura 2.2:

Diagrama de flux segons PRISMA (Page et al., 2021)



2.2.3. Primer anàlisi i codificació de les dades

Posteriorment s'ha procedit a codificar els estudis trobats per a la posterior revisió i anàlisi amb el programari Atlas.ti versió 9. Els 29 documents a text complet, s'han carregat al programa. Una vegada donada la primera pregunta de recerca d'aquesta cerca sistemàtica, identifiquem quins són els temes investigats en relació amb l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques a les escoles multigrau. Hem agrupat els estudis en categories, seguint la proposta de Kuckartz (2014). En primer lloc, hem creat una matriu de dades (*thematic matrix)* segons Kuckartz (2014) (veure annexes pàgina 3), on a cada fila hi havia la informació de cada estudi, i a les columnes, informació sobre els atributs següents (a) què o a qui s'estudia (documentació, alumnes, docents…), (b) l'objectiu d'estudi i (c) les dades recollides. A continuació, hem construït les diferents categories, és a dir, els estudis agrupats

per tipus segons les semblances, tenint en compte els atributs de la matriu de dades. Els estudis de cada categoria han de ser tan semblants com sigui possible i les diferents categories han de ser tan diferents i tan heterogènies com sigui possible (Kuckartz, 2014).

Seguint aquest procediment hem classificat els estudis en cinc categories tal i com es pot veure a la Taula 2.2.

Taula 2.2:

Taula que mostra a quina categoria pertany cada estudi

Ansari (2017)	Rendiment	Knijik & Wanderer (2015)	Documents
Ansari & Purtell (2018)	Rendiment	Lissabet Rivero (2019)	Documents
Bell et al. (2013)	Rendiment	Lissabet Ribero (2018)	Documents
Block et al. (2015)	Pràctica d'aula	Ma et al. (2020)	Pràctica d'aula
Block et al. (2019)	Pràctica d'aula	Magallanes et al. (2020)	Pràctica d'aula
Brunner (2017)	Professorat	Myre-Bisaillon (2017)	Pràctica d'aula
Bustamante-Valdés (2021)	Documents	Quail & Smyth (2014)	Rendiment
Capellán et al. (2022)	Rendiment	Russo & Hopkins (2019)	Pràctica d'aula
Checci et al. (2018)	Rendiment	Sawatski & Sullivan (2018)	Pràctica d'aula
Friesen (2017)	Professorat	Sempé (2015)	Rendiment
Hayden (2018)	Pràctica d'aula	Thoren et al. (2019)	Rendiment
Hernández (2018)	Rendiment	Vásquez (2012)	Rendiment
Jiménez & Riaño (2019)	Pràctica d'aula	Williams et al. (2021)	Pràctica d'aula
Knijik & Junges (2014)	Família i escola	Zúniga (2018)	Rendiment

1. Rendiment (11 investigacions): investigacions que analitzen el rendiment dels alumnes d'aules multigrau utilitzant un test o algun tipus de prova.
2. Pràctica d'aula (10 investigacions): investigacions que analitzen algun aspecte d'una activitat matemàtica que es fa en una aula multigrau en una o més sessions.
3. Professorat (2 investigacions): aquest grup està format per investigacions que entrevisten docents d'escola multigrau per conèixer les seves opinions en relació amb diferents aspectes de l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques en aquest context.
4. Documents (4 investigacions): investigacions que analitzen algun tipus de documentació, per exemple, llibres de text.
5. Família i escola (1 investigació): en aquest darrer grup tan sols hi ha una investigació i entrevista pares i mares d'alumnes d'aules multigrau en relació amb els deures de matemàtiques dels seus fills.

En examinar els estudis de la categoria rendiment amb més deteniment, hem comprovat que

en tots s'analitza tant el rendiment en matemàtiques com el rendiment en llengua, excepte a Hernández (2018). També hem observat que, en 6 dels documents es compara el rendiment dels alumnes d'aules multigrau, amb els alumnes d'aules d'un sol curs, i en 5 documents no es fa la comparativa, sinó que s'estudia quins efectes tenen els diversos aspectes de la pràctica educativa en el rendiment dels alumnes escolaritzats a les aules multigrau.

I en el cas dels estudis de la categoria pràctica d'aula, es va constatar que aquests eren diferents i que eren heterogenis pel que fa als objectius de recerca, com es pot observar a la Taula 2.3.

Taula 2.3:

Taula que mostra els objectius de recerca dels estudis de la categoria pràctica d'aula

	Objectius	Paraules clau
Block et al. (2015)	Analitzar les interaccions entre els alumnes i entre els alumnes i la mestra	Interaccions
Block et al. (2019)	Analitzar les interaccions entre els alumnes i entre els alumnes i la mestra	Interaccions
Hayden (2018)	Analitzar l'actitud, les opinions i el rendiment dels alumnes.	Actitud, Opinions, Rendiment
Jiménez i Riaño (2019)	Rol de la llengua materna en la construcció de coneixement matemàtic	Rol de la llengua materna
Ma et al. (2020)	Analitzar l'actitud i el rendiment dels alumnes.	Actitud, Rendiment
Magallanes et al. (2020)	Analitzar el rendiment dels alumnes	Rendiment
Myre-Bisaillon (2017)	Analitzar les opinions dels alumnes i mestres	Opinions
Russo i Hopkins (2019)	Analitzar el rendiment dels alumnes	Rendiment
Sawatski i Sullivan (2018)	Analitzar com els alumnes resolen un problema financer que implica matemàtiques i qüestions socials.	Resolució de problemes
Williams et al. (2021)	Analitzar el rendiment dels alumnes	Rendiment

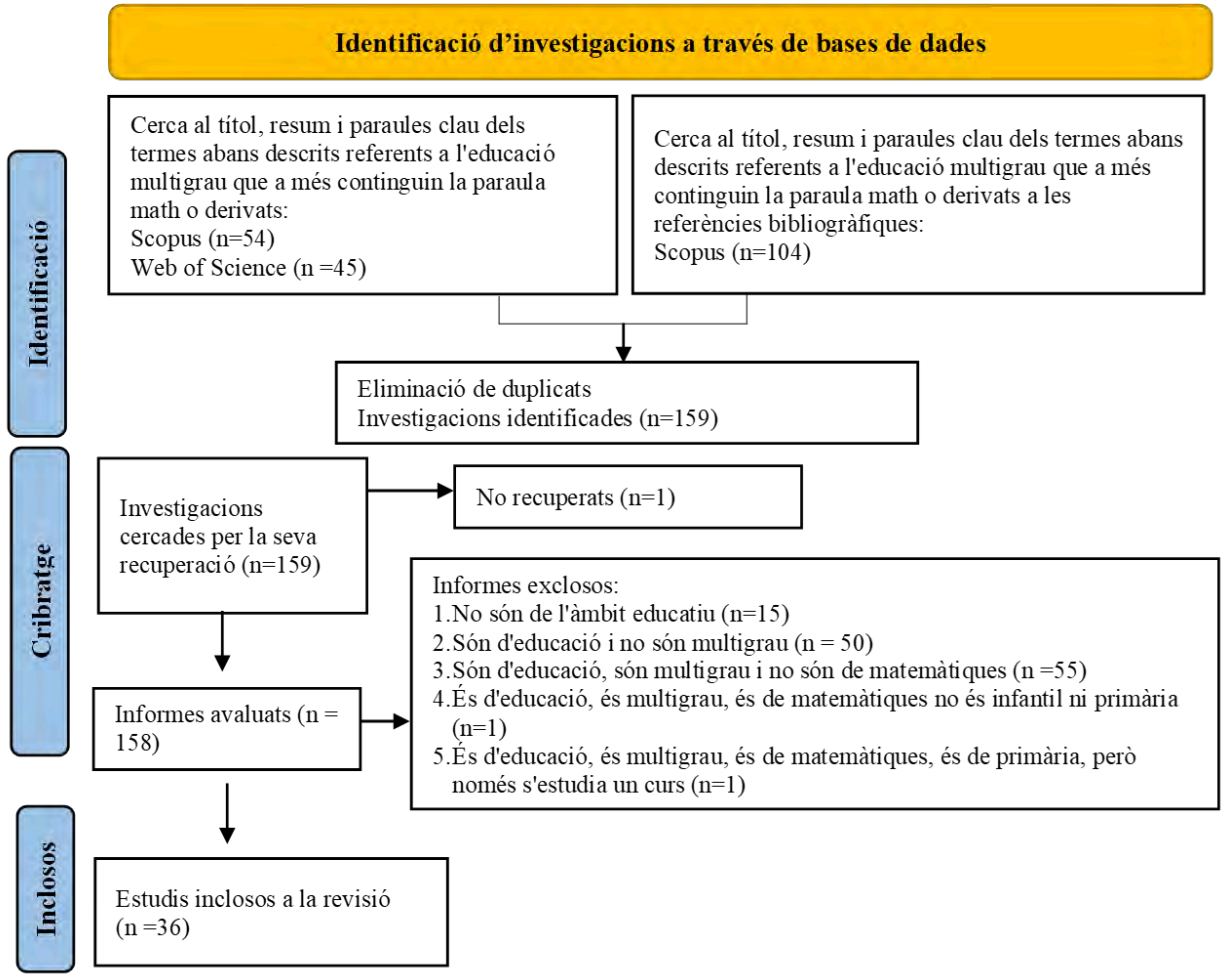
Per tant, els documents, a més a més de ser de categories molt diferents, dins d'una mateixa categoria també són diversos. En aquests casos, com exemplifica Alexander (2020), aquests grups i subgrups de documents es poden tractar per separat a l'hora d'extreure'n conclusions. Però el problema és que en tres categories, tan sols hi ha respectivament, una, dues i tres investigacions, i a la categoria pràctica d'aula les investigacions són molt diverses. Per tant, s'han considerat les recomanacions d'Alexander (2020), d'allargar la cerca ja que és difícil arribar a conclusions per categories amb tan poques investigacions d'una mateixa temàtica.

2.2.4. Ampliació de la cerca

Per tant, s'ha realitzat una segona cerca a la base de dades *Scopus*, usant la mateixa cerca explicitada a la Taula 1. La diferència és que aquesta vegada la cerca "math*" es realitza en les referències del document, ja que de vegades la paraula matemàtiques no apareix ni al títol, ni al resum ni a les paraules clau, però la investigació sí que té a veure amb les matemàtiques. No s'ha pogut fer aquesta mateixa cerca a la base de dades *Web of Science* ja que no ho permet. Aquesta cerca ha produït un resultat de 104 documents. Aquests documents s'han sumat als 79 documents de la primera cerca i després d'eliminar duplicats hem obtingut un total de 159 documents. Igual que abans, per decidir-ne l'elegibilitat, s'han revisat primer els títols, després els resums, i quan ha estat necessari la mostra de l'estudi aplicant els criteris d'inclusió. S'han pogut revisar tots els documents excepte un ja que ha estat impossible accedir-hi. Fent aquesta revisió s'han desestimat 15 investigacions perquè no eren estudis de l'àmbit educatiu, 50 perquè tot i ser de l'àmbit educatiu no es desenvolupaven a les aules multigrau. En 54 casos les investigacions eren de l'àmbit educatiu, es desenvolupaven a les aules multigrau però l'objecte d'estudi no eren les matemàtiques. En un dels casos s'ha desestimat la investigació d'aules multigrau i de matemàtiques, però exclusivament d'educació superior. En un altre cas, s'ha desestimat perquè, encara que la investigació es duia a terme amb alumnes de 1r, 2n i 3r curs de primària, només s'estudiava els alumnes de 3r curs i els alumnes dels altres cursos feien altres activitats que no eren de matemàtiques i no interactuaven amb els alumnes estudiats, per tant, seria allò que Coladarci (2007) anomena un fet observat accidentalment en un context rural que no ofereix conclusions sobre l'educació matemàtica multigrau. Finalment, les investigacions seleccionades han estat 37 d'un total de 104 examinades. Tot aquest procés de cerca aquí descrit es pot veure al diagrama de flux de la Figura 5.3**.**

Figura 2.3:

Diagrama de flux segons PRISMA (Page et al., 2021)



Igual que a la primera cerca, s'han classificat els documents segons les categories: rendiment, pràctica d'aula, professorat, documents i família i escola, com es pot veure a la Taula 2.4, on s'han assenyalat de color gris fosc els documents que ha aportat aquesta nova cerca respecte a l'anterior:

Taula 2.4:

Taula que mostra a quina categoria pertany cada estudi on s'han assenyalat els articles afegits a la segona cerca

Ansari (2017)	Rendiment	Knijik i Wanderer (2015)	Documents
Ansari i Purtell (2018)	Rendiment	Lissabet Rivero (2019)	Documents
Bell et al. (2013)	Rendiment	Lissabet Ribero (2018)	Documents
Block et al. (2015)	Pràctica d'aula	Luschei i Zubaidah (2012)	Professorat
Block et al. (2019)	Pràctica d'aula	Ma et al. (2020)	Pràctica d'aula
Bongala et al. (2020)	Professorat	Magallanes et al. (2020)	Pràctica d'aula
Brunner (2017)	Professorat	Munser-Kiefer et al. (2022)	Rendiment
Bustamante-Valdés (2021)	Documents	Myre-Bisaillon (2017)	Pràctica d'aula
Bustos (2010)	Professorat	Quail i Smyth (2014)	Rendiment
Capellán et al. (2022)	Rendiment	Russo & Hopkins (2019)	Pràctica d'aula
Casserly et al (2019)	Professorat	Sawatski i Sullivan (2018)	Pràctica d'aula
Checci et al. (2018)	Rendiment	Sempé (2015)	Rendiment
Friesen (2017)	Professorat	Smit i Engeli (2014)	Professorat
Hayden (2018)	Pràctica d'aula	Thomas (2012)	Rendiment
Hernández (2018)	Rendiment	Thoren et al. (2019)	Rendiment
Jiménez i Riaño (2019)	Pràctica d'aula	Vásquez (2012)	Rendiment
Khudadad i Mickelson (2021)	Rendiment	Williams et al. (2021)	Pràctica d'aula
Knijik i Junges (2014)	Família i escola	Zúniga (2018)	Rendiment

En conseqüència, el nombre de documents de la categoria Professorat va augmentar en 5 investigacions més i els de la categoria rendiment en 3 més, tal com es pot apreciar a la taula següent:

Taula 2.5:

Taula que mostra el nombre d'estudis de cada categoria a la primera i segona cerca

	Primera cerca	Segona cerca
Rendiment	11	14
Pràctica d'aula	10	10
Professorat	2	7
Documents	4	3
Família i escola	1	1
	28	36

Però malgrat haver localitzat aquests 8 documents amb aquesta nova cerca, la categoria pràctica d'aula seguia estant formada per articles que investiguen elements molt diversos de la pràctica d'aula i en la categoria professorat tan sols 2 de les 7 investigacions eren exclusivament de matemàtiques: Brunner (2017) i Friesen (2017).

Per aquest motiu, arribats a aquest punt, s'han seguit les recomanacions d'Alexander (2020) i Azril et al., (2020), de cercar més enllà dels resultats de les bases de dades per obtenir més articles que aportin informació rellevant. Les estratègies han estat dues. D'una banda, s'ha consultat l'historial de publicacions d'Esther Brunner i Rachel-Ann Friesen (Alexander, 2020), atès que en tots dos casos les investigacions identificades a les bases de dades d'aquestes autores eren exclusivament de matemàtiques. D'altra banda s'ha realitzat una recerca cap enrere (Alexander, 2020, i Azril et al., 2020), és a dir, s'han identificat i examinat per a la seva elegibilitat, algunes de les referències de les investigacions esmentades als documents de la cerca sistemàtica.

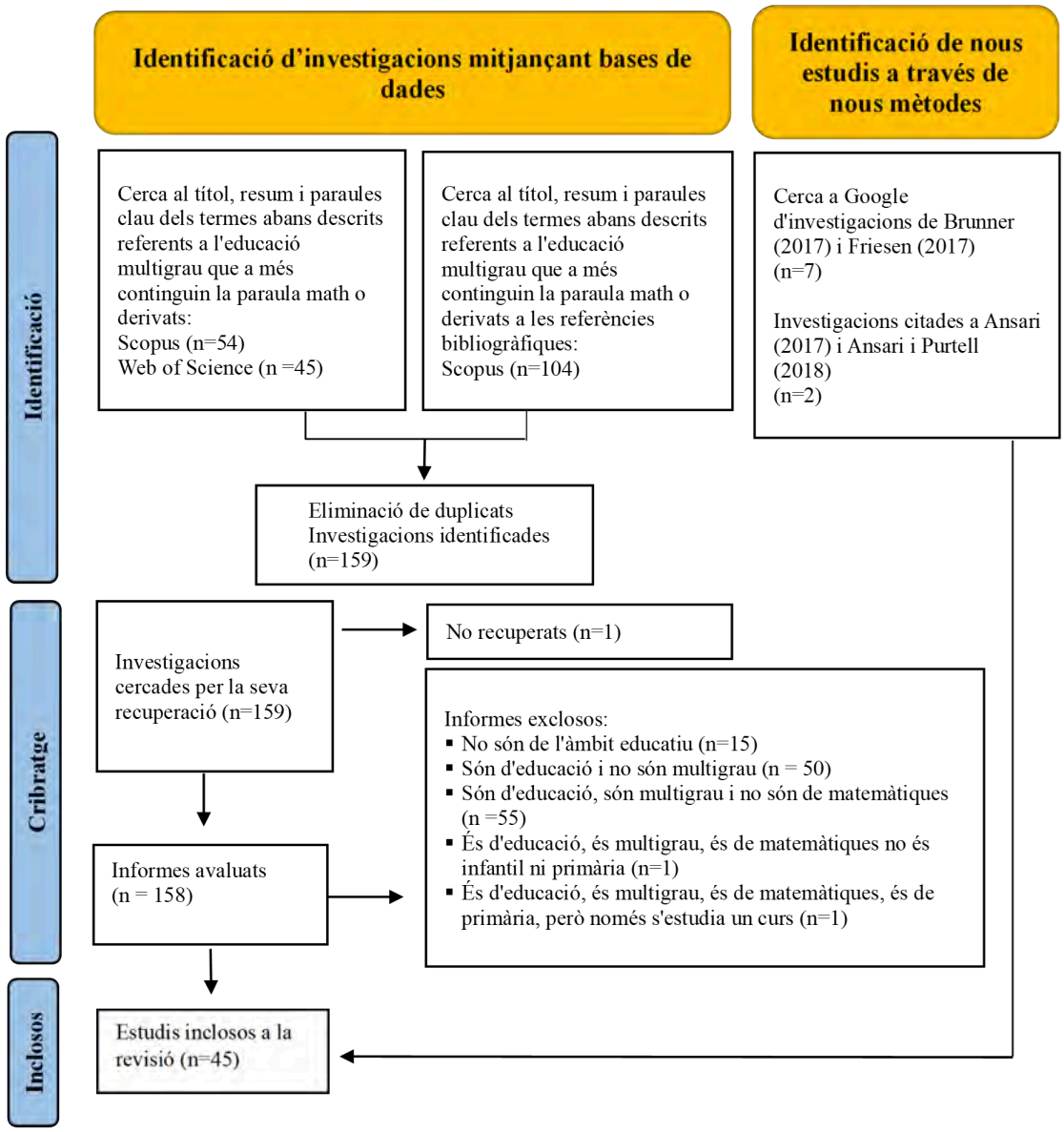
Gràcies a la consulta de l'historial de publicacions de les autores Esther Brunner i Rachel-Ann Friesen s'han localitzat 7 estudis que aporten informació rellevant a aquesta cerca sistemàtica, 3 de la categoria professorat i 4 de la categoria pràctica d'aula, sobre interaccions entre els alumnes i entre els alumnes i la professora. Els de la categoria professorat són, Brunner i Imhof (2017) que complementa la informació de Brunner (2017), i Friesen i Ludes-Adamy (2019) i Friesen et al., (2018) que complementa la informació de Friesen (2017). Els de la categoria pràctica d'aula són Friesen (2020), Friesen i Shütte (2018), Friesen i Shütte (2020) i Friesen et al., (2019) que corresponen a dues investigacions diferents.

D'altra banda, es va realitzar una cerca cap enrere, ja que, en la categoria de rendiment, subcategoria dels estudis que no són una comparativa entre multigrau i monograu, hi havia tan sols dos documents que analitzaven quins efectes té la composició de l'aula a infantil: Ansari i Purtell (2018) i Bell et al., (2016). Ansari i Purtell (2018) cita dos estudis estretament relacionats amb la seva investigació: Ansari et al., (2016) i Purtell i Ansari (2018). I, alhora, aquests tres estudis citen Bell et al., (2018) ja que els 4 estudis es duen a terme als Estats Units, usant la mateixa base de dades per als test de matemàtiques utilitzats. És a dir, afegir a la cerca Ansari et al., (2016) i Purtell i Ansari (2018) fa que es pugui fer una anàlisi més detallada sobre els efectes de la composició de l'aula en el rendiment dels alumnes de l'etapa infantil.

Per tant, el diagrama de flux segons PRISMA (Page et al., 2021) definitiu és el que es mostra a la Figura 5.4 :

Figura 5.4:

Diagrama de flux segons PRISMA (Page et al., 2021)



2.2.5. Segon anàlisi i codificació de les dades

Seguint la mateixa classificació explicitada a la primera cerca, s'han classificat els 45 documents en les categories: rendiment, pràctica d'aula, professorat, documents i família i escola, com es pot veure a la Taula 2.6:

Taula 2.6:

Taula que mostra la categoria de cada estudi

Ansari (2017)	Rendimiento	Jiménez & Riaño (2019)	Práctica de aula
Ansari et al. (2016)	Rendimiento	Khudadad & Mickelson (2021)	Rendimiento
Ansari & Purtell (2018)	Rendimiento	Knijik & Junges (2014)	Familia y escuela
Bell et al. (2013)	Rendimiento	Knijik & Wanderer (2015)	Documentos
Block et al. (2015)	Práctica de aula	Lissabet Rivero (2019)	Documentos
Block et al. (2019)	Práctica de aula	Lissabet Ribero (2018)	Documentos
Bongala et al. (2020)	Profesorado	Luschei & Zubaidah (2012)	Profesorado
Brunner (2017)	Profesorado	Ma et al. (2020)	Práctica de aula
Brunner & Imhof (2017)		Magallanes et al. (2020)	Práctica de aula
Bustamante-Valdés (2021)	Documentos	Munser-Kiefer et al. (2022)	Rendimiento
Bustos (2010)	Profesorado	Myre-Bisaillon (2017)	Práctica de aula
Capellán et al. (2022)	Rendimiento	Purtell & Ansari (2018)	Rendimiento
Casserly et al (2019)	Profesorado	Quail & Smyth (2014)	Rendimiento
Checci et al. (2018)	Rendimiento	Russo & Hopkins (2019)	Práctica de aula
Friesen (2017)	Profesorado	Sawatski & Sullivan (2018)	Práctica de aula
Friesen (2020)	Práctica de aula	Sempé (2015)	Rendimiento
Friesen & Ludes-Adamy (2019)	Profesorado	Smit & Engeli (2014)	Profesorado
Friesen & Shüte (2018)	Práctica de aula	Thomas (2012)	Rendimiento
Friesen & Shüte (2020)	Práctica de aula	Thoren et al. (2019)	Rendimiento
Friesen et al. (2018)	Profesorado	Vásquez (2012)	Rendimiento
Friesen et al. (2019)	Práctica de aula	Williams et al. (2021)	Práctica de aula
Hayden (2018)	Práctica de aula	Zúniga (2018)	Rendimiento
Hernández (2018)	Rendimiento		

Posteriorment, per abordar la pregunta de recerca, s'han examinat els elements del disseny d'investigació dels estudis com ara, quantes escoles o quants alumnes han participat en les investigacions, quins mètodes de recopilació de dades s'han utilitzat, i altres aspectes logístics del disseny. Una part d'aquesta anàlisi s'ha fet de forma global incloent totes les categories, però una altra part s'ha fet per categories, ja que els elements de disseny de les diferents investigacions difereixen substancialment, pel fet que les categories disjuntes són molt diferents entre si.

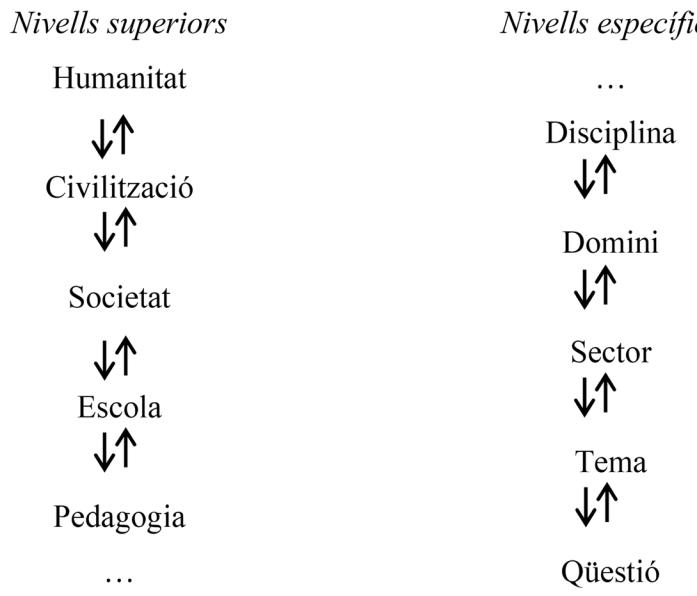
Per analitzar els principals resultats d'aquests estudis i respondre així a la pregunta de recerca, es du a terme una anàlisi temàtica (Braun i Clarke, 2012 i Terry i Hayfield, 2021) de cadascuna d'aquestes categories. Més concretament, s'han seguit les estratègies recomanades per Soldaña i Omasta (2018) pel que fa a l'anàlisi temàtica en una revisió de la literatura. S'han identificat les principals conclusions o resultats de cada investigació i s'han organitzat temàticament. Per això, les investigadores revisem les dades codificades per identificar àrees de similitud, de solapament i per poder crear no tan sols categories sinó també subcategories (Braun i Clarke, 2012 i Terry i Hayfield, 2021). L'anàlisi temàtica s'ha realitzat per categories, ja que les conclusions de cada categoria són temes molt diferents.

Finalment, per poder respondre a la subquestió de recerca: quins elements o condicions de

l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques s'analitzen en aquests estudis per elaborar les conclusions? I, a quin nivell de codeterminació matemàtic-didàctica de Chevallard (2002) pertanyen? S'ha fet servir l'escala de nivells de determinació didàctica de Chevalard (2002) de la Teoria Antropològica del Didàctic (TAD). Per exemple, els estudis de la categoria de rendiment, fan servir dades sobre la societat i l'escola entre d'altres, per poder explicar el rendiment dels alumnes d'aules multigrau. I és que allò que s'ensenya a l'escola, és el resultat d'un complex procés de transposició didàctica de certs coneixements, l'origen del qual és lluny de les aules escolars, i que, per tant, influeixen en l'aprenentatge de les matemàtiques (Chevallard, 2001). La TAD considera que les matemàtiques són una activitat humana, cosa que fa que no sigui possible separar el procés de construcció dels "sabers" de les institucions partícips en aquest procés. Per aquesta raó, per analitzar les dades que es recullen en els diferents estudis inclosos en la cerca sistemàtica fem servir l'escala de nivells de determinació didàctica de Chevalard (2002) (vegeu Figura 5.5).

Figura 2.5:

Nivells de codeterminació didàctica de Chevallard (2002)



Per això, hem establert agrupacions disjuntes dels nivells, agrupant-les de la següent manera:

Per això, hem establert agrupacions disjuntes dels nivells, agrupant-les de la següent manera:

(1) *Societat*, si són condicions derivades decisions o convenir socials, com ara el nivell socioeconòmic dels alumnes, o les etapes educatives del sistema educatiu o les hores de

l'alumnat a les escoles segons l'etapa educativa. Ja que les hores de classe de matemàtiques no les decideix l'escola, encara que tenen incidència a l'escola;

(2) *Escola*, si les condicions estan relacionades amb l'escola. Per exemple, la composició de les aules (quants alumnes hi ha, quants de cada curs) o de quines instal·lacions disposa l'escola;

(3) *Pedagogia*, si les condicions pretenen regir o establir com s'organitza l'ensenyament i aprenentatge de les disciplines, com ara condicions sobre els horaris d'unes i altres assignatures, els espais d'interacció (o no) entre assignatures, convenis d'avaluació (calendari, percentatges assignats, etc.) que no són exclusius de l'ensenyament d'una sola matèria o assignatura, entre d'altres.

(4) Pedagogia matemàtica, si dades són explícitament sobre la matemàtica, encara que no es faci referència a cap bloc, sector o tema concret de contingut de la matemàtica. Per exemple, percepcions o creences dels alumnes sobre el seu aprenentatge en matemàtiques o organització dels alumnes a l'aula de matemàtiques;

(5) Matemàtiques, encara que no es faci referència a cap domini, sector o tema concret, són dades que fan referència a les matemàtiques. Per exemple, les notes assignades pels docents o el nombre d'alumnes que arriben al nivell mínim.

2.3. Metodologia O2: Anàlisi de les dificultats i necessitats dels docents de l'escola multigrau

Per a indagar en les dificultats i problemes que afronten els docents, es va dissenyar un qüestionari obert que es va administrar en línia sense límit de temps ni de longitud de resposta. Aquest qüestionari constava de dues parts, a la primera es demanava informació sobre la seva formació i experiència docent, i a la segona, se'ls demanava textualment: "planteja 4-5 problemes o dificultats que hagis tingut o que podries haver tingut a la teva pràctica docent a l'àrea de matemàtiques". El qüestionari es va enviar per correu electrònic al secretariat d'escola rural de Catalunya i algunes escoles multigrau de Catalunya amb les que tenim contacte. Varen respondre al qüestionari 82 docents d'infantil i primària. Es va desestimar una de les respostes, ja que el docent no va respondre la majoria de les preguntes.

Prenent com a dades empíriques les respostes aportades per aquests 81 docents, primer ens centrem a analitzar a quin tipus de problemes es refereixen. Per això, i davant la dificultat de la molt variada terminologia que usen els docents en les seves respostes, hem dut a terme una anàlisi temàtica (Braun i Clarke, 2012), identificant i organitzant les respostes per les temàtiques a què els docents fan referència, fent-ne una revisió per tal de garantir que siguin coherents i permetin unificar i categoritzar les respostes recollides.

Després, en una segona etapa de l'anàlisi, situem cada resposta al corresponent nivell de codeterminació de Chevallard (2002) per conèixer on apareixen aquests problemes, si als nivells més superiors de codeterminació (civilització, societat, escola i pedagogia) o als nivells més específics, referits als coneixements matemàtics a ensenyar i a com aquests són organitzats per al seu ensenyament (en dominis, sectors, temes, etc.). Cada resposta s'ha categoritzat en el nivell al qual fa referència la resposta, encara que pugui tenir afectacions en nivells inferiors. Donem a continuació alguns exemples que podrien situar-se als diferents nivells:

1. Civilització-Societat: "dificultats per trobar llibres de text adaptats a aules multigrau". Els llibres de text es produeixen en el context de la societat, encara que tenen afectacions a l'escola i a nivell pedagògic;
2. Escola: "El treball a través de quaderns d'editorials condiciona la programació". La programació és una problemàtica a nivell d'escola que té implicacions a nivell pedagògic;
3. Pedagogia: "A partir de llibres de text i amb dos o tres nivells és difícil arribar a tot", els llibres de text tenen afectació a nivell pedagògic a les diferents disciplines;
4. Disciplina: "Als cicles mitjà i superior, les matemàtiques deixen de ser manipulables i es treballa molt amb llibres". El llibre condiciona la metodologia en matemàtiques. "Resolució de problemes en matemàtiques per a grups multinivell". La resolució de problemes en matemàtiques és un procés que no és exclusiu de cap domini de la matemàtica (geometria, aritmètica, etc.).
5. Nivells específics de la disciplina matemàtica (Domini-Sector-Tema-Qüestió): com i quan s'introdueixen els temes relacionats amb les tècniques o algorismes de la divisió.

Aquesta doble anàlisi, permet conèixer no només les categories temàtiques en què es poden categoritzar les dificultats i problemes exposats pels docents, sinó també en quin nivell o nivells apareixen, per entendre com i en quins nivells s'hauria d'actuar, si és possible, per fer-los front.

2.4. Metodologia O3: Anàlisi de la OM i la OD que es proposen en una escola multigrau de primària

La metodologia general ha estat la d'estudi de cas. Com que un estudi de cas en un context educatiu és (Briggs i Coleman, 2007):

Una investigació empírica que es duu a terme dins un límit localitzat d'espai i temps sobre aspectes interessants d'una activitat, programa, institució o sistema educatiu. Principalment en el context natural i dins una ètica de respecte a les persones per tal de fonamentar els judicis i les decisions dels professionals o els responsables polítics o dels teòrics que treballen amb aquests fins, i que es recullin dades suficients perquè l'investigador pugui:

a. explorar les característiques significatives del cas
b. crear interpretacions plausibles del que s'ha trobat
c. posar a prova la validesa de les interpretacions
d. construir un argument o una història que valgui la pena
e. relacionar l'argument o la història amb qualsevol investigació rellevant de la bibliografia
f. transmetre de forma convincent a un públic aquest argument o història
g. proporcionar una pista d'auditoria que permeti a altres investigadors validar o qüestionar les conclusions o elaborar arguments alternatius.

En els propers apartats es descriu doncs el límit d'espai i temps, és a dir, quina és l'escola i el seu context educatiu, descrivint les característiques demogràfiques de la població on es troba, els trets característics de la comunitat educativa així com els aspectes pedagògics i organitzatius de centre i quan es va a dur a terme la investigació.

Per a analitzar la forma d'organitzar la matemàtiques a ser ensenyada i la forma com es proposa el seu ensenyament en les aules multigrau de l'escola on ens situem, utilitzem les eines centrals de la TAD que són les de praxeologies matemàtica i didàctica.

Com que en l'estudi de cas es volen descriure i analitzar la OM i la OD, i aquestes estan interrelacionades entre si, és a dir, les característiques de la OM condicionen les possibles formes d'organitzar l'estudi (és a dir, la OD) i les característiques de la OD també condicionen la OM realment construïda, i volem tenir elements suficients per a analitzar tota l'activitat didàctica dels docents la base empírica de l'estudi està constituïda pels documents i llibres de text que usen els docents, observacions d'aula i entrevistes. L'estudi és doncs de naturalesa qualitativa i de tipus exploratori i descriptiu-interpretatiu (Hernández et al., 2014)

ja que es busca especificar les propietats i característiques de la OM i els perfils dels docents descrivint les OD i interpretar-les en el marc de la TAD amb l'objectiu de comprendre millor les pràctiques educatives en l'àrea de matemàtiques en una aula multigrau.

2.4.1. Selecció de l'escola: característiques i context

La majoria dels sistemes educatius promouen plans d'estudis per curs, basats en currículums nacionals o subnacionals i llibres de text monograu. També tant la formació inicial com la contínua prepara majoritàriament als docents per a ensenyar en escoles monograu (Little, 2006). Així doncs, quins són els motius que porten una escola a implementar un ensenyament multigrau? La resposta és que l'ensenyament multigrau pot estar motivat bàsicament per dues raons, per necessitat o per decisions pedagògiques (Ansari, 2017; Little, 2006, 2004; Mulray-Kyne, 2007; Veenman, 1995). Little (2006) investiga més a fons aquesta qüestió i identifica onze circumstàncies que porten a implementar un ensenyament multigrau. De totes aquestes circumstàncies, només en una l'ensenyament multigrau sorgeix d'una reforma curricular i pedagògica del sistema educatiu.

En el cas d'aquesta recerca, l'escola escollida, és una escola multigrau de Catalunya que ho és per decisió. Que ho sigui per decisió és una dada rellevant, ja que com assenyala Little (2001), sovint aquesta distinció no s'indica, la qual cosa dificulta la interpretació clara dels resultats d'estudi dificultant així l'acumulació de coneixement fiable (Coladarci, 2007). Per tant, el primer que farem serà descriure el context i les característiques de l'escola en qüestió, però també explicar què va portar aquesta escola a organitzar els alumnes en grups multigrau. Tota aquesta informació s'ha extret del projecte pedagògic del centre i d'una entrevista informal realitzada el 5 de juliol de 2022 on hi varen assistir els 3 docents que són els coordinadors de cadascun dels cicles.

Context

L'escola està ubicada en un municipi de 33.337 habitants segons dades de l'IDESCAT (Institut d'Estadística de Catalunya) del 2023. El municipi té una extensió de 6,6 quilòmetres quadrats, dels quals només la meitat són urbans, la qual cosa fa que sigui una de les poblacions amb més densitat per quilòmetre quadrat de Catalunya. El 62,2% de la població té la nacionalitat espanyola, i de la població que té d'altres nacionalitats el 64% procedeix de

l'Àfrica. L'any 2021 només el 16% de la població tenia estudis superiors i el 21,9% havia acabat la secundària obligatòria.

El centre és d'una sola línia i acull alumnat amb edats compreses entre els 3 i els 16 anys i és un concertat adscrit al Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya i associat a la Confederació de centres autònoms de Catalunya. La majoria dels alumnes provenen de famílies de nivell socioeconòmic mitjà, de fet a l'escola hi ha menys diversitat que al municipi, ja que la majoria d'alumnes són d'origen català i espanyol i només un 20-25% són d'altres nacionalitats. Els alumnes que presenten més dificultats econòmiques són els subsaharians i el grup més nombrós procedeix de Sud Amèrica. Aproximadament la meitat dels alumnes són castellanoparlants, un 40% catalanoparlants i un 10%, parlen altres llengües. No hi ha alumnes que arribin a mig curs, els alumnes són estables, però sí que n'arriben de nous cada principi de curs. Tant el percentatge d'alumnes que fa un nombre significatiu d'absències com el percentatge d'alumnes que abandonen els estudis abans de finalitzar l'ESO és inferior al 5%. El 95% dels alumnes superen les proves de competències bàsiques en finalitzar la primària. El 85% de les famílies assisteixen a les reunions d'inici de curs, un 100% a les entrevistes individuals i a més a més el 95% participa en les activitats i sortides escolars.

Instal·lacions

L'escola disposa de dos edificis, un de principal, amb quatre plantes, i un altre d'annex, amb planta baixa i un sol pis. El centre també té una zona d'esbarjo amb jocs infantils i pistes poliesportives, dues sales de biblioteca escolar, aula de francès, taller de tecnologia, laboratori, sala polivalent i menjador escolar amb cuina pròpia. Ofereix els de serveis de menjador, acollida matinal, activitats extraescolars, casals durant els períodes de vacances i programa de reutilització de llibres de text. Pel que fa a les aules de primària, cada cicle disposa de tres aules, una per cada grup classe i una de més.

Per què és una escola multigrau

Tot va començar durant el curs 2018-2019 motivat per la necessitat d'un canvi metodològic. Els docents consideraven que calia replantejar-se la manera de fer les classes i que calia introduir canvis. Els docents volien plantejar uns tallers a les àrees de matemàtiques i llengua. Per aquest motiu l'equip directiu va contactar amb l'empresa Marinva, especialista en l'ús del joc com a estratègia metodològica, és a dir, especialista en incorporar elements dels jocs a la

dinàmica d'aula. Per tal de veure si aquesta empresa oferia la formació i assessorament que l'escola necessitava, alguns docents del centre varen visitar escoles, algunes d'elles concertades similars a la seva, on l'empresa ja hi havia impartit formació. Després d'aquest contacte, es va decidir iniciar la formació al cicle d'infantil que va començar el curs 2019-2020, concretament a l'estiu del 2019, abans de la pandèmia. Durant el curs, aquesta formació es va estendre a primària i al setembre del 2020 s'hi va afegir també secundària. Durant la pandèmia, la formació es va continuar online i finalment aquesta va tenir una durada de 4 anys.

La formació tenia unes sessions per a tothom i d'altres només per als docents coordinadors de cicle. Les formadores varen revisar tots els materials que usaven els docents i varen fer observacions d'aula per a veure com s'estaven duent a terme les classes. Va ser una formació global sobre diversos aspectes i molt espaiada en el temps, ja que es feien 3 sessions en un any, amb l'objectiu d'introduir canvis i millores al projecte educatiu de centre, en la qual s'hi va implicar tot el professorat. Els docents destaquen que així com en altres ocasions sempre hi havia algú que s'acabava despenjant de la formació en aquesta això no va ser així.

Aquesta formació va evidenciar diverses mancances, per exemple, no tots els docents feien els tallers de la mateixa manera i a més tenien diferents maneres d'entendre què era un taller. També es va evidenciar que en els projectes que es feien a l'escola, es repetien temes. Per exemple, es feia un projecte de planetes a cicle inicial i un altre a cicle mitjà i a més a més quan s'escollia un tema els docents no sabien què havien treballat prèviament els alumnes sobre el tema que els pogués ser d'utilitat per al projecte. Els docents varen exemplificar aquesta problemàtica dient que si es vol fer un projecte d'ecosistemes, encara que aquest tema no s'hagi treballat mai, els docents no sabien què s'havia fet sobre éssers vius que pogués ser d'utilitat per al projecte. A més a més, també es va veure la necessitat que a infantil els alumnes no triessin els temes, per tal d'evitar-ne la repetició, calia vetllar per una coherència entre les propostes de les diferents etapes i cicles. Per això es va decidir que els alumnes poguessin triar algunes qüestions dins dels projectes, però que no poguessin triar els temes. Com a conseqüència, es va posar de manifest la necessitat de coordinar-se millor i elaborar un catàleg de projectes per cada etapa i cicle.

Per altra banda, les formadores varen demanar als docents quin model de persona volien per als alumnes. Els varen demanar que pensessin com haurien de ser els alumnes quan fossin adults, cosa que els docents no s'havien plantejat mai, per la qual cosa hi varen haver de reflexionar. Quan l'equip directiu va haver pensat el model de persona, es va fer una reunió amb les formadores just abans de la pandèmia. Es va decidir que els docents volien que els

alumnes fossin persones competents, creatives, lliures, compromeses i resilients. Aquest model que es va presentar a tots els docents, va generar molt debat, ja que no tothom entenia el mateix quan es deia per exemple que els alumnes havien de ser persones creatives. A partir d'aquell moment es va decidir que quan es pensés un nou projecte, taller o activitat calia pensar en aquests 5 conceptes. Aquesta qüestió es va exemplificar explicant que els docents en un primer moment varen pensar que quan es fessin ambients de forma simultània a infantil no podien deixar que els alumnes triessin a quin ambient anar ja que potser triarien tots el mateix ambient i potser no hi hauria prou material, però aleshores varen pensar que si havien de formar a persones resilients, calia que s'acostumessin a esperar a fer-ho la setmana vinent, "si no ho pots fer avui ja ho faràs la setmana vinent".

Una altra cosa que es va canviar gràcies a la formació va ser el tancament dels tallers. Per exemple quan es va preguntar al docent del taller tecnològic què feia de tancament va dir, que recollia tots els ipads i cromebooks i els desava a l'armari. Es va convenir que calia que hi hagués un moment al final de les classes dedicat a parlar del que han après els alumnes, què se n'emporten de la classe, quines dificultats han tingut, com les han resolt... De la mateixa manera que al començament de la sessió cal plantejar els objectius, al final cal parlar del que s'ha après. Per a poder fer això els docents es varen adonar que calia gestionar bé el temps i que a més a més els tancaments fossin diferents, és a dir, que tinguessin diferents formats, perquè sinó els alumnes es podien acabar avorrint. Per exemple al principi els feien omplir unes rúbriques, però com que ho feien força sovint els alumnes al final les omplien de qualsevol manera. Aquí és on la formació els ha ajudat, ja que s'han introduït metodologies lúdiques.

Per tant els docents, amb la formació, es varen adonar que calia actuar basant-se en el model de persona que volien que fossin els alumnes, que calia millorar la coordinació entre els docents, que calia repensar els projectes i tallers, que calia començar les sessions de classe explicitant els objectius i acabar parlant sobre què s'ha après fent-ho de diverses maneres i introduint elements del joc. Amb tot això es varen adonar que calia barrejar els alumnes, ja que d'aquesta manera, en ser una escola d'una línia els alumnes no només tindrien contacte amb els nens i nenes del seu grup classe sinó també amb nens i nenes d'altres cursos i en conseqüència podien aprendre els uns dels altres, la qual cosa podria fomentar que fossin persones competents, creatives, lliures, compromeses i resilients. I a més a més, això també obligaria els docents a coordinar-se millor entre ells. En un primer moment es va plantejar mantenir els grups classe per curs i barrejar als alumnes quan fessin tallers de matemàtiques i llengua, però va venir la pandèmia i aquesta opció era inviable, per la impossibilitat de

barrejar grups, ja que varen instaurar el que es varen anomenar els grups bombolla, és a dir, els alumnes d'un grup classe no es podien barrejar amb els alumnes d'un altre grup classe pel tema contagis. Aleshores els docents varen decidir que aquesta barreja de nens era necessària malgrat la pandèmia, per la qual cosa varen optar per fer grups multigrau i que els alumnes estiguessin barrejats sempre.

De quina manera varen acollir les famílies aquesta organització multigrau

Les famílies en un inici varen tenir moltes reticències cap a aquesta organització però no pas per qüestions acadèmiques sinó per qüestions d'amistats. A finals del maig de 2021 es va fer una reunió explicativa adreçada a totes les famílies per a explicar tots els canvis metodològics que implicava l'organització multigrau en un auditori a prop de l'escola. A la part dels precs i preguntes tots els dubtes eren de l'estil "I com ho fareu per a dividir els cursos en dos?", "Què tindreu en compte?", "I quan ho podrem saber?". Els pares estaven preocupats per si els millors amics dels seus fills els tocaria anar a l'altra classe. Els docents varen enviar un correu a les famílies dient-los a quin grup aniria el seu fill/a i quins serien els seus companys de classe unes setmanes abans de l'inici del següent curs. Quan els pares varen saber a quina classe anirien els seus fills, segons paraules textuals dels docents "hi varen haver força drames". A més a més, els pares en comptes de transmetre tranquil·litat als seus fills, varen transmetre preocupació per aquest tema. De fet, a les famílies els va costar molt fer el pas de considerar el grup classe i deixar de pensar en els antics grups per curs. Prova d'això és el fet que a cicle inicial i a cicle superior es varen crear grups de Whatsapp per classe, però es varen mantenir els antics grups de Whatsapp per curs, per tant, cada família tenia dos grups de Whatsapp el grup classe i l'antic grup de curs. I a cicle mitjà el grup de Whatsapp de la classe no es va crear en tot el curs. Per contra, els nens es varen adaptar ràpidament a aquesta nova organització. Els docents expliquen que als nens els va costar un mes o un mes i mig adaptar-se, en canvi, als pares els va costar gairebé un curs.

Respecte al tema acadèmic, tant les famílies del cicle mitjà com les del cicle superior no varen plantejar cap pregunta al respecte, només a cicle inicial hi va haver algun dubte i els docents ho atribueixen al fet que a cicle inicial l'organització multigrau es va implementar un any abans de la reunió. Els pares de cicle inicial varen demanar si els docents havien pogut avaluar el nivell dels nens, i si hi havia alguna diferència entre organitzar els alumnes d'una forma o l'altra. Els docents, però, no varen poder respondre a aquesta qüestió, ja que pel mig hi havia hagut la pandèmia. Tot i que es va fer palesa una baixada de nivell, els docents no

podien dir si aquesta baixada era atribuïble a la pandèmia o a l'agrupació multigrau i als canvis metodològics. Els docents varen dir a les famílies que caldrien alguns anys per a poder avaluar aquesta qüestió de forma més objectiva. Però una cosa sí que és evident, i és que al final d'aquell curs, el 2020-2021 no hi va haver diferència en el rendiment en les proves externes de les competències bàsiques que elabora el Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya. Els docents expliquen que actualment s'ha tornat als nivells d'abans de la pandèmia, que en algunes coses s'ha millorat i en d'altres s'ha mantingut el nivell, però que no han notat cap davallada en cap qüestió. Els docents també destaquen que les matemàtiques és l'àrea que més els va costar treballar durant la pandèmia.

Forma d'agrupament dels alumnes, distribució del temps i professorat

Així doncs, a partir del curs 2021-2022 l'escola va passar a organitzar-se en grups multigrau. Com que són una escola d'una sola línia, es varen fer grups multigrau per cicle, és a dir, a cada cicle hi ha dos grups amb alumnes dels dos cursos del cicle. El nombre d'hores de matemàtiques no és el mateix a tots els cicles. A cicle mitjà i superior es fan 3 tallers simultanis a les hores de llengua i 3 tallers simultanis a les hores de matemàtiques. Per tant dels dos grups multigrau de cada cicle, calia fer-ne tres grups. Es va decidir que aquest tercer grup es faria agafant una part dels alumnes d'una classe i una part dels alumnes de l'altra classe, ja que l'objectiu era barrejar els alumnes de les dues classes per tal de barrejar encara més els alumnes i fomentar que entre ells es coneguessin millor. Això només va ser possible quan es varen aixecar les restriccions de la pandèmia dels grups bombolla. A cadascun dels 3 tallers simultanis, de vegades els alumnes s'organitzen en grups multigrau i de vegades s'organitzen en grups per curs, als quals els docents anomenen grups cooperatius. Per tant d'ara en endavant sempre que ens referim als grups cooperatius ens referirem a grups per curs. A cadascun d'aquests tres grups hi ha 2 equips cooperatius d'un curs i dos equips cooperatius de l'altre curs. Per tant a cada grup classe hi ha 6 grups cooperatius, i quan es fan tallers simultanis, 4 dels grups de cada classe es queden a la pròpia aula i 2 marxen cap a una altra aula. Per tant cadascun dels grups dels tallers està format per uns 20 alumnes. En un inici aquests grups cooperatius es mantenien al llarg de tot el curs, però actualment es canvien cada trimestre. D'aquesta manera el tercer grup que es crea a partir de les dues classes va variant i tots els alumnes tenen l'oportunitat de conèixer els companys de l'altra classe. De fet amb aquesta mesura els docents tenen un doble objectiu, que els alumnes puguin tornar a treballar amb nens que eren amics seus abans que s'implantessin els grups

multigrau i que els nens coneguin els nens de l'altra classe que no són del seu curs. Per altra banda, els alumnes també fan una sessió de 45 minuts a la setmana per curs, que els docents anomenen sessions de nivell. En aquesta sessió de nivell mentre un curs fa matemàtiques l'altre fa anglès i a la següent hora és a l'inrevés. Per tant, els alumnes de cicle mitjà i superior fan un total de 5 hores i 15 minuts de matemàtiques aproximadament, ja que quan es fa tallers i són a primera hora, primer fan el bon dia i s'han d'organitzar per agafar el material necessari i canviar d'aula i quan tornen del pati sempre triguen uns 10 minuts a organitzar-se degut al canvi d'aula. Per tal d'agilitzar aquesta organització els docents projecten a la pissarra digital el nom dels docents tot indicant a quin grup (grup 1, grup 2 o bé grup 3) fan classe especificant tot el material que han d'agafar. Els docents usen aquesta estratègia, ja que es trobaven que sovint els alumnes que canvien d'aula es deixaven alguna cosa a la seva aula i després costava tornar a entrar a l'aula a agafar-ho, per no interrompre. Per això varen decidir elaborar un document compartit amb el material que es necessita a cada taller segons els dies i setmanes. Tota aquesta informació es pot veure detallada a les Taules 2.7 i la Taula 2.8 on s'explicita què fa cada grup a cadascuna de les quatre sessions, les tres de tallers i la de nivell.

Taula 2.7:

Taula on es mostren les hores sessions dels tallers de matemàtiques a cicle mitjà i superior segons els grups

		Grup 1	Grup 2	Grup 3
Sessió 1	1, 5 hores	Taller resolem	Taller pensem	Taller connectem
Sessió 2	1,5 hores	Taller pensem	Taller connectem	Taller resolem
Sessió 3	1,5 hores	Taller connectem	Taller resolem	Taller pensem
	4,5 hores			

Taula 2.8:

Taula on es mostren les hores de nivell que fan els alumnes de cicle mitjà i superior

			Classe A	Classe B
Sessió 4	Franja horària 1	45 min	Sessió de nivell	Anglès
	Franja horària 2	45 min	Anglès	Sessió de nivell

L'organització a cicle inicial no és ben bé la mateixa, els grups classe no es divideixen en tres i en comptes de fer tres tallers només se'n fan dos. Els tallers també són simultanis, també són d'una hora i mitja i també gestionen el canvi d'aula de la mateixa manera. Al taller

resolem només hi ha un docent a l'aula i al taller connectem n'hi ha dos, es fa codocència. El model de codocència que usen és el model en el que tots dos docents tenen el mateix lideratge. En el cas de les sessions per nivell, els alumnes de 1r curs de primària només en fan una i els alumnes de 2n curs en fan dues. Això és degut a que un dia a la setmana els alumnes de 1r curs van a la piscina i en canvi els alumnes de 2n curs no hi van. Tota aquesta informació queda recollida a les Taules 2.9 i 2.10.

Taula 2.9:

Taula on es mostren les hores sessions dels tallers de matemàtiques a cicle inicial

		1r-2n A	1r-2n B
Sessió 1	1,5 hores	Taller resolem	Taller connectem
Sessió 2	1,5 hores	Taller connectem	Taller resolem

Taula 2.10:

Taula on es mostren les hores de nivell que fan els alumnes de cicle inicial

		1r	2n
Sessió 1	1,5 hores	Van a piscina	Sessió de nivell
Sessió 2	1,5 hores	Sessió de nivell	Sessió de nivell

Al taller resolem es treballa el càlcul mental i es resolen problemes aritmètics. Al taller connectem es treballen jocs de taula i els continguts de mesura, geometria, estadística, probabilitat i relacions i canvis a cicle inicial i els continguts de geometria, i àrea, perímetre i angles a cicle superior. Al taller pensem es treballen les imatges d'unes activitats de l'editorial Barcanova i el pensament computacional amb Scratch i Lego WeDo.

Hi ha 8 docents que imparteixen les matemàtiques a primària, els tutors dels 6 cursos i a més dos docents més. Aquests dos docents que no són tutors, un imparteix els tallers pensem tant de cicle mitjà com superior i l'altre imparteix el taller resolem de cicle inicial i una sessió de nivell tal i com es pot veure a la Taula 2.11.

Taula 2.11:

Taula on es mostren els docents i quines tasques fan

Docent	Cicle	És tutor	Què imparteix
Docent 1	Cicle Inicial		Taller resolem Sessió de nivell
Docent 2	Cicle Inicial	✓	Taller connectem Sessió de nivell
Docent 3	Cicle Inicial	✓	Taller connectem Sessió de nivell
Docent 4	Cicle mitjà	✓	Taller resolem Taller connectem Sessió de nivell
Docent 5	Cicle mitjà	✓	Taller resolem Taller connectem Sessió de nivell
Docent 6	Cicle mitjà i superior		Taller pensem
Docent 7	Cicle superior	✓	Taller resolem
Docent 8	Cicle superior	✓	Taller connectem

Ajuntant tota aquesta informació sobre el nombre de sessions, què es fa a cada sessió, quina és la durada, com s'organitza als alumnes i qui fa de docent hem elaborat la Taula 2.12.

Taula 2.12:

Taula on es mostren les sessions que es fan a cada cicle i quins docents les imparteixen

		Taller/Sessió	Durada	Organització dels alumnes	Docent
Cicle Inicial	1r	Sessió de nivell	1'5 hores	Per curs	Docent 1 o Docent 3
		Taller resolem	1'5 hores	Multigrau	Docent 1
		Taller connectem	1'5 hores	Multigrau	Docent 2 + Docent 3
	2n	Sessió de nivell	1'5 hores	Per curs	Docent 1
		Sessió de nivell	1'5 hores	Per curs	Docent 2 o Docent 3
		Taller resolem	1'5 hores	Multigrau	Docent 1
		Taller connectem	1'5 hores	Multigrau	Docent 2 + Docent 3
Cicle Mitjà		Sessió de nivell	45 min	Per curs	Docent 4 o Docent 5
		Taller resolem	1'5 hores	Multigrau	Docent 4 mig curs i Docent 5 l'altre mig
		Taller connectem	1'5 hores	Multigrau	Docent 4 mig curs i Docent 5 l'altre mig
		Taller pensem	1'5 hores	Multigrau	Docent 6
Cicle Superior		Sessió de nivell	45 min	Per curs	Docent 8
		Taller resolem	1'5 hores	Multigrau	Docent 7
		Taller connectem	1'5 hores	Multigrau	Docent 8
		Taller pensem	1'5 hores	Multigrau	Docent 6

Com que en aquesta tesi el que es vol és analitzar la OM i la OD que es proposen en aules multigrau només s'han analitzat les sessions multigrau, que són les de la Taula 2.13. Per altra

banda tampoc s'han analitzat aquells continguts matemàtics que no són estrictament de matemàtiques que són els jocs de taula ja que no tots estaven relacionats amb les matemàtiques i el pensament computacional ja que realitzen projectes que tot i que involucren continguts matemàtics també n'inclouen d'altres àrees.

Taula 2.13:

Taula on es mostren les sessions multigrau i el docent que les imparteix

	Taller/Sessió	Durada	Organització dels alumnes	Docent
Cicle Inicial	Taller resolem	1'5 hores	Multigrau	Docent 1
	Taller connectem	1'5 hores	Multigrau	Docent 2 + Docent 3
Cicle Mitjà	Taller resolem	1'5 hores	Multigrau	Docent 4 mig curs i Docent 5 l'altre mig
	Taller connectem	1'5 hores	Multigrau	Docent 4 mig curs i Docent 5 l'altre mig
	Taller pensem	1'5 hores	Multigrau	Docent 6
Cicle Superior	Taller resolem	1'5 hores	Multigrau	Docent 7
	Taller connectem	1'5 hores	Multigrau	Docent 8
	Taller pensem	1'5 hores	Multigrau	Docent 6

Aules i materials

Totes les aules dels sis cursos de primària estan situades al mateix passadís de la planta primera de l'edifici principal. Tenen pissarra de guix i pissarra digital interactiva i un parell d'ordinadors. Tenen llum natural gràcies a les finestres que donen al pati o bé d'una claraboia. Les taules estan organitzades en grups de 4 o 5. A les parets hi ha murals del que s'està treballant en aquell moment. En el cas 2. de cicle inicial fins i tot es pot veure que el mural d'ambdues classes és el mateix (vegeu les Figures 2.6 i 2.7) també hi tenen el cuc de 100 boles i el plafó dels nombres penjats a la paret tal i com es pot veure a les fotografies de les Figures 2. Les classes de tots els cicles són similars pel que fa al mobiliari i distribució de les aules tal i com es pot veure comparant les fotografies de les aules de cicle inicial (vegeu les Figures 2.6 i 2.7) i les de cicle superior (vegeu la Figura 2.8). A l'altra aula de cicle superior també hi ha una porta dins l'aula amb un armari molt gran que serveix de magatzem de material matemàtic. Aquesta aula és la del docent 8 que imparteix el taller connectem on es treballa tota la geometria i usa molt material per això té assignada aquesta aula. En aquest petit magatzem hi ha tot tipus de figures geomètriques i material per a construir-les com ara el ®Polydron i material magnètic entre d'altres. També hi ha material per a treballar la mesura i transportadors, regles grans per a utilitzar-los a la pissarra. A cicle inicial els

penjadors estan al passadís, però a cicle mitjà i superior estan dins de la classe. Totes les classes disposen d'un telèfon per a comunicar-se amb secretaria que quan sona no emet so sinó llum. La fotografia de la Figura 2.9 correspon a la biblioteca que és una de les paraules que s'usen quan les dues classes d'un cicle es divideixen en tres per a fer els tallers. Com es pot veure les taules també estan organitzades en grups.

Figura 5.6:

Aula de 1r-2n A

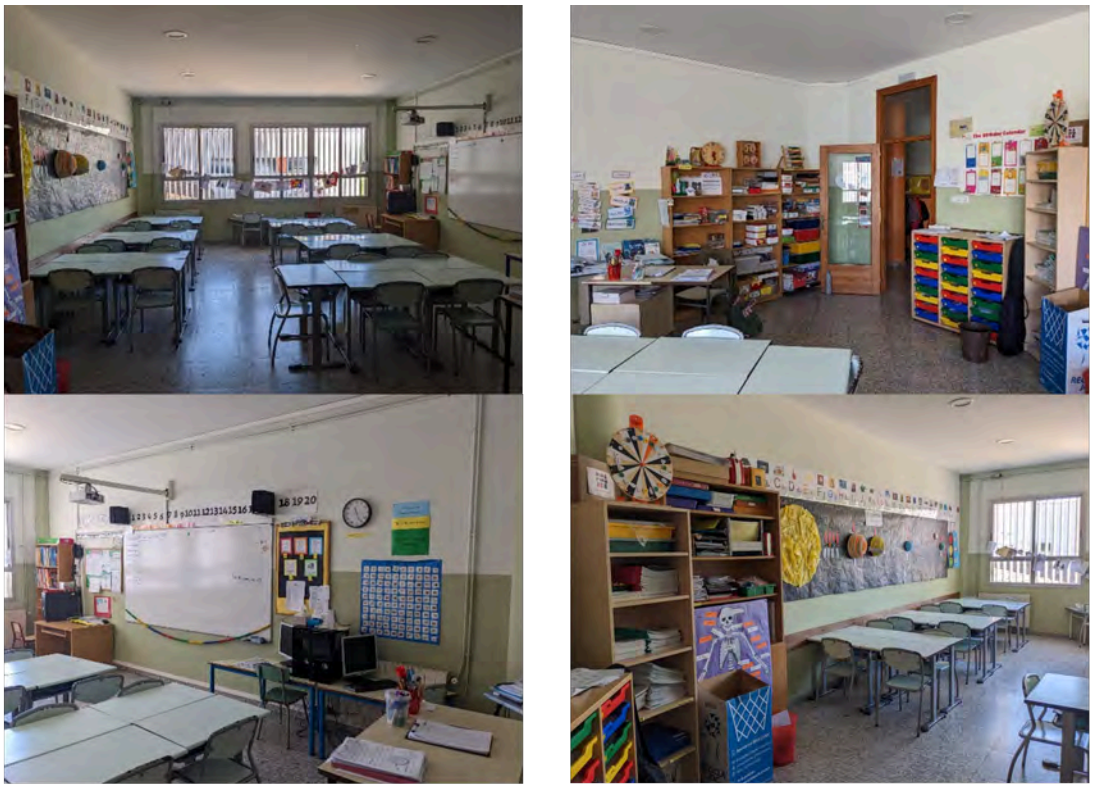


Figura 5.7:

Aula de 1r-2n B



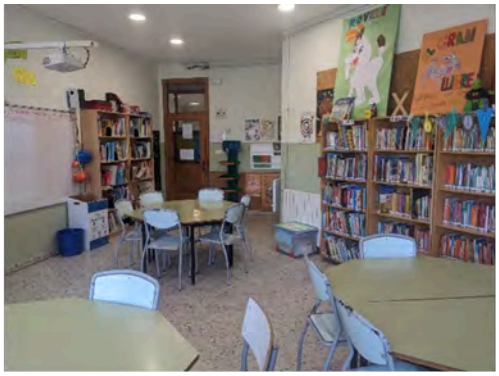
Figura 5.8:

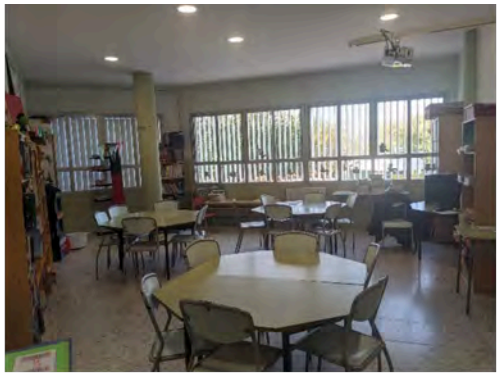
Aula de 5è-6è A



Figura 5.9:

Biblioteca





Organització dels docents

Els docents de matemàtiques són doncs com ja s'ha explicat tres per cada cicle, dos són els tutors dels grups i sempre hi ha un tercer docent. Per tant els alumnes d'un mateix cicle tenen tres docents de matemàtiques la qual cosa requereix que entre ells hi hagi una bona coordinació, que és el que es volia fomentar amb aquest canvi metodològic. Els docents consideren que això és molt positiu pels alumnes ja que cadascú té estils d'ensenyar diferents, però això requereix acordar una avaluació conjunta. Per a avaluar tenen documents compartits i es fan reunions.

També hi ha una comissió pedagògica, formada 5 persones, la directora, el docent 7 com a representant de cicle superior i com a coordinador pedagògic, el docent 4 com a representant de cicle mitjà i el docent com a representant de cicle inicial al curs 2022-2023 però aquest curs és el docent 2 i el docent que coordina infantil. Quan es fa una reunió de la comissió pedagògica, cada membre de la comissió és l'encarregat d'informar sobre la mateixa al professorat del seu cicle. L'objectiu d'aquestes reunions és vetllar per la coordinació més enllà del propi cicle.

2.4.2. Disseny dels instruments de recollida de dades

Com ja s'ha dit abans, les dades recollides per a poder descriure i analitzar la OM i la OD que es proposen a l'escola escollida han estat:

- Documents i llibres amb els enunciats de les tasques que es proposen als tallers resolem, pensem i connectem.

- Observacions d'aula
- Entrevistes als docents de primària que imparteixen matemàtiques a les hores que es treballa de forma multigrau.

A continuació es detalla com es varen recollir les dades i com es varen dissenyar els instruments per a recollir aquestes dades.

2.4.2.1. Recollida dels documents d'activitats

Per tal de poder descriure i analitzar l'organització matemàtica local o praxeologia matemàtica es va demanar al docents que facilitessin els enunciats de les tasques que realitzen. A continuació es mostren tots els documents facilitats segons el cicle i el taller.

Cicle inicial: taller resolem

El docent sovint improvisa i s'inventa in situ situacions problemàtiques i càlculs mentals a realitzar. El llistat de documents facilitats pel docent són:

- 8 documents on es proposen sumes i restes dels quals hi ha 4 documents per a 1r curs, 3 per a 2n curs i 1 document per ambdós cursos:
  - Document per a 1r curs amb 10 sumes i 10 restes
  - Document per a 1r curs amb 20 sumes
  - Document per a 2n curs amb 10 sumes i 10 restes
  - Document per a 1r curs amb 20 sumes i 20 restes on també es demana quina és la parella del 10 en 10 ocasions, resoldre expressions del tipus 3 + ____ = 10 en 10 ocasions més, el doble d'un nombre en 10 ocasions i la meitat d'un nombre en 10 ocasions.
  - Document per a 2n curs amb 20 sumes i 20 restes on també es demana quina és la parella del 100 en 10 ocasions, resoldre expressions del tipus 30 + ____ = 100 en 10 ocasions més, el doble d'un nombre en 10 ocasions i la meitat d'un nombre en 10 ocasions.
  - Document que conté les proves de càlcul mental del 1r, 2n i 3r trimestre de 1r curs
  - Document que conté les proves de càlcul mental del 1r, 2n i 3r trimestre de 2n curs
  - Document de Segarra (2016) conegut popularment com el quinzet que conté

sumes i restes:

Segarra, LL. (2016). *El quinzet. Sèries de rapidesa de càlcul mental. Educació primària*. El quinzet.

- 8 documents on a cada document hi ha un enigma
- 10 documents on es proposen problemes aritmètics els quals o bé són per a primer o bé són per a segon.
    - Document amb 10 problemes per a 1r curs
    - Document amb 10 problemes per a 2n curs
    - Document amb els problemes per al 3r trimestres de 1r curs
    - Document amb els problemes per al 3r trimestre de 2n curs
    - Document amb les proves per a 1r curs
    - Tres documents amb les proves per a 2n curs
    - Dos documentes amb problemes per a 1r curs

<u>Cicle inicial: taller connectem</u>

En aquest taller els docents (en aquest taller es du a terme una codocència) usen el següent llibre de text de 2n curs de primària:

Morera, L. (2022a). *Aventures 2. Quadern de l'alumne*. Innovamat Education, SL

Un curs fan la meitat del llibre i el curs següent l'altre meitat.

<u>Cicle mitjà: taller resolem</u>

En aquest taller es resolen els problemes aritmètics amb context dels llibres:

Calvo. C. (2022a). *Laboratori dels nombres 3. Quadern de l'alumnat 1r trimestre*. Innovamat Education, SL.

Calvo. C. (2022b). *Laboratori dels nombres 3. Quadern de l'alumnat 2n trimestre*. Innovamat Education, SL.

Calvo. C. (2022c). *Laboratori dels nombres 3. Quadern de l'alumnat 3r trimestre*. Innovamat Education, SL.

Calvo. C. (2022d). *Laboratori dels nombres 4. Quadern de l'alumnat 1r trimestre*. Innovamat Education, SL.

Calvo. C. (2022e). *Laboratori dels nombres 4. Quadern de l'alumnat 2n trimestre*. Innovamat Education, SL.

Calvo. C. (2022f). *Laboratori dels nombres 4. Quadern de l'alumnat 3r trimestre*. Innovamat Education, SL.

I també s'han facilitat els següents documents:

- Llistat amb 4 problemes on cal escollir quin és el procediment de resolució correcte a escollir entre 4 opcions.
- Llistat amb 4 problemes per a 4t curs de primària on cal escollir quin és el procediment de resolució correcte a escollir entre 4 opcions.
- Llistat de 4 problemes per a 3r curs de primària per tal que els resolguin usant l'estratègia de treball cooperatiu del llapis al mig dels quals un està resolt i han d'explicar si està ben resolt o no.
- Llistat de 4 problemes per a 3r curs de primària per tal que els resolguin usant l'estratègia de treball cooperatiu del llapis al mig dels quals un està resolt i han d'explicar si està ben resolt o no.
- Llistat de 4 problemes tant per a 3r curs com per a 4t curs de primària per tal que els resolguin usant l'estratègia de treball cooperatiu del llapis al mig.
- Llistat amb 3 problemes tant per a 3r cus com per a 4t curs de primària.
- Llistat amb 4 situacions tant per a 3r curs com per a 4t curs de primària on es donen 4 opcions de pregunta i cal triar la opció o opcions correctes. També cal proposar un problema i resoldre'l.
- Llistat amb un problema que conté dades que no cal usar tant per a 3r curs com per a 4t curs de primària. Cal resoldre el problema i proposar-ne un que també tingui dades sobrants.
- Llistat amb 2 problemes tant per a 3r curs com per a 4t curs de primària que cal resoldre amb els grups cooperatius. Es donen tres opcions amb l'esquema i cal determinar quin esquema correspon a cada problema i acabar-lo de resoldre.
- Llistat amb 2 problemes tant per a 3r curs com per a 4t curs de primària.
- Llistat amb 4 problemes diferents tant per a 3r curs com per a 4t curs de primària per a treballar-los en grups cooperatius. Als problemes ja hi ha assenyalades amb blau les dades i amb vermell la pregunta i cada membre del grup ha de fer un esquema diferent per torns.
- Llistat de 10 problemes tant per a 3r curs com per a 4t de primària on hi ha tres opcions de resposta i cal dir quina és la correcta.
- Tres exàmens per a alumnes de 3r curs on hi ha 6 problemes a cada examen. El sisè problema de cada examen està resolt i cal dir si és o no correcte.

- Tres exàmens per a alumnes de 4t curs on hi ha 6 problemes a cada examen. El sisè problema de cada examen està resolt i cal dir si és o no correcte.
- Llistat amb 8 problemes tant per a 3r curs com per a 4t curs on cal
- Llistat de sumes restes i multiplicacions per a 3r curs de primària.
- Examen per a 3r curs de primària de sumes, restes i multiplicacions

Cicle mitjà: taller pensem

En aquest taller s'usa el quadern d'activitats:

Coloma, E., Nadal, A., Sarrà, A., Rius, P. (2017a). *Axioma. Penso 3r. Quadern de l'alumne*. Barcanova.

En aquest llibre d'activitats hi ha 24 làmines amb imatges i els alumnes han de dir quines matemàtiques hi veuen. Un any es treballen 12 de les làmines i al següent les altres 12.

Cicle mitjà: taller connectem

En aquest taller els docents (en aquest taller es du a terme una codocència) usen els següents llibres de text de 4t de primària:

Morera, L. (2022b). *Aventures 4. Quadern de l'alumne. 1era part.* Innovamat Education, SL

Morera, L. (2022c). *Aventures 4. Quadern de l'alumne. 2ona part*. Innovamat Education, SL

Un curs fan la meitat de les activitats que s'hi proposen i el curs següent fan l'altre meitat.

Cicle superior: taller resolem

En aquest taller s'hi treballa la resolució de problemes aritmètics en context i de tant en tant s'inicia la classe amb uns quants càlculs mentals. El docent treballa a partir del seu propi material i disposa d'un extens banc de problemes. Si els alumnes acaben la tasca assignada fan els problemes d'uns quaderns de forma individual segons el nivell i curs. De fet, hi ha 8 quaderns diferents, per tant hi ha molt pocs alumnes que facin el mateix quadern i vagin per la mateixa pàgina. Per tant, com que el treball amb aquests quaderns és gairebé 100% individual, només s'ha analitzat el banc de problemes elaborat per el docent. Els documents facilitats són:

- Document amb 3 sessions per el 1r trimestre per als alumnes de 5è curs de primària. A cada sessió es proposen 4 problemes, dels quals tres els han de resoldre en grups cooperatius amb l'estratègia del llapis al mig.
- Document amb 3 sessions per el 2n trimestre per als alumnes de 5è curs de primària. A cada sessió es proposen 4 problemes, dels quals tres els han de resoldre en grups

cooperatius amb l'estratègia del llapis al mig.

- Document amb 3 sessions per el 3r trimestre per als alumnes de 5è curs de primària. A cada sessió es proposen 4 problemes, dels quals tres els han de resoldre en grups cooperatius amb l'estratègia del llapis al mig.
- Document amb 3 sessions per el 1r trimestre per als alumnes de 6è curs de primària. A cada sessió es proposen 4 problemes, dels quals tres els han de resoldre en grups cooperatius amb l'estratègia del llapis al mig.
- Document amb 3 sessions per el 2n trimestre per als alumnes de 6è curs de primària. A cada sessió es proposen 4 problemes, dels quals tres els han de resoldre en grups cooperatius amb l'estratègia del llapis al mig.
- Document amb 3 sessions per el 3r trimestre per als alumnes de 6è curs de primària. A cada sessió es proposen 4 problemes, dels quals tres els han de resoldre en grups cooperatius amb l'estratègia del llapis al mig.
- Document amb 23 problemes per a 5è curs de primària.
- Document amb 35 problemes per a 6è curs de primària.
- Document amb 4 problemes per a 5è i 6è curs de primària. Problemes que ja són als llistats per curs.
- Document amb 4 problemes per a 5è i 6è curs de primària. Problemes que ja són als llistats per curs.

<u>Cicle superior: taller pensem</u>

Al taller pensem s'usa el quadern d'activitats:

Coloma, E., Nadal, A., Sarrà, A., Rius, P. (2017b). *Axioma. Penso 5è. Quadern de l'alumne*. Barcanova.

En aquest llibre d'activitats hi ha 24 làmines amb imatges i els alumnes han de dir quines matemàtiques hi veuen. Un any es treballen 12 de les làmines i al següent les altres 12.

<u>Cicle superior: taller connectem</u>

En aquest taller s'usen ells llibres de l'editorial Barcanova:

Ballaró, M, i Almonacid, A. (Eds.) (2022a). *Matemàtiques 5è. Programa Enginy*. Barcanova

Ballaró, M, i Almonacid, A. (Eds.) (2022b). *Matemàtiques 6è. Programa Enginy*. Barcanova

En aquest taller no s'usa tot el llibre, només es treballen els continguts relacionats amb la geometria, l'àrea el perímetre i els angles, per tant només s'han tingut en compte les activitats relacionades amb aquests continguts.

2.4.2.2. Disseny de les observacions d'aula

Per a observar la praxis del docent s'han tingut en compte diversos elements en relació a la TAD (Chevallard, 1999) però també que cal tenir en compte on es realitza l'activitat i qui són els participants (LeCompte i Preissle, 1993; Moyles, 2002 i Spradley, 1980). Que respecte el lloc, cal considerar l'espai i entorn físic, els objectes que hi ha (Spradley, 1980) i la disposició dels seients i taules (Moyles, 2002). Que respecte als participants cal registrar quin és el seu rol i com es comporten entre sí i què es discuteix freqüentment o infreqüentment (LeCompte i Preissle, 1993). Que cal documentar accions concretes (Spradley, 1980) i qualsevol incident o element crític (Moyles, 2002). Que també cal considerar l'activitat o activitats que s'estan duent a terme (LeCompte i Preissle, 1993 i Spradley, 1980) i més concretament com s'estan duent a terme i quins recursos s'usen (LeCompte i Preissle, 1993). Que és recomanable registrar el dia i lloc de la observació (Moyles, 2002), quan dura l'activitat (LeCompte i Preissle) i la seqüència i cronologia dels esdeveniments (Moyles, 2002 i Spradley, 1980), així com l'objectiu que els participants intenten aconseguir (Spradley, 1980).

Per tant, s'ha documentar cada sessió observada amb notes de camp preses in situ que es varen ampliar en algun cas durant els dies posteriors a la observació davant la impossibilitat d'escriure-ho tot durant les pròpies sessions. A les notes de camp s'hi han inclòs els enunciats de les activitats proposades, quan el docent les deia en veu alta a tota la classe i totes les dades sobre l'organització del temps i el nombre d'alumnes (en grups per curs, en grups multigrau,..), lloc on es realitzava l'activitat i materials usats. Com que l'objectiu és documentar les accions dels alumnes i docents de la forma més acurada possible ja que es volen analitzar quines tasques i tècniques realitza el docent, és a dir, es vol documentar la seva praxis i en ocasions les interaccions són moltes seguides i costa prendre nota de tot, d'alguna de les parts de la classe se n'ha gravat l'àudio per a una posterior transcripció. Per altra banda també s'ha documentat amb fotografies les pàgines del llibre de text o dels enunciats i els materials si se n'usaven i s'ha reproduït tot allò que s'ha escrit a la pissarra fossin dibuixos, esquemes o frases numèriques.

S'han analitzat sessions de tots els cicles i de tots els tallers, les sessions analitzades es detallen a continuació.

Sessions analitzades a cicle inicial:

- Sessió 1 del *Taller Resolem* impartida pel docent 1 el divendres 5 de maig de 2023 de 11:30 a 13:00
- Sessió 2 del *Taller Resolem* impartida pel docent 1 el dimecres 7 de juny de 2023 de 11:30 a 13:00
- Sessió 1 del *Taller Connectem* impartida pels docents 2 i 3 de dijous 11 de maig de 2023 de 11:30 a 13:00

Sessions analitzades a cicle mitjà:

- Sessió 1 del *Taller Resolem* impartida pel docent 4 el dilluns 23 d'octubre de 2023 de 9:00 a 10:30
- Sessió 2 del *Taller Resolem* impartida pel docent 4 el dilluns 6 de novembre de 2023 de 11:30 a 13:00
- Sessió 1 del *Taller Connectem* impartida pel docent 5 el dimecres 25 d'octubre de 2023 de 11:30 a 13:00
- Sessió 2 del *Taller Connectem* impartida pel docent 5 el dijous 9 de novembre de 2023 de 9:00 a 10:30

Sessions analitzades a cicle superior:

- Sessió 1 del *Taller Resolem* impartida pel docent 7 el dilluns 6 de novembre de 2023 de 9:00 a 10:30
- Sessió 2 del *Taller Connectem* impartida pel docent 8 el divendres 17 de novembre de 2023 de 11:30 a 13:00
- Sessió 1 del *Taller Pensem* impartida pel docent 6 el dilluns 13 de novembre de 2023 de 9:00 a 10:30

Les transcripcions de totes les sessions es poden trobar als annexes pàgina 159.

2.4.2.3. Disseny de les entrevistes

Com que, tal com assenyalen DeWalt i DeWalt (2011) a l'observar detingudament els esdeveniments i activitats, solen sorgir una sèrie de preguntes que poden plantejar-se en una entrevista posterior i a més a més es volen conèixer les opinions dels docents sobre la seva *praxis* didàctica s'ha entrevistat als docents. Per al disseny de les entrevistes s'ha considerat el model proposat per Margolinas et al. (2005) que constitueix un marc de referència per a descriure les praxeologies didàctiques. Aquest model proposa quatre nivells

característics de l'acció del docent (vegeu la Taula 2. 1) per tal de copsar la complexitat de l'activitat i veure quins són els elements de què s'ocupa el docent.

Taula 2.14::

Taula dels nivells d'activitat del docent segons Margolinas et al. (2005)

Nivell +3	Valors i concepcions sobre l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques	És el nivell més general (nivell de noosfera o ideològic), és el nivell de reflexió més general del docent sobre l'ensenyament i aprenentatge
Nivell +2	Projecte didàctic global	Concepció general sobre com organitzar un tema d'ensenyament: nocions a estudiar i coneixements a adquirir.
Nivell +1	Projecte didàctic local	Projecte didàctic específic d'una lliçó o conjunt de lliçons, objectius i organització del treball.
Nivell 0	Acció didàctica	Interacció amb els alumnes i decisions durant l'acció.
Nivell -1	Observació de l'acció didàctica dels alumnes	Percepció de l'activitat del alumnes i regulació del seu treball.

Cal tenir en compte que aquest model no es pot entendre com a un model lineal, ja que a tots els nivells, el docent ha de fer front com a mínim a dos nivells, per exemple quan el docent interactua amb l'alumnat, que és el nivell 0 d'acció didàctica, la forma de fer-ho està lligada al seu projecte didàctic que és el nivell +1, però també ha de fer front a les dificultats reals dels alumnes que és el nivell -1.

Aleshores, per a descriure i analitzar el component tecnològic-teòric dels docents, és a dir, el seu logos didàctic, es va dissenyar un qüestionari que inclogués preguntes de cadascun dels nivells de Margolinas et al. (2005). Les preguntes dels nivells 3, 2, 0 i -1 varen ser les mateixes per a tots els docents, però les preguntes del nivell 1, al tractar-se del projecte didàctic local, com que tots els docents treballen continguts diferents i el format i estructura de les sessions són diferents en alguns casos, les preguntes es varen personalitzar i a més a més, es varen demanar els aclariments necessaris. A continuació es detallen les peguntes de cada nivell.

Nivell +3 Valors i concepcions sobre l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques en una aula multigrau

1. Quines diferències creus que hi ha metodològicament parlant a l'hora de treballar les matemàtiques tenint un sol curs a l'aula o tenint-ne dos?

2. Quins avantatges té treballar les matemàtiques de forma multigrau pel docent? I pels alumnes?
3. Quins inconvenients té treballar les matemàtiques de forma multigrau pel docent? I pels alumnes?
4. Quan s'usa un currículum rotatiu, creus que és el mateix l'ordre en què com a alumne et toca treballar les activitats? Per què?

Nivell +2 Projecte didàctic global

1. Abans no tenies alumnes de dos cursos en una aula, ara què fas diferent? Què és el que fas exactament igual?
2. Hi ha algun contingut matemàtic que només es treballi a les sessions per nivell? En cas que la resposta sigui afirmativa preguntar de quins continguts es tracta i per què es treballen només a les sessions de nivell.
3. Hi ha algun contingut que treballis al taller que consideris que seria millor treballar-lo per nivell? Per què?
4. Per què has escollit el llibre de...? Què té de bo? Quines mancances hi trobes? Per què?

   Hi ha alguna estratègia metodològica que usis a matemàtiques i que no usis a la resta d'assignatures?
5. Com distribuïu els alumnes en els tres grups? Quin criteri feu servir? Són els mateixos grups per a totes les assignatures o bé per a matemàtiques és diferent?
6. A les classes he vist que de vegades els alumnes resolen la mateixa tasca i de vegades cada curs fa una tasca diferent. Quan fas una cosa o l'altre? Per què? Quan fas tasques diferents sempre és per curs o de vegades es fa segons el nivell de l'alumne? Per què?

Nivell +1 Projecte didàctic local

Les preguntes d'aquest nivell són diferents segons el professor ja que els tallers proposat són diferents, s'hi imparteixen continguts diferents i s'usen materials diferents.

La única pregunta que es va fer a tothom és:

1. Com s'estructuren les teves classes?

Les preguntes segons el docent són:

<u>Docent 1</u>

1. Quan tu fas les activitats d'Innovamat, en fas alguna adaptació o fas el que diu la guia

allà?

2. Feu sempre les mateixes activitats?
3. Quines estratègies de càlcul feu servir a cicle inicial?
4. Això que em dius amb material?

Docent 2

1. Les activitats del llibre d'Innovamat les feu totes? per les aventures les fas totes?
2. Quines activitats fas al taller que no siguin d'Innovamat? Perquè les has afegit?
3. Quines són les claus per treballar la geometria i la mesura?
4. Quines estratègies de càlcul feu servir a cicle inicial?

Docent 4

- Les activitats del llibre d'Innovamat les feu totes? per les aventures les fas totes?
- Feu alguna adaptació?
- Les activitats que feu en el taller de Resolem, com les escolliu, quin és el criteri i què han de complir aquestes activitats?
- En el taller de Resolem fan tots la mateixa activitat?
- Tu què fas més geometria, o mesura? O vas canviant?
- Quines estratègies de càlcul treballeu a cicle mitjà?

Docent 5

- Les activitats aquestes del llibre d'Innovamat, les feu totes? O n'hi ha alguna que no la feu?
- En fas alguna adaptació alguna vegada?
- Seguiu la guia del professor d'Innovamat? està bé?
- Com treballes la geometria? Que consideres que és molt important de la geometria o de la numeració?
- Quines estratègies de càlcul treballeu al cicle mitjà? Que us venen sabent les coses i potser no ho feu tot, o sí, i deixeu coses per cicle superior, Quina és la part que feu més forta?

Docent 6

- Com treballes les làmines?
- I les làmines sempre fas la part de la fotografia i la part de darrere, la del problema, la fas sempre o la fas de vegades?
- Respecte si ha hagut de fer adaptacions.
- I després sempre acabes que t'ho han d'escriure, que això que feu oral, després fan un

registre escrit?

Docent 7

- Els alumnes de cicles superiors ja coneixen les totes estratègies de càlcul?
- Quins tipus de problemes feu?
- I els quaderns individuals, com ho feu? Són per curs?
- Jo quan els vaig mirar el llistat de problemes aritmètics que em vares passar, de percentatges, crec que n'hi havia un o dos només.
- Segons necessitats del nivell, per exemple, dels alumnes, que vegis que tirem més i tirem menys?
-

Docent 8

- Quan fas les activitats del llibre, les fas tal com diu el llibre o fas algunes adaptacions?
- Perquè els alumnes que tenen, el quadern del seu curs? i si han de fer alguna cosa de l'altre curs, què fas?
- La geometria com la treballes?
- O sigui, mesura en àrea, perímetre, angles. Això és el que fas, no? Longitud també ho fas?
- El teu taller, el de geometria, feu sempre les mateixes activitats per a uns i pels altres?
- Et guardes els més difícils pels últims semestres?
- Per exemple?

Nivell 0 Acció didàctica (Interacció amb els alumnes decisions durant l'acció)

1. Quin tipus d'interacció intentes establir amb els alumnes?
2. Quan un alumne no sap resoldre una tasca què fas? Quines estratègies uses? Fas el mateix si treballen per grups, per curs o si treballen en grups multigrau?
3. Quan proposes una tasca a tot el grup la poses en comú? Amb quin objectiu?
4. Quan els proposes una tasca per curs, poses en comú una i altra tasca per curs?
5. Què proposes més, treball individual, en grup o per parelles? Hi ha diferències entre continguts?

Nivell -1 Observació de l'acció dels alumnes (percepció de l'activitat dels estudiants i regulació del seu treball.

1. Com observes el treball dels alumnes?

2. Com t'ajuden les observacions a l'aula en l'avaluació? I en la planificació de les activitats a l'aula?
3. Quines activitats d'avaluació fas? Per què?

Dels 8 docents que donen classe se'n va poder entrevistar a 7. El docent que no s'ha pogut entrevistar és el que fa codocència amb un dels docents de cicle inicial al taller connectem. Per a dur a terme les entrevistes, es va citar a cadascun dels docents per separat, se'ls varen plantejar el llistat de preguntes i es va enregistrar l'àudio de l'entrevista. En un cas, l'entrevista en comptes de ser presencial va ser online i es va gravar en vídeo. Cada entrevista va durar aproximadament tres quarts d'hora i es va transcriure per al seu posterior anàlisi. Es poden llegir les transcripcions de les entrevistes als annexes pàgina 335.

2.4.3. Disseny de l'anàlisi de dades

En aquest apartat detallem com s'ha dut a terme tant l'anàlisi de documents, com l'anàlisi de les entrevistes i l'anàlisi de les observacions d'aula. En tots tres casos s'ha usat el programa per a analitzar dades qualitatives Atlas.ti v9. Per a fer-ho s'expliciten els referents teòrics utilitzats de la TAD, les decisions preses, el procés de codificació de les dades i la posterior quantificació tenint en compte les preguntes de recerca i els objectius plantejats. Per cada cas en mostrem exemples.

2.4.3.1. Anàlisi de les activitats proposades

Codificació de les tasques i subtasques

Per a analitzar totes les activitats que es proposen a cadascun dels cicles, s'han analitzat tots els enunciats que ens han facilitat els docents. Per cada enunciat s'han detallat tots els tipus de tasques que ha de realitzar un alumne per a resoldre l'activitat en qüestió. Tot això s'ha codificat amb el programa Atlas.ti v9 per tal de fer-ne un anàlisi quantitatiu. La descripció de cadascun dels tipus de tasques s'ha fet seguint la caracterització que proposa Chaachoua (2018) segons la qual un tipus de tasca *T* és un conjunt de tasques tal que es descriu amb un verb d'acció i uns complements fixes, presos dels objectes de la disciplina i per a les quals existeix almenys una tècnica τ per a resoldre les tasques de *T* de tal manera que o bé l'àmbit de la tècnica $P(\tau)$ és un subconjunt de *T,* o bé *T* és un subconjunt de $P(\tau)$. Per tant, cal

tenir en compte que poden existir d'altres tècniques que resolguin tasques de *T* l'àmbit d'aplicació de les quals contingui tasques de *T* i tasques externes. Per exemple, si tenim $GT_{probl\ arit\ 2op\ naturals}$ (resoldre un problema aritmètic que involucri dues operacions amb nombres naturals), per a resoldre aquest tipus de tasques caldrà aplicar diverses tècniques, que consisteixen en resoldre les operacions corresponents amb nombres naturals, i aquestes no seran vàlides si el que cal es resoldre problemes aritmètics amb dues operacions amb nombres que no siguin naturals, per exemple si són nombres decimals.

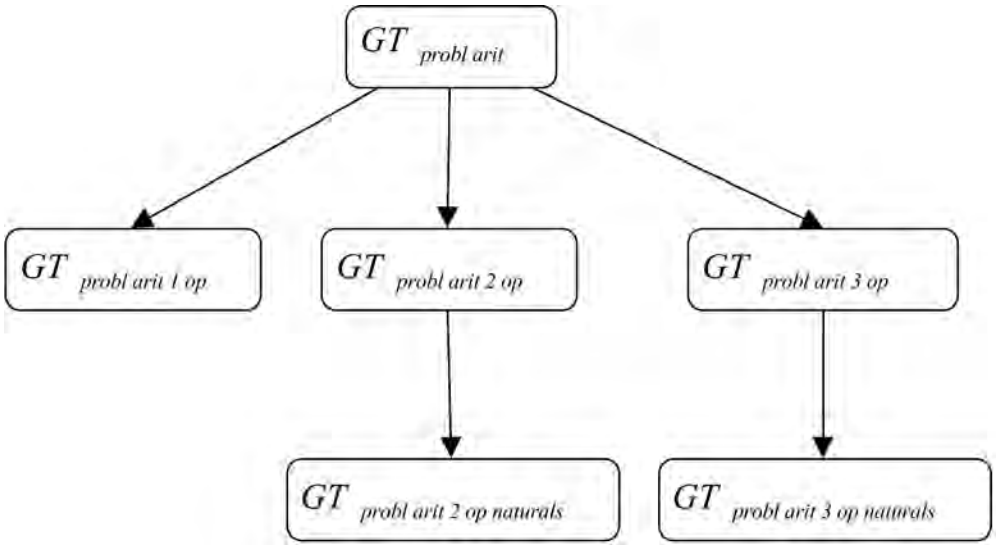
Per això Chaachoua també defineix què és una subtasca de la següent manera: es diu que *T'* es una subtasca del tipus de tasca *T* si *T'* és un subconjunt de *T* i a més a més *T*' es un tipus de tasca en si mateixa. Reprenent l'exemple anterior, $GT_{probl\ arit\ 2op\ naturals}$ (resoldre un problema aritmètic que involucri dues operacions amb nombres naturals) és un tipus de subtasca de $T_{probl\ arit\ 2op}$ (resoldre un problema aritmètic de dues operacions).

Per tant, els tipus de tasques *T* queden descrites de la següent manera: *T* (verb d'acció, complement) on el verb d'acció pot ser com en el cas de l'exemple anterior resoldre, però també pot ser comparar, justificar, relacionar, calcular…El complement, per la seva banda, especifica a què es refereix l'acció i pot tenir diferents graus de detall, des de més específics a més genèrics. Per tenir en compte aquestes relacions entre el que és més específic i el que és més genèric Chaachoua (2018) introdueix la noció de sistema de variables i generador tipus de tasques.

Continuant amb l'exemple anterior $GT_{probl\ arit\ 2op\ naturals}$ (resoldre problemes aritmètics que involucrin 2 operacions amb nombres naturals) és una subtasca de $T_{probl\ arit\ 2op}$ (resoldre problemes aritmètics que involucrin 2 operacions). I si considerem $T_{probl\ arit\ 1op}$, aleshores tant $T_{probl\ arit\ 2op}$ com $T_{probl\ arit\ 1op}$ poden considerar-se subtasques del tipus de tasques $T_{probl\ arit}$ (resoldre problemes aritmètics). Un altre tipus de subtasca de $T_{probl\ arit}$ (resoldre problemes aritmètics) seria $T_{probl\ arit\ 3op}$ (resoldre problemes aritmètics que involucrin 3 operacions) que al seu torn pot tenir com a subtasca $GT_{probl\ arit\ 3op\ naturals}$ (resoldre problemes aritmètics que involucrin 3 operacions amb nombres naturals). Totes aquestes relacions es poden representar en el diagrama d'arbre de la Figura 2. 6.

Figura 2.6:

Generadors de tasques segons la seva jerarquia



També podem dir que el tipus de tasques $T_{probl\ arit}$ és mes genèric que $T_{probl\ arit\ 2op}$ i aquest és més genèric que $T_{probl\ arit\ 2op\ enters}$, o que $T_{probl\ arit\ 2op\ enters}$ és més específic que $T_{probl\ arit\ 2op}$ i al seu torn és més específic que $T_{probl\ arit}$. Per tot això, Chaachoua (2018) defineix el que anomena generador de tasques: un generador de tasques és GT = [verb d'acció, complement fix; sistema variable] on el parell (verb d'acció, complement fix) és un tipus de tasca i el sistema de variables és una llista de variables i els valors que pot prendre.

Per exemple, en el cas dels problemes aritmètics es pot considerar el generador de tasques següent:

$GT_{probl\ arit}$ =[Resoldre un problema aritmètic; V1, V2, V3] on la variable V1 és el nombre d'operacions que involucra, V2 és el tipus de nombres que apareixen a l'enunciat del problema i V3 és el tipus d'operacions que cal fer per a resoldre el problema. Així doncs la variable V1 pot prendre els valors 1, 2, 3, 4, 5 o més operacions, la variable V2 els valors nombres enters, nombres decimals, nombres enters i decimals i la variable V3 els valors només sumes i/o restes, només multiplicacions i/o divisions, sumes i/o restes i multiplicacions i/o divisions.

La manera de determinar les variables pot dependre de diversos criteris, un pot ser les tècniques a emprar o la subdivisió institucional. Per exemple, la variable V1 també podria prendre els valors 1, 2, 3, 4 o més operacions. Així doncs l'estructuració dels tipus de tasques

dependrà de l'estructuració del tipus de variables. Les variables tenen tres funcions segons Chaachoua (2018): generar tipus de tasques, caracteritzar l'abast de les tècniques i descriure les praxeologies. Per tant, les variables i els valors que prenen, mostren el tipus de tasques que es proposen i per tant les condicions i restriccions institucionals, ja que per exemple potser hi ha algun tipus de tasques que no es proposa i de les tasques que es proposen, potser només se'n proposen d'un determinat tipus, ja que les variables no prenen tots els valors possibles. Les variables també mostren quines tècniques són necessàries, ja que per exemple, en el cas anterior de $GT_{probl\ arit}$=[Resoldre un problema aritmètic; V1, V2, V3] si la variable V2 només pren el valor naturals i V3 sumes i restes, només caldrà descriure les tècniques per a resoldre sumes que involucrin nombres naturals, però si també pren el valor nombres enters o nombres decimals, aleshores caldran d'altres tècniques. En conseqüència, les variables descriuen les praxeologies que són vàlides i també les que no són vàlides pels alumnes.

Respecte a les tècniques ens podem preguntar què cal per a definir una tècnica? De què està feta una tècnica? Quins ingredients la componen? Chaachoua (2018) descriu les tècniques mitjançant un conjunt de tipus de tasques anomenades ingredients de la tècnica, és a dir, per a definir una tècnica cal definir totes i cadascuna de les tasques que la componen, però aleshores, quin és el nivell de descripció que cal donar? Per a donar resposta a aquesta qüestió ens fixem en les definicions de tasques intrínseques i extrínseques i tasca elemental de Chaachoua.

Una tasca intrínseca és aquella que només existeix a través de l'aplicació de les tècniques d'un altre tipus de tasques mentre que les tasques extrínseques, existeixen fora de les tècniques i poden ser prescrites institucionalment als alumnes. Així doncs en aquesta tesi s'han detallat totes les tasques extrínseques, ja que l'objectiu és descriure la praxeologia matemàtica proposada per la qual cosa és imprescindible detallar totes i cadascuna de les tècniques que es poden prescriure institucionalment als alumnes. En canvi, no s'han detallat totes les tècniques intrínseques ja que tot i tenir les seves pròpies praxeologies les quals fins i tot en algun moment de l'escolarització es poden proposar de forma independent, s'ha considerat que no afecten a la descripció de la praxeologia matemàtica que es proposa. Per exemple, si considerem el següent generador de tasques que ha calgut descriure a la praxeologia matemàtica proposada a cicle mitjà:

$GT_{Comptar\ elements\ polí\ edre}$ =[Comptar els elements d'un políedre; V1, V2, V3]

On la variable V1 són els elements a comptar.

Valors: cares, vèrtexs, arestes.

On la variable V2 és la forma en que es presenta el políedre.

Valors: amb material manipulable.

On la variable V3 és el tipus de políedre.

Valors: prisma i piràmide de base triangular, prisma i piràmide de base rectangular, prisma i piràmide de base pentagonal, prisma i piràmide de base hexagonal, prisma de base decagonal, prisma i piràmide de base quadrada, prisma de base pentagonal.

Les tècniques per a comptar aquests elements que poden ser diferents segons la figura geomètrica, per exemple, per a comptar les cares d'un prisma es pot comptar primer les dues bases i després comptar les cares laterals recordant quina de les cares hem comptat primer per a no comptar-la dues vegades, també es poden comptar primer les cares laterals portant el compte de les que ja s'han comptat i les que no i al final comptar les bases, també es poden usar gomets per anar comptant i marcant les cares que ja s'han comptat. No s'han descrit aquestes tècniques intrínseques ja que existeixen quan es volen comptar les cares d'un prisma i detallar-les no explica millor la praxeologia proposada. Es suficient saber que a la praxeologia matemàtica es proposen tasques de comptatge dels elements d'un políedre.

Per altra banda, una tasca es considera elemental, si la institució o l'investigador de l'àmbit considera que no és necessari explicitar les tècniques per a aquest tipus de tasca. Vegem un exemple del que s'ha considerat tasca elemental. Un dels generadors de tasques descrits en aquesta tesi és el següent:

$GT_{Calcular + naturals}$ = [Calcular el resultat d'una suma de nombres naturals; V1, V2]

On la variable V1 és el nombre de xifres dels nombres naturals.

Valors: 1, fins a 2 xifres, fins a 3 xifres, fins a 4 xifres, de 5 o més xifres.

On la variable V1 és l'estratègia usada.

Valors: Descomponent tots dos sumands segons el valor de posició, descomponent un dels dos sumands segons el valor de posició, descomponent un dels dos sumands en nombres més petits, usant nombres de referència, fent deus, fent dobles, compensant, usant l'algorisme tradicional.

Aquest generador de tasques conté la tasca *T* (Calcular el resultat d'una suma de nombres naturals de fins a tres xifres compensant), com que l'estratègia de compensar és una estratègia coneguda per la comunitat educativa, que es pot trobar als llibres de text i manuals de matemàtiques, s'ha considerat que es tracta d'una tasca elemental i ja no se n'han explicitat les tasques que la componen. El mateix passa per a les altres tasques d'aquest

generador de tasques. Així doncs, s'han explicitat les tasques que componen una tècnica en cas que calgués aclarir en què consisteix la tècnica en qüestió, i no s'ha fet quan aquesta és una tècnica coneguda per a la comunitat educativa. Tampoc s'han detallat les tasques que componen una tècnica en cas que aquesta sigui elemental al cicle on es proposa. Per exemple, en el cas anterior on cal comptar elements d'un políedre no es detallen les tècniques necessàries per a poder comptar (dir la sèrie numèrica oral, enumerar i aplicar la regla del valor cardinal) ja que són tècniques pròpies de l'etapa d'educació infantil, per tant comptar és elemental a l'etapa d'educació infantil però no ho és a l'etapa de primària.

A més a més, de detallar les tasques i generadors de tasques, aquests s'han agrupat segons el contingut que involucren els complements fixes i les variables, és a dir, segons si són accions cal dur-les a terme al bloc de numeració, al de geometria, al de mesura, al d'estadística, al de probabilitat o al d'àlgebra. Per a cadascun d'aquests blocs de contingut, s'ha tingut en compte la següent subclassificació basada en la classificació proposada per NCTM (2003):
Aquesta subclassificació en el cas de les **tasques de geometria** és la següent:

1. Analitzar les característiques i propietats de les figures geomètriques de dues i tres dimensions i desenvolupar raonaments matemàtics sobre relacions geomètriques.
    1.1. Identificar i donar nom a figures de dues i tres dimensions.
    1.2. Comparar i descriure les característiques de figures de dues i tres dimensions i desenvolupar el vocabulari per a descriure-les.
    1.3. Analitzar les característiques de figures de dues i tres dimensions.
    1.4. Identificar els elements de figures de dues i tres dimensions.
    1.5. Classificar figures de dues i tres dimensions d'acord amb les seves propietats i desenvolupar les definicions d'algunes classes de figures.
    1.6. Formular i comprovar conjectures sobre les propietats geomètriques i les relacions i desenvolupar arguments lògics per a justificar les conclusions.
2. Representar amb material o dibuixos figures geomètriques de dues i tres dimensions
    2.1. Investigar, descriure i raonar els resultats de subdividir i combinar figures de dues i tres dimensions.
    2.2. Explorar la congruència i la semblança amb materials o mentalment.
    2.3. Construir i dibuixar figures geomètriques.
    2.4. Crear i descriure imatges mentals de figures geomètriques usant la memòria i la visualització espacial.
    2.5. Reconèixer i representar figures geomètriques des de diferents perspectives.

2.6. Identificar i construir un objecte de tres dimensions a partir de representacions en dues dimensions d'aquest objecte.
2.7. Identificar i construir una representació bidimensional d'un objecte tridimensional.
2.8. Usar models geomètrics per a resoldre problemes d'altres àrees de les matemàtiques, tals com els números i la mesura.
2.9. Dibuixar figures geomètriques amb propietats fixades, com ara la longitud dels costats o les mesures dels angles.

3. Localitzar i descriure relacions espacials mitjançant coordenades geomètriques i altres sistemes de representació.
   3.1. Descriure, donar nom i interpretar posicions relatives a l'espai i aplicar idees sobre posició relativa.
   3.2. Descriure, donar nom i interpretar la direcció i la distància en els desplaçaments a l'espai i aplicar aquestes nocions.
   3.3. Trobar i anomenar "llocs" amb relacions simples com ara "a prop de" en sistemes de coordenades com ara mapes.
   3.4. Descriure la localització i el moviment usant vocabulari comú i vocabulari geomètric.
   3.5. Crear i usar sistemes de coordenades per a localitzar i descriure camins.
   3.6. Trobar la distància entre punts situats en rectes horitzontals o verticals en un sistema de coordenades.
4. Analitzar transformacions i usar la simetria per a analitzar situacions matemàtiques.
   4.1. Reconèixer i aplicar translacions, reflexions i girs.
   4.2. Reconèixer i crear figures geomètriques que tinguin simetries.
   4.3. Predir i descriure resultats de reflectir, traslladar i girar figures de dues dimensions.
   4.4. Descriure un moviment o una sèrie de moviments que demostren que dues figures no són congruents.
   4.5. Identificar i descriure la simetria axial i la simetria central en figures de dues i tres dimensions i en dissenys.

I en el cas de les **tasques de mesura** hi ha 2 subtemes que són els següents:

1. Comprendre els atributs mesurables dels objectes, les unitats de mesura, els sistemes i processos de mesura.
   1.1. Reconèixer i comprendre els atributs.

1.2. Comparar i ordenar objectes segons els seus atributs.
1.3. Comprendre com mesurar usant unitats de mesura estàndard i no estàndard.
1.4. Comprendre la necessitat de mesurar amb unitats de mesura estàndard i familiaritzar-se amb el sistema decimal de mesures.
1.5. Seleccionar un instrument i una unitat de mesura apropiats per a l'atribut a mesurar.
1.6. Realitzar conversions d'unitats.
1.7. Comprendre que les mesures són aproximacions, i comprendre com afecta a la precisió les diferències entre les unitats.
1.8. Explorar què li passa a les mesures d'una figura bidimensional, com el perímetre i l'àrea quan canvia la forma.
1.9. Identificar i comprendre els diferents tipus d'escales dels mapes.

2. Aplicar tècniques i instruments apropiats per a obtenir mesures.
2.1. Mesurar usant diverses copies d'una unitat de mesura de la mateixa mida.
2.2. Usar repetidament una unitat de mesura de longitud no estàndard per a mesurar alguna cosa més gran que aquesta, per exemple mesurar la llargada d'una habitació amb una sola cinta mètrica d'un metre de longitud.
2.3. Usar instruments de mesura.
2.4. Seleccionar i aplicar unitats de mesura estàndard i les eines apropiades per a mesurar longituds, àrees, volums, pesos, temps i temperatures i amplituds angulars.
2.5. Desenvolupar fórmules per a calcular l'àrea de rectangles, triangles i paral·lelograms relacionats amb aquests.
2.6. Comprendre i usar fórmules per a calcular l'àrea de rectangles, triangles i paral·lelograms relacionats amb aquests.
2.7. Desenvolupar estratègies per a calcular l'àrea i el volum de sòlids rectangulars.
2.8. Aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiats per a obtenir mesures del volum.
2.9. Resoldre problemes relatius a factors d'escala, usant raons i proporcions.
2.10. Seleccionar i usar referències per a estimar mesures.
2.11. Desenvolupar estratègies per a estimar el perímetre, l'àrea i el volum de figures irregulars.

I en el cas de les tasques de **numeració** hi ha els 3 subtemes següents:

1. Comprendre els números, les formes de representar-los les relacions entre ells i els conjunts numèrics.
    1.1. Comptar col·leccions d'objectes amb comprensió i adonar-se de quants objectes hi ha.
    1.2. Usar diversos models per a desenvolupar les primeres nocions sobre el valor posicional i el sistema decimal de numeració.
    1.3. Desenvolupar la comprensió de la posició relativa i la magnitud dels nombres naturals i dels nombres ordinals i cardinals i les seves connexions.
    1.4. Donar sentit als nombres naturals, representar-los i usar-los de manera flexible.
    1.5. Relacionar, compondre i descompondre números de diverses maneres.
    1.6. Relacionar els noms dels números i els numerals, amb les quantitats que representen, usant diversos models físics i representacions diverses.
    1.7. Comprendre l'estructura del valor posicional en el sistema decimal de numeració.
    1.8. Comprendre i representar les fraccions més usades com un quart, un mig i un terç.
    1.9. Representar i comparar nombres naturals, decimals i fraccionaris.
    1.10. Reconèixer representacions equivalents del mateix número i generar-les mitjançant la composició i descomposició de números.
    1.11. Desenvolupar la comprensió de les fraccions com a part de la unitat entera, com a parts d'una col·lecció, com a punts de la recta numèrica i com a divisió de nombres naturals.
    1.12. Usar models de referència i formes equivalents per a jutjar la mida d'una fracció.
    1.13. Comparar i ordenar fraccions, decimals i percentatges amb eficàcia.
    1.14. Situar fraccions i decimals a la recta numèrica.
    1.15. Comprendre i usar raons i proporcions per a representar relacions quantitatives.
    1.16. Usar factors, múltiples, factorització en nombres primers i nombres primers entre sí per a resoldre problemes.
2. Comprendre els significats de les operacions i com es relacionen entre sí.
    2.1. Comprendre diversos significats de la suma, la resta, la multiplicació i la

divisió.

2.2. Comprendre la relació entre la suma i la resta, entre la multiplicació i la divisió, entre la suma i la multiplicació i entre la resta i la divisió.

2.3. Comprendre els efectes de sumar i restar nombres naturals.

2.4. Comprendre els efectes de multiplicar i dividir números naturals.

2.5. Identificar i usar relacions entre operacions per a resoldre problemes.

2.6. Comprendre i usar propietats de les operacions.

2.7. Comprendre els significat i els efectes de les operacions aritmètiques amb fraccions, decimals i nombres naturals.

3. Calcular amb fluïdesa i fer estimacions raonables.

3.1. Desenvolupar fluïdesa en les combinacions bàsiques de nombres respecte la suma, la resta, la multiplicació i la divisió i usar-les per a fer càlculs mentals relacionats amb elles, com per exemple multiplicar 30 per 50.

3.2. Usar diversos mètodes i eines per a calcular, incloent-hi objectes, càlcul mental, llapis i paper i calculadores.

3.3. Desenvolupar i usar estratègies per a fer càlculs (sumar, restar, multiplicar i dividir) amb nombres naturals.

3.4. Seleccionar i usar mètodes i eines apropiades (càlcul mental, estimació, calculadora, llapis i paper) per a calcular amb nombres naturals, segons el context i naturalesa del càlcul a realitzar

3.5. Usar models visuals, referències i formes equivalents per a sumar i restar fraccions i decimals d'ús comú.

3.6. Desenvolupar i usar estratègies per a estimar els resultats de càlculs amb nombres naturals i jutjar si són o no raonables.

3.7. Desenvolupar i usar estratègies per a estimar els resultats de càlculs amb fraccions i decimals, en situacions rellevants en l'experiència dels alumnes.

I en el cas de l'anàlisi de les activitats d'**àlgebra** hi ha els 3 subtemes següents:

1. Comprendre patrons, relacions i funcions

1.1. Seleccionar, classificar i ordenar objectes per la mida, la quantitat i altres propietats.

1.2. Reconèixer, descriure i ampliar patrons geomètrics i numèrics.

1.3. Analitzar com es generen patrons de creixement i de decreixement.

1.4. Generalitzar patrons geomètrics i numèrics.

1.5. Representar i analitzar patrons i funcions, verbalment i mitjançant taules i gràfics.

2. Representar i analitzar situacions i estructures matemàtiques usant símbols algebraics.
   2.1. Exemplificar els principis generals i les propietats de les operacions com la commutativitat, usant números.
   2.2. Usar representacions concretes, pictòriques i verbals per a desenvolupar la comprensió de notacions simbòliques inventades i convencionals.
   2.3. Identificar propietats (commutativa de la suma i la multiplicació, associativa de la suma i la multiplicació, distributiva de la suma respecte el producte) i usar-les en el càlcul amb nombres naturals.
3. Usar models matemàtics per a representar i comprendre relacions quantitatives.
   3.1. Modelitzar situacions relatives a la suma, la resta, la multiplicació i la divisió de nombres naturals, usant objectes, dibuixos i símbols.
   3.2. Modelitzar situacions o problemes amb objectes i usar representacions com ara gràfiques, taules o equacions per a extreure'n conclusions.
   3.3. Explorar relacions entre el perímetre i l'àrea.

I en el cas de l'anàlisi de les activitats d'**estadística**, hi ha els 3 subtemes següents:

1. Formular preguntes que es puguin abordar amb dades i recollir, organitzar i presentar dades rellevants per a respondre-les
   1.1. Proposar preguntes i recollir dades.
   1.2. Ordenar i classificar objectes d'acord amb els seus atributs i organitzar dades relatives a aquells.
   1.3. Representar dades mitjançant objectes, dibuixos i gràfics.
   1.4. Comprendre la naturalesa del tipus de dades: qualitatives i quantitatives.
   1.5. Comprendre què representen els valors dels eixos horitzontals i verticals d'una gràfica.
   1.6. Dissenyar investigacions per a abordar una pregunta i considerar com els mètodes de recollida de dades l'afecten.
   1.7. Recollir dades per mitjà d'observacions, enquestes i experiments.
   1.8. Familiaritzar-se amb diverses representacions de dades (taules, diagrames de punts, diagrames de barres, diagrames lineals.
   1.9. Observar gràfics existents a l'entorn (diaris, envasos de cereals…)
   1.10. Representar dades usant taules i gràfics.
   1.11. Reconèixer les diferències en la representació de dades qualitatives i

quantitatives

2. Seleccionar i usar mètodes estadístics apropiats per a analitzar dades.
    2.1. Descriure part o el total de les dades per a determinar què mostren.
    2.2. Descriure la forma i les característiques importants d'un conjunt de dades
    2.3. Comparar conjunts de dades que tinguin relació, posant èmfasi en com es distribueixen les dades.
    2.4. Usar les mesures de centralització, i comprendre què indica i què no indica cadascuna respecte al conjunt de dades.
    2.5. Comparar representacions diferents del mateix conjunt de dades, i avaluar com cadascuna d'aquestes representacions mostra aspectes importants de les dades.
3. Proposar i justificar conclusions basades en dades.

I finalment en el cas de les tasques de les activitats de **probabilitat** hi ha els 2 subtemes següents:

1. Fer inferències i prediccions basades en dades
    1.1. Discutir successos probables i improbables relacionats amb experiències dels alumnes.
    1.2. Proposar i justificar prediccions basades en dades.
2. Comprendre i aplicar conceptes de probabilitat.
    2.1. Descriure successos com a probables o no probables i discutir el seu grau de probabilitat usant expressions com segur, igualment probable o improbable.
    2.2. Predir la probabilitat d'experiments senzills i sotmetre a prova les prediccions.
    2.3. Comprendre que la mesura de la probabilitat d'un succés pot representar-se per un número comprès entre 0 i 1.

Per a dur a terme tot aquest procés han calgut diversos cicles de codificació a l'Atlas.ti v9 (Braun i Clarke, 2012 y Terry i Hayfield, 2021), per a identificar i organitzar tant les accions com els complements o variables per a definir les tasques i generadors de tasques de tots els tallers de forma coherent per així poder-los comparar i extreure'n conclusions. Per exemple, a les activitats que es proposen cal investigar relacions en sèries geomètriques tant al taller connectem de cicle inicial com al de cicle mitjà. La diferència és que a cicle inicial cal investigar sèries definides per atributs i sèries geomètriques de creixement i a cicle mitjà només sèries geomètriques de creixement. En comptes de considerar aquestes tasques com a dues tasques independents, s'ha descrit un generador de tasques que les contingui com a subtasques, per a facilitar la quantificació posterior. Per això ha estat necessari considerar

dues variables. Sovint ha calgut definir i redefinir tant el generador de tasques com les variables per tal que les relacions entre tasques i subtasques dels diferents cicles i tallers fossin coherents. A l'exemple anterior, finalment el generador de tasques descrit a cicle inicial és:

$GT_{Invest\ rel\ sè\ rie\ geom}$ = [Investigar relacions en una sèrie geomètrica; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de sèrie a investigar.

Valors: sèrie geomètrica de creixement, sèrie geomètrica definida per atributs.

On la variable V2 són les relacions a investigar.

Valors: en cas de ser una sèrie geomètrica de creixement quins i quants elements s'afegeixen d'una figura a la següent i a on s'afegeixen, en cas d'una sèrie geomètrica definida per atributs, quines diferències qualitatives i de posició hi ha entre un element i el següent.

I el de cicle mitjà és:

$GT_{Invest\ rel\ sè\ rie\ geom}$ = [Investigar relacions en una sèrie geomètrica; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de sèrie a investigar.

Valors: sèrie geomètrica de creixement.

On la variable V2 són les relacions a investigar.

Valors: en cas de ser una sèrie geomètrica de creixement quins elements s'afegeixen d'una figura a la següent i a on s'afegeixen.

Exemplificació de la codificació realitzada

Mostrem ara un exemple de com s'han codificat les diferents activitats mostrant la codificació d'una activitat de cada taller:

Exemple taller resolem

Al taller resolem es proposen problemes aritmètics com per exemple aquest de cicle superior:

L'Helena guanya cada trimestre 140 bitllets de 5 euros i el seu cosí Joan, en guanya 42 menys. Quants euros van guanyar tots dos durant un trimestre?

Per a resoldre aquest problema els docents demanen als alumnes que:

- Identifiquin les dades i la pregunta del problema
- Representin la situació del problema mitjançant un esquema o dibuix.
- Diguin quines operacions realitzaran per a resoldre'l i per què.
- Facin els càlculs que han dit que farien.

- Responguin a la pregunta.

Per tant per a resoldre aquest problema cal definir les següents tasques i generadors de tasques del blocs de numeració:

Identificar les dades del problema aritmètic.

Identificar la pregunta del problema aritmètic.

Modelitzar situacions relatives a les operacions involucrades al problema aritmètic usant dibuixos i símbols.

$GT_{Resoldre\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Resoldre un problema aritmètic; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el nombre d'operacions a realitzar per a resoldre el problema.

Valors: 3.

On la variable V2 és el tipus de nombres de l'enunciat dels problemes.

Valors: enters.

On la variable V4 són el tipus d'operacions que cal realitzar per a resoldre el problema.

Valors: sumes i/o restes i també multiplicacions i/o divisions.

$GT_{Deter\ oper\ per\ a\ resoldre\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Determinar quines operacions es faran per a resoldre el problema aritmètic; V1]

On la variable V1 és el tipus d'operació que pot involucrar el problema.

Valors: suma, resta, multiplicació.

$GT_{Justificar\ operació}$ = [Justificar l'operació bàsica realitzada per a resoldre una tasca; V1]

On la variable V1 és el tipus de justificació que es pot usar.

Valors: perquè ajuntem, perquè busquem la diferència, perquè es repeteix.

$GT_{Calcular+naturals}$ = [Calcular el resultat d'una suma de nombres naturals; V1, V2]

On la variable V1 és el nombre de xifres dels nombres naturals.

Valors: 1, 2, 3, 4, 5 o més xifres.

On la variable V1 és l'estratègia usada.

Valors: Descompondre tots dos sumands segons el valor de posició, descompondre un dels dos sumands segons el valor de posició, descompondre un dels dos sumands en nombres més petits, usar nombres de referència, fer deus, fer dobles, compensar, usar l'algorisme tradicional.

$GT_{Calcular-naturals}$ = [Calcular el resultat d'una resta de nombres naturals; V1]

On la variable V1 és el l'estratègia usada.

Valors: descompondre el subtrahend segons el valor de posició, descompondre el subtrahend en nombres més petits, sumar cap endavant, ajustar el subtrahend per a crear una resta més fàcil, usar la recta numèrica per treure, usar la recta numèrica i sumar cap endavant, usar l'algorisme tradicional.

$GT_{Calcular \times naturals}$ = [Calcular el resultat d'una multiplicació de nombres naturals; V1]

On la variable V1 és el tipus d'estratègia usada.

Valors: usar una suma iterada, usar una suma iterada i usar fets coneguts i/o nombres de referència, usar representacions en files i columnes, fer els productes parcials i sumar, fer dobles i meitats, descomponent algun factor en factors més petits, usar l'algorisme tradicional.

Cal observar que en aquest cas el problema es pot resoldre amb 3 o 4 operacions:
Si es resol amb 3 operacions cal fer:

140 bitllets guanyats per la Joana - 42 bitllets menys que guanya en Joan =

= 98 bitllets guanya el cosí Joan

140 bitllets que guanya la Joana + 98 bitllets guanya el cosí Joan =

= 238 bitllets de 5 euros guanyats entre els dos

238 bitllets que guanyen entre els dos x 5€/bitllet = 1190 €

Si es resol amb 4 operacions cal fer:

140 bitllets x 5€/bitllet = 700 €

140 - 42 = 98 quants bitllets ha guanyat el cosí Joan.

98 bitllets que guanya en Joan x 5€/bitllet = 490 euros que ha guanyat el cosí Joan

490€ + 700€ = 1190 quants euros han guanyat entre els dos

En aquests casos a l'hora de codificar s'ha considerat la que requeria menys operacions. I en el cas que el problema es pogués resoldre de dues maneres amb el mateix nombre d'operacions s'ha considerat l'opció més adient tenint en compte el cicle en el que es proposava. Per exemple a cicle superior és més adient expressar una quantitat repetida tres vegades amb una multiplicació que no pas amb una suma.

Exemple taller pensem

Al taller pensem es proposen unes làmines on cal relacionar les imatges que hi ha

representades amb continguts matemàtics ja treballats a classe. Per exemple, a cicle mitjà es presenta una làmina on s'hi pot veure una fotografia d'una família de 6 membres asseguts en un sofà. La fotografia apareix a la làmina repetida nou vegades i col·locada de diverses maneres, per tant es pot parlar de girs. Es pot identificar quin gir cal aplicar a una imatge per aconseguir una de les altres imatges, per això es poden definir els següents generadors de tasques del bloc de geometria (tasques on s'apliquen transformacions i s'usa la simetria per a analitzar situacions matemàtiques):

$GT_{Descriure\ amplitud\ angle\ de\ gir}$ = [Descriure l'amplitud de l'angle d'un gir; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal descriure l'amplitud de l'angle de gir.

Valors: fotografia dels membres d'una família repetida i col·locada de diferents maneres.

On la variable V2 és el vocabulari a usar a l'hora de descriure el gir.

Valors: mitja volta, un quart de volta, tres quarts de volta, una volta.

$GT_{Ident\ girs\ entre\ diferents\ posicions\ d'un\ objecte}$ = [Identificar quines posicions d'un objecte són girs d'una altra posició; V1]

Identificar quines posicions són girs d'una altra.

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge dels l'objectes.

Valors: fotografia dels membres d'una família repetida i col·locada de diferents maneres.

Exemple del taller connectem

Activitat del taller de cicle mitjà on es mostra el patró geomètric de la Figura 2.1.

Figura 2.7:

Patró de creixement geomètric



I es demana:

Digues quants triangles i quants segments té la primera figura.

Digues quants triangles i quants segments té la segona figura.

Digues quants triangles hi haurà a la tercera figura sense dibuixar-la.
Digues quants segments calen per a construir la tercera figura sense dibuixar-la.

Per a resoldre aquesta activitat cal determinar el nombre de triangles o segments d'una figura plana d'una sèrie geomètrica de creixement de la que en tenim el dibuix o representació i per fer-ho és necessari:

- Comptar els elements (triangles o segments) de la figura geomètrica en qüestió.

També cal determinar el nombre de triangles o segments d'una figura plana d'una sèrie geomètrica de creixement coneixent el dibuix de la figura geomètrica anterior i per a fer-ho és necessari:

- Comptar els elements (triangles o segments) de la figura geomètrica anterior.
- Investigar quins i quants elements s'afegeixen i a on s'afegeixen en una sèrie geomètrica de creixement.
- Sumar el nombre elements (triangles o segments) de la figura anterior amb el nombre d'elements que s'afegeixen.

Això ens porta a definir els següents generadors de tasques:

$GT_{Deter\ n^o\ \ elem\ fig2D\ sè\ rie\ geom}$ = [Determinar el nombre d'elements d'una figura plana d'una sèrie geomètrica de creixement; V1, V2, V3]

On la variable V1 són els elements que cal comptar.

Valor: triangles i segments.

On la variable V2 és la informació que es té per a fer-ho.

Valor: construcció o dibuix de la figura en qüestió, construcció o dibuix de la figura geomètrica anterior.

$GT_{Comptar\ n^o\ \ elements}$ = [Comptar el nombre d'elements que té una figura geomètrica plana; V1]

On la variable V1 és la figura geomètrica.

Valors: triangle equilàter format per triangles equilàters.

On la variable V2 són els elements que cal comptar.

Valors: triangles de la figura geomètrica , segments de la figura geomètrica.

$GT_{Invest\ rel\ sè\ rie\ geom}$ = [Investigar relacions en una sèrie geomètrica; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de sèrie a investigar.

Valors: sèrie geomètrica de creixement.

On la variable V2 són les relacions a investigar.

Valors: quins i quants elements s'afegeixen d'una figura a la següent i a on s'afegeixen.

$GT_{Calcular+naturals}$ = [Calcular el resultat d'una suma de nombres naturals; V1, V2]

On la variable V1 és el nombre de xifres dels números.

Valors: nombres de fins a dues xifres.

On la variable V2 és l'estratègia usada.

Valors: descomponent un dels dos sumands en nombres més petits, usant nombres de referència, fent deus, fent dobles, compensant, usar fets numèrics coneguts, usant l'algorisme tradicional.

Els dos primers generadors són del bloc de geometria (tasques on s'analitzen les característiques i propietats de les figures geomètriques de dues dimensions i es desenvolupen raonaments matemàtics sobre relacions geomètriques), el següent del bloc d'àlgebra comprendre patrons, relacions i funcions) i l'últim del bloc de numeració (calcular amb fluïdesa i fer estimacions raonables).

A la segona part de l'activitat es demana als alumnes que omplin una taula com ara la que hi ha a la Taula 2.4.3.1.15 amb els resultats obtinguts a la primera part de l'activitat i es demana que expliquin quina relació hi observen i l'usin per acabar-la d'omplir.

Taula 2.15:

Taula dels nivells d'activitat del docent segons Margolinas et al. (2005)

Figura	Nombre de triangles	Nombre de segments
1	1	3
2	4	9
3	9	18
4		
5		
6		
⋮	⋮	⋮
12		

Per a resoldre aquesta activitat cal acabar d'omplir la taula i per això cal:

- Investigar relacions numèriques a la taula.
- Deduir el patró numèric de la sèrie geomètrica de creixement.
- Descriure verbalment el patró
- Aplicar el patró trobat per a acabar d'omplir la taula.

La qual cosa ens porta a definir els següents generadors de tasques, tots del bloc d'àlgebra

(comprendre patrons, relacions i funcions):

$GT_{Investigar\ rel\ num}$=[Investigar relacions numèriques en una sèrie numèrica; V1]

On la variable V1 és la situació en la que cal investigar relacions numèriques.

Valors: en la sèrie numèrica de Fibonacci sense conèixer el patró, en la sèrie numèrica de Fibonacci coneixent el seu patró per a trobar d'altres relacions, entre el nombre d'elements d'una figura geomètrica d'un patró geomètric i la següent, en la situació en que hi ha un determinat nombre de punts numerats formant un cercle i s'escull un número entre 1 i el nombre de punts menys 1 per a fer salts de tantes posicions com indiqui el nombre escollit fins a tornar al punt d'inici que és l'1.

$GT_{Deduir\ patró\ sèrie}$ =[Deduir el patró numèric d'una sèrie; V1]

On la variable V1 és la sèrie de la qual en volem deduir el patró.

Valors: sèrie geomètrica de creixement (triangles equilàters cada vegada més grans formats per triangles equilàters)

$GT_{Descriure\ verbal\ patró}$ = [Descriure verbalment el patró d'una sèrie; V1]

On la variable V1 és el tipus de sèrie.

Valors: sèrie geomètrica de creixement (triangles equilàters cada vegada més grans formats per triangles equilàters).

$GT_{Aplicar\ patró\ numèric}$ = [Aplicar un patró numèric; V1]

On la variable V1 és la situació en que cal usar-lo.

Valors: per a calcular el nombre d'elements d'una determinada figura d'una sèrie de creixement geomètric (triangles equilàters cada vegada més grans formats per triangles equilàters).

No s'han detallat les tècniques per a investigar les relacions numèriques en una sèrie numèrica que poden ser molt diverses (comprovar si hi ha relacions de suma, comprovar si hi ha relacions multiplicatives,…) ja que l'objectiu és descriure les matemàtiques que es proposen.

Quantificació de la codificació

Un cop detallades totes les tasques i subtasques que cal realitzar per tal de resoldre cadascuna de les activitats proposades i classifica-les segons el bloc de contingut al qual pertanyen com ja s'ha explicat, s'ha passat a quantificar-ho i analitzar d'altres qüestions per a poder descriure les praxeologies proposades a cada taller. Com que els tres tallers són molt diferents a continuació es detalla el procés seguit a cadascun d'ells:

Taller resolem

Com que en aquest taller cal resoldre problemes aritmètics i resoldre operacions aritmètiques i a més a més en moltes ocasions els alumnes treballen en equips cooperatius que estan formats per alumnes d'un mateix curs s'ha mirat si hi ha diferències entre les activitats que es proposen per un curs i per l'altre. Per a fer això s'han quantificat, descrit i analitzat les següents qüestions:

- Problemes que es proposen per cada curs i problemes que es proposen pels dos cursos en percentatge.
- Nombre d'operacions que cal fer per a resoldre el problema segons el curs
- Tipus de nombres (naturals, decimals, percentatges) que hi ha a l'enunciat dels problemes segons el curs
- Tipus de quantitats (discretes o contínues) que hi ha a l'enunciat dels problemes que es plantegen segons el curs.
- Context dels problemes en els que hi ha quantitats contínues a l'enunciat.
- El nombre de xifres tenen els nombres naturals i decimals de l'enunciat dels problemes segons el curs
- El tipus d'accions que contenen els problemes (només accions de suma i/o resta, només accions de multiplicació i/o divisió, o bé accions tant de suma i/o resta i multiplicació i/o divisió) segons el curs.
- Tipus de problemes segons Carpenter et al. (1999) segons el curs.

Els tipus de problemes aritmètics que es poden resoldre amb una suma o una resta són segons Carpenter et al. (1999) i els codis que s'han usat per a codificar els problemes són els següents:

- Problemes de canvi augment en els que hi ha un únic conjunt que pateix un augment.
    - Es coneixen la situació inicial i l'augment i cal calcular la situació final (Op SR Canvi Augment: Resultat Desconegut)
    - Es coneixen la situació inicial i la final i cal calcular l'augment (Op SR Canvi Augment: Augment Desconegut)
    - Es coneixen l'augment i la situació final i cal calcular la situació inicial (Op SR Canvi Augment: Inici Desconegut)
- Problemes de canvi disminució on hi ha un sol conjunt que pateix una disminució
    - Es coneixen la situació inicial, la disminució i cal calcular la situació final (Op SR Canvi Disminució: Resultat Desconegut)

    - Es coneixen la situació inicial i la final i cal calcular la disminució (Op SR Canvi Disminució: Disminució Desconeguda)
    - Es coneixen la disminució, la situació final i cal calcular la situació inicial (Op SR Canvi Disminució: Inici Desconegut)
- Problemes de parts-total on diverses parts s'ajunten per a formar el total
    - Es coneixen les parts i cal calcular el total (Op SR Parts-Total: Total Desconegut)
    - Es coneix una de les parts i el total i cal calcular l'altra part (Op SR Parts-Total: Una part Desconeguda)
- Problemes de comparació on cal comparar dues quantitats
    - Es coneixen les dues quantitats a comparar i cal calcular la diferència (Op SR Comparació: Diferència Desconeguda)
    - Es coneix el referent amb el que es compara i la diferència i cal calcular la quantitat amb la que es compara (Op SR Comparació: Quant amb la que es compara Desconeguda)
    - Es coneix la quantitat amb la que es compara i la diferència i cal calcular el referent (Op SR Comparació: Referent Desconegut)

Els tipus de problemes aritmètics que es poden resoldre amb una multiplicació o divisió són segons Carpenter et al. (1999) els següents:

- Problemes on hi ha grups iguals
    - Es coneix el nombre de grups i el nombre d'elements de cada grup i cal calcular el total (Op MD Comp mult: Mult)
    - Es coneixen el nombre d'elements de cada grup i el total i cal calcular nombre de grups (Op MD Grups iguals: Divisió_Fer...grups iguals)
    - Es coneix el nombre de grups i el total i cal calcular nombre d'elements de cada grup (Op MD Grups iguals: Divisió_Fer grups de...elements)
- Problemes de proporcions
    - Es coneix el referent i la proporció i cal calcular el total (Op MD Proporcions: Mult)
    - Es coneix la proporció i el total i cal calcular el referent (Op MD Proporcions: Divisió_Fer...grups iguals)
    - Es coneix la proporció i el total i cal calcular el referent (Op MD Proporcions: Divisió_Fer grups de...elements)

- Problemes on es fa una comparació multiplicativa
    - Es coneix el referent i la comparació multiplicativa i cal calcular total (Op MD Comp mult: Mult)
    - Es coneix el referent i el total i cal calcular la comparació multiplicativa (Op MD Grups iguals: Divisió_Fer...grups iguals)
    - Es coneix la comparació multiplicativa i el total i es demana pel referent (Op MD Grups iguals: Divisió_Fer grups de...elements)
- Problemes on cal calcular una àrea
    - Es coneix la llargada i l'amplada i cal calcular l'àrea
    - Es coneix la llargada o bé l'amplada i l'àrea i cal calcular l'amplada o bé la llargada (Op MD: Àrea_Divisió)
- Problemes on els elements estan col·locats en files i columnes
    - Es coneix el nombre de files i columnes i cal calcular el total (Op MD: Files i col_Mult)
    - Es coneix el nombre de files o bé el de columnes i el total i cal calcular les columnes o bé les files (Op MD: Files i col_Divisió)
- Problemes on cal fer combinacions (producte cartesià)
    - Es coneix el nombre de possibilitats per cadascuna dels elements a combinar i cal calcular el nombre de combinacions total Op MD Grups iguals: Mult)
    - Es coneixen el nombre de combinacions total i el nombre de possibilitats per a un dels elements i es demana pel nombre de possibilitats de l'altre element (Op MD Producte Cartesià: Divisió)

Taller pensem

Com que en aquest cal dir quines matemàtiques hi ha en 24 imatges, s'ha quantificat i analitzat:

- Les tasques descrites segons el bloc de contingut (numeració, àlgebra, geometria, mesura, estadística, probabilitat) sense tenir en compte la seva freqüència.
- Les tasques descrites segons el bloc de contingut (numeració, àlgebra, geometria, mesura, estadística, probabilitat) tenint en compte la seva freqüència.
- Els blocs de contingut que es treballen a cada làmina.
- Les tasques d'àlgebra
- Les tasques d'estadística
- Les tasques de probabilitat

- Les tasques geometria
- Les tasques mesura
- Les tasques numeració
- El tipus d'accions que cal realitzar a l'hora de dur a terme les tasques.

Taller connectem

Als tallers connectem de cicle inicial i mitjà s'hi proposen els reptes d'Innovamat i s'ha quantificat i analitzat:

- Les tasques descrites segons el bloc de contingut (numeració, àlgebra, geometria, mesura, estadística, probabilitat) sense tenir en compte la seva freqüència.
- Les tasques descrites segons el bloc de contingut (numeració, àlgebra, geometria, mesura, estadística, probabilitat) tenint en compte la seva freqüència.
- Els blocs de contingut que es treballen a cada repte.
- Les tasques que cal realitzar a més d'un repte.
- Leses tasques d'àlgebra
- Les tasques d'estadística
- Les tasques de probabilitat
- Les tasques geometria
- Les tasques mesura
- Les tasques numeració
- El tipus d'accions que cal realitzar a l'hora de dur a terme les tasques.

Completesa de la praxeologia proposada

Finalment per cada cicle s'ha valorat el grau de completesa de l'organització matemàtica local (OML d'ara en endavant) o praxeologia matemàtica local segons la proposta de Bosch et al. (2004), que valora fins a quin punt les OML proposades per a una determinada institució són puntuals, rígides i poc articulades entre sí. Aquesta qüestió, és una qüestió relativa, ja que no té sentit parlar de OML "completes" ni de OML "incompletes" sinó que és una qüestió de gradació, és a dir, les OML són més o menys incompletes depenent de la mesura en què els seus components compleixin les condicions descrites pels set indicadors identificats per Bosch et al. (2004). Aquests set indicadors són els següents:

- OML1 Integració dels tipus de tasques

En una OML hi ha diferents tipus de tasques. Aquestes tasques estan relacionades entre sí o bé per un discurs tecnològic comú o bé per les tècniques per a resoldre-les. Així doncs el grau de completesa depèn de la integració i vincles entre els diferents tipus de tasques. Per tant, com més aïllades estiguin les tasques que componen la OML, és a dir, si cal resoldre-les mitjançant tècniques que no estan relacionades per cap element tecnològic comú, més incompletes seran.

- OML2 Diferents tècniques i criteris per a escollir entre elles

Una OML és més completa si existeixen tècniques alternatives (que poden ser variacions d'una mateixa tècnica) per a realitzar alguns dels seus tipus de tasques. D'aquesta manera no s'identifica de forma única un tipus de tasca amb la tècnica usada per a resoldre-la. Això comporta que hi hagi elements tecnològics que permetin qüestionar les diferents tècniques alternatives, analitzar les seves equivalències o diferències i destriar quina és més fiable o econòmica.

- OML3. Independència dels ostensius que integren les tècniques

Tot allò que és oral, els sons, allò que s'escriu, els gràfics, els gests… són objectes ostensius dotats de certa materialitat i fan que la relació amb un determinat objecte sigui diferent (Chevallard, 1992). La relació és diferent no només per l'ostensiu manipulat sinó també per les regles de manipulació, així doncs, la OML serà més completa en la mesura que s'acceptin diferents representacions ostensives depenent de l'activitat matemàtica en la que s'està immers i de la tasca que s'està resolent.

- OML 4. Existència de tasques i tècniques "inverses"

Un altre indicador de la flexibilitat de les tècniques és si existeixen o no tècniques "reversibles", és a dir, tècniques que permetin resoldre una tasca i la seva tasca inversa. Però que s'entén per tasca inversa? La tasca inversa és aquella que resulta d'intercanviar dades i incògnites o de qüestionar les condicions de realització de la tasca o d'aplicació d'una determinada tècnica. Per tant, la tasca inversa no està unívocament definida.

- OML5. Interpretació del resultat d'aplicar les tècniques

Com més completa sigui una OML major funcionalitat adquireix el seu discurs tecnològic, especialment en la interpretació de les tècniques i dels seus resultats. És a dir, cal que a la OML existeixin els elements tecnològics necessaris per a interpretar la tècnica o tècniques.

- OML6. Existència de tasques matemàtiques "obertes"

Les OML més completes permeten abordar qüestions "obertes", és a dir, permeten abordar tasques en les que les dades i les incògnites no estan fixades completament a priori.

Això es pot explicar en dos nivells. En un primer nivell, les qüestions obertes són aquelles en les que els valors coneguts es tracten com si fossin desconeguts i no pas com a objectes matemàtics concrets, i les incògnites no són objectes matemàtics concrets sinó que són les relacions que s'estableixen entre elles. En un segon nivell, són les tasques obertes en les que l'alumne ha de decidir quines dades usar, és a dir, quines són les dades pertinents i quines no ho són. Aquest segon nivell inclou tasques de modelització matemàtica.

- OM7. Incidència dels elements tecnològics sobre la pràctica

Es pot caracteritzar cada OML per la seva tecnologia. Per tant, es considera que el grau de completesa de la OML també depèn de les relacions que s'estableixen entre els seus elements tecnològics i de la seva incidència efectiva sobre la pràctica matemàtica que es duu a terme a la OML. Un indicador clau del grau de completesa és mesurar en quin grau la tecnologia permet construir noves tècniques capaces d'ampliar els tipus de tasques de la OML. D'aquesta manera es van construint de forma progressiva els tipus de tasques que integren la OML.

2.4.3.2. Anàlisi de les observacions participants

Per cada observació realitzada hem transcrit totes les notes de camp preses durant les observacions en un document on s'hi han inclòs les fotografies preses dels llibres i fulls d'activitats dels alumnes. Aquestes transcripcions s'han complementat amb les gravacions d'alguns fragments de la classe que es varen gravar. Un cop transcrites totes les sessions, per a poder-les descriure i analitzar s'han dut a terme dues accions. Per una banda s'han identificat i detallat cronològicament els moments d'estudi segons Chevallard (1999). Concretament, s'ha detallat tant quins moments es presenten com quins no es presenten, en quin ordre i freqüència es presenten i quins ho fan de forma simultània. També s'han explicitat les relacions que s'estableixen entre ells. Per a fer això s'ha usat l'Atlas.ti v9 i s'han codificat les transcripcions segons els codis:

- M1_MPT Moment del primer encontre
- M2_METT Moment d'exploració de la tasca i de la tècnica
- M3_MCBTT Moment de la construcció del bloc tecnològic-teòric
- M4_MTT Moment de treball de la tècnica
- M5_MI Moment d'institucionalització
- M6_MA Moment de l'avaluació

Per altra banda també hem detallat les tasques i tècniques del docent com en el cas de la praxeologia matemàtica amb un verb d'acció i un complement seguint la mateixa caracterització usada a l'apartat anterior (Chaachoua, 2018). I hem pres com a punt de partida i de referència l'anàlisi realitzat per Ruiz-Higueras i García (2011) on es descriuen i s'analitzen les praxeologies matemàtiques i didàctiques d'una activitat de modelització matemàtica realitzada a infantil. Ruiz-Higueras i García (2011) detallen les tècniques didàctiques usades pel docent investigat en funció del seu impacte sobre el medi didàctic, és a dir, segons si són tècniques mesogenètiques, topogenètiques o cronogenètiques (Chevallard, 2011). Les tasques mesogenètiques són les que modelen i modifiquen el medi, les tasques topogenètiques són les que mostren com s'organitzen o re-organitzen les responsabilitats entre docent i alumne, és a dir, mostren qui fa què i les tasques cronogenètiques són les que regulen el temps didàctic. Tot i que és el docent qui fa que els diferents moments didàctics evolucionin a través d'accions o gests sobre el medi, i els gests o logos dels alumnes i dels docents estan diferenciats, cal tenir en compte que estan coordinats entre sí per la tècnica que es posa en marxa de forma col·lectiva (Chevallard, 1999). Per tant, no es poden dissociar les accions del docent de les de l'alumne. Per això a l'hora de descriure les tècniques usades s'ha tingut especial cura en escollir tant el verb com els complements adequats per tal de mostrar si la tasca descrita és produeix per iniciativa del docent o bé és a conseqüència d'algun gest dels alumnes. Per exemple, no és el mateix que un alumne surti a la pissarra a escriure el procés de resolució d'un càlcul que ha realitzat i no se'n surti i com a conseqüència el docent decideixi assumir-ne l'escriptura que no pas que l'alumne expliqui un procés de resolució en veu alta i el docent decideixi escriure el que està dient a la pissarra sense que prèviament li hagi demanat a l'alumne que ho intenti escriure ell. En el primer cas les tasques del docent són:

- Demanar a l'alumne que expliciti en veu alta com ha resolt una tasca
- Demanar a l'alumne que escrigui el procés de resolució que ha explicat a la pissarra
- Assumir la representació o escriptura d'un procés de resolució que estava realitzant un alumne

I en el segon cas seria:

- Demanar a l'alumne que expliciti en veu alta com ha resolt una tasca
- Escriure què ha dit un alumne en veu alta a la pissarra sense haver-li demanat que ho faci ell

La diferència entre el primer i segon cas és que en el primer el docent demana a l'alumne que escrigui el procés a la pissarra i en el segon no ho fa, per tant, el medi que es crea és diferent,

les responsabilitats s'organitzen de forma diferent. En ambdós casos, el docent es fa càrrec de la tasca d'escriure el procés de resolució, però en el primer cas es tractaria d'un moviment topogenètic ascendent (Ruiz-Higueras i García, 2011) ja que el docent assumeix l'activitat que havia estat assignada a l'alumne. S'instaura, per tant, una diferenciació topogenètica extrema i el nou contracte didàctic deixa de ser adidàctic. Per tant el verb assumir només s'ha usat quan la tasca que havia estat assignada a l'alumne la realitza el docent, per això en el segon cas no es descriu la tasca amb el verb assumir sinó amb el verb escriure.

Per altra banda el docent també pot realitzar tasques topogenètiques descendents (Ruiz-Higueras i García, 2011). Això passa per exemple quan el docent fa que els alumnes es fixin en alguna cosa, quan formula una pregunta als alumnes, quan els demana alguna cosa o bé quan emfatitza alguna cosa entre d'altres. Una altra qüestió que hem tingut en compte a l'hora de classificar les tècniques usades pels docents en cronogenètiques és que només s'han classificat com a cronogenètiques aquelles que amb més alta probabilitat tenen un impacte en el temps didàctic. Per exemple, resoldre un exemple igual o molt similar abans de resoldre una tasca accelera el temps didàctic ja que redueix la incertesa dels alumnes, i en canvi, suggerir una estratègia alternativa, no necessàriament accelera el temps didàctic, ja que de vegades es fa perquè la institució no accepta com a vàlida l'estratègia usada per l'alumne tot i ser-ho, en canvi si que l'accelera suggerir algun idea, dada o tècnica que ajuda a resoldre el problema, o almenys la intencionalitat del docent és accelerar-la. No obstant, sovint la frontera entre sí una tècnica és cronogenètica ja que accelera el temps didàctic o bé és mesogenètica perquè modifica el medi pot no ser del tot clara.

Per tant, el que s'ha fet ha estat codificar tota la transcripció usant codis que descrivissin les tasques i tècniques del docents seguint el procediment que s'ha explicitat per finalment poder quantificar quines tasques són les més freqüents, quan es produeixen i en el cas de les taques i tècniques topogenètiques veure quines són ascendents i quines són descendents. Als annexes pàgina 307 hi ha el llistat complet de totes les tasques i tècniques que s'han codificat amb l'Altlas.ti v9.

A continuació, a les Taules 2.16, 2.17 i 2.18 s'hi mostren uns fragments de la codificació d'una sessió del taller resolem de cicle superior impartida pel docent 7 on els alumnes resolen tres problemes aritmètics en grups cooperatius. Als annexos pàgina 312 s'hi pot trobar la codificació completa de la sessió. La sessió comença amb una explicació per a tot el grup classe, per tant comença amb el primer encontre. El docent explica la tasca a realitzar i presenta diverses restriccions sobre com resoldre la tasca i a més a més introdueix ostensius. A la Taula 2.16 hi ha una descripció de cadascuna de les accions del docent tot indicant quina

tècnica didàctica usa i a quina funció didàctica pertany la tècnica usada.

Taula 2.16:

Anàlisi del moment del primer encontre d'una sessió a cicle superior impartida pel docent 7

Amb tot el grup classe			
Moment didàctic	**Tasca didàctica**	**Tècnica didàctica**	**Funció didàctica**
1.MPE	El docent explica que resoldran tres problemes i ompliran el diari de compromisos.	Enunciar el tema a treballar	Mesogenètica
	La professora explica que els alumnes han d'usar l'estratègia de treball cooperatiu del llapis al mig.	Presenta una restricció sobre com s'han d'organitzar els alumnes.	
	Recorda com funciona l'estratègia de grup cooperatiu del llapis al mig		
	Recorda quin és el rol de cada alumne dins el grup cooperatiu		
	La professora els facilita una graella per a cada problema on hi ha les subtasques que han de realitzar per a resoldre cada problema. A més a més els diu en quin ordre han de realitzar aquestes subtasques. Els recorda que cal que resolguin cada problema primer dient quines són les dades i la pregunta, després fent un esquema, després dient quines operacions faran i per què les faran, fent les operacions que han dit i finalment indicant quina és la resposta. Els facilita una graella que han d'omplir	Restricció: Presentar una restricció a l'hora de resoldre una tasca	
		Introduir ostensius	
	Els diu que encara que treballin de forma cooperativa cadascú ha d'omplir el seu propi full de resposta i que hi han d'escriure tots el mateix.	Presentar una restricció a l'hora del format que ha de tenir la resposta	
	Recorda als alumnes que per a poder resoldre el següent problema cal que primer ella el revisi el que ja han resolt.	Restricció: Impossibilitar la resolució d'una tasca si l'anterior no ha estat revisada pel docent.	
		Restricció: Dir en quin ordre cal que els alumnes resolguin les tasques assignades.	

Un cop presentada la tasca, els alumnes treballen de forma autònoma en grups cooperatius i el docent va passant de forma cíclica pels diversos grups per anar revisant què fan els

alumnes. Per tant cada vegada que passa per un grup es tracta d'un moment d'avaluació, per tant de forma simultània es produeixen diferents moments vinculats a la resolució de la tasca. A la Taula 2.2 es descriuen les accions del docent de la interacció amb el grup i com en el cas anterior es mostra a quina tècnica didàctica corresponen explicitant també la funció didàctica.

Taula 2.17:

Anàlisi d'un moment exploració de la tècnica amb un dels grups cooperatius d'una sessió a cicle superior impartida pel docent 7

Grup de 6è resolent el 1r problema			
Moment didàctic	**Tasca didàctica**	**Tècnica didàctica**	**Funció didàctica**
2.METT	Demana quines són les dades del problema	Demanar la resposta a una part de la tasca o a una subtasca	Topogenètica
	Els alumnes discrepen sobre l'ordre en què cal anotar les dades. El docent dona la raó a una alumna del grup.	Validar una resposta dient si és o no correcta.	Topogenètica
	Demana quina és la pregunta	Demanar la resposta a una part de la tasca o a una subtasca	Topogenètica
	Fa una observació sobre l'odre en què han posat les dades. I diu que a un altre grup, al principi han posat les dades amb ordre invers. Primer cal posar les dades que sabem i després les que no sabem.	Tècnica de la difusió dialògica. Reprendre el procediment d'un alumne per a difondre'l a un subgrup de la classe	Topogenètica
		Presentar una restricció a l'hora del format que ha de tenir la resposta.	Mesogenètica
	Resol un dubte d'una alumna dient ella la resposta. L'alumna no entén la frase "l'edat de la Marta és tres vegades més que la d'en Miquel"	El docent assumeix la resolució i resposta a un dubte dels alumnes.	Topogenètica

La sessió continua amb successives interaccions amb cadascun dels grups. El docent va passant d'un grup a l'altre tot observant en quin punt de la resolució del problema estan i avaluant què estan fent. Per tant igual que en la interacció amb el grup anterior es tracta d'un moment d'avaluació, i com que també estan explorant la tasca i la tècnica es produeixen aquests dos moments de forma simultània. Tot aquest anàlisi, igual que en el cas anterior es recull a la Taula 2.3.

Taula 2.15:

Anàlisi d'un moment exploració de la tècnica amb un dels grups cooperatius d'una sessió a cicle superior impartida pel docent 7

Grup de 6º resolent el 1r problema			
Moment didàctic	**Tasca didàctica**	**Tècnica didàctica**	**Funció didàctica**
2.METT	Demana quines són les dades del problema	Demanar la resposta a una part de la tasca o a una subtasca	Topogenètica
	Els diu que millor que les escriguin al revés. Primer cal escriure el que sabem i després el que no sabem.	Validar una resposta	Topogenètica
		Assumir canvis de redactat	Topogenètica
		Presentar una restricció en el format que ha de tenir la resposta.	Mesogenètica
	Alguns alumnes ho han escrit amb un ordre i els altres amb un altre. Els diu que ho han de tenir tots igual, que no poden tenir respostes diferents.	Presentar una restricció en el format que ha de tenir la resposta.	Topogenètica
	Demana quin esquema han fet.	Demanar la resposta a una part de la tasca o a una subtasca	Topogenètica
	Un alumne explica el seu esquema però el docent no el té en compte.	No tenir en compte què ha dit un alumne	Cronogenètica
	El docent llegeix l'enunciat mentre l'alumna fa l'esquema.	Assumir gran part de l'activitat matemàtica per a reduir la incertesa dels alumnes.	Topogenètica
	El docent reprèn l'esquema de l'alumne i li demana que l'acabi.	Demanar un aclariment a alguna cosa que han explicat els alumnes.	
	El docent valida l'esquema de l'alumne	Validar una resposta dient si és o no correcta.	
	El docent li diu que a l'esquema li falten els números que un esquema sempre ha de contenir els números de l'enunciat del problema.	Presentar una restricció en el format que ha de tenir la resposta.	Mesogenètica

Per tal de quantificar aquesta codificació, per una banda, en tots els casos s'han quantificat el nombre de tècniques usades de cada tipus agrupades segons si són mesogenètiques, cronogenètiques i topogenètiques i s'han assenyalat aquells gests que condicionen més el logos dels alumnes, com per exemple, resoldre un exemple igual o similar al que es vol resoldre, assumir tasques assignades a l'alumne o formular preguntes que condueixen cap a la resposta correcta per a poder valorar fins a quin punt l'activitat de

l'alumne es veu afectada per a les decisions que pren el docent i tècniques que usa. Aquesta informació s'ha inclòs a l'anàlisi en format taula on en el cas de les tasques topogenètiques s'ha usat una fletxa cap amunt com aquesta: h per a indicar que la tècnica és ascendent i una fletxa cap avall com aquesta altra: per a indicar que la tècnica és descendent i. Per altra banda, en els casos que la sessió tingués parts clarament diferenciades, per exemple la sessió comença amb una part de càlcul mental, però després continua amb una activitat de geometria, també s'ha inclòs una taula amb el nombre de tècniques topogenètiques, mesogenètiques i cronogenètiques segons la part de la sessió en què es produeixen i s'han descrit les tècniques per cada part per tal de poder identificar si hi havia diferències, és a dir, si en alguna part de la sessió es produïen més o més tècniques d'un tipus que en una altra part.

2.4.3.3. Anàlisi de les entrevistes

Per a analitzar les entrevistes primer s'han transcrit les entrevistes dels 7 docents. Un cop transcrites les entrevistes, s'han revisat les respostes dels docents, ja que de vegades per exemple tot i no preguntar per l'avaluació acabaven parlant d'avaluació en preguntes que eren del nivell -1, segons Margolinas et al. (2005) de l'observació didàctica dels alumnes. Un cop es varen tenir totes les respostes col·locades al nivell i la pregunta corresponent, es va codificar les respostes usant el programa per a analitzar dades qualitatives Atlas.ti v9, per a situar cada resposta al corresponent nivell de codeterminació de Chevallard (2002) (vegeu Taula 2.16).

Taula 2.15:

Nivells de codeterminació didàctica de Chevallard (2002)

Nivells superiors	*Nivells específics*
Humanitat	…
↓↑	Disciplina
Civilització	↓↑
↓↑	Domini
Societat	↓↑
↓↑	Sector
Escola	↓↑
↓↑	Tema
Pedagogia	↓↑
…	Qüestió

Les respostes s'han trossejat en els fragments necessaris per tal de categoritzar cada fragment en el nivell al qual fa referència, encara que pugui tenir afectacions en nivells inferiors. Donem a continuació alguns exemples que podrien situar-se als diferents nivells:

1. Civilització-Societat:

   Quan es pregunta per les diferències metodològiques els docents 1 i 2 responen que tenen més feina a l'hora de preparar les activitats. La raó que donen té a veure amb un tema organitzatiu d'escola, no té a veure ni amb qüestions pedagògiques ni matemàtiques.

   Quan es demana per si els alumnes treballen en grup o de forma individual. El docent 7 diu que meitat i meitat i que depèn del nombre de setmanes. Per tant la raó que addueix és un tema de societat, d'organització del calendari escolar.

2. Escola:

   Quan es pregunta si hi ha algun contingut que seria millor treballar-lo per nivell el docent 7 diu que de vegades hi ha alguna falta de sincronització entre els docents però que fàcilment es troba una solució. Aquesta és una restricció plantejada a nivell d'escola.

3. Pedagogia:

   Quan es demana per si els alumnes treballen resolen la mateixa tasca, el docent 5 diu que fa tant una cosa com una altra, que és enriquidor que s'escoltin tots. Per tant, en aquest cas les raons són pedagògiques, no són exclusives de les matemàtiques.

4. Disciplina matemàtica:

   Quan es demana per si els alumnes resolen la mateixa tasca. El docent 8 diu que fa la matemàtica per a tothom, sempre es pot trobar una tasca matemàtica per a tothom, que puguin col·laborar tots. Per tant les raons que dona són a nivell de disciplina, a nivell de les matemàtiques.

5. Nivells específics de la disciplina matemàtica (Domini-Sector-Tema-Qüestió):

   Quan es demana per si els alumnes resolen la mateixa tasca. El docent 1 diu que si treballen problemes, tots fan problemes i treballen el mateix però variant la dificultat. Per tant aquí el docent dona raons lligades a un contingut específic, com és la resolució de problemes. No parla de les matemàtiques en general.

Un cop classificats tots els fragments de les respostes, se n'ha quantificat el nombre segons la temàtica de la pregunta realitzada, i segons els nivells de codeterminació de Chevallard (2002). Per exemple, del nivell +3, les temàtiques de les preguntes realitzades són:

diferències metodològiques de les aules multigrau respecte de les monograu, avantatges de l’ensenyament multigrau per al docent, avantatges de l’ensenyament multigrau per a l’alumne, inconvenients de l’ensenyament multigrau per al docent, inconvenients de l’ensenyament multigrau per a l’alumne i si usar un currículum rotatiu té algun efecte pels alumnes. En el cas del nivell +1, el del projecte didàctic local, no s’han classificat les respostes segons el nivell de codeterminació ja que, tot el que diuen és del nivell de matemàtiques i només quan detallen el material, són materials disponibles a nivell de societat, però les raons per les quals els escullen ja s’ha analitzat al nivell +2 del projecte global. Aquí de vegades repeteixen alguna cosa que ja s’ha dit al projecte global i que ja ha quedat analitzada al nivell anterior.

Capítol 3

Anàlisi de la cerca sistemàtica

En aquest capítol es du a terme l'anàlisi dels 45 articles identificats. Primer es fa un anàlisi de les característiques globals de tots ells i a continuació, com que al capítol 2 de metodologia s'ha vist que els articles són diversos i estudien diversos temes: el rendiment acadèmic dels estudiants, pràctiques d'aula, el professorat que imparteix classes en aules multigrau, documents relacionats amb l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques en una aula multigrau i les famílies de les escoles multigrau, l'anàlisi es fa per separat per cadascuna d'aquestes categories.

A més a més pel que fa a la categoria rendiment, dels 16 estudis, 9 comparen el rendiment en matemàtiques dels alumnes multigrau amb el rendiment dels alumnes d'aules monograu i els altres 7 estudis es centren exclusivament en el rendiment dels alumnes d'aules multigrau en sí mateixos. Per tant, tractarem aquestes dues subcategories per separat, ja que hi ha diferències entre els tests que es proposen als alumnes per avaluar el seu rendiment entre altres, i els resultats de la recerca. Per tant, després de descriure i analitzar les característiques globals de tots ells, per a cada categoria es descriu i s'analitza el disseny metodològic i es fa un anàlisi temàtica dels resultats. Les categories són finalment: rendiment comparativa, rendiment no comparativa, pràctica d'aula, professorat, documentació i família i escola

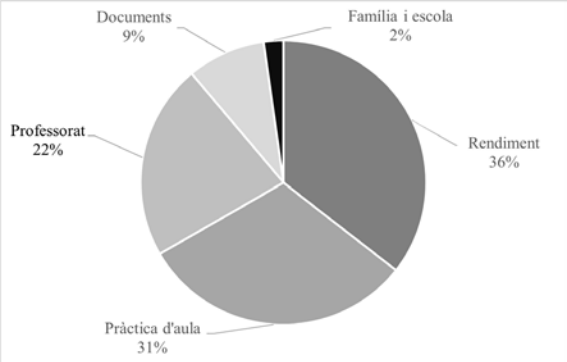
3.1. Característiques globals del disseny metodològic dels estudis

En aquesta secció es quantifiquen els elements dels estudis següents: quants articles s'han obtingut de cada categoria, si són teòrics o empírics, de quins continents i països són les publicacions, en quins idiomes i anys s'han publicat, quin tipus de publicacions són i en el cas que siguin articles, a quines revistes s'han publicat i de quina etapa educativa són (d'infantil i/o primària).

Al quantificar quants articles hi ha a cada categoria queda clar que aproximadament dues terceres parts dels estudis s'han centrat a investigar el rendiment dels alumnes o bé a analitzar una pràctica d'aula (vegeu el gràfic de la Figura 3.2). Els únics estudis teòrics són els de la categoria documents, la resta són tots estudis empírics.

Figura 3.2:

Percentatge d'estudis segons la categoria



Pel que fa al continent i país on es van dur a terme els estudis, la meitat es van desenvolupar a Amèrica, i aproximadament una tercera part a Europa, sent Alemanya i els Estats Units els països que més estudis aporten, 9 i 7 respectivament, seguits de Mèxic, Perú i Austràlia amb 3 aportacions en cada cas (vegeu els gràfics de la Figures 3.3 i 3.4).

Figura 3.3

Nombre d'estudis segons el continent on es van publicar.

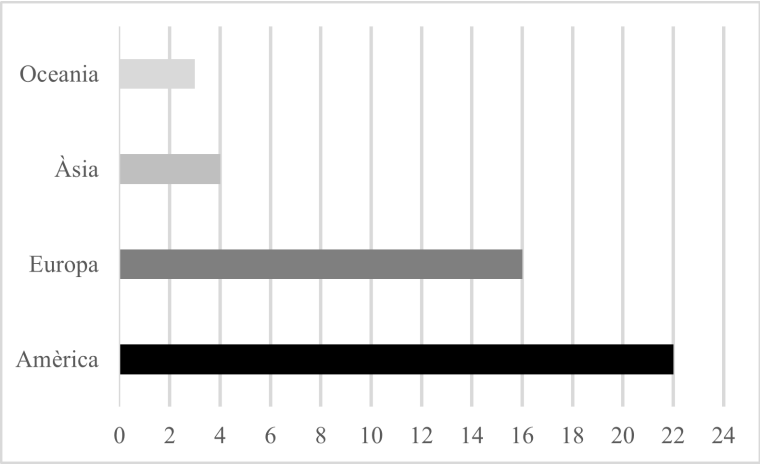
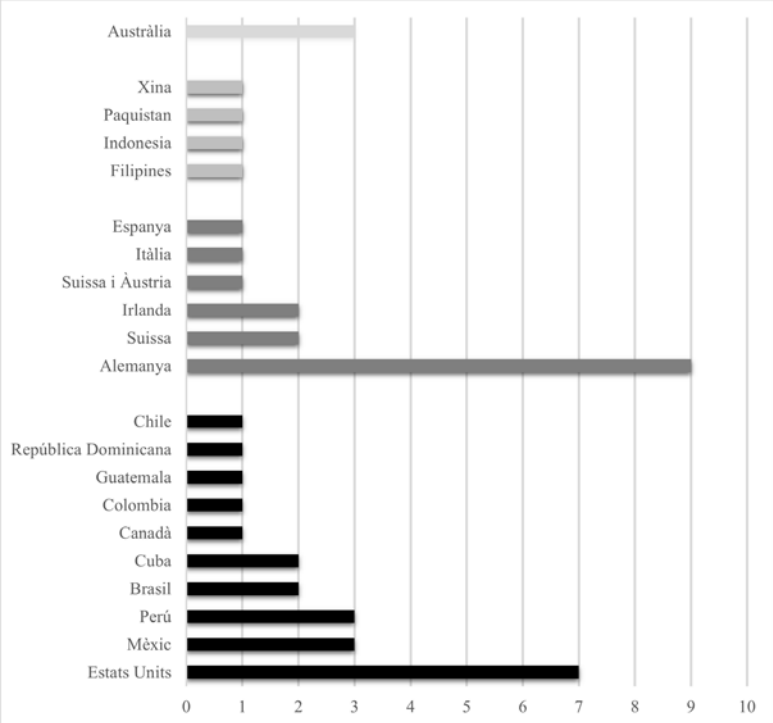


Figura 3.4

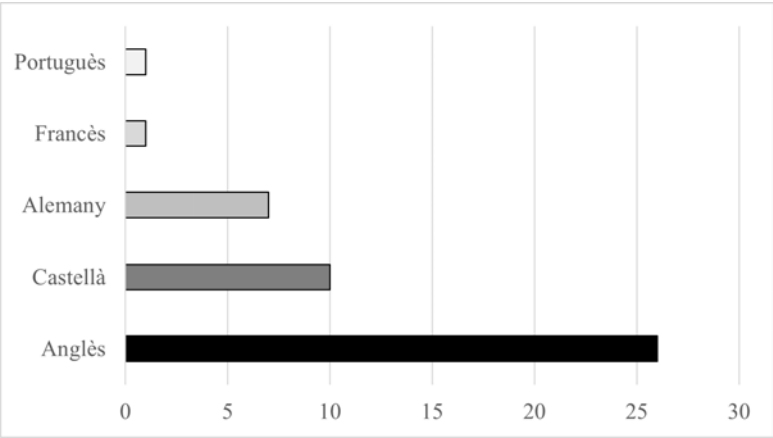
Nombre d'estudis segons el país on es van publicar.



Respecte als idiomes en què van ser publicades, més de la meitat es varen publicar en anglès i menys d'una quarta part en castellà (vegeu Figura 3.5).

Figura 3.5:

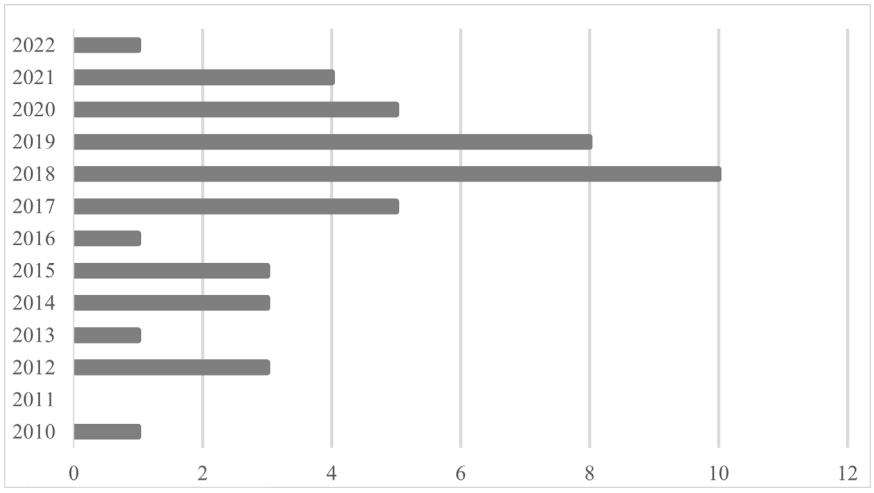
Idioma de dels estudis



Quan s'analitzen els anys de publicació, al gràfic de la Figura 3.6 s'observa un creixement de publicacions en el període 2017-2018 i un decreixement en el 2019-2022. La dificultat d'investigar durant la pandèmia de COVID-19 l'any 2020 podria haver provocat un descens en el nombre d'estudis.

Figura 3.6

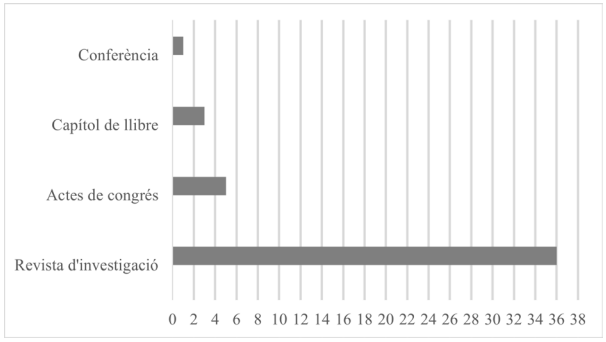
Nombre d'estudis segons l'any de publicació



Un 80% dels estudis van ser publicats en revistes científiques tal com es pot observar al gràfic de la Figura 3.7.

Figura 3.7

Nombre d'estudis segons el tipus de publicació.



Pe que fa a les revistes on es varen publicar els articles, cal destacar que són molt diverses tal com es pot veure a la Taula 3.1. Tan sols quatre revistes tenen dues publicacions, i en dos casos són d'un mateix autor. Lissabet (2018) i Lissabet (2019) es van publicar a Dilemes Contemporanis Educació Política i Valors, i Block et al., (2015), i Block et al., (2019), es van publicar a la Revista Mexicana de Recerca Educativa. A la resta de les revistes tan sols hi ha una publicació de la revisió sistemàtica.

Taula 3.1:

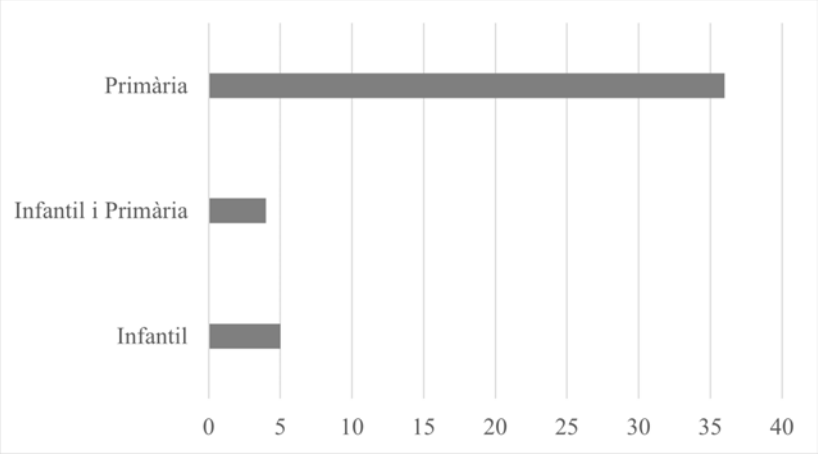
Revistes on s'han publicat els articles

Bolema - Mathematics Education Bulletin	2
Dilemas Contemporáneos - Educación Política y Valores	2
Economics of Education Review	2
Revista Mejicana de Investigación Educativa	2
Asia Pacific Journal of Education	1
AERA Open	1
Early Childhood Research Quarterly	1
Education	1
Education et Prancophonie	1
Estudios sobre Educación	1
European Journal of Special Needs Education	1
Foro Educacional	1
Infant and Child Development	1
International Journal of Comparative Education and Development	1
International Review of Education	1
Internationa Journal of Educational Development	1
Internationa Journal of Educational Research	1
International Journal of Engineering Education	1
International Journal of Science and Mathematics Education	1
International Review of Education	1
Journal of Applied Developmental Psychology	1
Journal fur Mathematik-Didaktik	1
Journal of Educational Research	1
Open Review of Educational Research	1
Psychological Science	1
Psychologie in Erziehung und Unterricht	1
REICE- Revista Iberoamericana sobre la Calidad Efiacia y Cambio en Educación	1
Revista Fuentes	1
Revista de Educación	1
Teaching and Teacher Education	1
Unterrichtswissenschaft	1
Zwei Kantone im Vergleich Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschafte	1

Si ens fixem en l'etapa educativa en què es centren els estudis, tots excepte nou, es duen a terme exclusivament a primària (vegeu Figura 3.8). D'aquests nou estudis, vuit són de la categoria rendiment i un de la categoria pràctica d'aula.

Figura 3.8:

Estudis segons l'etapa educativa.



3.2. Disseny metodològic dels estudis de la categoria rendiment comparativa

L'objectiu de tots aquests estudis és comparar el rendiment acadèmic (en llengua i matemàtiques) dels alumnes que assisteixen a aules multigrau amb el rendiment dels que assisteixen a aules monograu. Tres dels estudis es duen a terme a Europa, tres més a Sud-Amèrica, dos als Estats Units i un al Pakistan. Per poder mesurar l'èxit en els aprenentatges matemàtics, tal com es pot veure a la Taula 3.2, tots els estudis duen a terme estudis longitudinals d'1 a 3 anys de durada. Usen majoritàriament dades d'avaluacions estatals dels ministeris d'educació dels diferents països (Ansari, 2017; Thomas, 2012; Vásquez, 2012 i Zúniga, 2018), o bé avaluacions a nivell estatal supervisades pel ministeri d'educació (Checchi i De Paola, 2018), o bé tests a nivell nacional elaborats per organitzacions no governamentals (Khudadad i Mickelson, 2021 i Quail i Smyth, 2014) o bé tests dissenyats per a la investigació (Capellán et al., 2022 i Munser-Kiefer et al., 2022). Els continguts que s'avaluen només s'especifiquen en 4 dels 9 estudis, i en tots ells s'avaluen almenys continguts numèrics i geomètrics. A més, Checci i De Paola (2018) comparen les qualificacions d'aquestes proves amb les qualificacions atorgades pels docents.

A banda de les qualificacions dels tests, les dades que s'inclouen en l'anàlisi, són principalment dels nivells superiors de l'escala de nivells de determinació didàctica (Chevallard, 2022), és a dir, dels nivells de societat, escola i pedagogia. El nivell del qual se'n van incloure més dades és del nivell societat, seguit del nivell escola i del nivell pedagogia. Set de les investigacions inclouen dades sobre societat, 8 inclouen dades sobre les escoles, 5 inclouen dades sobre pedagogia, 3 inclouen dades sobre pedagogia-matemàtiques i tan sols 2 inclouen dades sobre les matemàtiques (vegeu Taula 3.3).

Pel que fa a les dades relacionades explícitament amb les matemàtiques, respecte a la pedagogia, en 3 casos s'inclouen dades sobre les percepcions o creences dels alumnes sobre el seu propi aprenentatge. En un cas, dades sobre l'organització dels alumnes i en un altre, sobre els mètodes d'ensenyament. Pel que fa a les matemàtiques, totes les dades incloses estan relacionades amb els resultats acadèmics: en un cas el nombre d'alumnes que arriba al nivell mínim i en un altre, les notes assignades pels docents.

La mostra d'escoles seleccionada a cada investigació (Taula 3.4) és una mostra representativa en l'àmbit nacional excepte en el cas de les investigacions on s'utilitzen tests dissenyats per a la investigació (Capellán et al., 2022 i Munser-Kiefer et al., 2022) i a Zúniga (2018), on només s'investiguen escoles rurals amb un sol docent. En dos casos la

mostra inclou escoles públiques, privades, rurals i urbanes (Ansari, 2017 i Khudadad i Mickelson, 2021), en dos casos s'hi inclouen escoles públiques rurals i urbanes (Thomas, 2012 i Vásquez, 2012) i en un sol cas, escoles públiques rurals (Capellán et al., 2022). En la resta de casos, no es facilita tota la informació, és a dir, o bé no s'especifica si s'hi inclouen escoles públiques o privades o bé no s'hi especifica si s'hi inclouen escoles rurals i urbanes. En els casos en què la mostra no és representativa en l'àmbit nacional, Munser-Kiefer et al. (2022), investiguen escoles urbanes i Zúniga (2018) investiga escoles rurals. En cap dels dos casos s'especifica si són públiques o privades.

El nombre d'escoles investigades no sempre s'especifica (vegeu Taula 3.4), però en els casos en que la mostra és representativa a nivell nacional oscil·la entre 5.296 (Khudadad i Mickelson, 2021) i 767 (Vásquez, 2012). Els casos amb menys escoles investigades són Munser-Kiefer et al., (2022), en que s'investiguen 58 escoles i Zúniga (2018) en que s'investiguen 310 escoles, que són precisament els casos en que la mostra no és representativa. Passa el mateix amb el nombre d'alumnes investigats, en alguns casos no s'especifica (vegeu Taula 3.4) i quan la mostra és representativa a nivell nacional oscil·la entre 22.310 (Ansari, 2017) i 7.283 (Khudadad i Mickelson, 2021). Igual que amb el nombre d'escoles, els casos amb menys alumnes investigats són els casos en que la mostra no és representativa, és a dir, Munser-Kiefer et al., (2022), en què s'investiga a 1.644 alumnes i Zúniga (2018) en què s'investiga a 2.980 alumnes. Els alumnes investigats són de primària excepte a Khudadad i Mickelson (2021), que són tan d'infantil com de primària, mentre que a Ansari (2017), tots són d'infantil tal com es pot veure a la Taula 3.5. La composició de les aules només s'especifica a 4 dels nou estudis, i els casos són molt diversos, aules amb alumnes de dos cursos, de tres cursos… o amb alumnes de tots els cursos de primària. Fins i tot, s'inclouen casos molt variats en un mateix estudi (Capellán et al., 2022).

A més de l'objectiu general abans esmentat, les investigacions també analitzen quines característiques diferencien les aules multigrau (Ansari, 2007) i quins són els mecanismes pels quals les aules multigrau afecten l'èxit escolar (Ansari, 2007). Si hi ha diferències de rendiment segons la mida de l'aula (Capellán et al., 2022; Checci i De Paola, 2018), segons el cicle o curs de primària (Capellán et al., 2022; Munser-Kiefer et al., 2022), segons les edats dels alumnes de l'aula (Quail i Smyth, 2014), segons la capacitat dels alumnes (Munser-Kiefer et al., 2022), segons el gènere dels alumnes (Quail i Smyth, 2014 i Khudadad i Mickelson, 2021) i segons si l'escola és rural o urbana (Vásquez, 2012). Fins i tot investiguen la relació entre el rendiment escolar i la qualitat de l'edifici o les instal·lacions de l'escola

(Khudadad i Mickelson, 2021). Investiguen si hi ha diferències entre les creences i les opinions sobre el propi èxit o fracàs dels alumnes d'escoles multigrau en comparació amb els alumnes d'escoles monograu (Checci i De Paola, 2018 i Quail i Smyth, 2014). I quin efecte té el percentatge d'alumnes que estan per sota del nivell mínim a les escoles multigrau al percentatge general de la resta d'escoles (Zúniga, 2018).

Taula 3.2

Test usat per a mesurar el rendiment dels alumnes als estudis

Autors i any	Test	D	Curs	Continguts matemàtiques que es van avaluar
Ansari (2017)	Test estatal del Ministeri d'Educació	1	P5	Resolució de problemes, el sentit geomètric i espacial i les habilitats de mesura dels nens
Capellán Ureña (2022)	Test dissenyat per a la investigació	1	De 1º a 6º	Nombres, fraccions, geometria, mesuraments i estadística.
Cecchi i De Paola (2018)	Test estatal dissenyat per un organisme (INVALSI) sotmès a la supervisió del Ministeri d'Educació	1	5º	-
Khudadad & Mickelson (2021)	Test estatal elaborat per una organització no governamental	1	De P5 a 3r ESO	-
Munser-Kiefer et al. (2022)	Test dissenyat per a la investigació	2	3º y 4º	Àlgebra, geometria i aritmètica
Quail & Smyth (2014)	Test estatal elaborat per una organització no governamental	1	4º	Nombres, àlgebra i dades (estadística)
Thomas (2012)	Test estatal del Ministeri d'Educació	2	1º	-
Vásquez (2012)	Test estatal del Ministeri d'Educació	1	1º y 3º	-
Zúniga (2018)	Test estatal del Ministeri d'Educació	3	2º	-

"D" = Durada de la investigació en nombre de cursos acadèmics, AI = Alumnes investigats

"- "= No s'especifica aquesta informació

Taula 3.3:

Dades analitzades als estudis segons els nivells de codeterminació didàctica de Chevallard (2002)

Autors i any	Dades recollides															
	Societat				Escola					Pedagogia		Pedagogia-Matemàtiques			Matemàtiques	
	Dades socioeconòmiques de la família	Formació i experiència del docent	Nombre d'hores de classe	Dades sobre la regió de l'escola	Sobre les instal·lacions de l'escola	Hores de matemàtiques impartides	Llibre de text comercial o del ministeri	Subministrament de material escolar	Composició de l'aula i/o escola	Dades sobre disciplina i/o Comportament dels alumnes	Desenvolupament socioemocional dels alumnes	Percepcions o creences dels alumnes sobre el seu aprenentatge en matemàtiques	Mètodes d'ensenyament	Organització dels alumnes	Notes assignades pels docents	Nombre d'alumnes que arriben al nivell mínim en matemàtiques
Ansari (2017)	✓	✓	✓			✓			✓	✓	✓			✓		✓
Capellà Ureña (2022)									✓							
Cecchi i De Paola (2018)	✓		✓	✓		✓			✓			✓			✓	
Khudadad i Mickelson (2021)	✓	✓		✓	✓				✓							
Munser-Kiefer et al. (2022)	✓									✓		✓				
Quail i Smyth (2014)	✓	✓	✓		✓	✓			✓	✓		✓	✓			
Thomas (2012)	✓	✓	✓	✓	✓	✓				✓						
Vásquez (2012)	✓	✓					✓	✓	✓	✓						
Zúniga (2018)																
	7	5	4	3	3	4	1	1	6	5	1	3	1	1	1	1

Taula 3.4

Mostra dels estudis

Autors i any	Mostra						
			Tipus d'escoles				Núm.
	Representativa a escala nacional	Núm. d'aules i escoles	Públiques	Privades	Rurals	Urbanes	alumnes participants
Ansari (2017)	✓	970 escoles	✓	✓	✓	✓	22310 (23 alumnes per escola)
Capellà et al. (2022)	×	-	✓	×	✓	×	4292 1372 (32%) d'aules multigrau
Cecchi i De Paola (2018)	✓	-	✓	×	-	-	-
Khudadad i Mickelson (2021)	✓	5296	✓	✓	✓	✓	7283
Munser-Kiefer et al. (2022)	×	125 aules de 58 escoles	-	-	×	✓	1644
Quail i Smyth (2014)	✓	857 escoles	-	-	✓	✓	8578
Thomas (2012)	✓	1010 escoles	✓	×	✓	✓	9880
Vásquez (2012)	✓	767 de 1r de primària i 758 de 3r de primària	✓	×	✓	✓	-
Zúniga (2018)	×	-	-	-	✓	×	2.980 el 2014 2.533 el 2015 2.211 el 2016

"- "= No s'especifica aquesta informació

Taula 3.5

Països, cursos i composició de les aules dels estudis

Autors i any	País	Curs	Composició de les aules multigrau
Ansari (2017)	EUA	P5	Alumnes de P3, P4 i P5
Capellà et al. (2022)	República Dominicana	De 1r a 6è	Aules amb dos graus, o bé amb alumnes de 1r cicle (1r, 2n i 3r) o bé amb alumnes de 2n cicle (4t, 5è i 6è), o bé aules amb alumnes dels dos cicles de primària.
Cecchi i De Paola (2018)	Itàlia	5è	-
Khudadad i Mickelson (2021)	Pakistan	De P5 a 3r ESO	-
Munser-Kiefer et al. (2022)	Alemanya	3r i 4t	-
Quail i Smyth (2014)	Irlanda	4t	Un 47% rebia classes amb nens més grans, un 42% amb nens més petits, i un 11% rebia classes amb nens més grans i menors.
Thomas (2012)	EUA	1r	Classes amb només alumnes de 1r, classes amb alumnes de P5 i 1r de primària i classes amb alumnes de 1r i 2n de primària.
Vásquez (2012)	Guatemala	1r i 3r	-
Zúniga (2018)	Perú	2n	-

3.3. Anàlisi temàtica dels estudis de la categoria rendiment que són una comparativa multigrau monograu

Sobre com afecta el fet d'estar escolaritzat en una aula multigrau, al rendiment matemàtic, hi ha resultats molt dispars. Les investigacions analitzades conclouen que a infantil té un impacte negatiu (Ansari, 2017 i Khudadad i Mickelson, 2021); i a primària pot tenir un impacte positiu (Capellán et al, 2022), lleugerament positiu (Munser i Kiefer et al., 2022), negatiu (Cecchi i Paola, 2018; Khudadad i Mickelson, 2021; Vásquez, 2012 i Zúniga, 2) o fins i tot, no tenir cap impacte (Quail i Smyth, 2014 i Thomas, 2012).

Algunes de les investigacions prenen com a punt de partida investigacions prèvies del propi país, que conclouen que estar escolaritzat en una escola multigrau té efectes negatius, com és el cas de Pakistan (Khudadad i Mickelson, 2021), Guatemala (Vásquez, 2012) i Mèxic (Zúniga, 2018). En altres casos el punt de partida és la necessitat de conèixer si el model d'escola multigrau és més o menys efectiu, ja que les famílies, en alguns països tenen la possibilitat d'escollir un model o un altre, com als Estats Units (Ansari, 2017 i Thomas, 2012) o perquè el rendiment acadèmic determina a quin tipus centre de secundària es podrà accedir i no tots permeten l'accés a la universitat, com en el cas d'Alemanya (Munser-Kiefer et al., 2022). Per tant, el denominador comú de totes les investigacions és la preocupació pel possible baix rendiment acadèmic de les escoles multigrau.

En alguns casos la bretxa d'aprenentatge és molt gran, com és el cas dels alumnes de 2n curs de primària de les escoles rurals multigrau amb un sol docent a Guatemala (Zúniga, 2018). Només al voltant del 10% dels alumnes assoleix el nivell satisfactori, i la contribució d'aquest al percentatge total de la regió estudiada és molt reduïda. Zúniga (2018), assenyala que les pràctiques pedagògiques d'aquestes escoles amb un sol docent, es desenvolupen en ambients rurals, generalment precaris i amb un equipament escàs , factor que a Paquistàn, afecta negativament el rendiment matemàtic tan a infantil com a primària (Khudadad i Mickelson, 2021).

Les escoles multigrau poden ser rurals o urbanes. A Guatemala, els alumnes d'escoles rurals (multigrau o no) de 1r i 3r curs de primària obtenen pitjors resultats en matemàtiques que els alumnes d'escoles urbanes (Vásquez, 2012). Però si a més a més, es pren en consideració el factor escola multigrau, s'observa que afecta negativament tant les escoles rurals com les urbanes, especialment els alumnes de 1r curs de les escoles multigrau urbanes. El factor multigrau no sembla que tingui cap efecte sobre les puntuacions dels alumnes de 3r curs de primària d'escoles urbanes (Vásquez, 2012). I és que els contextos de les escoles multigrau

són molt diferents, no tan sols perquè són urbanes o rurals, sinó també pel país i això pot determinar conclusions dispars sobre l'efecte d'un mateix factor. Per exemple, si considerem els alumnes de cicle superior de primària, mentre que a la República Dominicana els grups multigrau de 4t, 5è i 6è curs van obtenir qualificacions superiors als grups d'un sol curs (Capellán et al., 2022), a Itàlia, es van reportar grans efectes negatius i estadísticament significatius per a les agrupacions multigrau de 5è curs (Cecchi i De Paola, 2017). I considerant els alumnes de cicle mitjà, a Alemanya els resultats van ser positius per als alumnes de 3r curs però no per als de 4t curs (Munser-Kiefer, et al., 2022) I en canvi, a Irlanda no hi va haver diferències significatives per als alumnes de 4t curs (Quail i Smyth, 2014).

No obstant, a Irlanda (Quail i Smyth, 2014), en general no hi va haver diferències de rendiment, però sí que es van reportar dos efectes negatius sobre el fet de compartir classe amb alumnes grans. El primer és que la presència d'alumnes més grans es va associar amb resultats més negatius per a les nenes, però no per als nens. Així, les nenes que rebien classe amb companys de més edat obtenien puntuacions més baixes en matemàtiques. I el segon, és que els alumnes menors se sentien pressionats per haver de fer les tasques al mateix nivell que els alumnes més grans, cosa que feia que els alumnes d'escoles multigrau tinguessin opinions més negatives sobre les pròpies capacitats i rendiment acadèmic. Aquest resultat es complementa amb el fet que a Itàlia (Checchi i De Paola, 2018), es va observar que els alumnes de grups multigrau són més propensos a culpar el seu propi fracàs a la sort o altres factors aliens al seu propi control. Contrastant amb aquests efectes negatius sobre el fet de compartir classe amb alumnes grans, a la República Dominicana, el bon rendiment dels alumnes de primària d'aules multigrau s'atribueix a que aquests són més propensos a beneficiar-se del fet tan d'avançar, com de repassar els continguts matemàtics, abordant així els mateixos continguts de forma recurrent i intentant construir una espiral progressiva de complexitat (Capellán et al., 2022). En canvi, a Alemanya (Munser-Kiefer et al., 2022), a classes multigrau amb alumnes de 3r i 4t curs de primària, aquest mateix factor, el de repassar els continguts, juntament amb el paper d'assessorament i suport que els nens de 4t curs assumeixen cap als més petits, són els factors que segons Munser-Kiefer et al., (2022) explicarien que els alumnes amb menys coneixements previs, a l'iniciar el 4t curs tinguin el mateix rendiment que els alumnes de les escoles monograu, però no un rendiment superior. A més, això no seria així, per a la resta d'alumnes de 4t curs, ja que tenen un rendiment inferior al dels alumnes de les classes d'un curs. Aquests efectes negatius de l'agrupació multigrau no

afectarien els alumnes de 3r curs, sinó tot al contrari. Els alumnes de 3r curs que assisteixen a classe amb alumnes de 4t curs tenen un rendiment superior als que assisteixen a classes amb només alumnes de 3r curs, afectant més positivament els alumnes avantatjats ja que semblen ser capaços d'utilitzar la cooperació amb els alumnes grans. Per tant, aquesta manera d'agrupar els alumnes beneficiaria els més joves de cicle mitjà i amb més coneixements i habilitats.

A part de la composició d'edats de la classe també es pot considerar, la mida de la classe, el fet d'haver-hi més o menys alumnes té alguna repercussió sobre el rendiment acadèmic dels alumnes? Mentre que a Itàlia la mida de la classe no produeix cap impacte estadísticament significatiu en el rendiment dels alumnes (Checci i De Paola, 2018), a la República Dominicana, la correlació entre la mida de l'aula i els resultats d'aprenentatge no segueix un patró estable, la qual cosa implica que el rendiment més gran dels grups multigrau de segon cicle de primària podria explicar-se com a efecte del baix ràtio docent-estudiant (Capellán et al., 2022).

Considerant el factor docent, hi ha dues qüestions a destacar. La primera és que, encara que Checci i De Paola (2017) constaten que els alumnes de les aules multigrau de 5è curs obtenen pitjors puntuacions en les proves estandarditzades, això no és així quan es consideren les qualificacions atorgades pels docents. En aquest cas, les puntuacions són similars. Checci i De Paola (2017) consideren que això podria ser pel fet que els docents de classes multigrau, conscients que els seus alumnes s'enfronten a un entorn més complex, tendeixin a premiar amb més generositat el seu esforç. La segona és que no hi ha conclusions clares de l'impacte que té l'experiència i/o formació del docents en el rendiment dels alumnes. A 4t curs de primària d'Irlanda (Quail i Smyth, 2014) l'experiència del docent exerceix un paper molt més important que el fet de rebre classe en una aula multigrau, que amb prou feines influeix en els resultats acadèmics dels alumnes. En canvi, a Pakistan, tant a infantil com a primària equilibra l'efecte negatiu de l'estat i l'equipament de l'escola (Khudadad i Mickelson, 2021). A 1r i 3r curs de primària a Guatemala (Vásquez, 2012) les característiques dels docents tenen escassa repercussió en els resultats dels exàmens. A 1r curs de primària dels Estats Units no tenen repercussió i a més no hi ha diferència en el rendiment general entre les escoles monograu i multigrau (Thomas, 2012).

Aquest últim resultat de Thomas (2017) contrasta amb Ansari (2017). Ambdues investigacions es van dur a terme als Estats Units usant la mateixa base de dades del

Departament d'Educació dels Estats Units, però en diferents cursos acadèmics i Ansari (2017) en comptes d'analitzar els resultats acadèmics dels alumnes de 1r curs de primària va analitzar els dels alumnes de 5 anys d'infantil. Ansari (2017), al contrari que Thomas (2017) conclou que els nens de 5 anys que van assistir a aules multigrau amb nens de 3 i 4 anys van obtenir pitjors resultats en matemàtiques que els nens que van assistir a aules amb només nens de 5 anys, sent la diferència entre 4 i 6,5 mesos de desenvolupament acadèmic. L'única similitud entre les dues investigacions és que el factor docents no té cap repercussió. Ansari (2017), a més, va més enllà i analitza les característiques d'aquestes aules i identifica mecanismes pels quals les aules multigrau afecten l'èxit escolar. Els alumnes d'aules multigrau passen menys temps fent activitats que involucren tot el grup classe i activitats en petit grup i per contra passen més temps fent treball individual i fent activitats que escullen els mateixos alumnes.

Precisament la quantitat de temps que els nens passen realitzant tasques seleccionades per ells mateixos, expliquen una part significativa de les diferències respecte al rendiment acadèmic (Ansari, 2017). Per tant, una de les explicacions subjacents de perquè els nens de les aules multigrau van tenir un menor rendiment en matemàtiques va ser perquè van rebre menys instrucció dirigida per part del docents. Una altra part d'aquestes diferències es van atribuir al fet que els nens de les aules multigrau tenien un nombre més gran de companys que estaven per sota del nivell acadèmic. I encara que les aules multigrau tenien més probabilitats de ser a escoles privades i de fer servir docents menys formats, les disparitats en l'èxit matemàtic dels alumnes en aules multigrau i monograu eren les mateixes independentment de si l'escola era pública o privada i dels anys de formació dels docents (Ansari, 2017).

3.4. Disseny metodològic dels estudis de la categoria rendiment no comparativa

Tots els estudis que s'analitzen en aquesta secció tenen per objectiu investigar el rendiment acadèmic dels alumnes que estudien en una escola multigrau però en aquest cas, a diferència de l'apartat anterior el rendiment no es compara amb el dels alumnes que estudien en una aula monograu. A continuació, igual que abans, se'n descriu el disseny metodològic i es fa una anàlisi temàtic dels resultats.

Quatre dels set estudis, s'han dut a terme als Estats Units i tenen per objectiu analitzar de quina manera la variabilitat del nombre d'alumnes de cada curs afecta els èxits acadèmics

d'alumnes d'infantil (Ansari i Purtell, 2018; Ansari et al., 2016, Bell et al., 2013; Purtell i Ansari, 2018). Ansari et al., (2016), aprofundeixen en aquesta relació preguntant-se si hi ha algun límit en la composició de l'aula que millori o empitjori aquests èxits acadèmics. A més, en dos casos s'introdueixen variables addicionals, i s'analitza el paper com a moderadores en la relació entre els canvis en la composició d'edats de l'aula i el rendiment acadèmic. Aquestes variables són en un cas, tenir el mateix docent durant dos cursos consecutius (Ansari i Purtell, 2018), i en altre, la qualitat de l'aula, l'experiència i formació del professorat (Purtell i Ansari, 2018).

La mostra està formada per escoles que formen part del programa educatiu gratuït finançat pel govern federal dels Estats Units anomenat *Head Start* que atén nens d'entre 3 i 5 anys provinents de famílies amb ingressos baixos. Totes les aules estan formades per alumnes de 3, 4 i 5 anys i s'investiga el rendiment acadèmic en un o dos cursos dels alumnes de 3 i 4 anys, excepte en un cas que només s'investiguen els alumnes de 3 anys (Ansari i Purtell, 2018). Els resultats acadèmics, excepte en un cas (Bell et al., 2013), es van avaluar amb dades de l'estudi longitudinal FACES (vegeu Taula 3.6) que es realitza de forma periòdica prenent una mostra representativa de les escoles *Head Start*. Bell et al., (2013), en canvi, en l'altre, es van fer servir dades dels registres de seguiment de les habilitats dels alumnes que van realitzar els mateixos docents on una habilitat es considerava apresa si el docent havia observat el nen realitzar-la almenys tres vegades.

Les dades que es tenen en compte en els estudis, a part dels resultats de les proves matemàtiques, són principalment dels nivells societat i escola de l'escala de nivells de determinació didàctica de Chevallard (2002), és a dir, dels nivells superiors (vegeu Taula 3.7). Només a Purtell i Ansari (2018) també s'inclouen dades del nivell pedagogia. Es tracta de dades sobre observacions d'aula, que mesuren el nivell de la qualitat de l'aula pel que fa al suport emocional, l'ensenyament que els docents ofereixen als alumnes i a l'organització de l'aula. S'han considerat del nivell pedagogia, ja que aquestes observacions es van fer utilitzant el protocol estandarditzat de Pianta i Harme (2009) que no és específicament de matemàtiques.

Els tres estudis restants examinen quins factors personals, familiars i escolars afecten el rendiment acadèmic dels alumnes mexicans de 6è curs de primària (Hernández, 2018), quins efectes té en el rendiment dels alumnes peruans, unes sessions de coaching a docents d'infantil i primària que es van dur a terme durant 3 anys (Sempé, 2015) i com influeix en el

rendiment escolar una reforma que es va dur a terme a Berlín convertint totes les escoles en escoles multigrau en el cicle inicial de primària (Thoren, 2019). La reforma era d’obligat compliment , i es va analitzar com influeixen en el rendiment les característiques demogràfiques de l'escola, el rendiment inicial en matemàtiques dels alumnes i la manera com es va aplicar la reforma. Els tests els realitza un organisme públic (Hernández, 2018), el ministeri d'educació (Sempé, 2019) i una institució científica independent de la principal universitat de Berlín. Per a l'anàlisi d'aquestes dades també es fan servir dades dels nivells societat i escola de l'escala de nivells de determinació didàctica (Chevallard, 2002) i Hernández també fa servir dades del nivell de pedagogia (vegeu Taula 3.7). Sempé (2015) utilitza dades de les sessions de coaching, però a l'estudi no s'especifica de quines dades es tracta, per tant, no s'han pogut classificar. Únicament es diu que les sessions de coaching s'organitzen en visites a les aules, trobades entre docents, docents i workshops.

En tots aquests estudis, igual que en el cas anterior, la mostra és àmplia, encara que no sempre es detalla. A la Taula 3.8 es pot veure que oscil·la entre 1073 i 4417 alumnes i són majoritàriament amb alumnes d’infantil. El nombre d’escoles investigades oscil·la entre 50 i 700.

Taula 3.6

Test usat per a mesurar el rendiment dels alumnes als estudis

Autors i any	País	Test	Continguts matemàtics que es van avaluar
Ansari i Purtell (2018)	EUA	Dades de FACES (*Family and Child Experiences Survey*) d'una mostra representativa de les escoles del programa Head Start	–
Ansari et al. (2016)	EUA	Dades de FACES (*Family and Child Experiences Survey*) d'una mostra representativa de les escoles del programa Head Start.	–
Bell et al. (2013)	EUA	Avaluacions del Professorat dels alumnes de les escoles del programa Head Start.	Inclouen habilitats com comptar, classificar i identificar formes i patrons.
Hernández Padilla (2018)	Mèxic	Prova PLANEA (*Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes*) de l'INEE (Institut Nacional per a l'avaluació de l'Educació que és un organisme públic autònom la tasca principal del qual és realitzar diagnòstics que orientin la realitat de l'educació a Mèxic)	–
Purtell i Ansari (2018)	EUA	Dades de FACES (*Family and Child Experiences Survey*) d'una mostra representativa de les escoles del programa Head Start.	Habilitats de classificació, comparació i reconeixement de formes dels infants.
Sempre	Perú	Test ECE. Avaluació censal d'estudiants del Ministeri d'Educació del Perú	–
Thoren et al. (2019)	Alemanya (Berlín)	Prova VERA que es realitzen a tot Alemanya per l'ISQ (Institut per al Desenvolupament de la Qualitat a l'Educació), institució científica independent de la Freie Universität de Berlín.	–

"- "= No s'especifica aquesta informació

Taula 3.7

Dades analitzades als estudis segons els nivells de codeterminació didàctica de Chevallard (2002)

Autors i any	Dades recollides											
	Societat						Escola			Pedagogia		
	Dades socioeconòmiques de la família	Formació i experiència del docent	Nombre d'hores de classe	Salari i condicions laborals del professorat	Dades sobre la salut mental dels docents	Si els docents han rebut formació o no	Sobre les instal·lacions de l'escola	Característiques de l'escola	Composició de l'aula i/o escola	Dades sobre disciplina i/o Comportament dels alumnes	Habilitats socials dels nens	Qualitat de l'aula
Ansari i Purtell (2018)	✓	✓	✓	✓	✓				✓			
Ansari et al. (2016)	✓	✓	✓	✓	✓				✓	✓	✓	
Bell et al. (2013)	✓								✓			
Hernández Padilla (2018)	✓						✓			✓		
Purtell i Ansari (2018)	✓	✓	✓	✓	✓				✓	✓	✓	✓
Sempe (2015)	✓					✓		✓				
Thoren et al. (2019)	✓								✓			
	7	3	3	3	3	1	1	1	5	3	2	1

Taula 3.8:

Mostra dels estudis

Autors i any	País	D	Curs dels AI	Composició de les aules multigrau	Núm. d'aules / Núm. i tipus d'escoles	Núm. de participants
Ansari i Purtell (2018)	EUA	2	P3	P3, P4 i P5	402 aules de 118 escoles	1073 alumnes
Ansari et al. (2016)	EUA	1	P3 i P4	P3, P4 i P5	-	2829 alumnes dels quals, 1644 tenien 3 anys (58%) i 1185 tenien 4 anys (42%)
Bell et al. (2013)	EUA	1	P3 i P4	P3 i P4	207 aules de 50 escoles	4417 alumnes
Hernández Padilla (2018)	Mèxic	1	6è	–	838 escoles (700 públiques, 122 indígenes i 16 privades)	3993 noies i 4111 nois
Purtell i Ansari (2018)	EUA	1	P3 i P4	–	-	2829 alumnes. 1644 alumnes de 3 anys i 1185 alumnes de 4 anys
Sempre	Perú	3	Infantil i primària	–	–	–
Thoren et al. (2019)	Alemanya (Berlín)	5	1r i 2n	Classes amb alumnes de 1r i 2n de primària	356 escoles públiques	–

D = Durada de la investigació en nombre de cursos acadèmics, AI = Alumnes investigats
"- "= No s'especifica aquesta informació

3.5. Anàlisi temàtica dels estudis de la categoria rendiment no comparativa

A les aules multigrau hi ha alumnes de diversos cursos, però la proporció d'alumnes d'un curs o altre depèn de l'escola i de l'aula A més a més, poden canviar d'un curs a un altre. A l'apartat anterior ja s'ha vist que no queda clar si el fet d'estar escolaritzat en una aula multigrau beneficia o perjudica el rendiment acadèmic dels alumnes, però aquesta variabilitat en la composició del nombre d'alumnes de cada curs en una mateixa aula, és un factor que influeix d'alguna manera a l'èxit acadèmic dels alumnes d'infantil?, afecta l'èxit acadèmic de tots per igual? Igual que en l'apartat anterior no hi ha unanimitat. Segons Ansari (2016) i Ansari i Purtell (2017), i Purtell i Ansari (2018) quan hi ha una proporció més gran d'alumnes de tres anys, en una aula amb alumnes de 3, 4 i 5 anys, els alumnes de quatre anys

mostren menys èxits acadèmics, en canvi, no té cap efecte sobre els alumnes de tres anys. Fins i tot amb un percentatge moderat d'alumnes de tres anys, com ara un 20%, els efectes són negatius i corresponen a una pèrdua d'aproximadament dos mesos de desenvolupament acadèmic (Ansari et al., 2016). Amb un percentatge d'un 45% d'alumnes de tres anys, la pèrdua encara és més gran, d'uns 4 o 5 mesos (Ansari et al., 2016 i Purtell i Ansari, 2018).

En cas que els alumnes passin de classes de diferents edats, on són els més petits durant el primer any, a classes formades principalment per companys de la mateixa edat durant el segon any, aquests obtenen majors guanys en matemàtiques que els alumnes que romanen en aules de diferents edats tots dos anys (Ansari i Purtell, 2018). I en el cas que els alumnes passin d'aules formades per alumnes de la mateixa edat durant el primer any a classes de diferents edats durant el segon any, aquests demostren habilitats més febles que els nens que passen de classes de diferent edat a classes de la mateixa edat (Ansari i Purtell, 2018).

A part de la composició d'edats es poden tenir en compte altres factors: la qualitat observada de les classes i el docent, analitzar si aquests amplifiquen o atenuen els efectes de la variabilitat d'edats. Ni tenir el mateix docent durant dos cursos (Ansari i Purtell, 2018), ni la formació i l'experiència del docent, ni la qualitat observada a l'aula (Purtell i Ansari, 2018), aconsegueixen mitigar aquesta influència negativa de la composició d'edats. Arribats a aquest punt, Purtell i Ansari (2018) es pregunten, quines altres característiques podrien reduir aquest efecte negatiu i assenyalen que les futures investigacions haurien d'explorar altres característiques que puguin reduir la influència de la composició d'edats de l'aula en l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques.

Per contra, segons Bell et al., (2013) no hi ha cap relació entre la composició de l'aula i els resultats acadèmics dels alumnes. Més concretament, pel que fa a l'aritmètica, encara que els alumnes més grans comencessin el curs amb puntuacions més altes, aquestes van créixer a un ritme més ràpid que les dels alumnes més petits. Bell et al., (2013) consideren que una possible raó seria que els docents poguessin estar dirigint més l'atenció als nens grans a causa de l'una major capacitat d'interacció dins de la classe. Contràriament, Ansari i Purtell (2018) consideren que els efectes negatius foren causats per parar més atenció als alumnes més petits a causa de la poca preparació del professorat. Però el cas és que no s'examinen els mecanismes subjacents més enllà dels factors esmentats. Cal tenir en compte que hi ha dues diferències entre els estudis anteriors i Bell et al., (2013), mentre els estudis anteriors mesuren el rendiment a través d'un test com ja s'ha vist a l'apartat anterior, Bell ho mesura amb avaluacions dels docents que, encara que es basen en un criteri objectiu (vegeu l'apartat anterior), podrien estar influenciades per les percepcions dels docents. I pel que fa a la

mostra, mentre que a Ansari i Purtell (2018) està formada per un 71% d'alumnes negres o llatins, la de Bell et al., (2013) per un 98,9%. Això pot ser perquè mentre la mostra d'Ansari et al., (2016), Ansari i Purtell (2018) i Purtell i Ansari (2018) és una mostra representativa de les escoles Head Start, a Bell et al. (2013) no ho és, ja que només es van examinar aquells casos en què el docents va facilitar les dades de les avaluacions de l'alumne, i es van excloure aquells casos en què l'alumne o bé va abandonar el programa abans que acabés la recollida de dades o bé s'hi va incorporar després de l'inici de la recollida de dades.

Tot i que s'ha vist que certs aspectes relacionats amb el docents de l'aula no són factors determinants en els guanys matemàtics dels alumnes d'infantil, ens podem preguntar si es podria obtenir un major rendiment matemàtic dels alumnes si els docents d'infantil i primària rebessin una formació específica per a escoles multigrau. Sempé (2015) va seleccionar diverses escoles peruanes entre les quals inicialment no hi hagués diferències estadísticament significatives en les puntuacions de matemàtiques dels seus alumnes i va dur a terme una formació de tres anys en una submostra. Durant la implementació de la formació Sempé (2015) va detectar diverses dificultats: l'absència d'un marc teòric definit, la manca de recursos disponibles per als formadors i la manca de formadors qualificats. Sempé (2015) va trobar diferències estadísticament significatives entre les puntuacions de matemàtiques dels alumnes dels centres que van rebre coaching i dels que no en van rebre en favor dels que el van rebre. Per tant, la formació de tres anys va resultar eficaç, però se'n varen avaluar els efectes a llarg termini. De la formació, no es detalla quins continguts es van tractar, però pel que fa al format gairebé tots els docents van considerar molt útils les pràctiques, i encara que tan sols un terç va considerar molt importants les visites dels formadors als centres, aquestes van contribuir a canviar les pràctiques dels docents experimentats.

En el cas de 6è curs de primària de Mèxic, altres factors que van tenir influència sobre el rendiment acadèmic van ser el nivell econòmic i cultural de la família, com ara els estudis dels pares, les expectatives educatives, les activitats extra curriculars i el nombre de llibres a casa, així com la convivència escolar (Hernández, 2018). En canvi, els factors de pertinença a l'ètnia indígena, les pràctiques de lectura, les infraestructures de l'escola i la possessió d'eines TIC no van tenir rellevància. Aquesta irrellevància podria ser causada per l'homogeneïtat d'aquests factors a les escoles estudiades, cosa que no genera una variabilitat influent en l'aprenentatge. Tot i això, Hernández (2018) assenyala que els qüestionaris usats a l'estudi són millorables, ja que fan falta un elevat nombre d'ítems per analitzar tots els possibles factors que la literatura assenyala com a influents en l'aprenentatge dels alumnes.

I és que les escoles multigrau són molt diverses, i són multigrau també per raons molt diferents. En alguns casos ho són per raons pedagògiques, és a dir, podent tenir una classe de cada curs opta per barrejar cursos. Però quan aquest canvi en l'organització de les aules ve imposat per instàncies educatives superiors com és el cas de 1r i 2n curs de primària de les escoles públiques de Berlín, (Thoren et al., 2019), té com a conseqüència que no és igual d'atractiu per a totes les escoles i, per tant, no s'aplica de la mateixa manera. En aquest cas, una part de les escoles va rebutjar la reforma i no la va aplicar, una altra part la va aplicar durant un temps, però va tornar a l'organització tradicional abans de finalitzar tot el procés de recollida de dades, d'altres van aplicar la reforma durant tot el procés i finalment un altre grup la va aplicar abans de l'inici de l'obligatorietat i la va mantenir fins al final de la recollida de dades. Tot i que inicialment aquest últim grup d'escoles van mostrar desavantatges en el rendiment matemàtic dels alumnes, en els dos cursos escolars següents aquests desavantatges van desaparèixer. I és que, el rendiment dels alumnes als diferents grups d'escoles va convergir de manera significativa en el transcurs dels cursos en què es va aplicar la reforma. A més, tenint en compte que van ser els centres amb un alumnat més heterogeni els que van aplicar la reforma de manera més ràpida i duradora, es pot concloure que la reforma va ajudar les escoles a treballar amb l'heterogeneïtat de l'alumnat fomentant els èxits.

3.6. Disseny metodològic dels estudis de la categoria pràctica d'aula

Tot i que en els quinze estudis d'aquesta categoria s'analitza una pràctica d'aula, s'hi estudien diferents aspectes. Els temes estudiats són les interaccions que tenen lloc a una aula multigrau, el rendiment matemàtic dels alumnes, l'opinió dels alumnes, pares i docents sobre diversos aspectes de l'activitat matemàtica, el rol de la llengua materna en la construcció de coneixement matemàtic i com els alumnes resolen un problema financer que combina les matemàtiques amb aspectes socials. Per tant als següents apartats primer es descriurà el disseny metodològic de cadascuna d'aquestes subcategories i finalment se'n farà un anàlisi temàtic conjunt. Aquí només s'analitza quines són les dades recollides. A la Taula 3.9 es pot veure que majoritàriament es graven les sessions en vídeo, es transcriuen i s'analitzen i també es prenen notes de camp. En alguns casos també s'entrevisten als docents i/o alumnes o bé s'analitzen les produccions dels alumnes entre d'altres. En aquest cas sí que s'analitzen dades del nivell de disciplina de Chevallard (2002).

Taula 3.9:

Dades recollides als estudis

	Enregistrament de la sessió de classe en vídeo	Notes de camp	Entrevistes al docents	Entrevista als alumnes	Entrevistes als professors	Produccions dels alumnes	Reflexions dels alumnes	Enregistraments d'audio de grups de discussió	Pre-test i post-test
Block et al. (2015)	✓	✓							
Block et al. (2019)	✓	✓							
Friesen & Shütte (2018)	✓								
Friesen & Shütte (2020)	✓								
Friesen et al. (2019)	✓								
Hayden (2018)		✓		✓			✓	✓	
Ma et al. (2020)				✓		✓			
Magallanes et al. (2020)						✓			
Myre-Brisaillon et al. (2017)				✓	✓				
Russo & Hopkins (2019)									✓
Jiménez Riaño (2019)	✓	✓							
Sawatsky & Sullivan (2018)	✓	✓				✓			
Williams et al. (2021)		✓			✓			✓	

3.6.1. Disseny metodològic dels estudis que analitzen interaccions durant la pràctica d'aula

Pel que fa a les interaccions, s'estudien les interaccions en un grup classe entre els alumnes, i entre els alumnes i el docent (Block et al., 2015; Block et al, 2019), i les interaccions entre alumnes quan aquests resolen una tasca en un grup multigrau (Friesen, 2020; Friesen i Shütte, 2018; Friesen i Shütte, 2020 i Friesen et al., 2019).

En els casos on s'estudia tot el grup classe, s'analitzen les condicions en que es donen les interaccions (anomenades ajudes), qui dona les ajudes, en quines circumstàncies es donen i quin és el seu contingut, és a dir, en què s'ajuda i com s'ajuda (Block et al., 2015 i Block et al., 2019). També s'analitza com s'organitza una classe multigrau (Block et al., 2019) i com els alumnes resolen unes tasques de mesura que se'ls proposa (Block, et al., 2019).

En els casos on s'estudien les interaccions en un grup multigrau d'alumnes mentre resolen conjuntament una tasca, s'estudia quin és el potencial d'aprenentatge segons l'edat i la capacitat de l'alumne (Friesen, 2020), quines són les diferents formes de participació (Frisen i Shütte, 2018), sota quines circumstàncies els alumnes se senten obligats a interaccionar (Friesen i Shütte, 2020) i en quines circumstàncies es produeix aprenentatge matemàtic de

forma col·laborativa (Friesen et al., 2019).

Tots els estudis es realitzen en una única escola i aula, i són de curta durada, la majoria duna sessió de classe i els alumnes són tots de primària. En els casos on s'estudia tot el grup classe, Block et al., (2015) i Block et al., (2019), les escoles són unitàries i tenen respectivament 24 i 16 alumnes. Els docents, en tots dos casos, tenen una àmplia experiència en escoles multigrau, i en el cas de Block et al., (2019) participen fins i tot en tallers i conferències per a docents d'escola multigrau.

En els casos on s'estudia un grup reduït d'alumnes multigrau aquests estan formats per alumnes de com a mínim dos cicles de primària diferents (vegeu Taula 3.10) i no es dona cap informació sobre el docent ja que no és objecte d'estudi.

Els alumnes treballen en grup en tots els casos. A Block et al., (2015) es combina el treball individual amb el grupal per cicles, i a Block et al., (2019) es realitza una sessió amb grups per cicle i una altra amb grups multigrau. A la resta dels casos, es treballa en grups multigrau.

Les activitats que els alumnes resolen són majoritàriament problemes. Només a Block et al., (2015) s'expliciten algunes tasques mecàniques. Les activitats són principalment de numeració i mesura (vegeu Taula 3.11).

Taula 3.10:

Mostra dels estudis de la categoria pràctica d'aula

	Núm. escoles	Núm. aules	Composició aula	Alumnes estudiats
Block et al. (2015)	1	1	24 alumnes	24 alumnes
			9 de 1r, 5 de 2n, 4 de 3r, 2 de 4t, 1 de 5è i 3 de 6è	9 de 1r, 5 de 2n, 4 de 3r, 2 de 4t, 1 de 5è i 3 de 6è
Block et al. (2019)	1	1	16 alumnes de 1r a 6è de primària	16 alumnes de 1r a 6è de primària
Friesen (2020)	1	1	-	Un grup de 2 alumnes, un de 1r i un de 3r
Friesen i Shütte (2018)	1	1	24 alumnes de 1r, 2n i 3r de primària	Un grup de 3 alumnes, un de cada curs
Friesen i Shütte (2020)	1	1	24 alumnes de 1r, 2n i 3r de primària	Grup de 3 alumnes, un de cada curs
Friesen et al (2019)	1	1	24 alumnes de 1r, 2n i 3r de primària	Dos grups d'alumnes, amb un alumne de cada curs a cada grup

Taula 3.11

Dades dels estudis

	Núm. sessions	d'activitats	Organització dels alumnes	Contingut de l'activitat	L'activitat o activitats plantejades es resolen mitjançant…		Professor
					Un procés mecànic	Un procés NO mecànic	
Block et al. (2015)	6	Diverses. Es detalla l'enunciat de 9 activitats.	Individualment o grups per cicle	4 de numeració, 1 de geometria i 4 de mesura	✓ En 3 activitats	✓ En 6 activitats	Habitual de l'aula
Block et al. (2019)	2	2	Grups per cicle	Mesura (col·leccions d'objectes, longituds i pesos)		✓	Habitual de l'aula
			Grups multigrau			✓	
Fiesen (2020)	1	1	Grups multigrau	Geometria		✓	-
Friesen i Shütte (2018)	1	1	Grups multigrau	Combinatòria		✓	-
Friesen i Shütte (2020)	1	1	Grups multigrau	Combinatòria		✓	-
Friesen et al (2019)	1	1	Grups multigrau	Combinatòria.		✓	-

3.6.2. Disseny metodològic dels estudis que analitzen el rendiment dels alumnes i/o les opinions i actituds dels agents implicats en la tasca

Tots els estudis d'aquesta categoria excepte un (Myre-Bisaillon et al., 2017 del Canadà) estudien el rendiment dels alumnes en activitats de llarga durada. Les activitats que es proposen són de dos tipus. D'una banda, activitats basades en la resolució de problemes usant enfocaments centrats en l'alumne (Hayden, 2018 dels Estats Units i Russo i Hopkins, 2019 d'Austràlia), i de l'altra, activitats que combinen les matemàtiques amb altres àrees de coneixement: robòtica (Ma et al., 2020 de la Xina), fitodepuració (Magallanes et al., 2020 del Perú) i una activitat basada en un projecte sobre un hort que inclou una botiga, una cuina i un galliner (Williams et al., 2021 de Austràlia). Per avaluar-ne el rendiment, en els casos de resolució de problemes, Hayden (2018), que és alhora investigador i docent, recull les

evidències d'avaluació habituals durant un curs acadèmic, notes de camp del docent i enregistraments. I Russo i Hopkins (2019) fan un pre-test i un post-test. En la resta de casos, l'avaluació es basa en les produccions dels alumnes i no es fa cap prova ni examen. Williams et al., (2021) (activitat de l'hort), posen èmfasi en aquesta qüestió assenyalant que no s'avalua els alumnes de manera intencionada ja es vol que les oportunitats d'aprenentatge del projecte siguin interessants, exploratòries i experimentals i que no siguin estressants.

A les activitats de resolució de problemes, l'objectiu és analitzar si els alumnes aprenen a raonar i a comunicar-se matemàticament (Hayden, 2018) i si l'estructura de les classes té algun impacte en el rendiment matemàtic dels alumnes (Russo i Hopkins, 2019). A les altres activitats l'objectiu és analitzar l'impacte de l'activitat en el pensament computacional dels alumnes (Ma et al., 2020), en el rendiment matemàtic dels alumnes (Magallanes et al., 2020 i Williams et al., 2021)).

Part dels estudis, entrevisten els alumnes i agents implicats en l'activitat per analitzar les emocions i actituds que provoca. S'analitza l'opinió dels alumnes sobre les matemàtiques (Hayden, 2018 i Sawatski i Sullivan, 2017), el seu propi aprenentatge (Hayden, 2018), la tasca (Myre-Bisaillon et al., 2017), les emocions que provoca l'activitat (Hayden, 2018 i Ma et al., 2020), el compromís a l'hora de fer l'activitat (Ma et al., 2020 i Myre-Bisaillon et al., 2017), i l'actitud a l'hora de fer la tasca (Williams et al., 2021).

La mostra està formada per una escola excepte en el cas de l'activitat de matemàtiques i literatura infantil (Myre-Bisaillon et al., 2017) en què participen 10 escoles (vegeu Taula 3.12). Els alumnes són de com a mínim dos cursos diferents i treballen individualment i en grup en el cas de les activitats de resolució de problemes i a la resta només s'esmenta de manera explícita que es treballa en grup el cas de robòtica (Ma et al., 2020) encara que implícitament queda clar que són activitats que es fan en grup.

El docent de l'aula no sempre forma part del professorat que fa l'activitat (vegeu Taules 3.13 i 14) i els únics casos en què l'activitat s'imparteix exclusivament per ell són el de l'activitat de literatura i matemàtiques (Myre-Bisaillon et al., 2017) i el de l'activitat de problemes on a més el docent també és investigador (Hayden, 2018). A la resta de casos, o bé hi ha part de l'equip de recerca impartint l'activitat (activitat de fitodepuració de Magallanes et al., 2020 i activitat de resolució de problemes de Russo i Hopkins, 2019) o bé també hi participen pares i voluntaris (activitat de l'hort de Williams et al., 2021) o bé només l'imparteix l'equip de recerca (Ma et al., 2020).

Taula 3.12

Mostra dels estudis

	Núm. escoles	Núm. aules	Composició aula	Alumnes estudiats
Hayden (2018)	1	1	22 alumnes, 17 de 3r i 5 de 4t de primària	22 alumnes, 17 de 3r de primària i 5 de 4t de primària
Ma et al. (2020)	1	2	Una aula amb 4 alumnes de 3r, 19 de 4t i 5 de 5è de primària, en total 28 alumnes.	Una aula amb 4 alumnes de 3r, 19 de 4t i 5 de 5è de primària, en total 28 alumnes.
			Una altra aula amb 6 alumnes de 4t i 9 de 5è de primària, en total 15 alumnes	Una altra aula amb 6 alumnes de 4t i 9 de 5è de primària, en total 15 alumnes
Magallanes et al. (2020)	1	-	-	-
Myre-Bisaillon et al. (2017)	10	-	Classes amb alumnes de 2 a 6 cursos, de primària	250 alumnes
Russo i Hopkins (2019)	1	3	73 alumnes de 1r i 2n de primària, 25 alumnes en una classe i 24 en cadascuna de les altres dues.	73 alumnes de 1r i 2n de primària, 25 alumnes en una classe i 24 en cadascuna de les altres dues.
Williams et al. (2021)	1	-	-	37 persones entre alumnes pares i voluntaris

Taula 3.13

Dades estudis

	Activitats de resolució de problemes				
	Núm. sessions	Activitats	Organització dels alumnes	Contingut de l'activitat	Docent
Hayden (2018)	Totes les de 1 curs acadèmic	Es detallen 11 activitats de numeració com a exemple.	Individual i en grups	Numeració i mesura	investigació acció
Russo i Hopkins (2019)	36 sessions de 50 minuts	S'hi detallen 4 activitats. Una de numeració i 3 de numeració i àlgebra com a exemple.	Podien treballar en grup, però havien de desenvolupar solucions individuals	Numeració i àlgebra	Docent de l'aula i investigador

Taula 3.14

Dades estudis

	Activitats de matemàtiques i…			
	Núm. sessions	Organització dels alumnes	Contingut de l'activitat	Docent
Ma et al. (2020)	Entre 8 i 10 sessions de 60 minuts	Treball en parelles o en grups	Robòtica (Pensament computacional)	2 alumnes de postgrau de l'equip de recerca
Magallanes et al. (2020)	-	-	Fitodepuració	Docent de l'aula i investigador
Myre-Bisaillon et al. (2017)	6 situacions d'aprenentatge, cadascuna de 2, 3 o 4 setmanes de durada segons l'escola.	-	Literatura infantil i matemàtiques	20 docents
Williams et al. (2021)	Cada setmana 45 minuts durant 1 curs escolar	-	Hort, botiga, cuina i galliner.	Mestres, voluntaris i pares

3.6.3. Disseny metodològic dels estudis que analitza el rol de la llengua materna en la construcció de coneixement matemàtic

La investigació acció de Jiménez i Riaño (2019) es desenvolupa a Colòmbia, i té com a objectiu establir quin rol té la llengua materna en la construcció de pensament matemàtic. S'estudia una sola escola i aula amb 18 alumnes d'últim curs de parvulari, 1r i 2n curs de primària on es combina el treball individual amb el grupal (vegeu Taules 3.15 i Taula 3.16). El contingut matemàtic tractat són els números ordinals.

Taula 3.15

Mostra estudis

	Núm. escoles	Núm. aules	Composició aula	Alumnes estudiats
Jiménez i Riaño (2019)	1	1	18 alumnes de P5 i 1r i 2n de primària	18 alumnes de P5 i 1r i 2n de primària

Taula 3.16

Dades estudis

	Número sessions	Número d'activitats	Organització dels alumnes	Contingut de l'activitat	L'activitat o activitats plantejades es resolen mitjançant…		Docent
					Un procés mecànic	Un procés NO mecànic	
Jiménez i Riaño (2019)	1	1	Individual i grups per cicle.	Ordenar joguines usant nombres ordinals.		✓	Investigació acció

3.6.4. Disseny metodològic de l'estudi que analitza com els alumnes resolen un problema financer que implica matemàtiques i qüestions socials.

Sawatski i Sullivan (2018) proposen una activitat de matemàtica financera que involucra percentatges i proporcions en una escola australiana. L'objectiu és analitzar com els alumnes apliquen processos matemàtics quan resolen un problema que implica dimensions tant socials com matemàtiques. Els alumnes són d'una sola aula d'una sola escola i de cicle superior de primària (vegeu Taula 3.17). El docent és l'investigador i el docent habitual de l'aula només va actuar com a observador (vegeu Taula 3.18). Els alumnes havien de resoldre primer la tasca de manera individual per després comentar-la en grups i finalment discutir-la amb tota la classe.

Taula 3.17

Dades estudis

	Núm. escoles	Núm. aules	Composició aula	Alumnes estudiats
Sawatski i Sullivan (2018)	1	1	Alumnes de 5è i 6è de primària	Alumnes de 5è i 6è de primària

Taula 3.18

Dades estudis

	Nombre de sessions	Nombre d'activitats	Organització dels alumnes	Contingut de l'activitat	L'activitat o activitats plantejades es resolen mitjançant…		Docent
					Un procés mecànic	Un procés NO mecànic	
Sawatski i Sullivan (2018)	1	2	Resolució individual i posada en comú en grups	Matemàtica financera. Numeració (proporcionalitat i percentatges)		✓	És l'investigador. El docent habitual de l'aula no intervé.

3.7. Anàlisi temàtica dels estudis de la categoria pràctica d'aula

A totes les aules es produeixen interaccions entre el docent i els alumnes. El docent pot adreçar-se a tot el grup classe, a un grup d'alumnes, o a un alumne en particular. El que canvia en una aula multigrau és que el docent de vegades es dirigeix només a un cicle o curs (Block et al., 2015) i quan es dirigeix a un grup d'alumnes pot estar format per alumnes de diferents cursos (Block et al., 2019; Friesen i Shütte, 2018; Friesen i Shütte, 2020; Friesen et al, 2019). Part d'aquestes interaccions són ajuts que el docent proporciona als alumnes, els quals es donen a petició dels alumnes o bé per iniciativa de el docent i poden ser directes o indirectes (Block et al., 2015). Les ajudes directes consisteixen a donar la resposta o part de la resposta, per exemple, davant d'un dubte, error o dificultat, el docent proporciona el resultat. Aquest tipus d'ajuts són més freqüents amb alumnes de primer grau (Block et al., 2015 i Block et al., 2019) i amb alumnes dels altres cicles, generalment, tenen lloc a l'acabar la classe, quan ja no queda temps, o quan cal concloure alguna cosa (Block et al., 2015). En la majoria de casos els ajuts són parcials i indirectes, ja que no resolen la part essencial de la tasca (Block et al., 2015). Les ajudes indirectes al començament de la tasca consisteixen en reformulacions de l'enunciat, relectura de la consigna quan el docent considera que no s'ha entès i en el cas dels alumnes de 1r curs lectura de l'enunciat amb els alumnes. Durant la resolució de la tasca, els ajuts es basen en preguntes o pistes per centrar l'atenció en algun aspecte o reconstruir i identificar un procediment. En acabar la tasca, el docent sovint ajuda els alumnes de 1r curs a escriure la resposta i de vegades fins i tot a tornar a formular la resposta. També formula preguntes perquè els alumnes expliquin i justifiquin verbalment la resposta (Block et al., 2015).

Entre els mateixos alumnes també s'ajuden, i majoritàriament són ajudes directes, és a dir, proporcionen la resposta a la tasca o subtasca que s'està resolent o la manera de resoldre-la (Block et al., 2015). Aquestes ajudes poden ser espontànies o a petició del docent. Són els alumnes de 1r curs els que més les demanen i les reben (Block et al., 2015). En cas que estiguin sol·licitades pel docent, aquesta, a vegades indica com donar-les per evitar que siguin directes i les sol·licita gairebé sempre a alumnes de 6è curs quan se sent sobrepassada per les activitats i quan aquests han acabat la seva tasca (Block et al ., 2015). I és que molts alumnes senten la necessitat que el docent validi cada avenç que fan en la resolució d'una tasca, independentment del curs, cosa que provoca simultaneïtat de diàlegs i fragmentació dels ajuts (Block et al., 2015).

Les ajudes entre alumnes descrites fins ara són intencionals, però hi ha un altre tipus d'interaccions que no ho són. En una aula multigrau, encara que els alumnes de diferents graus treballin en diferents tasques, estiguin en un mateix espai físic, cosa que facilita que quan dos o més alumnes estan discutint una tasca, altres companys els puguin sentir provocant així una interacció que Block et al. (2015) anomenen interacció silenciosa. En aquestes interaccions silencioses, els alumnes menors poden sentir les converses entre els seus companys més grans o entre aquests i el docent, cosa que genera breus contactes recurrents amb números, continguts i vocabulari de cursos superiors amb els que no estan familiaritzats, però que suposen una oportunitat d'aprenentatge (Block et al., 2015).

Un altre factor diferencial a tenir en compte en una aula multigrau és l'organització de la classe i els alumnes, Com pot ser l'organització? A la investigació de Block et al., (2015) i l'estudi de cas Block et al., (2019) a escoles unitàries, es descriuen tres maneres d'organitzar la classe amb una estructura comuna. La classe comença amb una activitat inicial on participen tots els alumnes on, a més, s'estableixen punts de partida, es comuniquen consignes i s'organitza la feina. Per exemple, a Block et al. (2019) l'activitat inicial consisteix en una discussió sobre què és comparar magnituds i quins instruments de mesura coneixen els alumnes a partir de comentaris i preguntes d'ells mateixos. Tot seguit, es treballa individualment (Block et al., 2015) o en petits grups que poden estar formats per alumnes d'un mateix curs o cicle (Block et al., 2015 i Block et al., 2019) o per alumnes de diferents cicles (Block et al., 2019). A la part final de la classe, quan les tasques són diferents per curs o cicle, essent de vegades fins i tot de diferent temàtica, poques vegades es genera una discussió final en grup (Block et al., 2015). En canvi, si es treballa un mateix tema amb tasques diferenciades per grups formats per un mateix cicle o bé es fa una única activitat en

grups multigrau, sí que es fa una discussió final. Aquest és el cas de Block et al., (2019) on es realitzen dues activitats sobre mesura. A la primera de les dues sessions, per assignar tasques sobre mesura diferenciades per cicle s'utilitzen dues estratègies. La primera és fer servir diferents magnituds per mesurar i la segona és demanar als alumnes que registrin la informació amb dibuixos o escrivint segons el grau (Block et al., 2019), és a dir, els alumnes de cicle inicial poden fer servir dibuixos mentre que els de cicle mitjà i superior han d'escriure els resultats obtinguts.

Un cop descrites aquestes possibles maneres d'organitzar els alumnes en una aula multigrau, vegem si les interaccions que es produeixen a l'aula canvien segons un tipus d'organització adoptada. En el cas d'assignar tasques diferents per cicle o curs, i que a més siguin de temes diferents, el docent, donat que vol atendre tots els alumnes, acaba mantenint diàlegs simultanis i intercalats sobre diferents temes, ja que considera que atendre tothom al mateix temps és una habilitat necessària en una aula multigrau (Block et al., 2015). En cas de treballar un mateix tema, el docent intervé si detecta alguna dificultat o bé si considera que és necessari. Si els grups estan formats per alumnes d'un mateix cicle o curs amb tasques diferenciades, el docent es passa la major part del temps amb els alumnes de 1r curs, els planteja preguntes sobre resultats parcials i en algun cas fins i tot és ella qui formula la conclusió (Block et al., 2019). Per contra, la resta d'alumnes treballen de manera molt més autònoma, per exemple, si ens fixem en els alumnes de 3r i 4t curs de primària, el docent deixa que siguin ells mateixos els que determinin el valor de les marques de la bàscula (Block et al., 2019). I en aquest cas, sovint els alumnes es deixen copiar entre ells. Block et al., (2015) descriuen una situació amb alumnes de primer cicle on l'alumne de 2on es deixa copiar ja que segurament li resulti més fàcil que elaborar algun tipus d'explicació o fer la feina amb els seus companys (Block et al., 2015). En canvi, si els grups estan formats per alumnes de diferents cursos, és a dir, els grups són multigrau, i la tasca és la mateixa per a tots, el docent no dona tota la resposta a les seves intervencions i passa per tots els equips diverses vegades, però en aquests, els alumnes més petits adquireixen un rol més passiu (Block et al., 2019).

Si ens centrem ara en un d'aquests grups multigrau d'alumnes, és a dir, grups formats per alumnes de diferents cicles i s'analitzen les interaccions més a fons, Block et al., (2019) observen que els alumnes d'un mateix grup estableixen rols diferents segons l'edat, els coneixements i la capacitat de lideratge, i en general són els més grans els qui coordinen l'activitat i assumeixen les tasques més difícils. Per tant, atès que l'activitat consistia a

mesurar-se i pesar-se, van ser els alumnes grans els que van mesurar i van pesar els més petits. Tot i que el fet de realitzar l'activitat va contribuir que la tasca de mesurar fos cada cop més familiar per als alumnes més petits, això no és comparable a les interaccions observades en grups multigrau per Friesen (2020) i Friesen i Shütte (2018) on els alumnes de tots els cursos van tenir un rol actiu aportant diverses idees. A més, en ambdós casos, es van donar condicions que permeten aprenentatge. A Friesen (2020), on una alumna de 1r curs i una altra de 3r curs de primària intenten trobar tots els pentòminos fent servir cinc quadrats, les situacions que van permetre aprenentatge van ser que l'alumna de 3r curs es va veure obligada a ampliar i canviar els seus raonaments i explicacions davant les preguntes de l'alumna de 1r curs i aquesta, va tenir l'oportunitat de desenvolupar maneres d'interpretar les afirmacions de la seva companya més experta que ella. I a Friesen i Shütte (2018), on tres alumnes, un de 1r curs, un de 2n curs i un altre de 3r curs de primària resolen una tasca de combinatòria, es van produir possibilitats d'aprenentatge ja que dos dels alumnes van recollir els enunciats dels altres i els van canviar estructuralment. Per tant, tothom va contribuir a l'argumentació, ja que tots van ser coautors i portaveus de la conclusió.

Per tant, veiem que hi pot haver diferents formes de participació dins un mateix grup multigrau però, quan alumnes de diferents cursos se senten obligats a participar a la discussió grupal? Friesen i Shütte (2020) van estudiar aquesta qüestió amb el mateix grup d'alumnes i la mateixa activitat que Friesen i Shütte (2018), van concloure que els alumnes se senten obligats a interaccionar quan hi ha una contradicció forta, o bé quan detecten un error o bé quan es formulen cert tipus de preguntes. En cas que un alumne contradigui un company, cap membre de l'equip se sent obligat a proporcionar explicacions sobre l'afirmació, tret que s'emfatitzi el "no", o s'hi afegeixi una segona contradicció o garantia a la contradicció. És a dir, l'obligació d'interaccionar només sorgeix quan la contradicció és forta. En cas que els alumnes detectin un error, sí que se senten obligats a interaccionar, independentment de si l'error és propi o aliè. Cal destacar que en tractar-se de la interpretació que fan els mateixos alumnes, això passa independentment de si l'error és real o no. I si estan d'acord amb la veracitat d'una afirmació o acció, ningú no se sent obligat a donar-ne més detalls o justificar-la. En el cas de la pregunta, no és la pregunta mateixa el que obliga els alumnes a interaccionar sinó la incertesa generada per la pregunta o la demanda explícita d'explicacions o justificacions a una contradicció.

Es constata doncs, que les discrepàncies poden portar a una argumentació col·lectiva, però aquestes argumentacions garanteixen la construcció de significat compartit? La resposta és

no. Friesen et al., (2019) amb la mateixa activitat de combinatòria que Friesen i Shüte (2018 i 2020) i analitzant dos grups d'alumnes, un d'ells el mateix grup d'alumnes que Friesen i Shüte (2018 i 2020) i un altre grup de tres alumnes, un de 1r curs, un de 2n curs i dos més de 3r curs de primària, van concloure que depèn de si el grup arriba o no a un consens sobre com resoldre la tasca. I és que la manera de resoldre les tasques varia segons el grup. En un dels grups, una proposta d'un dels alumnes és rebutjada pels altres dos alumnes sense que ningú no doni cap raonament clar i com a conseqüència, l'alumne que formula la proposta es retira de l'argumentació impossibilitant que aquesta sigui col·lectiva. En aquest grup d'alumnes els desacords es resolen amb autoritat i no amb arguments, actuen de forma molt autònoma i no arriben a consensos. El que sí porta a l'argumentació col·lectiva és estar d'acord amb un suggeriment abans d'estudiar la possibilitat següent.

Un cop finalitzat el treball per equips, arriba el moment de la discussió final, que com ja s'ha dit es produeix en aquells casos en que, o bé s'assignen tasques diferenciades d'un mateix tema per cursos o cicle, o bé s'assigna la mateixa tasca per a tot el grup classe en grups multigrau. A l'estudi de cas de Block et al., (2019), es proposa una sessió de cada tipus. En el primer cas, els alumnes de 1r curs intervenen al final i, en segon cas, al principi. A totes dues activitats, el docent modera aquestes discussions amb l'objectiu que participin alumnes de tots els cursos i s'expliquin, s'aprofundeixin i es presentin els resultats del tema tractat, que en aquest cas és la mesura (comparació de col·leccions d'objectes, longituds i pesos). Per això planteja preguntes per precisar algunes qüestions, per anar més enllà de la tasca proposada i plantejar nous interrogants. Per exemple, el docent introdueix la noció de mitjana preguntant quin pes queda just al mig si aquests s'ordenen i esmenta la paraula mitjana. En relació al vocabulari, també aprofita la discussió per usar i emfatitzar la terminologia en relació amb les unitats de mesura ja que alguns alumnes expressen el pes o longitud sense indicar les unitats de mesura o es refereixen a les polzades de la balança amb el terme ratlletes negres.

En una aula multigrau on es fan activitats o discussions conjuntes, el tema del vocabulari no és senzill, ja que, per exemple, el vocabulari matemàtic que coneixen els alumnes de 1r curs de primària és reduït si es compara amb el que coneixen els alumnes de 6è curs de primària. Williams et al., (2011) proposen una activitat per a alumnes de 4 a 12 anys d'hort escolar que inclou la cura de l'hort i un galliner, una botiga on es ven l'excés de productes de l'hort a la comunitat i una cuina industrial on es cuina organitzats en grups multigrau, el que provoca que molts alumnes estiguin exposats a vocabulari matemàtic que els és completament desconegut. Els docents van considerar que aquesta exposició primerenca afinava les orelles

dels alumnes. A més, com a estratègia per familiaritzar els alumnes amb aquest vocabulari matemàtic, van crear dues llistes de paraules en taulers grans situats un a la cuina i l'altre a la botiga, amb paraules com "temperatura", "cullerada sopera" (tablespoon) o calcular. Adquirir llenguatge matemàtic és important ja que facilita la comunicació a classe. Però, com s'adquireix aquest vocabulari? una manera d'adquirir-lo i alhora construir significat és comunicar-se a través de la llengua materna. Això és el que Jiménez i Riaño (2019) van constatar amb una activitat sobre ordenar joguines per a alumnes de 5 a 7 anys amb l'objectiu que els alumnes utilitzessin els números ordinals. Alguns alumnes feien servir termes propis per descriure l'ordre de les joguines en comptes d'ordinals ja que no se sentien segurs utilitzant ordinals. Els qui més ho feien eren els alumnes de I5 i 1r curs de primària. Fins i tot alguns no tenien clara la relació abans i després i feien servir paraules de la llengua materna com "al revés" o "endarrere" i "per davant" per assimilar-la. Els alumnes de 2n cus de primària, en canvi, feien servir més els números ordinals, la qual cosa servia d'exemple als més petits. Qui també utilitzava els ordinals era el docent, plantejant preguntes amb ordinals com a primer, segon o últim. Els alumnes en aquesta activitat van fer servir llenguatge oral i llenguatge escrit per explicar l'ordre establert, que, si bé és una poderosa eina ja que origina una negociació de significat, Jiménez i Riaño, assenyalen que és insuficient reduir les classes de matemàtiques a aquest tipus de llenguatge, ja que és molt important reconèixer els diferents tipus de representació de les idees i conceptes matemàtics.

Les representacions i idees sobre un mateix concepte matemàtic van evolucionant al llarg de la primària. En matemàtiques, una estratègia per construir significat sobre un determinat concepte és començar per un maneig més concepte del concepte en qüestió, per després passar a un de més simbòlic. L'únic estudi que investiga quines són les diferents maneres de resoldre i manejar un mateix concepte amb alumnes de 1r a 6è curs de primària és l'estudi de cas sobre mesura abans esmentat de Block et al., (2019). En les dues sessions de classe analitzades es fa servir una gran diversitat de nocions i procediments sobre el mesurament, la qual cosa no és fàcil de gestionar. Tenint alumnes d'edats tan diferents, els processos utilitzats són molt diversos. A l'activitat de comparar col·leccions d'objectes per als alumnes de 1r curs, els alumnes o bé utilitzen el recompte o bé la correspondència un a un. En l'activitat de comparar longituds per als alumnes de 2n curs, es fan comparacions directes sense quantificar i comparacions quantificant, utilitzant estratègies com iterar una regla, juxtaposar el metre o el metre i la regla i aprofitar longituds que ja s'han mesurat. I en les activitats de pes: comparar pesos amb una bàscula de cuina per als alumnes de 3r i 4t curs,

comparar pesos amb una bàscula de bany per als de 5è i 6è curs i comparar-ne les altures i pesos per a tots els alumnes en grups multigrau, no es van fer servir comparacions directes sense quantificació, sinó que totes van ser amb quantificació. Les accions per mesurar pesos també van ser variades: calibratge de la bàscula, no moure's mentre s'està damunt de la bàscula i treure's les sabates entre d'altres. Tot i que en l'activitat conjunta van haver d'utilitzar unitats de mesura diferents al centímetre i quilogram ja utilitzades en les activitats diferenciades, Block et al., (2019) consideren que per aprofitar més l'experiència caldria aprofundir en alguns aspectes específics, sobretot per als alumnes de 5è i 6è curs. La principal dificultat que van experimentar els alumnes va ser interpretar les marques de les bàscules ja que les subdivisions de les lliures eren de 20 en 20 i les dels quilograms de 10 en 10.

Les balances són un instrument de mesura habitual a la vida real, i interpretar la realitat forma part de la competència matemàtica. Aquesta interpretació de la vida real a la classe de matemàtiques també inclou resoldre tasques de context real on no només s'hagi de resoldre la tasca i donar una resposta, sinó que a més s'hagi d'analitzar la seva validesa i si és raonable segons el context, és a dir, que s'hagi d'integrar les matemàtiques en la dimensió social de la tasca. Això és precisament el que van analitzar Sawatsky i Sullivan (2017) ja que van estudiar com alumnes de 5è i 6è curs de primària resolen un problema financer en que cal decidir com repartir el descompte d'una compra feta per dues persones si no han comprat el mateix import. D'una banda, les nocions d'amistat i justícia dels alumnes influeixen en la manera com els alumnes utilitzen les matemàtiques per resoldre la tasca, per tant, tenen en compte la dimensió social de la tasca, però, d'altra banda, no ho fan de forma útil ja que interpreten l'equitat com a repartiment equitatiu del descompte de la compra, encara que l'import del que compra cada persona no sigui el mateix. Per tant, aquesta activitat de context financer suposa tant una oportunitat com una amenaça per a l'aprenentatge de les matemàtiques.

Amb l'objectiu de generar noves i millors oportunitats d'aprenentatge a les matemàtiques, Hayden (2018) i Russo i Hopkins (2019) dissenyen plans de treball per implicar els alumnes en tasques de resolució de problemes d'un any de durada amb alumnes de 3r i 4t curs de primària i de dotze setmanes de durada amb alumnes de 1r i 2n curs de primària respectivament. Hayden (2018), que és la docent i investigadora es proposa promoure un ensenyament i aprenentatge més centrat en l'alumne, basat en elements clau de la reforma promoguda pel *National Council of Teachers of Mathematics*, entre els quals hi ha que els

alumnes es converteixin en resolutor de problemes. Russo i Hopkins (2019) es pregunten si és millor començar les classes amb una tasca desafiant, seguir amb una fase de debat i acabar amb una fase de resolució de tasques per consolidar la comprensió, o bé és millor iniciar la classe amb la fase de debat , seguir amb tasques per comprendre els conceptes introduïts i acabar amb la tasca desafiant. En tots dos casos es vol avaluar quina afectació tenen aquestes formes d'instrucció matemàtica en el rendiment i l'aprenentatge dels alumnes. Hayden constata la millora dels alumnes tant en les produccions escrites com en els debats i Russo i Hopkins van concloure que l'estructura de la lliçó influeix en la fluïdesa de càlcul dels alumnes, que implica l'adquisició i l'aplicació de coneixements de tipus algorítmic, però no influeix en el rendiment en resolució de problemes, que implica necessàriament contextos en que l'alumne no sap a priori com resoldre el problema.

Si ens centrem ara en el context dels problemes, aquests poden ser de context matemàtic o de context real. Tenint en compte que algunes escoles multigrau es troben a zones rurals i, per tant, tenen un fort vincle amb la comunitat, hi ha algunes experiències que plantegen situacions matemàtiques que tenen en compte l'entorn socioeconòmic i cultural del seu context. És el cas de Williams et al., (2021) on es proposa una activitat en relació amb la cura d'un hort esmentada anteriorment en que també van participar voluntaris de la comunitat i el cas de Magallanes et al., (2020) on es proposa una activitat de fitodepuració amb l'objectiu d'optimitzar els recursos hídrics escassos de la zona. A totes dues activitats es vol que l'activitat contribueixi al rendiment matemàtic dels alumnes. Williams et al., (2021) primer analitzen quins continguts curriculars cobreix l'activitat, i encara que no els cobreix tots, ja que no està dissenyada per substituir les classes de matemàtiques, l'activitat ofereix la possibilitat de treballar continguts de tots els blocs de la matemàtica. En tots dos casos, el nivell de competència matemàtica va augmentar i es va assenyalar l'aplicació de coneixements matemàtics de forma pràctica com un element clau en aquest procés de millora de l'aprenentatge. Aquesta millora es va poder observar en la capacitat d'explicar la seva experiència amb èxit en una fira en el cas de la fitodepuració i en la capacitat de pensar críticament per resoldre problemes en el cas de l'hort.

Un altre tipus de problemes que es poden plantejar als alumnes, són els de context científic entre els quals es troben les activitats STEM, com ara una activitat de robòtica per a alumnes de 3r, 4t i 5è curs de primària. En aquesta activitat també es va constatar una millora significativa en les habilitats matemàtiques de pensament computacional dels alumnes i en les habilitats relacionades amb l'aprenentatge profund i els alumnes van dir que tenien un

major compromís (Ma et al., 2020). Exactament el mateix van afirmar alumnes de 1r a 6è curs de primària sobre una activitat de literatura infantil i matemàtiques (Myre-Bisaillon et al., 2017). Per tant, la contextualització d'aquestes dues tasques va motivar els alumnes, concretament els alumnes de la tasca de robòtica van qualificar el context d'atractiu. En el cas de l'activitat de literatura, els alumnes tenen una percepció positiva de la tasca, la consideren divertida, agradable, desafiant i fàcil. Els autors assenyalen que aquesta facilitat a l'hora de resoldre la tasca està lligada a un sentiment de plaer. Sentiment que també experimenten els alumnes que resolen la tasca de l'hort (Williams et al., 2021), especialment en estudiar el rendiment de cada planta de patates i batre un rècord de producció. En el cas de Hayden (2018), ja que es tracta d'un canvi metodològic que s'aplica durant un curs escolar, hi ha una evolució en les emocions que experimenten els alumnes. Si bé alguns alumnes van començar el curs sentint pressió per no equivocar-se o expressant manca de confiança en si mateixos, al final se sentien feliços, els agradava resoldre problemes i sentien que entenien les matemàtiques. És a dir, la percepció d'ells mateixos com a resolutors de problemes va canviar. Es van adonar que organitzaven millor els seus pensaments i es desafiaven a si mateixos amb nombres més difícils. Això els va permetre confiar en el seu propi pensament matemàtic tot i tenir alguna dificultat. Tot això també va canviar la seva percepció sobre les matemàtiques, els va ajudar a veure que hi ha més d'una manera de resoldre les tasques i que no hi ha una manera correcta i incorrecta de tractar-les, i a valorar la importància de les matemàtiques tant per als futurs estudis com a la vida diària donant diversos exemples relacionats amb els diners. Coincidint així, en aquesta qüestió de la utilitat a la vida diària, amb els alumnes que van resoldre l'activitat de matemàtica financera (Sawastki i Sullivan, 2017).

En relació també a la utilitat, de les matemàtiques, en el cas de l'hort (Williams et al., 2021), els alumnes podien explicar com utilitzaven les matemàtiques a l'hort de casa, amb la qual cosa, les famílies van poder constatar una actitud positiva cap a l'aprenentatge de les matemàtiques. Aquesta actitud positiva en l'aprenentatge també es va atribuir al fet de tractar amb clients reals a la botiga i tenir la necessitat que les matemàtiques siguin correctes. També es va observar un impacte positiu en l'actitud de l'activitat de matemàtiques i de literatura (Myre-Bisaillon et al, 2017) ja que va fomentar la motivació dels alumnes.

3.8. Disseny metodològic dels estudis de la categoria professorat.

A la majoria dels estudis (8 de 10) la mostra està formada per professorat de primària en actiu. Només Friesen (Friesen, 2017; Friesen et al., 2018 i Friesen i Ludes-Alamy, 2019) inclouen estudiants de magisteri i Luschei i Zubaidah (2012) professorat de magisteri, directors d'escola i funcionaris d'educació. En tots els casos, les dades recollides van ser qüestionaris o entrevistes de l'etapa educativa de primària. Només en un cas es van incloure observacions de les instal·lacions i anàlisi de documents (Bongala et al., 2020). En cap cas no es realitzen observacions d'aula, per tant, les conclusions es basen en allò que van informar i detallar els docents. A més, sis dels deu estudis es van realitzar a Alemanya o Suïssa (vegeu Taules 3.19 i 3.20)

Taula 3.19

Mostra dels estudis

	País	Número de mestres de la mostra						Nº escoles	Etapa educativa	
		Escola multigrau					Escola monograu		I	P
		EM	PM	D	FE	PA	PA			
Bongala et al. (2020)	Filipines					10		-		✓
Brunner (2017)	Suïssa					99		-		✓
Brunner i Imhof (2017)	Suïssa					122	95	-		✓
Bustos (2010)	Espanya					290		-		✓
Casserly et al (2019)	Irlanda					27		9		✓
Friesen (2017)	Alemanya	273						-		✓
Friesen et al. (2018)	Alemanya	273				>6 (*)		5		✓
Friesen & Ludes-Alamy (2019)	Alemanya	273						-		✓
Luschei i Zubaidah (2012)	Indonèsia		2	9	1	56		9		✓
Smit i Engeli (2014)	Suïssa i Àustria					280		-		✓

EM = Estudiants de magisteri, PM = Professors de magisteri, D = Directors d'escola, FE = Funcionari d'educació, PA = Mestres en actiu

(*) A Friesen et al. (2018) s'entrevista sis mestres de petites escoles primàries estatals de zones rurals i mestres d'escoles primàries independents sense determinar-ne el nombre.

Taula 3.20

Dades analitzades als estudis segons els nivells de codeterminació didàctica de Chevallard (2002)

	País	Dades analitzades			
		OI	AD	C	E
Bongala et al. (2020)	Filipines	✓	✓	✓	✓
Brunner (2017)	Suïssa			✓	
Brunner & Imhof (2017)	Suïssa			✓	
Bustos (2010)	Espanya			✓	
Casserly et al (2019)	Irlanda				✓
Friesen (2017)	Alemanya			✓	✓
Friesen et al. (2018)	Alemanya			✓	✓
Friesen i Ludes-Alamy (2019)	Alemanya			✓	
Luschei i Zubaidah (2012)	Indonèsia				✓
Smit i Engeli (2014)	Suïssa i Àustria			✓	✓

OI = Observació de les instal·lacions, AD = Anàlisi de Documents, C = Qüestionaris, E = Entrevistes

Les investigacions sobre les opinions dels docents en relació amb l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques en una aula multigrau són força limitades. De les deu investigacions revisades, la meitat són exclusivament de matemàtiques (Brunner, 2017; Brunner i Imhof, 2017; Friesen, 2017; Friesen et al., 2018 i Friesen i Ludes-Alamy, 2019) que corresponen a dues investigacions, una portada a terme a Suïssa (Brunner, 2017; Brunner i Imhof, 2017) i l'altra a Alemanya (Friesen et al., 2018 i Friesen i Ludes-Alamy, 2019). De les investigacions restants només s'han considerat els resultats de matemàtiques.

Els objectius de les investigacions son informar i fer una descripció precisa de les formes d'ensenyament a les classes de matemàtiques (Brunner, 2017; Brunner i Imhof, 2017), de les formes d'agrupació dels alumnes (Bongala, 2020; Brunner, 2017; Casserly et al., 2019; Bustos, 2010; Luschei i Zubaidah, 2012; Smit i Engeli, 2014), de les formes d'organització els temes i continguts per tractar a classe (Bongala, 2020; Brunner, 2017; Luschei i Zubaidah, 2012; Smit i Engeli, de les opinions del professorat en actiu o del professorat en formació respecte a l'ensenyament multigrau (Brunner, 2017; Friesen, 2017; Friesen et al., 2018 i Friesen i Ludes-Adamy, 2019 i Luschei i Zubaidah, 2012). Friesen i Ludes-Adamy (2019) també analitzen quin impacte tenen dos seminaris dissenyats amb l'objectiu de preparar els futurs docents per a l'ensenyament de les matemàtiques a les aules multigrau. Aquests seminaris incloïen pràctiques a escoles multigrau. A més, Bruner i Imhof (2017) no només

entrevista professorat d'escola multigrau sinó que també entrevista professorat d'escoles monograu per analitzar si la manera d'ensenyar i dissenyar les classes de matemàtiques difereix segons el tipus d'escola.

3.9. Anàlisi temàtic dels estudis de la categoria professorat

A les classes multigrau de matemàtiques hi ha un clar predomini de la instrucció més tradicional, dirigida pel docent, que deixa poc marge als alumnes per a la presa de decisions. Així, doncs, el treball lliure, el treball per projectes o l'aprenentatge dialògic, que són activitats altament exigents per als alumnes, són activitats aïllades, per tant, hi ha poc intercanvi oral i debat entre els alumnes, predominant clarament el treball silenciós. De fet, hi ha un predomini del treball individual, i poc treball en grup (Brunner, 2017; Brunner i Imhof, 2017). A més, l'ensenyament de les matemàtiques segueix pautes que són en gran mesura independents de l'estructura escolar, és a dir, l'ensenyament de les matemàtiques no difereix entre els docents de primària de classes multigrau i de les classes monograu (Brunner i Imhof, 2017) . Tampoc no es van observar diferències entre docents novells i experimentats ni entre les escoles multigrau ni en les monograu (Brunner i Imhof, 2017). Tot i així, en algun cas, el professorat d'escola multigrau és més propens a fer servir activitats més obertes com el treball per projectes? La resposta és que sí i té a veure amb la forma d'organització dels alumnes. Aquells docents que utilitzen amb més freqüència grups d'aprenentatge heterogenis barrejats per cursos són més propensos a fer servir tasques obertes (Brunner, 2017).

En relació amb l'organització dels alumnes, l'opció majoritària per treballar les matemàtiques a les escoles multigrau és l'agrupament per cursos (Bongala et al., 2020; Brunner, 2017; Bustos, 2010; Luschei i Zubaidah, 2012; Smit i Engeli i 2015), especialment per a l'aritmètica (Brunner, 2017 i Bustos, 2010) i per a la introducció de temes nous (Brunner, 2017). A més, quan els alumnes treballen en grup, ho solen fer en grups de rendiment homogeni (Brunner, 2017; Casserly et al., 2019 i Smit i Engeli, 2015) ja siguin grups amb alumnes d'un sol curs o amb més d'un curs (Brunner, 2017). Els motius per separar els alumnes per curs són que els alumnes han d'aprendre el pla d'estudis corresponent al grau excepte per a assignatures pràctiques com l'educació física (Luschei i Zubaidah, 2012) i que el pla d'estudis és difícil d'adaptar pel caràcter progressiu dels continguts matemàtics (Smit i Engeli, 2014). Per exemple, una competència específica, com ara la suma i la resta de fraccions, s'ha d'ensenyar a un sol grau ja que altres graus encara estan treballant en la comprensió del concepte de

fraccions (Smit i Engeli, 2014). Un altre motiu per separar els alumnes per curs són els llibres de text, perquè no se sap com adaptar les tasques matemàtiques que hi ha a una aula multigrau (Smit i Engeli, 2014). Es constata que no es reconeix ni s'utilitza prou el potencial de les tasques existents als llibres de text que només es veuen adequades per a paral·lelització de continguts (Brunner, 2017).

Es pot ensenyar el mateix tema de matemàtiques a tot el grup classe, amb una introducció per a tots els alumnes, variant els nivells de dificultat usant activitats diferenciades (Bongala, 2017), que majoritàriament són individuals (Brunner, 2017). Per exemple, es pot ensenyar el nombre i el sentit numèric a 1r i 2n curs de primària, però mentre els alumnes de 1r curs treballa la numeració els de 2n curs treballen la suma (Bongala et al., 2020). O bé en 3r i 4t curs, es poden realitzar els mateixos càlculs, però els alumnes de 3r curs usen números fins al mil mentre que els de 4t curs usen els números fins a un milió (Smit i Engeli, 2014). Els docents menys propensos a fer servir aquesta fórmula d'organització dels continguts són els docents que separen els alumnes per curs (Brunner, 2017). De vegades, aquesta organització no és possible, ja que no tots els contextos són iguals. Per exemple, en el cas d'Indonèsia (Luschei i Zubaidah, 2012), sovint hi ha més de 40 alumnes per docent i aula, cosa que afecta la manera de treballar les matemàtiques. En aquest cas, es fa servir el mètode 2:1:2, és a dir es treballen dues assignatures, amb 1 sol docent i 2 graus. Per exemple, es poden treballar matemàtiques i llengua. Si a més hi ha poc espai a l'aula perquè el docent o els alumnes es puguin moure, un dels cursos treballa fora, per exemple, recollint espècies de plantes i prenent notes als seus diaris, mentre el docent roman a l'aula, ensenyant matemàtiques als alumnes de l'altre curs, però què es pot fer si, per exemple, plou? (Luschei i Zubaidah, 2012). Tot i que els docent generalment perceben l'ensenyament multigrau com un problema logístic i pedagògic, també hi ha exemples d'ensenyament de les matemàtiques d'alta qualitat i atractiu per a tot el grup classe, per exemple, un docent va il·lustrar el concepte de simetria amb alumnes de 3r i 4t curs de primària a través dels pentinats dels alumnes (Luschei i Zubaidah, 2012).

Els docents consideren l'ensenyament de les matemàtiques com un problema pedagògic ja que consideren que és clarament més difícil ensenyar en aules multigrau comparat amb aules d'un sol grau ja que requereix un major esforç de preparació i organització (Bruner, 2017, Friesen et al., 2018 i Luschei i Zubaidah, 2012). A més, consideren que aquest tipus d'organització ni és més interessant per al docent ni condueix a un rendiment més alt en matemàtiques (Brunner, 2017). Però en general tenen una actitud positiva cap a

l'ensenyament multigrau (Friesen et al., 2018) i consideren que ofereix oportunitats de desenvolupament social (Brunner, 2017) i oportunitats per a les ajudes mútues, per a un menor pensament competitiu i un protagonisme més gran dels alumnes. En alguns casos, als docents els comporta un problema logístic, com és el cas de l'exemple d'Indonèsia esmentat anteriorment (Luschei i Zubaidah, 2012). Cap formació universitària ofereix consells sobre què fer en aquest cas, i és que un tema comú entre el professorat és el desajust entre l'ensenyament universitari i les condicions úniques de les aules multigrau; són una minoria els docents indonesis que diuen que són capaços d'emprar eficaçment part de la teoria rebuda de l'ensenyament universitari, com és el cas de el docent de l'activitat sobre simetria abans esmentada.

Els docents en actiu no són els únics que se senten aclaparats per l'ensenyament de les matemàtiques a les aules multigrau. Els alumnes de magisteri, tot i ser capaços de reflexionar sobre possibles avantatges i desavantatges de l'educació multigrau, molts diuen que se sentirien insegurs o no preparats per ensenyar en una classe multigrau (Friesen, 2017 i Friesen i Ludes-Adamy, 2019), encara que podrien imaginar-se fent les pràctiques en una escola multigrau (Friesen et al., 2008 i Friesen i Ludes-Alamy, 2019). Consideren que les fortaleses superen els desavantatges (Friesen i Ludes-Adamy, 2019). Igual que el professorat en actiu, consideren que un punt fort de l'educació multigrau són els ajuts entre alumnes ja que els alumnes aprenen més explicant-se els continguts els uns als altres i els més petits es beneficien de l'ajut dels grans (Friesen et al ., 2018). Un altre factor que cal tenir en compte en relació a sentir-se insegurs o no preparats és que una cinquena part dels alumnes de magisteri no havia tingut cap experiència en aules multigrau (Friesen et al., 2018).

Friesen i Ludes-Adamy (2019) van dissenyar dos seminaris per formar estudiants de magisteri per a l'ensenyament matemàtic a escoles multigrau. Es van dissenyar dos seminaris, el segon seminari es va adaptar per treballar fonaments teòrics amb més profunditat ja que algunes de les tasques dissenyades pels alumnes de magisteri durant el primer seminari no estaven adequadament planificades per a classes multigrau. Tot i que els estudiants van apreciar especialment la part pràctica del primer seminari, només els va poder oferir una primera visió rudimentària del treball en una classe multigrau. El contingut del segon seminari, amb més èmfasi en la teoria, va fer que els estudiants els resultés més fàcil imaginar-se l'ensenyament multigrau. En general, els seminaris van oferir una primera visió de l'ensenyament multigrau i aquesta cooperació entre professorat en formació i professorat en actiu va resultar beneficiosa per a alguns dels docents de les escoles.

3.10. Disseny metodològic i anàlisi temàtica dels estudis de la categoria família i escola

Un únic estudi que investiga la relació família i escola és Knijnik i Wanderer, (2014). L'estudi es va dur a terme en una escola amb una única aula de 12 alumnes de 1r a 5è curs de primària. Es van entrevistar set de les dotze famílies, amb una entrevista més a fons a dues d'elles i tenia com a objectiu problematitzar la relació família escola en relació amb els deures de matemàtiques. El docent plantejava deures als alumnes per diverses raons. Per raons acadèmiques, ja que en matemàtiques és important la repetició i per raons academico-socials, ja que considerava bo que els pares tinguessin l'oportunitat d'ajudar els seus fills, i així no tot depèn del docent i a més d'aquesta manera els pares poden saber què s'està treballant a classe. Respecte a les famílies, aquestes valoraven positivament la possibilitat de participar en l'aprenentatge matemàtic dels seus fills en tots els casos, fins i tot en els que els era difícil poder proporcionar aquesta ajuda. I és que de vegades, l'escolarització dels pares va ser fa molts anys, cosa que provocava que els pares no recordessin els continguts tractats o també que el seu llenguatge matemàtic fos molt diferent de l'usat a l'escola. A més, les matemàtiques de l'escola són amb paper i llapis, en canvi les matemàtiques fora del context escolar són orals i usen altres mètodes. Tot i les similituds que hi pugui haver entre ambdues matemàtiques (escolars i no escolars) les famílies posaven èmfasi en les diferències, la qual cosa evidencia una certa tensió entre les matemàtiques escolars i les no escolars.

3.11. Disseny metodològic i anàlisi temàtica dels estudis de la categoria documents

Tan sols hi ha quatre estudis que siguin teòrics i que analitzin documents: Bustamante-Valdés et al., (2021), knijnik i Wanderer (2015), Rivero, (2018) i Rivero (2019).

Bustamant-Valdés et al., (2021) es centren en activitats de taules estadístiques en llibres de text de 1r i 2n curs de primària de Xile que el Ministeri d'Educació lliura a les escoles xilenes rurals multigrau. S'analitza el tipus de taules que s'usen en les activitats i el nivell de complexitat, així com el nivell de complexitat de la lectura d'aquestes activitats, el tipus i el context. Predominen les activitats amb taules de comptar on cal llegir entre les dades, sense observar activitats on calgui llegir més enllà de les dades. A la majoria de les activitats cal

representar les dades utilitzant una sola distribució, per la qual cosa es recomana afegir més activitats on calgui representar diverses distribucions. S'ha d'obtenir informació mitjançant el treball algorítmic i són de context proper als estudiants, però no del context dels estudiants rurals. A més, manquen les activitats de context científic. Malgrat que en aquest estudi només s'analitzen llibres d'escoles rurals multigrau, els autors assenyalen que seria interessant comparar aquests resultats amb anàlisis dels llibres que fan servir les escoles urbanes amb la finalitat de trobar semblances i diferències.

knijnik i Wanderer (2015) analitzen les matemàtiques en dos projectes pedagògics antagònics per a les escoles rurals multigrau del Brasil, vinculats a diferents projectes de societat. L'objectiu de la investigació no és analitzar si aquests documents es fan servir a les escoles o si les seves directrius són seguides pel professorat, sinó que l'objectiu és analitzar com aquests dos projectes educatius duen a terme l'educació matemàtica en una aula multigrau. En particular es va examinar la relació entre coneixement del camp i les matemàtiques. En un dels projectes, el coneixement del camp es considera tan sols com un punt de partida per a les classes de matemàtiques, la qual cosa els autors ho interpreten com una forma d'infravalorar les formes de vida del camp davant de les urbanes ja que, per exemple, els recursos pedagògics feien servir llenguatge escolar més aviat abstracte.

Els dos estudis de Rivero, és a dir, Rivero (2018) i (2019) basen el seu anàlisi en l'estudi de documents i mètodes teòrics. Mentre que Rivero (2018) caracteritza el procés d'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques a l'escola primària multigrau, Rivero (2019) se centra en la resolució de problemes. Rivero (2019) conclou que cal promocionar mètodes d'ensenyament que integrin continguts amb mètodes de pensar i estils de conducta i actuació. Per això és fonamental passar de formes d'ensenyament i aprenentatge que adopten la instrucció i l'exposició de continguts com a estratègia a formes d'ensenyament i aprenentatge que integrin teoria i pràctica a més de processos de recerca. Això es pot aconseguir amb més eficiència si la resolució de problemes és l'eix central de les matemàtiques, ja que els alumnes poden comprendre i resoldre problemes amb el contingut que se n'aprèn. Especialment si es resolen problemes matemàtics de context real, és a dir, presos de la pràctica social que envolta l'alumne, cosa que porta el docent a haver de plantejar situacions contextualitzades diferenciades i de complexitat progressiva d'aritmètica, geometria i àlgebra. Per això, el segon estudi de Rivero (2019) se centra en la resolució de problemes.

Rivero (2019) analitza el valor i la utilitat de la resolució de problemes de categoria textual,

no només com a activitat cognitiva que articula coneixement, sinó també com a activitat per desenvolupar valors i habilitats. En aquest estudi, Rivero (2019) conclou que cal vincular el contingut de l'ensenyament de les matemàtiques amb la pràctica social ja que així els alumnes a més d'apropiar-se dels continguts s'apropien de per a què s'estudien i quina és la seva utilitat a través de la valoració crítica del contingut. En definitiva, Rivero (2019) proposa no només fomentar el coneixement matemàtic sinó la comprensió per part de l'alumne de la importància de la pràctica social. Amb aquesta finalitat, Rivero (2019) proposa una sèrie de preguntes que el docent pot fer per potenciar la reflexió social associada al problema matemàtic tant en autovaloracions com en valoracions col·lectives.

Capítol 4

Tipus de dificultats o restriccions que posen de manifest els docents d'educació infantil i primària d'escoles multigrau

L'anàlisi que aquí es presenta es basa en les respostes de 81 docents i engloba un total de 218 problemes o dificultats que fan referència a tres grans categories: el currículum, les característiques dels alumnes i temes relacionats amb l'exercici de la professió. Un cop realitzada la doble anàlisi comentada a l'apartat anterior, presentem a la Taula 4.10 la síntesi dels resultats obtinguts. Aquesta taula presenta, a les columnes, les agrupacions realitzades amb els nivells de codeterminació didàctica i, a les files, les temàtiques o categories creades a partir de l'anàlisi temàtica. Aquesta taula permet veure quines categories acumulen més respostes i si aquestes són presents en diferents nivells de codeterminació. Fet força esperable, ja que els nivells de codeterminació no són independents. D'aquesta manera, es pot detectar on apareix una determinada restricció i quin n'és l'origen, i així poder prendre consciència de l'àmbit d'actuació de la comunitat de docents, investigadors i formadors.

Taula 4.10:

Co-concurrències de temes i nivells de codeterminació

			Nivells superiors			Nivells específics				
			47	68	71	24	1	5	2	218
			186			32				
			Civilització-Societat	Escola	Pedagogia	Disciplina	Domini	Sector	Tema	
Currículum	Currículum		2	2	1					
	Continguts	En general	2	5	16					23
		De calculo	1				1	4	2	8
	Resolució de problemes				1	7		1		9
	Connexions			2	4	3				9
	Competències		2	3	4	4				13
Alumnes	Diversitat		2	6	39	4		1		51
	Motivació		3		2					5
	Emociones y sentiments		1		1					2
	Autonomia		1	1	1	1				4
	Creences		2							2
	Grau de comprensió		3			1			1	5
	Estratègies que usen		2		1					3
Exercici de la professió	Formació		8	11	2	2		1		24
	Recursos humans		3							
	Coordinació con altres mestres o Instituciones		2	10				1		13
	Gestió del temps			7	4	1		1	1	14
	Relació con las familias		4							4
	Uso de recursos materials	Material manipulable	3	31	8	5		1		48
		Llibre de text	8	3	4	1				16
		Materials digitals	4							4
	Metodologia de d'ensenyament i		6	7	14	6				33
	Avaluar als alumnes			4	8	2				14
			59	92	109	37	1	10	4	

Cal destacar dues qüestions abans de passar a comentar els resultats desglossats per nivells. La primera és que, si bé els nivells de codeterminació es presenten disjunts, les temàtiques no, ja que alguns dels comentaris dels docents fan referència a més d'una temàtica alhora. La segona és que, de les 218 qüestions esmentades, 186 (un 85,3%) apareixen als nivells superiors de codeterminació, i només 32 (un 14,7%) se situen en els nivells específics de la matemàtica a ensenyar. En termes generals, les temàtiques que preocupen més els docents són la diversitat dels alumnes i l'ús del material manipulable seguit de la metodologia d'ensenyament i aprenentatge, la formació i l'estructura dels continguts. A continuació, s'especifiquen els detalls per a les dues o tres temàtiques més esmentades pels docents que seran interpretades com a condicions i restriccions que apareixen als diferents nivells de codeterminació.

Resultats als nivells de Civilització i Societat

Sobre la formació dels docents, destaquen la poca oferta formativa, concretament, sobre la manipulació de materials o per aplicar metodologies innovadores. La majoria destaca que manca formació específica per a l'escola multigrau, i està molt allunyada de les necessitats reals. Sobre els llibres de text, es percep com un problema o restricció el fet d'haver de fer-los servir i, especialment, que aquests no estiguin adaptats a l'escola multigrau. També es planteja el dubte de si els llibres de text que hi ha al mercat són adequats per a l'escola multigrau.

Resultats al nivell d'escola

Sobre el material manipulable, comenten majoritàriament que a les escoles n'hi ha poc, especialment per a cicle superior. De vegades es disposa de material, però o bé és insuficient, o bé és inadequat. El material es podria fabricar, però falta temps. A algunes escoles hi ha manca d'activitats amb material manipulable. Referint-se a la formació dels docents, subratllen la necessitat de conèixer els continguts curriculars i rebre formació apropiada per oferir material adequat en cada cas, i la manca de coneixements sobre noves metodologies i metodologies actives que promoguin la manipulació i l'experimentació. També destaquen la manca de formació conjunta per a tots els docents de l'escola i el temps per realitzar-la.

Sobre la coordinació de l'escola i entre àrees, recalquen la necessitat de més coordinació entre els docents, cosa que requereix temps i docents de suport a l'aula. També destaquen el fet d'haver de seguir una programació en què no es creu ja que ve imposada pel centre escolar. Exposen que falta avaluar de manera més equitativa consensuant uns criteris comuns: "s'hauria de compartir amb l'equip de docents de l'escola una mirada més profunda de totes les disciplines, i de la matemàtica, alhora que aquesta mirada es connecta amb el currículum".

Resultats al nivell de Pedagogia

Gairebé tots els comentaris fan referència a la diversitat i els continguts alhora, l'únic comentari referent només a continguts és la dificultat d'estructurar-los. Per als docents, haver de planificar per a diferents nivells i edats és una restricció clau, especialment si es vol que les activitats siguin motivadores, representin un repte, o bé si es treballa per projectes. També és un problema tenir alumnes d'infantil i primària a una mateixa aula, especialment per aprofundir en els continguts i perquè els alumnes de cicle superior acaben abans les tasques.

Les principals preocupacions sobre diversitat giren al voltant dels continguts ia poder atendre tothom. Pel que fa als continguts, es constata una dicotomia entre treballar un mateix contingut o continguts diferents. Si es treballa un mateix contingut, fer-ho amb la mateixa activitat o amb activitats diferents. Si s'opta per la mateixa activitat, "Com atendre tot el grup tenint diferents nivells?", i si s'opta per diferents activitats, com atendre tothom si el temps és limitat i no és possible una única explicació?, com aconseguir que es concentrin sense distreure's?, com gestionar un grup on alguns alumnes arriben a treballar un contingut que no els toca per curs mentre altres no ho aconsegueixen quan els tocaria?, com gestionar que hi hagi alumnes treballant continguts o metodologies per a les quals no estan madurativament preparats i alumnes grans que podrien anar més enllà però no hi ha manera de fer-los avançar sense descuidar els petits?, com treballar un contingut durant 3 cursos sense repetir activitats amb els mateixos alumnes?". Respecte a la metodologia d'aula, es pregunten com plantejar metodologies útils en el context. Per exemple, la feina per racons o per projectes o la feina competencial i la feina amb materials manipulable i com evitar metodologies més convencionals.

Resultats als nivells específics de la Disciplina matemàtica

Als nivells específics de la matemàtica, el que més preocupa és la resolució de problemes, en particular, proposar bons problemes i problemes competencials. I la metodologia perquè els alumnes vegin la funcionalitat de les matemàtiques i la seva relació amb la realitat, siguin més entenedores i treballar amb alumnes amb nivells molt dispars. Als nivells més específics (dominis, sectors i termes), totes les respostes fan referència al càlcul. Suposem que és conseqüència que, a l'escola, el càlcul és un dels sectors a què se li dediquen més hores. En aquest sentit, un docents es pregunta si realment cal emprar tant de temps a "la divisió de dues xifres i les taules de multiplicar". Una altra restricció que destaquen és bregar amb els problemes que els alumnes tenen amb el càlcul i, en particular, amb la comprensió conceptual de les operacions. També expressen que seria interessant tenir eines per poder dissenyar activitats multinivell sobre operacions, saber com fer el càlcul mental, proposar més problemes d'operacions combinades, i saber com manipular el material de fraccions.

Capítol 5

Anàlisi de les praxeologies matemàtiques per cicle i dispositiu didàctic

Tal com s'ha detallat en el capítol 2 de metodologia, l'escola s'organitza en grups multigrau per cicles, per tant, a l'escola hi ha dues classes amb alumnes de 1r i 2n curs, dues amb alumnes de 3r i 4t curs i dues de 5è i 6è curs. Les activitats que es proposen els docents les planifiquen i pensen per cicles i, per aquesta raó, l'anàlisi de la OM es farà per cicles, respectant la proposta d'organització de l'alumnat i els docents. Dins de cada cicle hi ha tres tallers, per tant l'anàlisi es fa per cicle i dispositiu didàctic.

5.1. Anàlisi de l'OM que es proposa a Cicle Inicial

A Cicle Inicial es proposen dos tallers per a treballar les matemàtiques en grups multigrau. Cada taller l'imparteixen docents diferents. Les activitats proposades a cada taller són diferents i de diferents blocs de contingut Analitzem doncs la OM proposada per a ser ensenyada en cadascun d'aquests tallers.

5.1.1. Anàlisi de l'OM que es proposa al *Taller Resolem* de Cicle Inicial

Al *Taller Resolem* de cicle inicial es proposen activitats on, principalment, cal resoldre càlculs aritmètics, activitats on cal resoldre o proposar problemes aritmètics i activitats on cal resoldre enigmes. Totes elles són diferents segons el curs excepte els enigmes que són per ambdós cursos. Totes les activitats proporcionades les ha dissenyades el docent excepte una part dels càlculs que són del "quinzet". A continuació es descriuen i s'analitzen les tasques i generadors de tasques per a resoldre totes aquestes activitats.

Tipologia de tasques assignades a cada domini matemàtic

En aquest taller s'usen activitats dissenyades pel docent i activitats del quinzet. Aquests consisteixen a resoldre sumes i restes de com a molt dues xifres, calcular dobles i meitats i calcular el nombre que sumat a un nombre donat facin un resultat de 10 o 100. Tal com es pot veure a la Taula 5.1, la majoria de càlculs són sumes i restes, i el càlcul de dobles i meitats és amb nombres d'una o dues xifres segons si són per a 1r curs o per a 2n curs. Pel que fa a les descomposicions del 10 i del 100 es demanen les del 10 a 1r curs i les del 100 a 2n curs.

També cal destacar que es demanen aquests càlculs en dos enunciats diferents, en un es diu per exemple "parella del 8" i a l'altre "___ + 4 = 10" o bé "7 + ___ = 10 ".

Taula 5.19:

Taula que mostra el tipus de càlculs que proposa el docent segons el curs

	1r	2n	Total
Sumes de nombres de com a molt 2 xifres	70	50	120
Restes de nombres de com a molt 2 xifres	30	50	80
Calcular el doble d'un nombre d'1 xifra	5	1	6
Calcular el doble d'un nombre de 2 xifres	-	4	4
Calcular la meitat d'un nombre d'1 xifra	4	-	4
Calcular la meitat d'un nombre de 2 xifres	1	5	6
Calcular la parella del 10	10	-	10
Calcular la parella del 100	-	10	10
	120	120	240

De les activitats del *quinzet* se n'usen sis, de les quals tres són de suma i tres de resta. De les tres activitats de suma dos són per a 1r curs i una és per a 2n curs. El mateix passa amb les de resta. A cada activitat cal resoldre tantes sumes o restes com es pugui en dos minuts d'un total de 60. A les Taules 5.20 i 5.21 es mostra quin tipus de sumes i restes es proposen. Tant les sumes com les restes són amb nombres d'una xifra. Les activitats són de dificultat creixent. La primera activitat (prèvia a 1r curs) es considera que es pot fer a l'iniciar 1r curs i les altres dues són per a 1r i 2n curs respectivament. Tant les sumes com les restes involucren nombres d'una xifra amb nombres cada vegada més grans.

Taula 5.20:

Taula que mostra les característiques de les sumes que es proposen a les activitats del quinzet (Segarra, 2016)

	Prèvia a 1r	1r	2n
1 xifra + 1 xifra	60	60	60
Nombres fins al...	3	5	9
Suma amb el resultat més gran	3+2	4+5	4+9

Taula 5.21:

Taula que mostra les característiques de les sumes que es proposen a les activitats del

quinzet (Segarra, 2016)

	Prèvia a 1r	1r	2n
1 xifra - 1 xifra	60	60	60
Nombres fins al	4	6	10

La resolució de les tasques proposades en el taller, poden ser associades a la resolució dels següents generadors de tasques:

$GT_{Calcular + naturals}$ = [Calcular el resultat d'una suma de nombres naturals; V1, V2]

On la variable V1 és el nombre de xifres dels nombres naturals.

Valors: 1, 2.

On la variable V2 és l'estratègia usada.

Valors: comptar a partir del primer sumand, comptar a partir del sumand més gran, se sap el resultat de memòria, descompondre tots dos sumands segons el valor de posició, descompondre un dels dos sumands segons el valor de posició, descompondre un dels dos sumands en nombres més petits, usar nombres de referència, fer deus, fer dobles, compensar, usar l'algorisme tradicional.

$GT_{Calcular - naturals}$ = [Calcular el resultat d'una resta de nombres naturals; V1, V2]

On la variable V1 és el nombre de xifres dels nombres naturals.

Valors: 1, 2.

On la variable V2 és el l'estratègia usada.

Valors: comptar del nombre més petit fins al més gran, se sap el resultat de memòria, descompondre el subtrahend segons el valor de posició, descompondre el subtrahend en nombres més petits, sumar cap endavant, ajustar el subtrahend per a crear una resta més fàcil, usar la recta numèrica per treure, usar la recta numèrica i sumar cap endavant, usar l'algorisme tradicional.

$GT_{Calcular\ el\ doble\ d'un\ nombre}$ = [Calcular el doble d'un nombre donat; V1, V2]

On la variable V1 és el nombre de xifres dels nombres naturals.

Valors: 1, 2.

On la variable V2 és el l'estratègia usada.

Valors: si el nombre té una xifra resoldre la suma, si el nombre té dues xifres es descompon el nombre en unitats i desenes i es calcula el doble de les unitats i de les desenes i

es sumen els resultats.

$GT_{Calcular\ la\ meitat\ d'un\ nombre}$ = [Calcular la meitat d'un nombre donat: V1, V2]

On la variable V1 és el nombre de xifres dels nombres naturals.

Valors: 1, 2.

On la variable V2 és el l'estratègia usada.

$GT_{Calcular\ descomposició\ del\ 10}$ = [Calcular el nombre que sumat al nombre donat doni un resultat de 10; V1]

On la variable V1 és el l'estratègia usada.

Valors: es sap el resultat de memòria, comptar a partir del nombre donat.

$GT_{Calcular\ descomposició\ del\ 100}$ = [Calcular el nombre que sumat al nombre donat doni un resultat de 100; V1]

On la variable V1 és l'estratègia usada.

Valors: restant el nombre donat a 100.

$GT_{Resoldre\ igualtat}$= [Resoldre una igualtat; V1]

On la variable V1 és el tipus d'igualtat.

Valors: igualtat de suma on sabem un dels dos sumands i el resultat que és 10.

Anàlisi dels tipus de sumes i restes proposa el docent

Anem a quantificar i detallar una mica més com són les sumes i les restes proposades pel docent. A la Taula 5.22 presenta l'anàlisi en relació a les sumes que proposa el docent. A 1r curs, principalment involucren nombres d'una xifra tot i que també se'n proposen del tipus nombres de dues xifres més nombres d'una xifra. Les que involucren dos nombres d'una xifra són molt minoritàries, ja que només són 5 d'un total de 70. A 2n curs, en canvi, cal resoldre majoritàriament sumes amb dos nombres de dues xifres i no se'n proposa cap amb dos nombres d'una xifra. Si ens fixem en les restes, passa una mica el mateix, a 1r curs cal resoldre principalment restes amb dos nombres d'una xifra i a 2n curs amb dos nombres de dues xifres. La diferència és que en el cas de les sumes a 2n curs pràcticament no es proposen sumes amb nombres de dues xifres més nombres d'una xifra i, en canvi, sí que es proposen força restes amb nombres de dues xifres menys nombres d'una xifra.

Taula 5.22:

Taula que mostra el nombre de xifres de les sumes i restes que es proposen segons el curs

	1r	2n	Total	
Suma: 1 xifra + 1 xifra	46	-	46	120
Suma: 2 xifres + 1 xifra	19	3	22	
Suma: 2 xifres + 2 xifres	5	47	52	
Resta: 1 xifra - 1 xifra	18	-	18	80
Resta: 2 xifres - 1 xifra	10	21	31	
Resta: 2 xifres - 2 xifres	2	29	31	
	100	100	200	

Si analitzem més a fons com són els números involucrats en les sumes més enllà del nombre de xifres que tenen, a la Taula 5.23 es pot veure que a 1r curs les sumes més freqüents són les sumes amb nombres d'una xifra i un resultat entre 6 i 9 seguides de les sumes amb nombres de dues xifres més nombres d'una xifra amb un resultat inferior a 20. En canvi, a 2n curs les sumes més freqüents són sumes amb nombre de dues xifres amb un resultat entre 50 i 100 seguides de les sumes amb nombres de dues xifres amb un resultat inferior a 50.

Taula 5.23:

Taula que mostra el tipus de sumes que es proposen segons el curs

		1r	2n	Total
Suma: 1 xifra + 1 xifra	$n + 0$	3	-	46
	$0 + n$	1		
	$n + 1$	5	-	
	$1 + n$	1	-	
	$1 + 1$	-	-	
	$n_1 + n_2 \leq 5$	2	-	
	$5 < n_1 + n_2 \leq 9$	13	-	
	$10 \leq n_1 + n_2 \leq 18$	9	-	
Suma: 2 xifres + 1 xifra	$0 + n$	-	1	22
	$n_1 + n_2 \leq 20$	11	1	
	$n_1 + n_2 = 20$	4	-	
	$20 < n_1 + n_2 < 50$	3	1	
	$n_1 + n_2 = 50$	1	-	
Suma: 2 xifres + 2 xifres	$n_1 + n_2 \leq 50$	4	12	52
	$n_1 + n_2 = 50$	-	3	
	$50 < n_1 + n_2 < 100$	1	27	
	$n_1 + n_2 = 100$	-	1	
	$n_1 + n_2 > 100$	-	4	
				120

En relació a les restes, la Taula 5.24) mostra com a 1r curs es proposen restes simples com són restar zero, restar una unitat, restar nombres iguals o restar nombres consecutius, les restes més freqüents són les que cal restar nombres d'una xifra i no són simples i les que cal restar nombres d'una xifra a nombres de dues xifres, no són simples i són sense portar. A segon, en canvi, les restes més freqüents són les restes on cal restar nombres de dues xifres o bé un nombre de dues xifres menys un nombre d'una xifra i no són portant-ne. Les restes portant-ne són molt minoritàries, només són 4 restes d'un total de 80 i són totes per a 2n curs.

Taula 5.24:

Taula que mostra el tipus de restes que es proposen segons el curs

		1r	2n	
Resta: 1 xifra - 1 xifra	$n-0$	2	-	18
	$n-1$	2	-	
	$n-n$	2	-	
	$n-(n-1)$	2	-	
	Altres	10	-	
Resta: 2 xifres - 1 xifra	$n-0$	1	1	31
	$n-1$	2	3	
	$10-n$	2	-	
	Sense portar	5	14	
	Portant-ne	-	3	
Resta: 2 xifres - 2 xifres	$n-n$	-	1	31
	$n-(n-1)$	-	2	
	Restar 10, 20,30, 40	2	8	
	Sense portar	-	17	
	Portant-ne	-	1	
				80

En relació a la pràctica matemàtica amb sumes i restes que es proposen en el material del *quinzet*, la Taula 5.25 es detallen el tipus de sumes i a la Taula 5.26 el tipus de restes. Observem que a l'activitat prèvia per als alumnes de 1r curs el gran gruix de sumes són sumes fàcils, és a dir, són sumes on cal sumar una unitat o bé zero i només hi ha 14 sumes, un 23%, que no siguin d'aquest tipus. A l'activitat per a 1r curs aquest percentatge augmenta fins a un 47% aproximadament, i a 2n curs fins a un 68%. I les sumes per als alumnes de 2n curs són les úniques que inclouen càlculs amb un resultat superior o igual a 10. Amb les restes, passa més o menys el mateix. Les restes de la primera activitat són restes fàcils, és a

dir, restes en les quals cal restar 1 o bé 0, cal restar el mateix nombre o cal restar nombres consecutius. Les altres de restes només representen un 6% del total. A l'activitat de 1r curs aquest tipus de restes augmenten fins al 27% i a 2n curs fins al 40%.

Taula 5.25:

Taula que mostra el tipus de sumes que es proposen a les activitats del quinzet (Segarra, 2016)

	Prèvia a 1r	1r	2n
1+1	4	2	1
$1+n$	18	12	12
$n+1$	14	10	2
$0+n$	3	-	-
$n+0$	7	8	4
$n_1+n_2 \leq 5$	7	10	5
$5 < n_1+n_2 \leq 9$	7	18	22
$n_1+n_2 = 10$	-	-	4
$10 < n_1+n_2 \leq 19$	-	-	10
$n_1+n_2 = 20$	-	-	-
$20 < n_1+n_2 \leq 28$	-	-	-
	60	60	60

Taula 5.26:

Taula que mostra el tipus de restes que es proposen a les activitats del quinzet (Segarra, 2016)

	Prèvia a 1r	1r	2n
$n-0$	7	5	5
$n-1$	20	14	13
$n-n$	12	10	4
$n-(n-1)$	17	15	14
$10-n$	-	-	1
Altres	4	16	23
	60	60	60

Descripció i anàlisi del tipus de problemes aritmètics proposats al Taller

Per a resoldre els problemes aritmètics que es proposen en aquest taller els docents demanen als alumnes que segueixin les instruccions de la Figura 5.11 i que els resolguin usant la graella que es pot veure a la Figura 5.12.

Figura 5.11:

Graella que es proposa omplir als alumnes quan resolen un problema

1: **BLAU** - SUBRATLLAR PREGUNTA (DES DE "QUANTS" FINS A L'INTERROGANT "?").
2: **VERMELL** - SUBRATLLAR DADES IMPORTANTS (PISTES).
3: **ESQUEMA** - FER EL DIBUIX.
4: **PLANIFICACIÓ** - SUMARÉ, RESTARÉ... I PER QUÈ?
5: **OPERACIÓ** - SUMA O RESTA. POSAR QUÈ SÓN.
6: **RESPOSTA** - CANVIAR "QUANTS" PEL RESULTAT I ORDENAR LA FRASE.

Figura 5.12:

Graella que es proposa omplir a l'hora de resoldre un problema

ESQUEMA:
PLANIFICACIÓ: a) SUMARÉ PERQUÈ EN TINDREM MÉS I N'HEM D'AFEGIR. b) SUMARÉ PER SABER EL TOTAL. c) RESTARÉ PERQUÈ N'HEM DE TREURE I EN TINDREM MENYS. d) RESTARÉ PER SABER LA DIFERÈNCIA QUE HI HA ENTRE EL DOS.
OPERACIÓ:
RESPOSTA:

Per tant, per a resoldre els problemes els alumnes han de seguir el següent procés:

- Primer han d'identificar la pregunta del problema i subratllar-la de color blau
- I també identificar les dades i subratllar-les de color vermell
- Han de fer un esquema o dibuix que representi la situació del problema.

- Han de planificar quines operacions caldran per a resoldre el problema
- Han de justificar per què cal fer les operacions que han dit escollint les justificacions d'entre les següents: "sumaré perquè en tindré més i n'hem d'afegir", "sumaré per saber el total", "restaré perquè n'hem de treure i en tindrem menys", "restaré per a saber la diferència que hi ha entre els dos".
- Han de dur a terme les operacions que s'han planificat.
- I finalment han de respondre la pregunta plantejada pel problema.

A Cicle Inicial apareix de vegades tasques relacionades amb invertir un problema.
Les tasques que aquí es detecten, referents a la resolució de problemes aritmètics es poden associar als següents generadors de tasques:

$GT_{Resoldre\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Resoldre un problema aritmètic; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el nombre d'operacions a realitzar per a resoldre el problema.

Valors: 1, 2, 3.

On la variable V2 és el tipus de nombres de l'enunciat dels problemes.

Valors: nombres naturals de fins a 2 xifres.

On la variable V3 són el tipus d'operacions que cal realitzar per a resoldre el problema.

Valors: només sumes i/o restes.

Als següents generadors de tasques ja no es detallen les variables V1, V2 i V3 i els seus valors ja que són els mateixos que al generador de tasques anterior.

$GT_{Ident\ dades\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Identificar les dades del problema aritmètic; V1, V2, V3]

$GT_{Ident\ pregunta\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Identificar la pregunta del problema aritmètic; V1, V2, V3]

$GT_{Modelitzar\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Modelitzar situacions relatives a les operacions involucrades al problema aritmètic usant dibuixos i símbols; V1, V2, V3]

$GT_{Explicar\ modelització\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Explicar la modelització feta amb dibuixos i símbols d'un problema aritmètic; V1, V2, V3]

$GT_{Justificar\ modelització\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Justificar la modelització feta amb dibuixos i símbols d'un problema aritmètic; V1, V2, V3]

$GT_{Deter\ planificació\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Determinar la planificació d'un problema aritmètic,

és a dir, dir quines operacions es faran per a resoldre el problema aritmètic; V1, V2, V3]

$GT_{Justificar\ planificació\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Identificar la justificació de l'operació o operacions que cal fer per a resoldre el problema aritmètic d'un llistat donat; V1, V2, V3, V4]

On la variable V4 és el llistat de justificacions possibles.

Valors: sumaré perquè en tindrem més i n'hem d'afegir, sumaré per saber el total, restaré perquè n'hem de treure i en tindrem menys, restaré per a saber la diferència que hi ha entre els dos.

$GT_{Respondre\ la\ pregunta\ d'un\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Respondre la pregunta plantejada en un problema aritmètic; V1, V2, V3]

$GT_{\mathrm{Pr}\ oposar\ probl\ aritmè\ tic\ condicions}$ = [Proposar un problema aritmètic que compleixi unes determinades condicions, V1]

On la variable V1 són les condicions que ha de complir el problema.

Valors: que es resolgui amb una suma, que es resolgui amb una resta.

En aquest Taller es proposen 48 problemes dels quals 20 són per a 1r curs i 28 són per a 2n curs, és a dir, un 48% són per a 1r curs i un 52% són per a 2n curs, per tant, els percentatges són força similars. Tots els problemes tenen solució única i hi ha només 1 problema que conté dades sobrants i és per a 2n curs.

Si ens fixem en el nombre d'operacions a realitzar (vegeu Taula 5.27), observem que majoritàriament per a resoldre els problemes proposats cal fer una única operació. Només hi ha 7 problemes en els quals calgui efectuar dues operacions, que representen aproximadament un 15% del total, dels quals 5 són per a 2n curs i només 2 són per a 1r curs.

Taula 5.27:

Nombre d'operacions que cal fer per a resoldre els problemes aritmètics segons el curs

	1r primària	**2n primària**
1 operació	18	23
2 operacions	2	5
	20	28

Si ens fixem en el tipus de nombres que apareixen en els enunciats, tots els nombres són naturals i majoritàriament fan referència a quantitats discretes vegeu Taula 5.28). Només hi ha dos problemes amb euros, un per a cada curs i tres problemes que fan referència a anys. En general els problemes no són gaire realistes. Tot i que n'hi ha que les quantitats són realistes i podria tractar-se d'una situació que el propi alumne pot viure com per exemple: en Pep ha fet 10 sumes. D'aquestes, 6 estaven malament. Quantes sumes estaven bé?, cosa que li pot passar a un alumne, n'hi ha molts d'altres que no ho són, com per exemple, la Rosa va anar a les Fires de Girona. Dissabte va pescar 3 ànecs i el diumenge en va pescar 7. Quants ànecs va pescar la Rosa en total? Qui pesca ànecs? I a més a més dos dies seguits?.

Taula 5.28:

Tipus de quantitats dels enunciats dels problemes aritmètics segons el curs

	1r primària	2n primària	Total
Euro	1	1	2
Temps en anys	1	2	3
Quantitat discreta	18	25	43
	20	28	48

En un 63% dels problemes els nombres són d'una xifra. A més a més, tots els nombres dels enunciats de primer són nombres d'una xifra i a segon també n'hi ha de dues xifres (vegeu Taula 5.29)**.**

Taula 5.29:

Nombre de xifres dels nombres dels enunciats dels problemes aritmètics segons el curs

	1r primària	2n primària	Total
Nombres d'una xifra	20	10	30
Nombres de fins a 2 xifres	-	18	18
	20	28	48

Tot i que tots els problemes es poden resoldre amb sumes i/o restes, alguns dels problemes proposats són de multiplicació si tenim en compte la classificació descrita per Carpenter et al. (1999). Per tant, en alguns problemes es podrien resoldre fent una multiplicació com per exemple: "La mare de la Mireia té 6 monedes de 2 euros al moneder. Quants euros té en

total?". Per tant, si tenim en compte això, observem que es proposen problemes que involucren accions de suma i/o resta i d'altres que n'involucren de multiplicació i/o divisió tal com es pot veure a la Taula 5.12. De tota manera, els problemes de multiplicació i/o divisió només representen un 27% del total i majoritàriament són per a 2n curs.

Taula 5.30:

Tipus d'accions que cal fer per a resoldre els problemes aritmètics segons el curs

	1r primària	2n primària	Total
Només contenen accions de + i/o -	18	17	35
Només contenen accions de × i/o ÷	2	11	13
	20	28	48

Si mirem si hi ha alguna relació entre el nombre d'operacions a realitzar i el tipus d'acció, veiem que si per a resoldre el problema cal efectuar dues operacions, aleshores no contenen accions de multiplicació i/o divisió. I que a 2n curs la meitat dels problemes d'una operació involucren accions de suma o resta i l'altra meitat de multiplicació o divisió (vegeu Taula 5.31).

Taula 5.31:

Tipus d'accions que cal fer per a resoldre els problemes aritmètics segons el nombre d'operacions i el curs

		1r primària	2n primària	Total
1 operació	Només contenen accions de + i/o -	16	12	28
	Només contenen accions de × i/o ÷	2	11	13
2 operacions	Només contenen accions de + i/o -	2	5	7
	Només contenen accions de × i/o ÷	-	-	-
		20	28	48

També es pot observar a la Taula 5.32, que els problemes aritmètics amb nombres de dues xifres no només són per a 2n curs com ja hem vist sinó que a més a més, són problemes on només cal fer una sola operació per a resoldre'ls i majoritàriament són de suma o resta (vegeu Taula 5.33).

Taula 5.32:

Tipus de nombres dels enunciats dels problemes segons el nombre d'operacions i curs

		1r primària	2n primària	Total
1 operació	Nombres naturals d'1 xifra	18	8	26
	Només naturals de fins a 2 xifres	-	15	15
2 operacions	Nombres naturals d'1 xifra	2	2	4
	Només naturals de fins a 2 xifres	-	3	3
		20	28	48

Taula 5.33:

Tipus d'accions per a resoldre els problemes aritmètics segons el nombre de xifres i el curs

		1r primària	2n primària	Total
1 xifra	Només contenen accions de + i/o -	18	4	22
	Només contenen accions de × i/o ÷	2	6	8
2 xifres	Només contenen accions de + i/o -	-	13	13
	Només contenen accions de × i/o ÷	-	5	5
		20	28	48

Així per a resoldre tots aquests problemes aritmètics cal fer:

$41 \times 1 + 7 \times 2 = 41 + 14 = 55$ operacions, de les quals 42 són de suma o resta i 13 de multiplicació o divisió. Si classifiquem els problemes on cal realitzar una suma o resta segons la classificació de Carpenter et al. (1999), veiem n'hi ha de canvi augment, canvi disminució i parts-total en quantitats similars als dos cursos i que només hi ha un únic problema on calgui fer una comparació i és per a 1r curs (vegeu Taula 5.34). El tipus de problema més freqüent és el de parts-total.

Taula 5.34:

Tipus de problemes additius segons el curs

Tipus d'operació a realitzar	3r	4t	Total
Canvi augment	4	3	7
Canvi disminució	5	6	11
Comparació	1	-	1
Parts total: total desconegut	10	13	23
	20	22	42

Si a més a més mirem quina és la incògnita a determinar en cada cas, a la Taula 5.35 veiem que en tots els casos menys en 7 (en un 78% dels casos), és a dir en un la incògnita a determinar és la que resulta més fàcil als alumnes segons Carpenter et al. (1999) és a dir, són situacions on hi ha un conjunt que augmenta o disminueix i cal determinar la situació final coneguda la situació inicial i el canvi o bé són situacions on hi ha dues parts que s'ajunten per a formar el total i cal determinar el total. En el cas d'aquest taller només n'hi ha un de canvi augment i tots els altres són del tipus parts-total.

Taula 5.35:

Tipus problemes additius segons el curs

Tipus d'operació a realitzar	3r	4t	Total
Canvi augment: resultat desconegut	4	2	6
Canvi augment: augment desconegut	-	1	1
Canvi augment: Inici desconegut	-	-	-
Canvi disminució: resultat desconegut	5	6	11
Canvi disminució: disminució desconeguda	-	-	-
Canvi disminució: inici desconegut	-	-	-
Comparació: diferència desconeguda	1	-	1
Comparació: quantitat amb la que es compara desconeguda	-	-	-
Comparació: referent desconegut	-	-	-
Parts total: total desconegut	8	7	15
Parts total: una part desconeguda	2	6	8
	20	22	42

Pel que fa a les accions de multiplicació o divisió, són pràcticament totes per a 2n curs i en elles hi ha grups iguals o es fa una comparació multiplicativa, en les que sempre s'usen les expressions de doble o meitat.

Taula 5.36:

Tipus de problemes multiplicatius segons el curs

Tipus d'operació a realitzar	3r	4t	Total
Fer grups iguals	1	6	7
Proporcions	-	1	1
Comparació multiplicativa	1	4	5
	2	11	13

Si com abans, analitzem on és la incògnita. En 11 dels 13 casos (un 85%) cal multiplicar i en dos cal fer un determinat nombre de grups i en un altre cal fer grups d'un determinat nombre d'elements (vegeu Taula 5.37).

Taula 5.37:

Tipus de problemes multiplicatius segons el curs

Tipus d'operació a realitzar	3r	4t	Total
Fer grups iguals: multiplicació	1	5	6
Fer grups iguals: divisió (fer un determinat nombre de grups)	-	-	-
Fer grups iguals: divisió (fer grups d'un determinat nombre d'elements)	-	1	1
Proporcions: multiplicació	-	1	1
Proporcions: divisió (fer un determinat nombre de grups)	-	-	-
Proporcions: divisió (fer grups d'un determinat nombre d'elements)	-	-	-
Comparació multiplicativa: multiplicació	1	2	3
Comparació multiplicativa: divisió (fer un determinat nombre de grups)	-	2	2
Comparació multiplicativa: (fer grups d'un determinat nombre d'elements)	-	-	-
	2	11	13

Cal observar que les opcions que es donen per a justificar l'operació que cal fer no sempre funcionen. Per exemple el següent problema: necessito 20 globus per una festa d'aniversari, però només en tinc 13. Quants globus he de comprar per tenir-ne 20? es resol fent una resta, és a dir, fent 20 globus - 13 = 7 globus. Però la resta no es justifica dient "restaré perquè n'he de treure i en tindrem menys" ni "restaré per a saber la diferència que hi ha entre els dos". És un problema de canvi augment on el que es desconeix és l'augment, per tant, no traiem res i no hi ha dos conjunts per tant no queda tant clar que buscant la diferència entre la situació inicial i final s'obté l'augment. Algun alumne pot pensar erròniament que com que en volem

tenir més, n'hem d'afegir i aleshores cal sumar i justificar-ho amb "sumaré perquè en tindrem més i n'hem afegit". Això passa amb els problemes que no tenen la incògnita al lloc més habitual, però com ja hem vist aquest tipus de problemes són molt minoritaris, de fet, representen menys del 2% de les accions que cal realitzar.

Descripció del tipus d'enigmes que es proposen al Taller

En aquest taller es proposen 7 enigmes diferents i per a trobar-ne la solució, cal resoldre les tasques descrites pels següents generadors de tasques:

$GT_{Deduir\ color\ objectes\ en\ fila}$ = [Deduir una qualitat d'un determinat nombre d'objectes col·locats en fila donades unes pistes; V1, V2, V3]

On la variable V1 és la qualitat a deduir.

Valors: color.

On la variable V2 són els objectes.

Valors: tres espelmes d'alçades diferents.

On la variable V3 és el nombre de pistes.

Valors: 2.

$GT_{Interpretar\ descripcions\ pos\ rel\ obj}$ = [Interpretar les descripcions sobre la posició relativa d'uns elements o objectes per tal de col·locar-los com indiquen les instruccions; V1]

On la variable V1 és la situació en la que cal descriure la posició relativa de l'objecte o imatge.

Valors: tres espelmes d'alçades diferents col·locades en fila.

$GT_{Modificar\ dibuix}$ = [Modificar un dibuix afegint un determinat nombre de segments per tal que compleixi una condició; V1, V2]

On la variable V1 és el nombre de segments que es poden afegir.

Valors: 2.

On la variable V2 és la condició que s'ha de complir.

Valors: que hi hagi una tercera fletxa.

$GT_{Resoldre\ sist\ equacions\ dibuixos}$ = [Resoldre sistemes d'equacions amb dibuixos; V1, V2]

On la variable V1 és com es presenten els dibuixos i el nombre d'equacions del sistema.

Valors: dibuixos organitzats en 3 igualtats on 2 involucren sumes i una involucra una resta, per tant hi ha 3 equacions.

On la variable V2 és el nombre de dibuixos del sistema d'equacions.

Valors: 3.

$GT_{Deduir\ rel\ en\ sist\ equacions\ dibuixos}$ = [Deduir relacions i valors en un sistema d'equacions amb dibuixos; V1, V2]

On la variable V1 és com es presenten els dibuixos i el nombre d'equacions del sistema.

Valors: dibuixos organitzats en 3 igualtats on 2 involucren sumes i una involucra una resta, per tant hi ha 3 equacions.

On la variable V2 és el nombre de dibuixos del sistema d'equacions.

Valors: 3.

$GT_{Col{\cdot}locar\ números\ graella}$ = [Col·locar uns determinats números en una graella per tal que les files, columnes i diagonals sumin una determinada quantitat, V1, V2, V3]

On la variable V1 és la mida de la graella.

Valors: 3x3.

On la variable V2 són els nombres que es poden usar.

Valors: 1, 2 i 3.

On la variable V3 és que han de sumar les files, columnes i diagonals.

Valor: 6.

$GT_{Deduir\ números\ graella}$ = [Deduir quin número es pot col·locar en una casella d'una graella per tal que les files, columnes i diagonals sumin una determinada quantitat; V1, V2, V3]

On les variables i valors que prenen les variables són els mateixos que en el cas anterior.

$GT_{Col{\cdot}locar\ números\ cercles}$ = [Col·locar uns determinats números en cercles col·locats formant un cercle, on cada dos cercles estan units a un cercle central, de tal manera que tots els cercles oposats units al cercle central sumin una determinada quantitat, V1, V2, V3]

On la variable V1 és el nombre de cercles col·locats formant un cercle.

Valors: 7.

On la variable V2 són els nombres que es poden usar.

Valors: 1, 2, 3, 4, 5, 6, i 7.

On la variable V3 és que han de sumar les files, columnes i diagonals.

Valor: 10.

$GT_{Deduir\ números\ cercles}$= [Deduir quin número es pot col·locar en un dels cercles

col·locats formant un cercle, on cada dos cercles estan units a un cercle central, de tal manera que tots els cercles oposats units al cercle central sumin una determinada quantitat, V1, V2, V3]

On les variables i valors que prenen les variables són els mateixos que en el cas anterior.

$GT_{Deduir\ objecte}$ = [Deduir quin és l'objecte d'entre un conjunt d'objectes a partir d'unes pistes; V1, V2]

On la variable V1 és el nombre d'objectes del conjunt.

Valors: 9.

On la variable V2 és el nombre de pistes.

Valors: 5.

$GT_{Ident\ elem\ dif}$ = [Identificar un element o objecte diferent segons algun criteri; V1, V2]

On la variable V1 són criteris que es poden tenir en compte.

Valors: criteris numèrics, criteris qualitatius.

On la variable V2 és el conjunt d'elements o objectes.

Valors: quatre rellotges de diferents tipus i característiques.

$GT_{Trobar\ camí}$ = [Trobar el camí d'un punt a un altre, tenint en compte que hi ha llocs pels quals no es pot passar, V1]

On la variable V1 és el tipus de situació en la que cal trobar el camí.

V1: edifici on hi ha escales i portes per a passar d'una habitació o pis a un altre.

Resum de resultats parcials de la OM del Taller Resolem:

Les activitats plantejades al *Taller Resolem* de Cicle Inicial se centra principalment en la pràctica amb càlculs, problemes aritmètics i enigmes. Totes les activitats excepte els enigmes són diferents segons el curs. Pel que fa a la *pràctica amb càlculs* per a 1r curs es proposen sumes amb nombres d'una xifra o bé sumes amb un nombre de dues xifres i un d'una xifra amb un resultat inferior a 20 i per a 2n curs es proposen sumes amb nombres de dues xifres sobretot amb resultats entre 50 i 100. I per a les restes a 1r curs la proposta és amb nombres d'una xifra i a 2n curs amb un o tots dos nombres de dues xifres la majoria sense portar. Les restes portant-ne són molt minoritàries i són per a 2n curs. A les activitats de càlcul del quinzet al ser amb temps es proposen moltes sumes i restes simples (és a dir on cal sumar o restar 1 o 0 per exemple) especialment per a 1r curs, per exemple més de la meitat de les

restes per a 2n curs ho són.

La proposta de problemes per a 1r i 2n curs també és clarament diferenciada, però ambdós cursos han de seguir un procés de resolució determinat pel docent que consisteix a assenyalar les dades de color blau, la pregunta de color vermell, fer un esquema o dibuix de la situació, determinar quines operacions i justificar perquè es fan marcant una opció d'entre una llista donada, resoldre les operacions i contestar la pregunta. Mentre que per a 1r curs els problemes són majoritàriament d'una operació amb nombres d'una xifra i involucren situacions de suma i resta, per a 2n curs se'n proposen d'una i dues operacions, amb nombres de fins a dues xifres i en el cas dels d'una operació la meitat involucren situacions de suma i resta i l'altra meitat de multiplicació i divisió. Cal assenyalar que els problemes de multiplicació i divisió es poden resoldre sumant o restant i afegir que tots els problemes són tancats i només es poden resoldre d'una única manera.

Els *enigmes* són els mateixos per ambdós cursos i són activitats en les quals cal raonar i fer deduccions. No tots ells són de càlcul sinó que alguns inclouen continguts geomètrics. Els que són de càlcul combinen càlcul i semblen proposar-se iniciar a l'alumnat a l'àlgebra (per exemple deduir valors i relacions en un sistema d'equacions descrites amb dibuixos).

5.1.2. Anàlisi de l'OM que es proposa al Taller Connectem de Cicle Inicial

Al *Taller Connectem* es treballen els continguts de geometria, mesura, estadística, probabilitat i àlgebra amb les 25 propostes del llibre de 2n curs d'Innovamat (Morera, 2022a) anomenades reptes. La meitat del llibre es fa un curs, i l'altra meitat el següent curs. Això permet als docents, que en aquest cicle fan codocència, fer cadascun dels reptes en dues sessions i no pas en una com proposa l'editorial a la guia del docent que només està disponible online. Cada 4 reptes n'hi ha un de repàs, per tant, els reptes 5, 10, 15 i 20 i 25 són reptes on es repassen les activitats fetes als quatre reptes previs. Aquí analitzem totes els reptes que s'hi proposen. Per fer-ho primer farem una descripció de totes i cadascuna de les tasques que cal que realitzi un alumne per a resoldre aquests 25 reptes i després analitzem com són aquestes tasques.

Tipologia de tasques assignades a cada domini matemàtic

Aquí es descriuen les tasques i les seves variables. Per a veure els valors que prenen les variables cal veure els annexes pàgina 12.

Geometria: Tasques on s'analitzen les característiques i propietats de les figures geomètriques de dues dimensions i es desenvolupen raonaments matemàtics sobre relacions geomètriques

$GT_{Ident\ repre\ fig2D\ i\ dir\ nom}$ = [Identificar una representació d'una figura geomètrica 2D i dir-ne el seu nom; V1]

On la variable V1 és el tipus de figura geomètrica.

$GT_{Deduir\ criteri\ class\ fig2D}$= [Deduir el criteri de classificació de diverses figures geomètriques separades en dos grups o més; V1]

On la variable V1 és la classificació que es dona.

$GT_{Aparellar\ fig2D\ segons\ criteri}$ = [Aparellar figures geomètriques que compleixin una determinada condició; V1, V2]

On la variable V1 són el tipus de figures geomètriques.

On la variable V2 és la condició que han de complir.

$GT_{Ident\ costats\ de\ dif\ fig2D\ amb = long}$ =[Identificar costats de diferents figures que tinguin la mateixa longitud i pintar-los del mateix color; V1]

On la variable V1 són les peces geomètriques que es proporcionen.

$GT_{Cobrir\ fig2D\ amb\ peces\ tangram}$ = [Cobrir una figura geomètrica amb les peces del tangram; V1]

On la variable V1 és la figura que cal cobrir.

$GT_{Descriure\ fig\ geom}$ = [Descriure una figura geomètrica; V1, V2]

On la variable V1 és la figura geomètrica.

On la variable V2 és la informació que es pot proporcionar.

$GT_{Comprovar\ comp\ fig2D\ tenen\ mateixes\ fig}$ = [Comprovar que dues composicions de figures contenen exactament les mateixes figures geomètriques; V1]

On la variable V1 és la composició de figures a la que cal fer la comprovació.

Geometria: Tasques on s'analitzen les característiques i propietats de les figures geomètriques de tres dimensions i es desenvolupen raonaments matemàtics

sobre relacions geomètriques

$GT_{Ident\ repr\ fig3D\ i\ dir\ nom}$ = [Identificar una representació d'una figura geomètrica 3D i dir-ne el seu nom; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge que es proporciona de la figura geomètrica 3D.

On la variable V2 és el tipus de figura.

$GT_{Relcionar\ obj\ amb\ fig3D\ de\ llista}$= [Relacionar un determinat objecte real amb una figura geomètrica de tres dimensions d'una llista; V1]

On la variable V1 és l'objecte real i la llista.

$GT_{Comptar\ elements\ polí\ edre}$ =[Comptar els elements d'un políedre; V1, V2, V3]

On la variable V1 és la forma en que es presenta el políedre.

On la variable V2 és el tipus de políedre.

On la variable V3 és l'element a comptar.

$GT_{Ident\ caract\ cares\ fig3D}$ = [Identificar característiques de les cares d'una figura de tres dimensions; V1, V2]

On la variable V1 són les característiques a identificar.

On la variable V2 són les figures geomètriques.

$GT_{Classificar\ fig3D\ en\ diagrama\ de\ Venn}$ = [Classificar figures geomètriques en un diagrama de Venn segons dos criteris donats; V1, V2]

On la variable V1 són les figures geomètriques a classificar.

On la variable V2 són els criteris a usar.

$GT_{Descriure\ fig3D}$ = [Descriure una figura geomètrica de tres dimensions; V1, V2]

On la variable V1 és la figura geomètrica.

On la variable V2 és la informació que es pot proporcionar.

$GT_{Identi\ fig3D\ donades\ caracteristiques}$ = [Identificar una figura geomètrica de tres dimensions donades algunes de les seves característiques i dir-ne el seu nom; V1, V2]

On la variable V1 són les característiques que es proporcionen.

On la variable V2 és el nom de les figura geomètrica.

$GT_{Formular\ preg\ sobre\ caract\ fig3D}$ = [Formular preguntes sobre les característiques d'una figura geomètrica de 3 dimensions que pugui esser contestada amb un sí o amb un no; V1]

On la variable V1 són les figures geomètriques.

$GT_{Deter\ si\ fig3D\ compleix\ prop}$= [Determinar si una figura compleix o no una determinada propietat; V1, V2]

On V1 és la característica que es demana que s'avaluï.

On V2 és la figura geomètrica

$GT_{Deter\ n^o\ \ elem\ fig3D\ sè rie\ geom}$= [Determinar el nombre d'elements d'una figura de tres dimensions d'una sèrie geomètrica de creixement; V1, V2, V3]

On la variable V1 són els elements que cal comptar.

On la variable V1 és la informació que es té per a fer-ho.

On la variable V3 és l'estratègia a usar.

Geometria: Tasques on es representa amb material, amb dibuixos o mentalment figures de dues i tres dimensions

$GT_{Construir\ fig3D\ condicions}$ = [Construir una figura geomètrica de tres dimensions amb material que compleixi unes determinades condicions; V1, V2]

On la variable V1 és el material a usar.

On la variable V2 són les condicions que ha de complir la figura geomètrica

$GT_{Dibuixar\ fig2D\ condicions}$ = [Dibuixar una figura geomètrica de dues dimensions que compleixi unes determinades condicions; V1]

On la variable V1 són les condicions que ha de complir.

$GT_{Copiar\ constr\ amb\ fig2D\ al\ llibre}$ = [Copiar una construcció feta amb material al llibre; V1]

On la variable V1 és la construcció que cal copiar.

$GT_{Dibuixar\ vistes\ fig3D}$ = [Dibuixar una o més vistes d'una figura geomètrica tres dimensions; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de vista que cal dibuixar.

On V2 és el tipus de figura i el format.

$GT_{Constr\ polí edre\ a\ partir\ vistes}$ = [Construir un políedre amb material a partir d'alguna o algunes de les seves vistes; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el tipus de material que cal usar.

On la variable V2 és el tipus de políedre a construir.

On la variable V3 és el tipus de vistes que es faciliten.

$GT_{Dibuixar\ vista\ zenital\ altures}$ = [Dibuixar la vista zenital d'una figura geomètrica

formada per cubs on cal anotar l'altura de cada part de la figura; V1]

On V1 és la informació que es proporciona de la figura geomètrica.

$GT_{Interpretar\ num\ d'una\ vista\ lateral}$ = [Interpretar un número en una vista lateral d'una figura geomètrica formada per torres formades de cubs a diferents alçades, com la quantitat de torres que podem veure des d'aquell punt; V1]

On la variable V1 és la figura geomètrica.

Geometria: Tasques on es localitzen i descriuen relacions espacials mitjançant coordenades geomètriques i altres sistemes de representació:

$GT_{Decriure\ desplaç\ quad}$ =[Descriure un desplaçament en una quadrícula si només si només s'hi permeten desplaçaments horitzontals i verticals pel mig de les caselles; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de quadrícula.

On la variable V2 és la informació que cal donar.

$GT_{Descriure\ camí\ en\ qudr}$ = [Descriure un camí o recorregut en una quadrícula si només s'hi permeten desplaçaments horitzontals i verticals pel mig de les caselles; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de quadrícula.

On la variable V2 és la informació que cal donar.

$GT_{Deter\ coord\ quad}$ = [Determinar les coordenades d'un element situat en una casella d'una quadrícula; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de quadrícula.

On la variable V2 és l'element.

$GT_{Localitzar\ coord\ quad}$ = [Localitzar una coordenada determinada d'una quadrícula numerada horitzontalment i verticalment per números; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de quadrícula.

On la variable V2 són les coordenades.

$GT_{Deter\ casella\ final\ camí\ quad}$= [Determinar la casella final on acabarà un camí o recorregut en una quadrícula donada la descripció del camí si només s'hi permeten desplaçaments horitzontals i verticals pel mig de les caselles; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de quadrícula.

On la variable V2 és la descripció del camí.

$GT_{Intrerpretar\ instr\ camí\ quad}$ = [Interpretar les instruccions facilitades d'un camí o

recorregut en una quadrícula si només ens hi podem desplaçar horitzontalment i verticalment pel mig de les caselles; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de quadrícula.

On la variable V2 són les instruccions que es faciliten.

$GT_{Comparar\ camí\ \ quad}$ = [Comparar dos o més camins o recorreguts d'un robot en una quadrícula si només es pot desplaçar horitzontalment i verticalment pel mig de les caselles; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de quadrícula.

On la variable V2 és el motiu pel qual cal comparar els camins.

$GT_{Dibuixar\ camí\ \ en\ qudr}$ = [Dibuixar un camí o recorregut en en una quadrícula si només ens podem desplaçar horitzontalment i verticalment pel mig de les caselles; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de quadrícula.

On la variable V2 són les condicions que ha de complir el camí o recorregut.

$GT_{Completar\ instr\ camí\ \ quad}$ = [Completar les instruccions d'un camí en una quadrícula numerada horitzontalment i verticalment per números per arribar a l'objectiu indicat; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de quadrícula.

On la variable V2 és la informació que es dóna.

$GT_{Deduir\ casella\ inici\ camí\ \ quad}$ = [Deduir en quina casella d'una quadrícula s'ha d'iniciar un camí per tal de poder fer un recorregut donat si només s'hi permeten desplaçaments horitzontals i verticals pel mig de les caselles i sabem les instruccions i l'objectiu final; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el tipus de quadrícula.

On la variable V2 és el recorregut donat.

On la variable V3 és l'estratègia usada pera deduir-la.

$GT_{\mathrm{Pr}\ oposar\ camí\ \ o\ recorregut}$ = [Proposar i un camí o recorregut; V1, V2]

On la variable V1 a on cal proposar el camí o recorregut.

On la variable V2 són les condicions que ha de complir el camí o recorregut.

$GT_{Representar\ camí\ \ o\ recorregut}$ = [Representar i un camí o recorregut; V1, V2]

On la variable V1 a on cal proposar el camí o recorregut.

On la variable V2 són les condicions que ha de complir el camí o recorregut.

$GT_{Descriure\ posició\ rel\ objecte}$ = [Descriure la posició relativa d'un elements o objectes; V1, V2]

On la variable V1 és la situació en la que cal descriure la posició relativa de l'objecte o imatge.

On la variable V2 és el vocabulari per a descriure les posicions relatives.

$GT_{Interpretar\ descripcions\ pos\ rel\ obj}$ = [Interpretar les descripcions sobre la posició relativa d'uns elements o objectes per tal de col·locar-los com indiquen les instruccions; V1]

On la variable V1 és la situació en la que cal descriure la posició relativa de l'objecte o imatge..

$GT_{Col{\cdot}locar\ obj\ segons\ pos\ rel}$ = [Col·locar uns objectes en una determinada posició segons les instruccions facilitades verbalment; V1]

On la variable V1 és la situació en la que cal col·locar els objectes.

$GT_{Pintar\ casella\ quad}$ = [Pintar una determinada casella d'una quadrícula segons les instruccions facilitades verbalment; V1]

On la variable V1 és el tipus de graella.

$GT_{Comparar\ pos\ rel\ obj\ de\ 2\ conj}$ =[Comparar posicions relatives dels elements de dos o més conjunts que contenen exactament els mateixos elements per a saber si estan col·locats de la mateixa manera; V1]

On la variable V1 són els conjunts a comparar.

$GT_{Inventar\ caselles\ pintades\ quad}$ = [Inventar una disposició de caselles pintades en una quadrícula; V1]

On la variable V1 és el tipus de quadrícula.

$GT_{Deduir\ poss\ posicions\ fig\ quadr}$ = [Deduir les possibles posicions d'una figura geomètrica en una quadrícula a partir d'una o més pistes; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el tipus de quadrícula.

On la variable V1 són les figures a col·locar.

On la variable V3 són les pistes.

$GT_{Interpretar\ pistes\ posició\ fig\ en\ quad}$ = [Interpretar les pistes sobre la posició d'una figura geomètrica en una quadrícula; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el tipus de quadrícula.

On la variable V1 són les figures a col·locar.

On la variable V3 són les pistes.

Geometria: Tasques on s'apliquen transformacions i s'usa la simetria per analitzar situacions matemàtiques

$GT_{Acabar\ dibuix\ simetric}$= [Acabar un dibuix per tal que sigui simètric, donat l'eix de simetria; V1]

On la variable V1 és el tipus de dibuix que es proporciona.

$GT_{Dibuixar\ eix\ simetria}$ = [Dibuixar els eixos de simetria d'una representació o imatge; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar la simetria.

$GT_{Aplicar\ un\ gir}$ = [Aplicar una gir a una representació o objecte; V1, V2]

On la variable V1 és la representació o objecte al que li apliquem el gir.

On la variable V2 és la direcció i amplitud del gir.

$GT_{Identificar\ simetria}$ = [Identificar simetries en una representació o objecte; V1]

On la variable V1 és la representació o objecte on cal identificar la simetria.

$GT_{Ident\ un\ gir}$ = [Identificar un gir que s'ha aplicat a una representació o objecte; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació.

$GT_{Ident\ transl}$ = [Identificar una translació que s'aplica a una representació o objecte; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o objecte.

$GT_{Descriure\ simetria}$ = [Descriure una simetria que s'aplica a un representació o objecte; V1]

On la variable V1 és la representació o objecte on cal identificar la simetria.

$GT_{Descriure\ gir}$ = [Descriure un gir que s'aplica a un representació o objecte; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o objecte al que s'aplica el gir.

On la variable V2 és la informació que cal donar.

$GT_{Descriure\ transl}$ = [Descriure una translació que s'aplica a un representació o objecte; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de figura o representació a la que cal s'aplica una translació.

On la variable V2 és la informació que cal donar: direcció de la translació, direcció de la translació i la distància recorreguda.

$GT_{Deter\ quin\ gir\ s'ha\ aplicat}$= [Determinar quin gir s'ha aplicat a una representació o objecte coneixent les posicions inicials i finals de la representació o objecte; V1, V2, V3]

On la variable V1 és la representació o objecte a la que li apliquem el gir.

On la variable V2 és la informació que cal donar.

On V3 és l'estratègia per a determinar el gir.

$GT_{Deter\ color\ caselles\ fig2D\ si\ despré s\ aplicar\ gir}$= [Determinar el color de les parts d'una figura que és el resultat de girar-ne una que està acolorida coneixent la posició i colors de la situació inicial i quin gir s'ha aplicat a la figura; V1, V2]

On la variable V1 és la figura geomètrica.

On la variable V2 és el gir que s'aplica.

$GT_{Deter\ nº\ \ girs\ per\ tornar\ posició\ \ inicial}$ = [Determinar el nombre de girs d'un quart de volta hem d'aplicar a una figura geomètrica per tal que torni a la posició inicial; V1, V2]

On la variable V1 és la representació o objecte a la que li apliquem el gir.

On la variable V2 és l'estratègia per a determinar-ho.

$GT_{Estimar\ nº\ \ girs\ per\ tornar\ posició\ \ inicial}$ = [Estimar el nombre de girs d'un quart de volta hem d'aplicar a una figura geomètrica per tal que torni a la posició inicial; V1]

On la variable V1 és la representació o objecte a la que li apliquem el gir.

$GT_{Completar\ colors\ fig2D\ sabent\ nº\ \ girs\ tornar\ a\ l'original}$ = [Completar els colors en què està pintada una figura coneixent el nombre de girs de quart de volta necessaris per a obtenir una figura idèntica a l'original; V1]

On la variable V1 és la figura i el nombre de girs.

Mesura: Comprendre els atributs mesurables dels objectes, les unitats de mesura i els processos de mesura

$GT_{Deduir\ hora\ a\ partir\ de\ pistes}$ = [Deduir quina hora pot ser a partir d'una o més pistes, V1]

On la variable V1 són les pistes.

$GT_{Identificar\ grandària}$ = [Identificar la grandària d'una figura geomètrica; V1, V2]

On la variable V1 són les paraules a usar.

On la variable V2 són les figures geomètriques.

Mesura: Aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiades per a obtenir mesures

Deduir quins nombres de l'1 al 9 poden ser un dígit d'un rellotge digital incomplet al que li falten alguns segments dels seus dígits.
Investigar quines 5 hores diferents en format de rellotge digital es poden representar fent servir exactament 10 segments.

$GT_{Mesurar\ longitud}$ = [Mesurar una longitud; V1, V2]

On la variable V1 és l'instrument de mesura a emprar.

On la variable V2 és la distància a mesurar.

$GT_{Estimar\ magnitud}$ = [Estimar la mesura d'alguna magnitud; V1, V2]

On la variable V1 és la magnitud a estimar.

On la variable V2 és l'estimació a fer.

$GT_{Sumar\ longituds}$ = [Sumar longituds; V1]

On la variable V1 són les longituds a sumar.

$GT_{Comparar\ longituds}$ = [Comparar longituds; V1, V2]

On la variable V1 és la unitat o unitats de mesura usades.

On la variable V2 és el motiu de la comparació.

$GT_{Ordenar\ fig2D\ segons\ long\ 1\ cos tat}$= [Ordenar figures geomètriques planes tenint en compte les longituds d'un dels seus costats; V1, V2, V3]

On la variable V2 són les figures geomètriques a ordenar.

On la variable V1 és el costat que cal tenir en compte.

On la variable V3 é l'estratègia a usar.

$GT_{Comparar\ àrees}$ = [Comparar àrees; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el motiu pel qual cal comparar les àrees.

On la variable V2 són les figures geomètriques a comparar.

On la variable V3 és l'estratègia usada.

$GT_{Ordenar\ obj\ per\ pes\ sense\ pesar}$ = [Ordenar uns objectes per pes sense pesar-los; V1]

On la variable V1 són els objectes.

$GT_{Comparar\ pesos}$ = [Comparar pesos; V1, V2]

On la variable V1 és l'estratègia a usar.

On la variable V2 són els pesos a comparar.

$GT_{Dir\ objectes\ que\ pesin\ 1kg}$ = [Dir objectes que pesin 1 kg; V1]

On V1 és l'estratègia a usar.

$GT_{Deter\ si\ pesa\ +\ o\ -\ 1kg}$ = [Determinar si un objecte pesa més o menys d'1 kg; V1, V2]

On la variable V1 és l'estratègia a usar.

On la variable V2 són els objectes.

$GT_{Deduir\ qui\ pesa\ més}$= [Deduir que pesa més; V1]

On la variable V1 és la situació en la que cal deduir-ho.

Estadística: Formular preguntes que es puguin abordar amb dades i recollir, organitzar i presentar dades rellevants per a representar-les

$GT_{Elaborar\ graf\ barres\ material}$= [Elaborar un gràfic de barres amb material; V1, V2]

On la variable V1 és el material amb el que cal elaborar-lo.

On la variable V2 és l'estratègia per a elaborar-lo.

$GT_{Deduir\ inf\ que\ falta\ en\ graf}$ = [Deduir la informació que falta en un gràfic de barres a partir d'unes pistes; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de gràfic.

On la variable V2 és la informació que cal completar.

$GT_{Explicar\ com\ deduir\ inf\ que\ falta\ en\ graf}$ = [Explicar com s'ha deduït la informació que faltava en un gràfic de barres a partir d'unes pistes; V1]

On la variable V1 és el tipus de gràfic.

Estadística: Seleccionar i usar mètodes estadístics apropiats per a analitzar dades

$GT_{Respondre\ preg\ graf}$ = [Respondre preguntes sobre un gràfic que no requereixin comptatge; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de pregunta.

On la variable V2 és el tipus de gràfic.

$GT_{Formular\ preg\ sobre\ graf\ donada\ la\ resp}$= [Formular una pregunta sobre un gràfic que concordin amb una resposta donada; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de gràfic.

On la variable V2 són les respostes.

$GT_{Interpretar\ significa\ num\ grà\ fic}$ = [Interpretar el significat dels números en un gràfic de barres, V1]

On la variable V1 és la situació en la que cal interpretar els números.

Probabilitat

$GT_{Deter\ prob\ amb\ paraules}$ = [Determinar si un esdeveniment és segur, possible o impossible; V1]

On la variable V1 és l'esdeveniment.

$GT_{Plantejar\ succé\ s\ que\ sigui...}$ = [Plantejar un succés que sigui… ; V1]

On la variable V1 és el descriptor que defineix com ha de ser la probabilitat del succés.

$GT_{Deter\ contingut\ bossa}$ = [Determinar el contingut d'una bossa per tal que sigui possible, impossible o segur obtenir un conjunt concret de cubs; V1]

On la variable V1 són les situacions:

Numeració: Comprendre els números i les formes de representar-los, les relacions entre ells i els conjunts numèrics.

$GT_{Ident\ valor\ bitllets\ i\ monedes}$ = [Identificar el valors dels bitllets i monedes d'euro, V1]

On la variable V1 són els bitllets i monedes usats.

$GT_{Deter\,min\,ar\ equival\ bitllets\ i\ monedes}$ = [Reconèixer equivalències entre els bitllets i monedes d'euro; V1]

On la variable V1 són els bitllets i monedes usats.

$GT_{Comparar\ nombres\ naturals}$ = [Comparar nombres naturals; V1]

On la variable V1 és el motiu de la comparació.

$GT_{Comptar\ elements\ o\ objectes}$ = [Comptar quants elements o objectes hi ha en un conjunt, V1]

On la variable V1 és la situació en la que cal comptar els elements o objectes.

Numeració: Comprendre els significats de les operacions i com es relacionen unes amb altres

$GT_{Deter\ oper\ per\ a\ resoldre\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Determinar quines operacions es faran per a resoldre el problema aritmètic; V1]

On la variable V1 és el tipus d'operació

$GT_{Resoldre\ probl\ aritmè\ tics}$ = [Resoldre problemes aritmètics; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el nombre d'operacions.

On la variable V2 és el tipus de nombres de l'enunciat dels problemes.

On la variable V3 és el tipus d'operació que cal fer per a resoldre el problema.

Numeració: Calcular amb fluïdesa i fer estimacions raonables

$GT_{Deter\ bitllets\ i\ monedes\ per\ pagar}$ = [Determinar amb quins bitllets i monedes podem pagar una determinada quantitat d'euros; V1]

On la variable V1 són les restriccions sobre com pagar.

$GT_{Calcular+naturals}$ = [Calcular el resultat d'una suma de nombres naturals; V1]

On la variable V1 és l'estratègia usada.

$GT_{Calcular-naturals}$ = [Calcular el resultat d'una resta de nombres naturals; V1]

On la variable V1 és el l'estratègia usada.

Àlgebra: Comprendre patrons, relacions i funcions

$GT_{Interpretar\ a\lg\ programació}$ = [Interpretar un algorisme de programació; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'algorisme de programació.

On la variable V2 és l'estratègia a usar.

$GT_{Interpretar\ instr\ a\lg\ programació}$ = [Interpretar una instrucció d'un algorisme de programació; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'algorisme de programació.

On la variable V2 són el tipus d'interpretacions que cal fer.

$GT_{Descriure\ intr\ a\lg\ de\ programació}$ = [Descriure una instrucció en un algorisme de programació; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'algorisme de programació.

On la variable V2 són el tipus d'instruccions que cal donar i com indicar-les.

$GT_{Descriure\ alg\ de\ programació}$ = [Descriure un algorisme de programació; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'algorisme de programació.

On la variable V2 és la informació que cal donar.

$GT_{Proposar\ alg\ de\ programació}$ = [Proposar un algorisme de programació donada la imatge del resultat que es vol obtenir; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'algorisme de programació.

On la variable V2 és la informació que cal donar.

$GT_{Modificar\ alg\ de\ programació}$ = [Modificar un algorisme de programació per tal que sigui més breu; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'algorisme de programació.

On la variable V2 són les estratègies a usar.

$GT_{Descriure\ alg\ de\ programació\ més\ breu}$ = [Descriure un algorisme de programació de forma més breu; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'algorisme de programació.

On la variable V2 són les estratègies a usar.

$GT_{Completar\ alg\ de\ programació}$ = [Completar un algorisme de programació donada la imatge del resultat que es vol obtenir; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'algorisme de programació.

On la variable V2 és la informació que cal donar.

$GT_{Deduir\ regla\ màquina\ transf\ nombres}$ = [Deduir quina és la regla que fa servir una màquina per a transformar els nombres que hi introduïm; V1]

On la variable V1 és la informació que es proporciona.

$GT_{Inventar\ sèrie}$ = [Inventar una sèrie; V1]

On la variable V1 indica el tipus de sèrie que cal inventar.

$GT_{Continuar\ sèrie}$ = [Continuar una sèrie coneixent els primers elements; V1]

On la variable V1 és la sèrie que cal continuar.

$GT_{Deduir\ patró\ sèrie}$ =[Deduir el patró d'una sèrie; V1]

On la variable V1 és la sèrie de la qual en volem deduir el patró.

$GT_{Descriure\ verbal\ patró}$ = [Descriure verbalment el patró d'una sèrie; V1]

On la variable V1 és el tipus de sèrie.

$GT_{Investigar\ rel\ num}$=[Investigar relacions numèriques; V1]

On la variable V1 és la situació en la que cal investigar relacions numèriques.

$GT_{Invest\ rel\ sè\ rie\ geom}$ = [Investigar relacions en una sèrie geomètrica; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de sèrie a investigar.

On la variable V2 són les relacions a investigar.

$GT_{Identificar\ color}$ = [Identificar el color d'una figura geomètrica, V1]

On la variable V1 són les figures geomètriques.

$GT_{Deter\ fig\ admet\ màquina}$ = [Determinar quines figures geomètriques es quedaria una màquina que només admet les figures geomètriques que compleixen dues propietats determinades; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de figures geomètriques.

On la variable V2 són les dues condicions que han de complir.

$GT_{Deduir\ regla\ prop\ màquina}$ = [Deduir quines regla segueix una màquina que només admet figures geomètriques que compleixin dues propietats sabent les figures geomètriques que s'ha quedat i les que no s'ha quedat; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de figures geomètriques a les que cal aplicar transformacions.

On la variable V2 són el grup de figures que s'ha quedat la màquina i les que no.

$GT_{Deter\ prop\ fig\ blocs\ lògics}$ = [Determinar quines tres propietats compleix una figura dels blocs lògics; V1]

On la variable V1 és la figura geomètrica.

$GT_{Deter\ fig\ blocs\ lògics\ i\ prop\ sabent\ 1\ prop}$ = [Determinar quina figura i quines dues propietats més compleix una figura dels blocs lògics de la qual només sabem que compleix una propietat; V1]

On la variable V1 és la propietat que compleix la figura dels blocs lògics.

$GT_{Classificar\ elem\ segons\ sembl\ i\ dif}$ = [Classificar elements o objectes a partir de les seves semblances i diferències considerant algun criteri; V1, V2]

On la variable V1 són criteris que es poden tenir en compte.

On la variable V2 és el conjunt d'elements o objectes.

$GT_{Ident\ elem\ dif}$ = [Identificar un element o objecte diferent segons algun criteri; V1, V2]

On la variable V1 són criteris que es poden tenir en compte.

On la variable V2 és el conjunt d'elements o objectes.

$GT_{Trobar\ tote\ les\ solucions}$ = [Trobar totes les solucions en un problema on es poden fer combinacions; V1]

On la variable V1 és la situació en la que cal trobar totes les combinacions.

$GT_{Resoldre\ sudoku}$ = [Resoldre un Sudoku; V1]

On la variable V1 és el tipus de Sudoku a resoldre.

$GT_{Fer\ deducció\ en\ Sudoku}$ = [Deduir quin element o elements es poden col·locar en una casella d'un Sudoku; V1]

On la variable V1 és el tipus de Sudoku lògic a resoldre.

$GT_{Resoldre\ Sudoku\ lògic}$ = [Resoldre un Sudoku lògic on dues figures geomètriques a la mateixa fila o columna no poden compartir cap propietat, V1]

On la variable V1 és el tipus de Sudoku lògic a resoldre.

$GT_{Fer\ deducció\ en\ Sudoku\ lògic}$ = [Deduir quin element o elements es poden col·locar en una casella d'un Sudoku lògic on dues figures geomètriques a la mateixa fila o columna no poden compartir cap propietat; V1]

On la variable V1 és el tipus de Sudoku lògic a resoldre.

$GT_{Resoldre\ Sudoku\ geomètric}$ = [Resoldre un Sudoku geomètric on hi ha una quadrícula i torres fetes amb cubs encastables de diferents alçàries, V1, V2]

On la variable V1 és la descripció de la graella i les torres.

On la variable V2 són les restriccions a l'hora de jugar.

$GT_{Fer\ deducció\ en\ Sudoku\ geomètric}$ = [Deduir quines torres es poden col·locar en una casella d'un Sudoku geomètric on hi ha una quadrícula i torres fetes amb cubs encastables de diferents alçàries; V1, V2]

On la variable V1 és la descripció de la graella i les torres.

On la variable V2 són les restriccions a l'hora de jugar.

$GT_{Class\ obj\ en\ diagrama\ de\ Venn}$ = [Classificar objectes o elements en dos diagrames de Venn amb intersecció donats dos criteris de classificació; V1]

On la variable V1 són els dos criteris de classificació donats.

$GT_{Invertir\ unes\ instruccions}$ = [Invertir unes instruccions; V1, V2]

On la variable V1 és la situació que cal invertir.

On la variable V2 són les estratègies que es poden usar.

$GT_{Resoldre\ igualtats\ encadenades}$= [Resoldre igualtats encadenades on hi ha representacions de balances; V1]

On la variable V1 és el nombre d'equacions del sistema.

$GT_{Resoldre\ igualtat}$ = [Resoldre una igualtat, V1]

On la variable V1 és el tipus d'igualtat a resoldre.

Àlgebra: Usar models matemàtics per a representar i comprendre relacions quantitatives

$GT_{Usar\ model\ mat}$ = [Usar un model matemàtic per a organitzar totes les solucions d'un problema; V1, V2]

On la variable V1 és el model usat.

On la variable V2 és el tipus de problema.

Àlgebra: Analitzar el canvi en contextos diversos

$GT_{Aplicar\ canvi\ prop\ a\ fig\ geom}$ = [Aplicar un determinat nombre de canvis de qualitats a una figura geomètrica; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de figures geomètriques a les que cal aplicar transformacions.

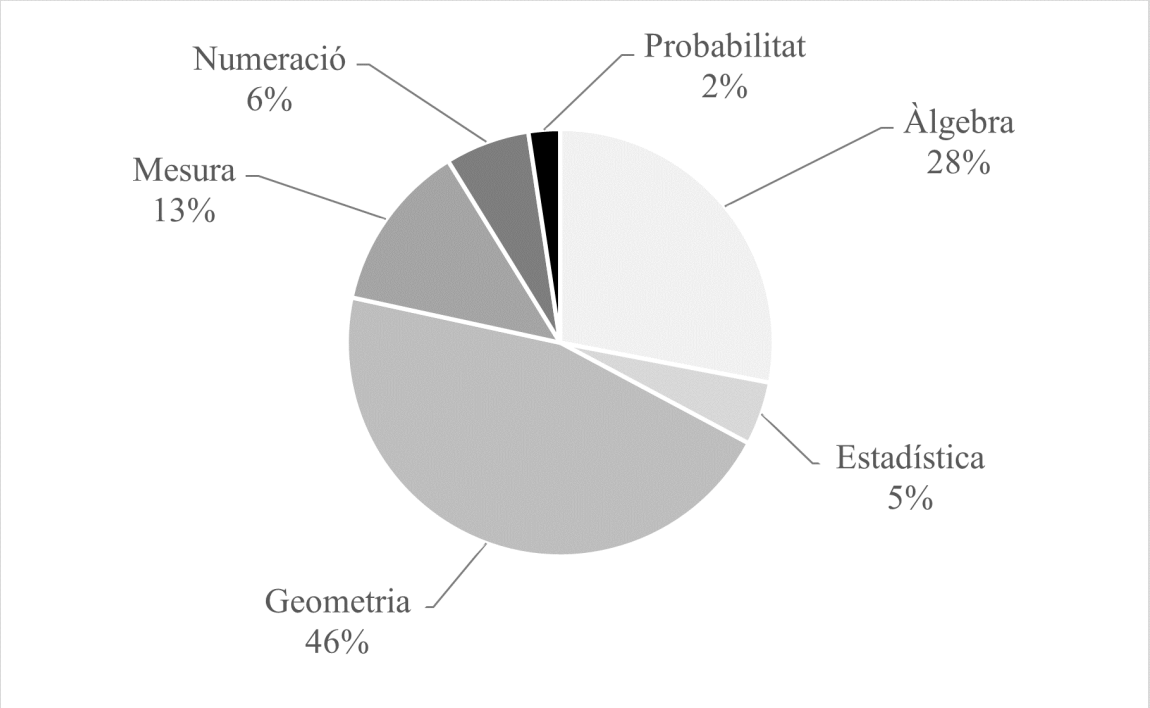
On la variable V2 és el nombre de transformacions que cal aplicar.

Anàlisi de les tasques proposades *Taller Connectem* de Cicle Inicial

A la descripció de les tasques que cal realitzar per a resoldre els 25 reptes s'han descrit 125 generadors de tasques diferents, de les quals: 35 són d'àlgebra, 6 d'estadística, 57 de geometria, 16 de mesura, 8 de numeració i 3 de probabilitat. Per tant, gairebé la meitat de les tasques són de geometria i les tasques de geometria més les tasques d'àlgebra representen exactament tres quartes parts de les tasques (vegeu Figura 5.20).

Figura 5.20:

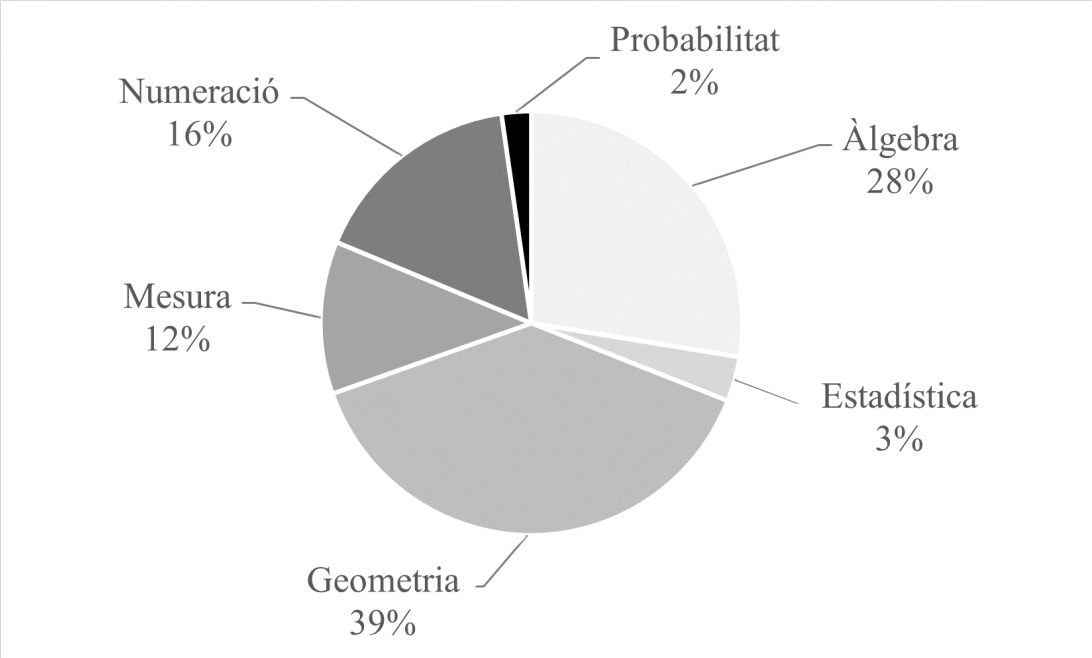
Percentatge de tasques segons el domini o bloc matemàtic sense considerar la seva freqüència d'aparició de cada tasca



Si considerem la freqüència de cada tasca, els resultats són força similars per tots els blocs excepte pel bloc de numeració tal com es pot veure la Figura 5.21, la qual cosa indica que hi ha poques tasques de numeració, però tenen una freqüència alta.

Figura 5.21:

Percentatge del tipus de tasques segons el domini o bloc matemàtic considerant la seva freqüència



Si mirem quins dominis matemàtics es treballen a cadascun dels reptes, a la Taula 5.58 veiem que només hi ha un repte que només contingut tasques de numeració i àlgebra. De fet, només en aquest repte el focus d'atenció és la numeració, als altres reptes, les tasques de numeració són tasques secundàries. També observem que en els blocs de contingut que es treballen a més reptes són els blocs d'àlgebra i geometria i que tant probabilitat com estadística només es treballen a dos reptes cadascun d'ells.

Taula 5.58:

Dominis matemàtics abordats amb cada repte

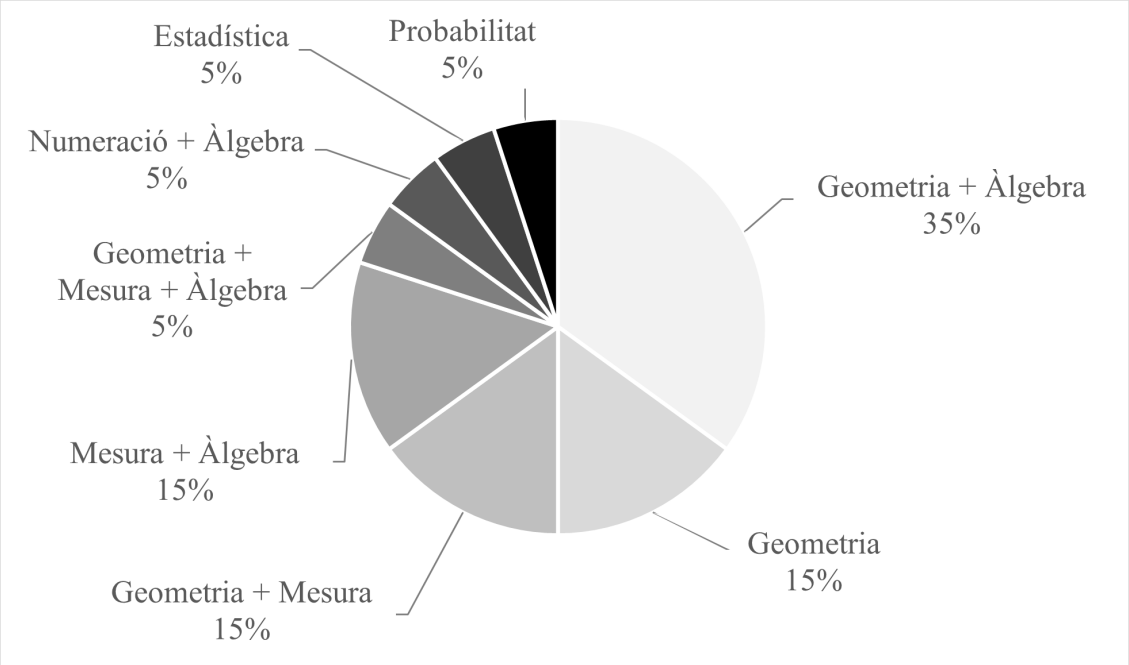
	Àlgebra	Estadística	Geometria	Mesura	Numeració	Probabilitat
Repte 1	✓		✓			
Repte 2			✓	✓		
Repte 3		✓			✓	
Repte 4			✓	✓	✓	
Repte 5		✓	✓	✓	✓	
Repte 6	✓		✓			
Repte 7	✓		✓			
Repte 8	✓					✓
Repte 9			✓	✓		
Repte 10	✓		✓			✓
Repte 11	✓		✓	✓		
Repte 12	✓			✓	✓	
Repte 13			✓			
Repte 14	✓		✓			
Repte 15	✓		✓	✓	✓	
Repte 16	✓				✓	
Repte 17	✓			✓	✓	
Repte 18			✓			
Repte 19	✓		✓			
Repte 20			✓	✓	✓	
Repte 21	✓			✓	✓	
Repte 22	✓		✓			
Repte 23	✓		✓			
Repte 24			✓			
Repte 25	✓		✓			
	16	2	19	10	9	2

Si comptabilitzem quants reptes hi ha de cada combinació de dominis, el tipus de reptes més nombrosos són els que contenen tasques de geometria i àlgebra i representen un 35% dels reptes. Els reptes que contenen tasques de geometria, o bé tasques de geometria i mesura o bé tasques de mesura i àlgebra representen en tots tres casos un 15% dels reptes. Per tant, com ja s'ha dit hi ha un clar predomini de la geometria i de l'àlgebra. De fet, els reptes tenen un fort component algebraic, ja que cal dur a terme tasques algebraiques en un 60% dels reptes que no són de repàs i en un 64% del total.

Els reptes que no són de repàs i no conten cap tasca d'àlgebra cal resoldre-hi tasques de geometria sobre simetries, posicions relatives entre objectes i localitzacions, girs i vistes d'una figura geomètrica, o bé tasques d'estadística, o bé tasques de mesura sobre (longitud i àrea). Als que sí que contenen tasques d'àlgebra cal resoldre-hi tasques de geometria sobre coordenades, sèries, localitzacions i posicions relatives i classificacions, tasques de numeració sobre el sistema monetari, tasques de mesura sobre el temps, el pes i la longitud, i tasques de mesura i geometria amb els blocs lògics.

Figura 5.22:

Percentatge de reptes, excloent els de repàs, segons el domini matemàtic que s'hi treballen



Si analitzem si hi ha alguna tasca que calgui realitzar a més d'un repte (que no sigui al mateix repte i al repte de repàs), veiem que això només passa amb 13 de les 121 tasques (vegeu Taula 5.59), és a dir, passa en aproximadament un 11% de les tasques. Per tant, les tasques que generen aquests 25 reptes són variades i en cas de repetir-se, es repeteixen, majoritàriament dins un mateix repte. De fet, de les 125 tasques, 84, és a dir, el 67%, tenen una freqüència igual o inferior a 2 i 92 tasques, és a dir el 74% una freqüència igual o inferior a tres.

Taula 5.59:

Tasques que cal realitzar a més d'un repte excloent els de repàs

		Nº de reptes excloent els de repàs	Freqüència excloent els reptes de repàs
Àlgebra	Continuar una sèrie coneixent els primers elements	2	8
Àlgebra	Deduir el patró d'una sèrie	2	7
Àlgebra	Descriure verbalment el patró d'una sèrie	2	7
Àlgebra	Investigar relacions geomètriques en una sèrie geomètrica	2	9
Àlgebra	Trobar totes les solucions en un problema on es poden fer combinacions	2	4
Geometria	Identificar una representació d'una figura geomètrica 2D i dir-ne el seu nom	2	6
Geometria	Construir una figura geomètrica de tres dimensions amb material que compleixi unes determinades condicions	3	3
Geometria	Comparar posicions relatives dels elements de dos o més conjunts que contenen exactament els mateixos elements per a saber si estan col·locats de la mateixa manera	2	7
Geometria	Descriure una translació	2	7
Geometria	Identificar simetries en una representació o objecte	2	2
Mesura	Comparar longituds	2	2
Mesura	Estimar la mesura d'alguna magnitud	2	2
Mesura	Mesurar una longitud	3	9
Numeració	Comparar nombres naturals	2	2

Les quatre primeres tasques de la Taula 5.59 estan relacionades amb les sèries i els patrons i es repeteixen, ja que en un repte es proposen sèries geomètriques definides per atributs i en un altre sèries geomètriques de creixement. A les altres tasques de la Taula 5.59 cal trobar totes les solucions a tasques de combinatòria en dos reptes diferents. Identificar les figures planes del tangram en un repte i les dels blocs lògics en un altre. Construir figures geomètriques per a estudiar una sèrie geomètrica de creixement, per fer un tipus de Sudoku amb gratacels i per a estudiar les vistes parcials d'una figura. Comparar la posició de dues figures en un repte on cal aplicar girs i un altre on cal pintar unes determinades caselles d'una graella. Descriure translacions en la identificació del patró d'una sèrie geomètrica definida per atributs i en els desplaçaments en un algorisme de programació. Identificar simetries en una activitat de simetries i en la identificació del patró d'una sèrie geomètrica definida per atributs. Mesurar i comparar longituds en dos reptes. I cal estimar longituds i pesos.

Si mirem quines són les tasques més freqüents, entre elles hi ha totes les de la taula anterior amb una freqüència igual o superior a 4 i les tasques de numeració que són fer càlculs amb

bitllets en diferents situacions i treballar amb coordenades i camins en quadrícules.

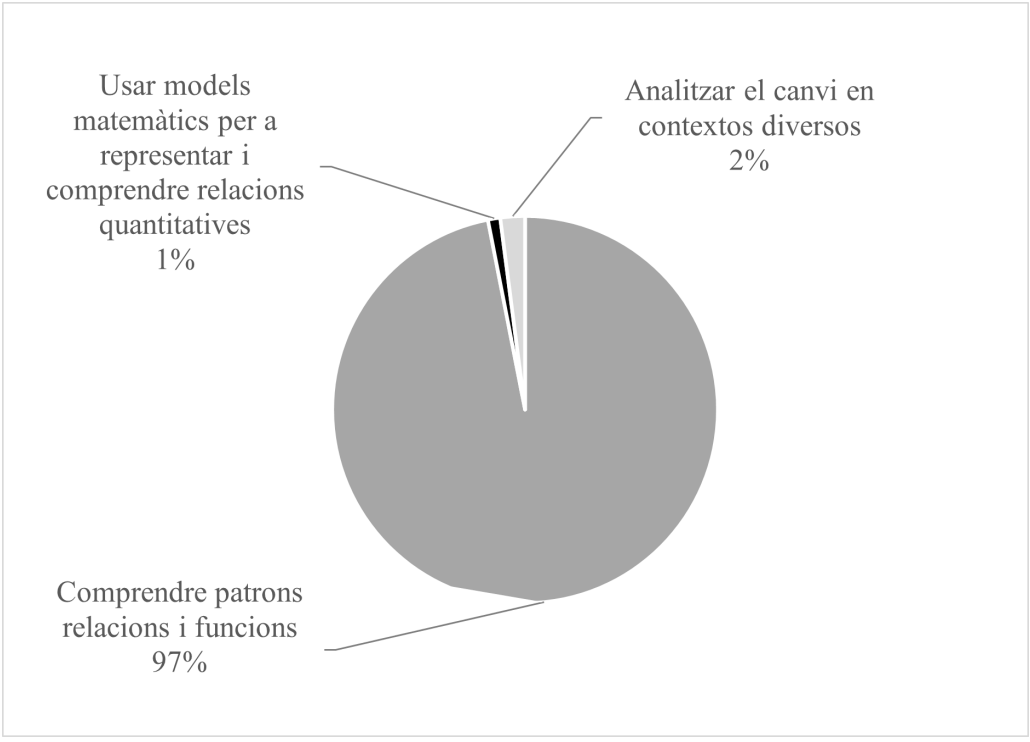
Analitzem ara les tasques de cada bloc de contingut tenint en compte la seva freqüència.

Anàlisi de les tasques relatives al domini de l'àlgebra

A les tasques d'àlgebra essencialment el que cal és comprendre patrons, relacions i funcions tal com es pot veure a la Figura 5.23. No hi ha reptes on calgui representar i/o analitzar situacions usant símbols algebraics. Només cal analitzar el canvi en el context dels blocs lògics i l'únic model matemàtic que s'usa és el de les taules per a organitzar les diferents opcions en un repte de probabilitat. A més a més, no hi ha reptes que només siguin del bloc d'àlgebra, per tant, que calgui resoldre tasques d'àlgebra implica que cal fer relacions sigui quin sigui el bloc de contingut principal del repte. Tal i com ja s'ha dit abans i es pot veure a la Taula 5.60 les tasques més freqüents estan relacionades amb les sèries geomètriques i amb trobar totes les solucions a un problema mitjançant un procés de sistematització de cerca.

Figura 5.23:

Freqüència d'aparició de tasques per tipus de generador de tasques d'àlgebra (igual o superior a 4)



Taula 5.60:

Taula que mostra les tasques d'àlgebra amb una freqüència igual o superior a 4

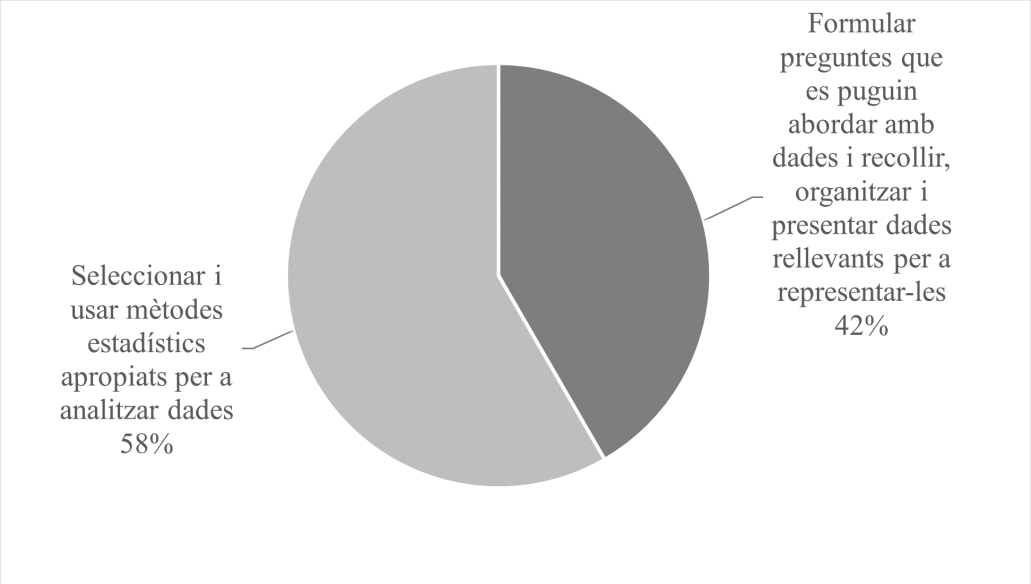
Tasques d'Àlgebra	Freqüència
Investigar relacions en una sèrie geomètrica	9
Continuar una sèrie coneixent els primers elements	9
Deduir el patró d'una sèrie	8
Descriure verbalment el patró d'una sèrie	8
Identificar el color d'una una figura geomètrica	6
Trobar totes les solucions en un problema on es poden fer combinacions	5
Investigar relacions numèriques	5
Resoldre un Sudoku geomètric on hi ha una quadrícula i torres fetes amb cubs encastables de diferents alçàries	4
Deduir quines torres es poden col·locar en una casella d'un Sudoku geomètric on hi ha una quadrícula i torres fetes amb cubs encastables de diferents alçàries	4
Interpretar un algorisme de programació	4
Descriure una instrucció en un algorisme de programació	4

Anàlisi de les tasques relatives al domini de l'estadística

A les tasques d'estadística (vegeu Figura 5.24) cal organitzar dades en un gràfic i analitzar gràfics gairebé per igual. Cal organitzar dades, ja que cal deduir els elements que falten en un gràfic i cal analitzar el gràfic, perquè cal respondre preguntes sobre el mateix o bé plantejar la pregunta coneixent la resposta. No es demana extreure conclusions de les gràfiques en cap dels reptes. Totes les tasques tenen una freqüència igual o inferior a tres. La única que té una freqüència igual a tres és interpretar el significat dels números en un gràfic de barres (vegeu Taula 5.61).

Figura 5.24:

Percentatge de tipus de tasques d'estadística tenint en compte la seva freqüència



Taula 5.61:

Freqüència d'aparició de tasques per tipus de generador de tasques d'estadística

Tasques d'Estadística	Freqüència
Interpretar el significat dels números en un gràfic de barres	3
Deduir la informació que falta en un gràfic de barres a partir d'unes pistes	2
Explicar com s'ha deduït la informació que faltava en un gràfic de barres a partir d'unes pistes	2
Respondre preguntes sobre un gràfic que no requereixin comptatge	2
Formular una pregunta sobre un gràfic que concordin amb una resposta donada	2
Elaborar un gràfic de barres amb material	1

Anàlisi de les tasques relatives al domini de probabilitat

Només cal analitzar tres tasques de probabilitat i la més freqüent és determinar si un esdeveniment és segur, possible o impossible (vegeu Taula 5.62). Totes les tasques cal dur-les a terme al mateix repte. Com ja s'ha dit les tasques de probabilitat són molt residuals.

Taula 5.62:

Freqüència d'aparició de tasques per tipus de generador de tasques de probabilitat

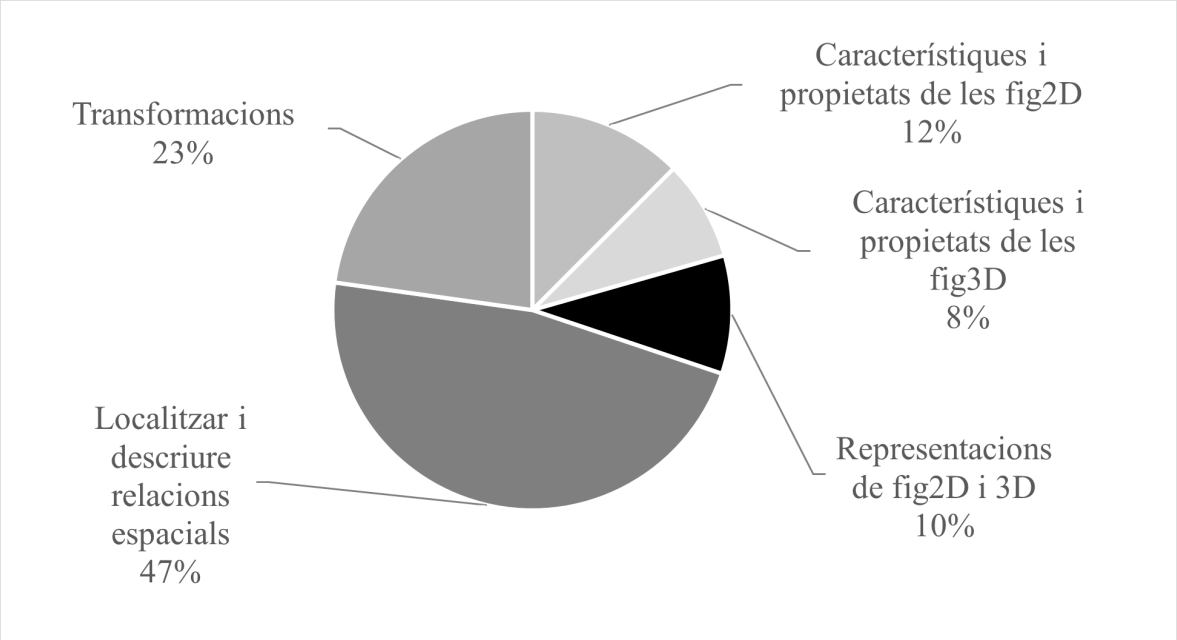
Tasques de Probabilitat	Freqüència
Determinar si un esdeveniment és segur, possible o impossible	5
Determinar el contingut d'una bossa per tal que sigui possible, impossible o segur obtenir un conjunt concret de cubs	2
Plantejar un succés que sigui…	1

Anàlisi de les tasques de geometria

Tal com es pot veure a la Figura 5.25 a gairebé la meitat de les tasques cal localitzar i descriure relacions espacials i en gairebé un quart estan relacionades amb les transformacions (girs, simetries o translacions). En elles cal descriure, interpretar i comparar posicions relatives, usar coordenades i descriure i aplicar translacions i girs (vegeu Taula 5.63). Les figures planes no es treballen directament, sinó que és a través d'activitats que es fan amb tangram o blocs lògics on s'aprofita per a demanar als alumnes el nom i característiques d'aquestes figures, per això identificar una figura i dir-ne el nom és una de les tasques més freqüents (vegeu Taula 5.63). En el cas de les figures de tres dimensions sí que hi ha un repte on es treballen de forma directa, però el que cal fer principalment és relacionar algun objecte d'ús quotidià com ara una llauna de refresc, amb alguna de les figures o classificar les figures segons si les seves cares són planes o corbes. Les representacions que cal fer són auxiliars, per exemple per a estudiar una sèrie geomètrica de creixement excepte en un repte on es treballen les vistes parcials d'una figura.

Figura 5.25:

Percentatge de tipus de tasques de geometria tenint en compte la seva freqüència



Taula 5.63:

Freqüència d'aparició de tasques per tipus de generador de tasques de Geometria (igual o superior a 4)

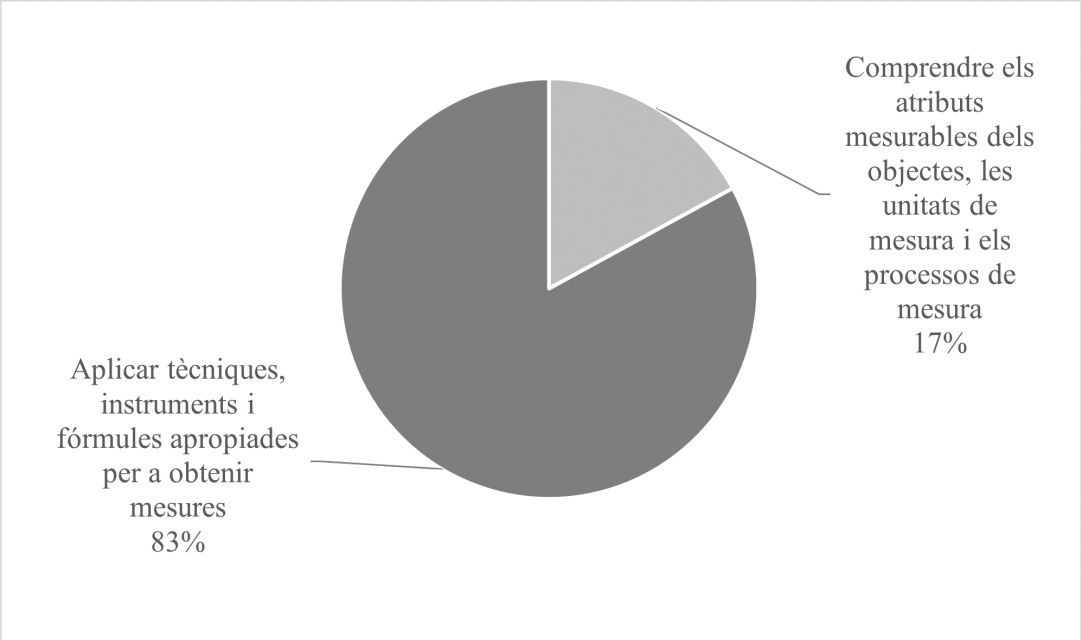
Tasques de Geometria	Freqüència
Comparar posicions relatives dels elements de dos o més conjunts que contenen exactament els mateixos elements per a saber si estan col·locats de la mateixa manera	8
Identificar una representació d'una figura geomètrica 2D i dir-ne el seu nom	7
Descriure una translació que s'aplica a un representació o objecte	7
Descriure la posició relativa d'un elements o objectes	6
Interpretar les descripcions sobre la posició relativa d'uns elements o objectes per tal de col·locar-los com indiquen les instruccions	6
Determinar les coordenades d'una element situat en una casella d'una quadrícula	5
Dibuixar un camí o recorregut en en una quadrícula si només ens podem desplaçar horitzontalment i verticalment pel mig de les caselles	5
Determinar la casella final on acabarà un camí o recorregut en una quadrícula donada la descripció del camí si només s'hi permeten desplaçaments horitzontals i verticals pel mig de les caselles	4
Interpretar les instruccions facilitades d'un camí o recorregut en una quadrícula si només ens hi podem desplaçar horitzontalment i verticalment pel mig de les caselles	4
Inventar una disposició de caselles pintades en una quadrícula	4
Pintar una determinada casella d'una quadrícula segons les instruccions facilitades verbalment	4
Completar els colors en què està pintada una figura coneixent el nombre de girs de quart de volta necessaris per a obtenir una figura idèntica a l'original	4

Anàlisi de les tasques relatives al domini de mesura

A les tasques de mesura principalment el que cal fer és mesurar (vegeu Figura 5.26). Mesurar longituds amb unitats estàndard i no estàndard és la tasca més freqüent seguit de trobar algun pes en unes balances que estan equilibrades, sumar longituds i estimar longituds i pesos (vegeu Taula 5.64). Pel que a comprendre els atributs mesurables bàsicament el que cal és identificar la grandària de l'àrea (gran, petit) als blocs lògics. Les tasques més freqüents són mesurar longituds, identificar si una peça dels blocs lògics és gran o petita, deduir pesos en una balança que està equilibrada, i estimar magnituds (vegeu Taula 5.64).

Figura 5.26:

Percentatge de tipus de tasques de mesura tenint en compte la seva freqüència



Taula 5.64:

Freqüència d'aparició de tasques per tipus de generador de tasques de mesura

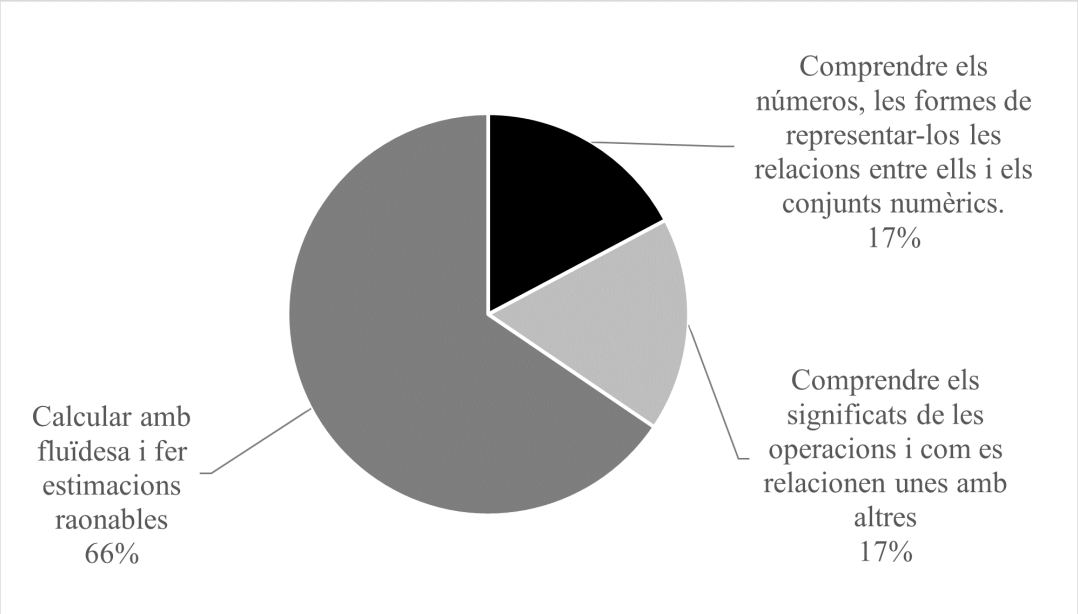
Tasques de Mesura	Freqüència
Mesurar una longitud	10
Identificar la grandària d'una figura geomètrica	6
Resoldre igualtats encadenades on hi ha representacions de balances	4
Estimar una magnitud	3
Sumar longituds	3

Anàlisi de les tasques relatives al domini de numeració

Només hi ha dos reptes en que la numeració sigui el tema principal. Per això, principalment les tasques consisteixen en fer càlculs (vegeu Figura 5.27). Els problemes aritmètics que es proposen estan relacionats amb els euros. En ells cal usar bitllets de 5, 10 i 20 euros i monedes d'1 i 2 euros i fer càlculs. Es demana quants diners es tenen, com pagar de diverses maneres i quin canvi ens tornarien. Per tant, les tasques més freqüents són resoldre aquests problemes, fer càlculs i determinar les monedes i bitllets per a pagar una determinada quantitat (vegeu Taula 5.65).

Figura 5.27:

Percentatge de tipus de tasques de numeració tenint en compte la seva freqüència



Taula 5.65:

Freqüència d'aparició de tasques per tipus de generador de tasques de numeració

Tasques de Numeració	Freqüència
Resoldre problemes aritmètics	10
Determinar quines operacions es faran per a resoldre el problema aritmètic	10
Calcular el resultat d'una suma de nombres naturals	10
Determinar amb quins bitllets i monedes podem pagar una determinada quantitat d'euros	10
Calcular el resultat d'una resta de nombres naturals	8
Identificar el valors dels bitllets i monedes d'euro	5
Comparar nombres naturals	3
Comptar quants elements o objectes hi ha en un conjunt	2

Anàlisi del tipus d'accions

Fixem-nos ara en les accions que cal realitzar per a resoldre les tasques independentment del tema o contingut amb el qual estan relacionades. Si ens fixem en la Taula 5.66, observem que les accions més freqüents són determinar, descriure, identificar, deduir, calcular, interpretar, resoldre, comparar, investigar, dibuixar, completar i mesurar.

Principalment, el que cal és determinar quina operació cal fer per a resoldre un problema aritmètic, determinar els bitllets i monedes per a pagar una determinada quantitat de diners, determinar les coordenades en una quadrícula i determinar si un esdeveniment és probable, impossible o segur. Per tant, un cop més queda palesa la gran varietat de tasques, ja que les més freqüents cal realitzar-les en pocs reptes, perquè només hi ha un repte de numeració i un de probabilitat (excloent els de repàs), per tant, això vol dir que en aquests reptes cal dur a terme les mateixes tasques força vegades. Si mirem les tasques més freqüents de cadascuna d'aquestes accions més freqüents són: descriure un patró o la posició relativa d'algun objecte, identificar les figures geomètriques del tangram i les dels blocs lògics, deduir un patró o els pesos en una balança equilibrada, interpretar les instruccions quan es descriu una posició relativa entre dos elements o objectes, resoldre problemes aritmètics i realitzant els càlculs oportuns, comparar posicions relatives, calcular sumes i restes de nombres naturals, investigar relacions geomètriques en sèries de creixement, dibuixar camins en una quadrícula, completar el disseny d'una figura sabent quants girs s'han de realitzar per tal que quedi amb la mateixa posició i mesurar longituds.

Taula 5.66:

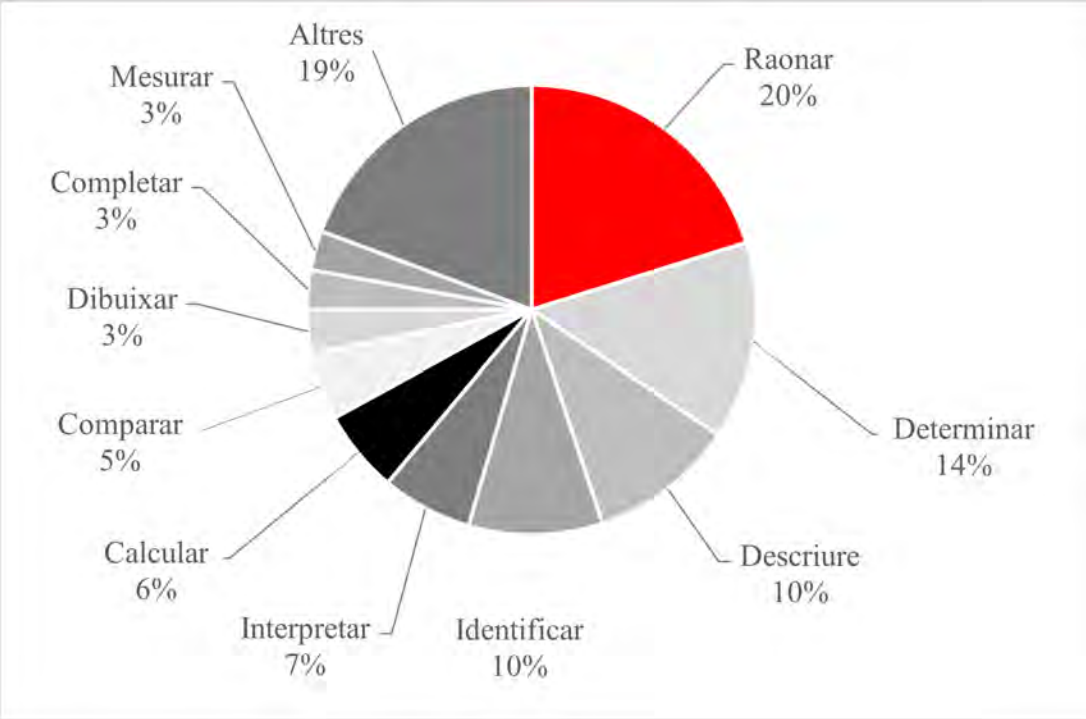
Tipus d'accions que cal fer per a resoldre els reptes i la seva freqüència

	Nº de reptes	Nº tasques	Freqüència
Determinar	12	15	50
Descriure	8	11	37
Identificar	8	11	34
Deduir	13	15	32
Calcular	4	3	21
Interpretar	9	7	23
Resoldre	6	6	18
Comparar	10	6	17
Investigar	3	3	15
Dibuixar	6	5	11
Completar	6	4	10
Mesurar	4	1	10
Continuar	3	1	9
Construir	5	2	6
Inventar	3	2	5
Trobar	3	1	5
Classificar	2	3	4
Estimar	4	2	4
Pintar	2	1	4
Proposar	3	3	4
Comptar	3	2	3
Formular	2	2	3
Ordenar	2	2	3
Canviar	2	2	3
Aplicar	1	1	2
Col·locar	1	1	2
Comprovar	1	1	2
Dir	2	1	2
Explicar	2	1	2
Localitzar	2	1	2
Respondre	2	1	2
Aparellar	1	1	1
Cobrir	1	1	1
Comprendre	1	1	1
Copiar	1	1	1
Elaborar	1	1	1
Relacionar	1	1	1
Usar	1	1	1
			352

Si considerem les tasques on segur que cal raonar, és a dir, tasques en les quals cal deduir, resoldre, investigar, trobar totes les solucions i comprendre, tenim que aquestes representen un 20% de les tasques a realitzar (vegeu Figura 5.28), per tant, són les més nombroses, seguides de determinar, descriure i identificar. Si a més a més mirem en quants reptes segur que cal raonar, cal fer-ho en 16 dels 25 reptes és a dir en un 64% dels reptes.

Figura 5.28:

Percentatge del tipus d'accions tenint en compte la seva freqüència



Els 25 reptes proposats són molt variats, ja que molt poques de les tasques que generen cal resoldre-les a més d'un repte. Les tasques que cal resoldre són principalment dels blocs de geometria i àlgebra, seguit del bloc de mesura. De geometria cal dur a terme bàsicament tasques relacionades amb la localització i descripció de relacions espacials i l'aplicació de transformacions. Les tasques on cal analitzar les característiques i propietats de les figures geomètriques són molt minoritàries i en elles s'usen les figures del tangram i cossos geomètrics. Les tasques d'àlgebra sempre cal realitzar-les en combinació amb tasques d'altres blocs de contingut i impliquen cercar i analitzar relacions. Aquest alt contingut de tasques d'àlgebra, n'hi ha a 16 dels 25 reptes, fa que les accions on segur que cal raonar siguin majoritàries seguides de les tasques determinar, descriure i identificar.

5.1.3. Completesa de la OML proposada a cicle inicial

Analitzem ara fins a quin punt les OM proposades als tallers de cicle inicial s'integren en una OM locals, més a menys completes. Amb aquest objectiu, utilitzarem els *indicadors del grau de completesa d'una OML* (Bosch et al., 2004) per indicar les característiques derivades de l'anàlisi presentada prèviament:

- **OML1. Integració del tipus de tasques.**

  Als tallers de cicle inicial es resolen problemes aritmètics, càlculs, i 7 reptes en un, i tasques de geometria, mesura, estadística i probabilitat a l'altre. Les tasques d'un taller i l'altre en general no estan relacionades. L'única relació és que cal fer algun càlcul o resoldre algun problema aritmètic en alguna de les activitats del taller connectem. I que als reptes del taller resolem hi ha algunes tasques comunes que són: interpretar descripcions de posicions relatives d'objectes, identificar un element o objecte diferent segons algun criteri i trobar el camí d'un punt a un altre. Però, tot i això, no es pot dir que hi hagi una tecnologia comuna en les diferents tipologies de tasques, sense una relació massa clara en les OM entre els dispositius didàctics dels Tallers Resolem i Connectem.

- **OML2. Diferents tècniques i criteris per escollir entre elles.**

  Una part de les tècniques usades als tallers són tècniques conegudes pels alumnes i només permeten resoldre un tipus de tasca. Si les tècniques no són conegudes pels alumnes com, per exemple, les tècniques per a programar un robot que es mou en una quadrícula d'una fila on ha de pintar unes determinades caselles, amb les condicions i dades que es donen per a resoldre l'activitat, no és possible escollir entre diferents tècniques, per tant tot porta als alumnes cap a una mateixa tècnica.

- **OML3. Independència dels ostensius que integren les tècniques.**

  En aquesta OML hi ha una identificació entre el tipus de tasca i la tècnica per a resoldre, és a dir, no hi ha tècniques que puguin ser usades en diverses tasques. No hi ha tècniques de caràcter general. Per tant, no es pot dir que hi hagi tècniques que siguin independents de les tasques. Continuant amb l'exemple exposat a OML2, tot sembla portar als alumnes a conèixer una única tècnica que a més a més només és útil per a aquest tipus de tasques. Això provoca un fort lligam de les tècniques associades a cada tipus de tasca als ostensius emprats en definir-les.

- **OML4. Existència de tasques i tècniques "inverses".**

Sí mostra l'existència d'algunes tasques i tècniques inverses en ambdós tallers. Al taller resolem, els problemes per a la suma i la resta sovint plantegen tasques inverses, com també es poden considerar els de multiplicació i la divisió, tot i que els contextos on estan plantejats i les tècniques de resolució són molt limitats i pre-definits. En els problemes aritmètics agafant com a exemple els problemes de canvi augment, pot ser que ens donin la situació inicial i el canvi i ens demanin per la situació final, però també podria ser que ens donessin la situació final i el canvi i ens preguntessin per la situació inicial o inclús que ens donessin la situació inicial i la final i ens demanessin pel canvi. Però això com ja s'ha vist a l'anàlisi, pràcticament no es demana, només un 2% de les accions no es demana per la situació final. Per exemple, en el cas dels problemes de canvi augment demanar per la situació inicial no es dona i demanar pel canvi només es dona en una ocasió. Al taller connectem, existeixen tasques inverses per algunes de les activitats que es proposen en 15 dels 20 reptes, les quals són fer un camí en uns eixos de coordenades perquè sempre es pot fer el camí invers. Proposar preguntes en relació amb un gràfic de barres, ja que es pot donar la resposta a la pregunta donada, però també es pot donar la resposta i haver de plantejar la pregunta. Determinar quines figures dels blocs geomètrics compleixen una determinada condició, pel fet que es poden donar les condicions i haver de determinar les figures que compleixen les condicions o bé es poden donar les figures geomètriques i que calgui determinar quines condicions compleixen. Determinar les característiques d'una sèrie geomètrica de repetició, ja que ens poden donar la sèrie i que calgui determinar-ne les característiques o bé ens poden donar les característiques i que calgui inventar la sèrie. En relació amb la simetria, determinar els eixos de simetria donada la figura o bé acabar de determinar com és la figura si no sabem com és del tot, però en coneixem els eixos de simetria. Donades unes condicions determinar una ruta o a la inversa donada la ruta determinar quines condicions compleix. Determinar un camí que ha de fer un robot amb un algorisme de programació, ja que ens poden donar l'algorisme i haver de fer el camí o bé ens poden donar el camí i haver de determinar l'algorisme de programació. En relació amb la probabilitat ens poden donar un esdeveniment i que calgui indicar si és probable, impossible... o a la inversa que ens diguin com ha de la probabilitat de l'esdeveniment i hàgim d'inventar una situació. Al classificar figures geomètriques, ens poden donar el criteri haver-les de classificar o bé ens poden donar les figures geomètriques classificades i haver de deduir-ne el criteri (això apareix a dos reptes). Donada una màquina que transforma

números potser ens donen la regla i cal dir transformar números o bé potser sabem com transforma uns quants números i cal deduir-ne la regla. Donada una figura construïda amb cubs dibuixar-ne les vistes laterals o bé donades les vistes laterals construir la figura. Ens poden donar les instruccions per a pintar unes caselles d'una graella i haver-la de pintar o a la inversa ens poden donar les caselles pintades i haver de determinar les instruccions. En una successió de girs ens poden indicar la situació final i els girs que s'han fet i anar indicant com ha anat quedant la figura, però a la inversa potser ens donen la situació fina i cal determinar la situació inicial. Donades les primeres figures d'una sèrie geomètrica de creixement deduir-ne el patró o bé donat el patró determinar les primeres figures de la sèrie.

- **OML5. Interpretació del resultat d'aplicar tècniques.**

  L'anàlisi mostra que es proposen tasques on cal fer deduccions i raonaments, per tant, cal interpretar i avaluar la validesa i fiabilitat de les tècniques i raonaments i deduccions per veure si són adients i vàlids o no. Això passa especialment al Taller Connectem on hi ha moltes activitats que inclouen tasques d'àlgebra en les que cal buscar relacions. Al taller resolem cal escollir una frase entre una sèrie d'opcions per a justificar per què cal fer les operacions que cal fer a l'hora de resoldre els problemes aritmètics. Aquesta tipologia de tasques fomenta que el bloc tecnològic-teòric tingui incidència sobre l'activitat matemàtica.

- **OML6. Existència de tasques matemàtiques "obertes".**

  L'anàlisi de l'OM mostra com, en la majoria d'ocasions, les dades i les incògnites estan completament fixades. En cap de les activitats es demana completar l'enunciat o buscar dades, més enllà de les donades, per tal de poder-les realitzar. A més a més, en el cas del *Taller Pensem* tots els problemes aritmètics tenen solució única i només al taller connectem en 10 dels 20 reptes que es proposen hi ha activitats amb més d'una resposta. Aquestes activitats són: indicar un camí per anar d'un lloc a un altre en una quadrícula numerada horitzontalment i verticalment per números o en un mapa. Continuar una sèrie geomètrica definida per atributs o, ja que es poden introduir diferents elements de repetició o no. Descriure el patró d'una sèrie geomètrica definida per atributs perquè de vegades es pot fer descrivint la relació entre elements consecutius o sense fer-ho. Determinar el contingut d'una bossa sabent el resultat de dur a terme un experiment i extreure'n alguns elements. Determinar el criteri de classificació d'uns objectes o figures geomètriques. Aparellar les figures geomètriques d'un tangram usant el criteri "tenir com a mínim un costat de la mateixa longitud", ja

que hi ha molts aparellaments possibles. Col·locar els blocs lògics consecutivament de forma que entre una figura i la següent només hi hagi una diferència. Determinar quina pot ser l'hora d'un rellotge digital al qual li falten alguns segments per a determinar els números. Fer combinacions de monedes per a pagar una determinada quantitat de diners.

- **OML7. Incidència dels elements tecnològics vers la pràctica.**
  Tot i que de vegades cal crear noves tècniques, hi ha poc marge que a partir d'aquí es puguin crear noves tasques i tècniques. Tal com ja s'ha vist tot et porta cap a explorar i desenvolupar una mateixa tècnica que només és vàlida per a un tipus concret de tasques, per tant, això fa que hi hagi poc marge per a crear noves tasques a partir d'aquestes tècniques. A més a més, hi ha molt poca relació entre tallers, i en conseqüència, poques possibilitats d'aplicar tècniques introduïdes i treballades d'un taller a l'altre.

5.2. Anàlisi de l'OM que es proposa a Cicle Mitjà

A cicle mitjà es proposen tres tallers per a treballar les matemàtiques en grups multigrau. Cada taller l'imparteixen docents diferents i en ells cal resoldre activitats diferents. Analitzem doncs la OM que es genera a cadascun d'aquests tallers.

5.2.1. Anàlisi de l'OM que es proposa al *Taller Resolem* de Cicle Mitjà

Al *Taller Resolem* de cicle mitjà les activitats consisteixen en resoldre problemes aritmètics dels quals una part són diferents segons el curs i en resoldre càlculs amb nombres naturals. Una part de les activitats estan dissenyades pels docents i l'altra part estan extretes dels llibres d'Innovamat (Calvo, 2022a, 2022b, 2022c, 2022d, 2022e, 2022f). Tant es proposen problemes diferents per cada curs com problemes iguals a tots dos cursos. A continuació es descriuran i s'analitzaran les tasques i generadors de tasques per a resoldre aquestes activitats que ens ha proporcionat el docent 7 que només són problemes aritmètics.

Tipologia de tasques assignades a cada domini matemàtic

Per a resoldre els problemes aritmètics que es proposen en aquest taller els docents demanen als alumnes que els resolguin usant la graella que es pot veure a la Figura 5.29.

Figura 5.29:

Graella que han d'omplir els alumnes a l'hora de resoldre un problema

Dades: Pregunta:	Esquema
Planificació (què faré, per què):	Operacions:
Resposta	

Per tant per a resoldre els problemes els alumnes han de seguir el següent procés:

- Primer han d'identificar la pregunta del problema.
- Després han d'identificar les dades necessàries per a resoldre el problema.
- Han de fer un esquema o dibuix que representi la situació del problema.
- Han de planificar i justificar quines operacions caldran per a resoldre el problema.
- Han de dur a terme les operacions que s'han planificat.
- I finalment han de respondre la pregunta plantejada pel problema.

Al cicle mitjà però no sempre es demana als alumnes resolguin el problema i que segueixin tot el procés que s'acaba de descriure sinó que es proposen les següents activitats sempre a partir de l'enunciat del problema:

1. Explicar si la resolució que es mostra d'un problema és o no correcta.
2. Triar la planificació del problema entre 4 o 5 opcions.
3. Triar la planificació entre 5 o 6 opcions i acabar de resoldre el problema.
4. Assenyalar les dades i determinar la possible pregunta o preguntes d'una llista de 4 opcions.
5. Fer l'esquema del problema.
6. Triar l'esquema del problema entre tres opcions i resoldre el problema.
7. Resoldre el problema i triar la resposta entre tres opcions.
8. Resoldre un problema aritmètic.

9. Proposar un problema aritmètic.

A la taula 5.67, s'hi mostren quantes propostes de cada tipus es fan segons el curs. Podem observar que quan l'activitat proposada es centra en una part de la resolució del problema aquesta és la mateixa per a tots dos cursos excepte si cal determinar si és o no correcta una resolució i si només cal escollir quina és la planificació. Quan els docents demanen als alumnes que plantegin un problema també ho demanen a tots els alumnes de la classe independentment del curs però el llibre usat només ho proposa pels alumnes de 4t curs. Pel que fa a fer tot el procés de resolució del problema els docents tant fan propostes per curs com per classe. De les 46 propostes, un 39% són per a 3r curs de primària, un altre 39% per a 4t curs i un 22% són per a tots dos cursos.

Taula 5.67:

Tipus d'activitats al voltant d'un problema aritmètic i la seva freqüència segons el curs

			3r	4t	3r i 4t	TOTAL
Proposats pels docents	Explicar si la resolució és o no correcta		4	4	-	8
	Només cal triar la planificació		4	4	-	8
	Triar la planificació i resoldre		-	-	8	8
	Determinar quina és la pregunta		-	-	4	4
	Només cal fer l'esquema		-	-	4	4
	Triar l'esquema i resoldre		-	-	2	2
	Triar la resposta i resoldre		-	-	10	10
Innovamat		Proposar un problema	-	4	-	4
Proposats pels docents			-	-	7	7
Innovamat		Resoldre un problema aritmètic	28	36	-	64
Proposats pels docents			18	18	10	46
			54	66	45	165

A continuació es detallen les tasques que cal realitzar per tal de resoldre les activitats anteriors. Primer es detalla un primer bloc de tasques on les variables i els valors que prenen les variables són les mateixes i per aquest motiu només es detallen en el primer cas.

$GT_{Resoldre\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Resoldre un problema aritmètic; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el nombre d'operacions a realitzar per a resoldre el problema.

Valors: 1, 2, 3, 4.

On la variable V2 és el tipus de nombres de l'enunciat dels problemes.

Valors: nombres naturals de fins a 4 xifres, decimals relacionats amb els euros on la part entera és de fins a dues xifres.

On la variable V3 són el tipus d'operacions que cal realitzar per a resoldre el problema.

Valors: només sumes i/o restes, només multiplicacions i/o divisions, sumes i/o restes i també multiplicacions i/o divisions.

$GT_{Ident\ dades\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Identificar les dades del problema aritmètic; V1, V2, V3]

$GT_{Ident\ pregunta\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Identificar la pregunta del problema aritmètic; V1, V2, V3]

$GT_{Modelitzar\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Modelitzar situacions relatives a les operacions involucrades al problema aritmètic usant dibuixos i símbols; V1, V2, V3]

$GT_{Explicar\ modelització\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Explicar la modelització feta amb dibuixos i símbols d'un problema aritmètic; V1, V2, V3]

$GT_{Justificar\ modelització\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Justificar la modelització feta amb dibuixos i símbols d'un problema aritmètic; V1, V2, V3]

$GT_{Deter\ planificació\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Determinar la planificació d'un problema aritmètic, és a dir, dir quines operacions es faran per a resoldre el problema aritmètic; V1, V2, V3]

$GT_{Justificar\ planificació\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Justificar la planificació d'un problema aritmètic, és a dir, justificar per què cal fer les operacions bàsiques indicades per a resoldre el problema; V1, V2, V3]

$GT_{Respondre\ la\ pregunta\ d'un\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Respondre la pregunta plantejada en un problema aritmètic; V1, V2, V3]

Però també cal resoldre aquestes altres tasques:

$GT_{Deter\ si\ resol\ probl\ aritmè\ tic\ é\ s\ correcta}$ = [Determinar si la resolució mostrada d'un problema aritmètic és o no correcta; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el nombre d'operacions a realitzar per a resoldre el problema.

Valors: 1,2.

On la variable V2 és el tipus de nombres de l'enunciat dels problemes.

Valors: nombres naturals de fins a 3 xifres.

On la variable V3 són el tipus d'operacions que cal realitzar per a resoldre el problema.

Valors: només sumes i/o restes, sumes i/o restes i també multiplicacions i/o divisions.

$GT_{Justificar\ si\ resol\ probl\ aritmètic\ és\ correcta}$ = [Justificar si la resolució mostrada d'un problema aritmètic és o no correcta; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el nombre d'operacions a realitzar per a resoldre el problema.

Valors: 1,2.

On la variable V2 és el tipus de nombres de l'enunciat dels problemes.

Valors: nombres naturals de fins a 3 xifres.

On la variable V3 són el tipus d'operacions que cal realitzar per a resoldre el problema.

Valors: només sumes i/o restes, sumes i/o restes i també multiplicacions i/o divisions.

$GT_{Deter\ pregunta\ probl\ aritmètic\ d'una\ llista}$ = [Determinar si una determinada pregunta pot ser la pregunta a una situació problemàtica plantejada; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el nombre d'operacions a realitzar per a resoldre el problema.

Valors: 1,2.

On la variable V2 és el tipus de nombres de l'enunciat dels problemes.

Valors: nombres naturals de fins a 2 xifres.

On la variable V3 són el tipus d'operacions que cal realitzar per a resoldre el problema.

Valors: només sumes i/o restes, sumes i/o restes i també multiplicacions i/o divisions.

$GT_{Justificar\ si\ pot\ ser\ la\ pregunta\ d'un\ probl\ aritmètic}$ = [Justificar si una determinada pregunta pot ser la pregunta a una situació problemàtica plantejada; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el nombre d'operacions a realitzar per a resoldre el problema.

Valors: 1,2.

On la variable V2 és el tipus de nombres de l'enunciat dels problemes.

Valors: nombres naturals de fins a 2 xifres.

On la variable V3 són el tipus d'operacions que cal realitzar per a resoldre el problema.

Valors: només sumes i/o restes, sumes i/o restes i també multiplicacions i/o divisions.

$GT_{Ident\ modelització\ probl\ aritmètic\ d'una\ llista}$ = [Identificar la modelització d'un problema aritmètic d'entre unes opcions donades; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el nombre d'operacions a realitzar per a resoldre el

problema.

Valors: 2.

On la variable V2 és el tipus de nombres de l'enunciat dels problemes.

Valors: nombres naturals de fins a 2 xifres.

On la variable V3 són el tipus d'operacions que cal realitzar per a resoldre el problema.

Valors: només sumes i/o restes.

$GT_{Ident\ resposta\ probl\ aritmè tic\ d'una\ llista}$= [Identificar la resposta a un problema aritmètic d'entre unes opcions donades; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el nombre d'operacions a realitzar per a resoldre el problema.

Valors: 1, 2.

On la variable V2 és el tipus de nombres de l'enunciat dels problemes.

Valors: nombres naturals de fins a 4 xifres.

On la variable V3 són el tipus d'operacions que cal realitzar per a resoldre el problema.

Valors: només sumes i/o restes, només multiplicacions i/o divisions.

$GT_{Justificar\ resposta\ \ probl\ aritmè tic\ d'una\ llista}$ = [Justificar quina és la resposta a un problema aritmètic d'entre unes opcions donades; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el nombre d'operacions a realitzar per a resoldre el problema.

Valors: 1, 2.

On la variable V2 és el tipus de nombres de l'enunciat dels problemes.

Valors: nombres naturals de fins a 4 xifres.

On la variable V3 són el tipus d'operacions que cal realitzar per a resoldre el problema.

Valors: només sumes i/o restes, només multiplicacions i/o divisions.

$GT_{Ident\ planificació\ \ probl\ aritmè tic\ d'una\ llista}$ = [Identificar la planificació d'un problema aritmètic d'entre unes opcions donades; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el nombre d'operacions a realitzar per a resoldre el problema.

Valors: 1, 2, 4.

On la variable V2 és el tipus de nombres de l'enunciat dels problemes.

Valors: nombres naturals de fins a 4 xifres.

On la variable V3 són el tipus d'operacions que cal realitzar per a resoldre el problema.

Valors: només sumes i/o restes, només multiplicacions i/o divisions, sumes i/o restes i també multiplicacions i/o divisions.

$GT_{Calcular+naturals}$ = [Calcular el resultat d'una suma de nombres naturals; V1, V2]

On la variable V1 és el nombre de xifres dels nombres naturals.

Valors: un nombre de com a molt 4 xifres més un nombre de com a molt 3 xifres.

On la variable V2 és l'estratègia usada.

Valors: Descompondre tots dos sumands segons el valor de posició, descompondre un dels dos sumands segons el valor de posició, descompondre un dels dos sumands en nombres més petits, usar nombres de referència, fer deus, fer dobles, compensar, usar l'algorisme tradicional.

$GT_{Calcular+euros\ i\ cèntims}$ = [Calcular el resultat d'una suma d'euros i cèntims d'euro; V1]

On la variable V1 és l'estratègia usada:

Valors: representar les monedes i sumar els seus valors sabent que 100 cèntims són un euro, usar monedes i sumar el seu valor sabent que 100 cèntims són un euro, sumar els euros per una banda i els cèntims per l'altra saben que 100 cèntims són un euro.

$GT_{Calcular-naturals}$ = [Calcular el resultat d'una resta de nombres naturals; V1, V2]

On la variable V1 és el nombre de xifres dels nombres naturals.

Valors: nombre de com a molt 4 xifres menys un nombre de com a molt 4 xifres.

On la variable V2 és el l'estratègia usada.

Valors: descompondre el subtrahend segons el valor de posició, descompondre el subtrahend en nombres més petits, sumar cap endavant, ajustar el subtrahend per a crear una resta més fàcil, usar la recta numèrica per treure, usar la recta numèrica i sumar cap endavant, usar l'algorisme tradicional.

$GT_{Calcular-euros\ i\ cèntims}$ = [Calcular el resultat d'una resta d'euros i cèntims d'euros; V1]

On la variable V1 és el l'estratègia usada.

Valors: representar les monedes que cal sumar el nombre petit per arribar al gran i després veure què s'ha afegit sabent que 100 cèntims són 1 euro, usar monedes i anar afegint les monedes que calguin a la quantitat petita per arribar a la gran i després veure què

s'ha afegit sabent que 100 cèntims són 1 euro.

$GT_{Calcular \times naturals}$ = [Calcular el resultat d'una multiplicació de nombres naturals; V1, V2]

On la variable V1 és el nombre de xifres dels nombres naturals.

Valors: nombre de com a molt 4 xifres per un nombre de com a molt 3 xifres.

On la variable V2 és el tipus d'estratègia usada.

Valors: usar una suma iterada, usar una suma iterada i usar fets coneguts i/o nombres de referència, usar representacions en files i columnes, fer els productes parcials i sumar, fer dobles i meitats, descomponent algun factor en factors més petits, usar l'algorisme tradicional.

$GT_{Calcular\ divisió\ de\ nombr\ naturals}$ = [Calcular el resultat d'una Divisió de nombres naturals; V1, V2]

On la variable V1 és el nombre de xifres dels nombres naturals.

Valors: nombre de com a molt tres xifres entre un nombre de com a molt 1 xifra.

On la variable V2 és el tipus d'estratègia usada.

Valors: restar de forma iterada, calcular la divisió multiplicant, fent divisions parcials, usant raonament proporcional, usar l'algorisme tradicional.

$GT_{Comparar\ enters}$ = [Comparar nombres enters, V1, V2]

On la variable V1 és la quantitat de nombres a comparar.

Valors: dos.

On la variable V2 és el nombre de xifres dels nombres a comparar.

Valors: tres xifres, quatre xifres.

$GT_{\mathrm{Pr}\ oposar\ probl\ aritmè\ tic\ condicions}$ = [Proposar un problema aritmètic que compleixi unes determinades condicions, V1]

On la variable V1 són les condicions que ha de complir el problema.

Valors: que sigui un problema que contingui dades innecessàries, que sigui un problema on calgui realitzar o bé una suma o bé una resta o bé una multiplicació o bé una divisió, que sigui un problema que involucri euros o bé pomes, o bé portes, o bé persones, o bé dies, o bé quilòmetres, o bé anys, que sigui un problema que involucri nombres més grans de 1.000 o bé nombres més petits de 100, o bé tingui dades innecessàries o bé calgui realitzar dues operacions, que sigui un problema que tracti sobre tu (per exemple de la teva família, les

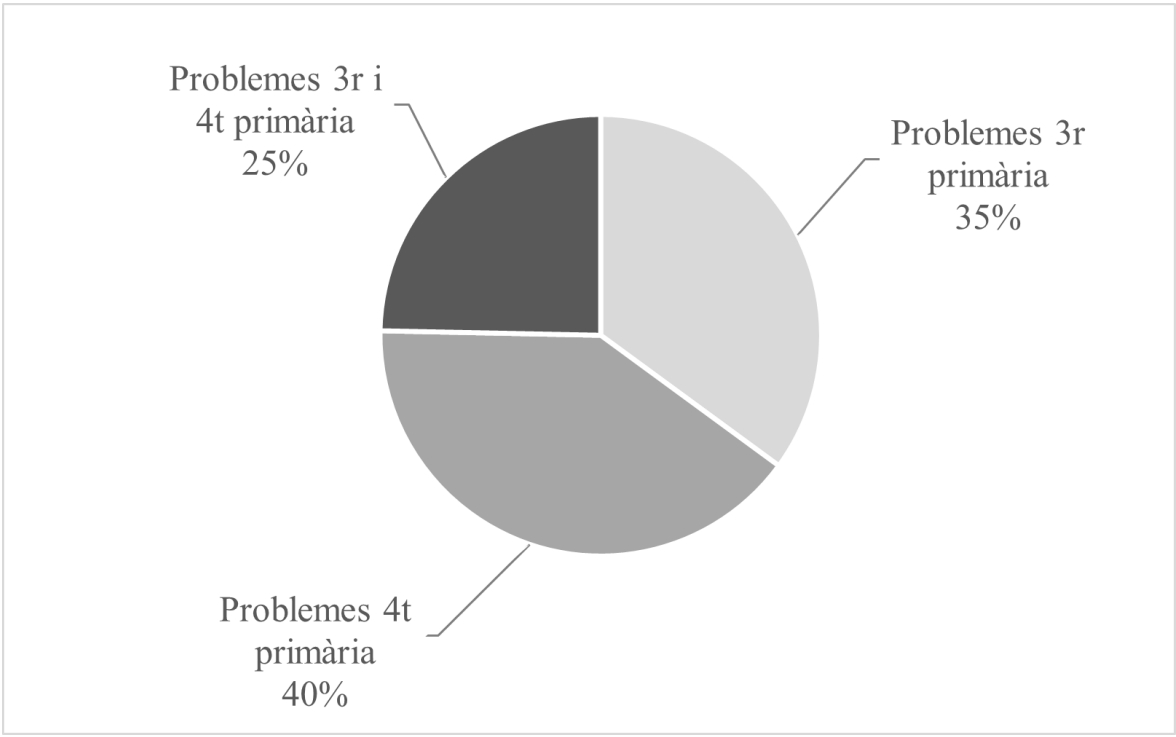
teves aficions, les teves mascotes…), que sigui un problema que relacionat amb una imatge on s'hi pot veure una fleca amb els productes que es venen uns sobre el taulell i d'altres en una estanteria, que sigui un problema que es pugui resoldre calculant 365 : 4, que sigui un problema que es pugui resoldre calculant 45 x 12.

Anàlisi de les tasques proposades al Taller Resolem

Tot i que com ja s'ha vist no sempre es demana la resolució completa del problema aritmètic proposat, aquí s'analitzaran tots els enunciats dels problemes aritmètics calgui o no resoldre'ls seguint tot el procés o només part del procés. En aquest taller es proposen 154 problemes, dels quals, 54 són per a 3r curs de primària, 62 són per a 4t curs de primària i 38 són tant per a 3r curs com per a 4t curs de primària. Per tant un 35% dels problemes són pels alumnes de 3r curs, un 40% pels alumnes de 4t curs i un 25% per ambdós cursos, tal i com es pot veure al gràfic de la Figura 5.30. Tots els problemes tenen solució única i hi ha 8 problemes que contenen dades sobrants, dels quals 2 són per a 3r curs de primària, 5 són per a 4t curs i 1 és per a tota la classe.

Figura 5.30:

Percentatge de problemes aritmètics segons el curs



Si ens fixem amb el nombre d'operacions a realitzar (vegeu Taula 5.68), observem que majoritàriament es proposen problemes d'una i dues operacions. Els problemes de 3 o més operacions són molt minoritaris, ja que només són 8 d'un total de 154 i es proposen a 4t curs o bé a 3r i 4t curs. A més a més dels 146 problemes d'una o dues operacions el 80% són d'una operació i el 20% de dues operacions.

Taula 5.68:

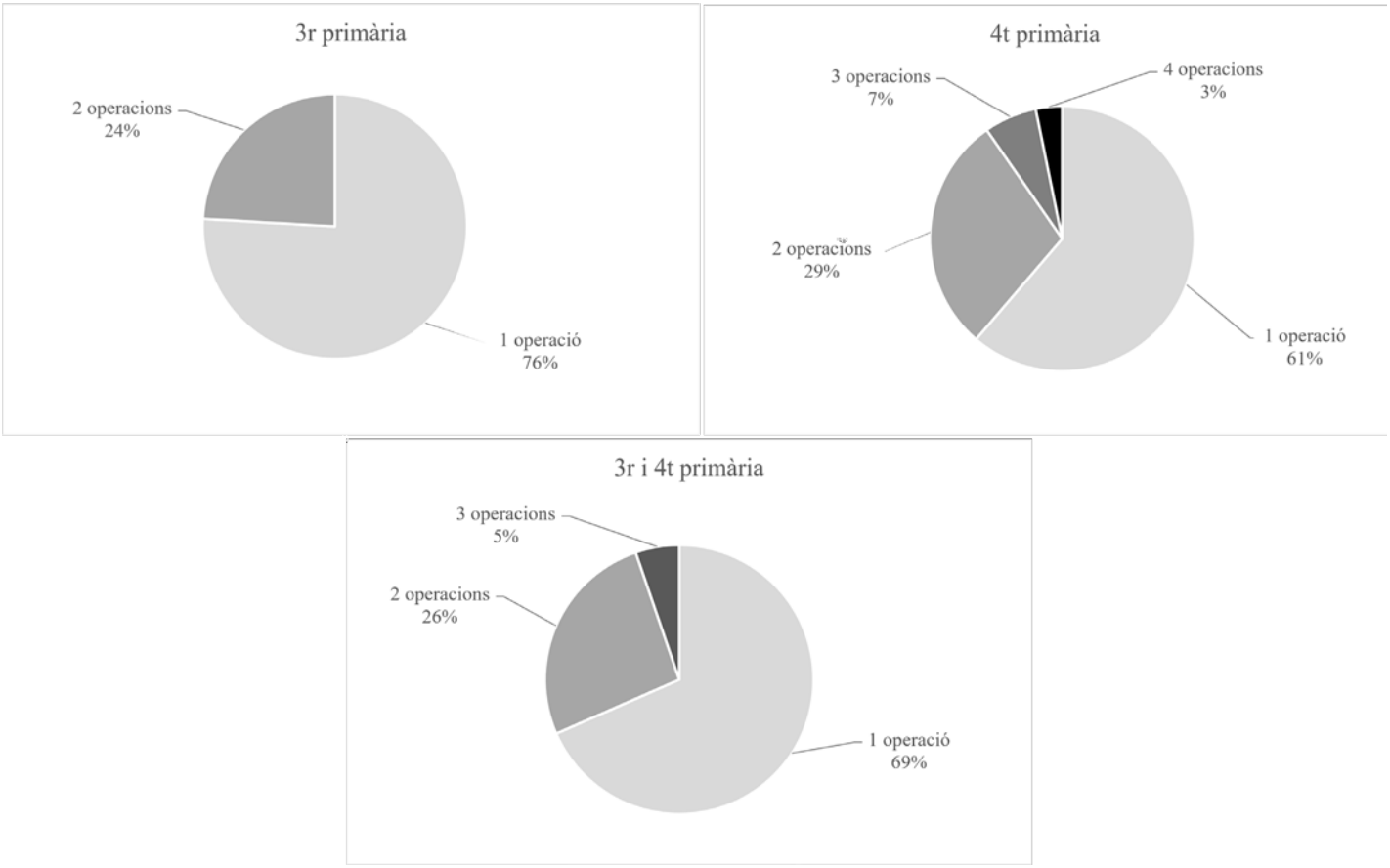
Nombre d'operacions que cal fer per a resoldre els problemes aritmètics per curs

	3r primària	4t primària	3r i 4t primària	Total
1 operació	41	38	26	105
2 operacions	13	18	10	41
3 operacions	-	4	2	6
4 operacions	-	2	-	2
	54	62	38	154

Si mirem els percentatges segons el nombre d'operacions a realitzar i si es proposen per curs o per classe (vegeu Figura 5.31) veiem que a 3r curs els problemes d'una operació representen el 76% del total mentre que a 4t curs o a la proposta per curs es una mica inferior amb percentatges del 61% i 69% respectivament. El percentatge de problemes on cal fer dues operacions oscil·la entre el 24% i el 29% essent major a 4t curs.

Figura 5.31:

Percentatge de problemes aritmètics segons el nombre d'operacions i el curs



Analitzem ara quin tipus de nombres hi ha als enunciats dels problemes. Tots els problemes involucren nombres naturals excepte 7 problemes on també hi ha nombres decimals. En tots aquests casos, els nombres decimals estan relacionats amb el sistema monetari i cal saber el cost d'una compra o el canvi que et tornaran. Per a realitzar els càlculs l'enunciat demana que es representin les quantitats amb les monedes necessàries en cada cas. Encara que els nombres siguin naturals, alguns problemes estan relacionats amb la mesura, tot i que no cal fer-hi cap canvi d'unitats. A tres quartes parts d'aquests problemes només cal realitzar una única operació, i són càlculs com ara saber el total de kg o repartir un pes en caixes o saber una distància total. Tot i així, la majoria de problemes plantejats involucren quantitats discretes (vegeu la Taula 5.69). No s'aprecien diferències significatives entre cursos ni tampoc als problemes plantejats per a tota la classe ja que d'aquests n'hi ha menys. Cal afegir que sovint les quantitats i situacions dels problemes són força artificials tant si són dels llibres de text com si són proposats pels docents. Involucren situacions i quantitats "preparades" per a poder treballar un determinat contingut matemàtic. Per exemple al llibre de text hi trobem:

Imagina que ara hi ha 32 pomes de 4 colors diferents i que hi ha la mateixa quantitat de pomes de cada color, quantes pomes hi hauria pintades de cada color?. I als documents dels docents: tenim 345 cireres i les repartim en tres bosses, a la primera bossa hi posem 178 cireres i a la segona 109, quantes cireres queden per posar a la tercera bossa?. Ni les pomes pintades de colors són habituals a la vida real ni les cireres es compten d'una en una. I en algunes ocasions, tot i que el context és real els números no ho son, com per exemple els nens i nenes de 4t curs de l'escola es preparen per Halloween. Han comprat 4 rotllos de paper de wc per disfressar-se de mòmies i 10 litres de coca-cola. Si cada rotllo fa 25 metres, quants metres de paper tenen? Amb aquests metres de paper de wc no es poden disfressar tots de mòmia.

Taula 5.69:

Tipus de nombres dels problemes aritmètics segons el curs

	3r primària	4t primària	3r i 4t primària	Total
Mesura: Euro i capacitat	-	1	-	1
Euro i temps	-	1	-	1
Longitud	3	2	1	6
Pes	3	5	-	8
Temps	3	3	4	10
Euro	11	13	7	31
Quantitat discreta	34	37	26	97
	54	62	38	154

Per tant, es pot dir que pràcticament tots els nombres són naturals, però de quantes xifres són? A la Taula 5.70 es pot veure que els nombres dels enunciats tenen de 1 a 4 xifres i que els d'una xifra apareixen sobretot als problemes que es proposen per a tota la classe i els de 4 xifres als problemes per als alumnes de 3r curs de primària.

Taula 5.70:

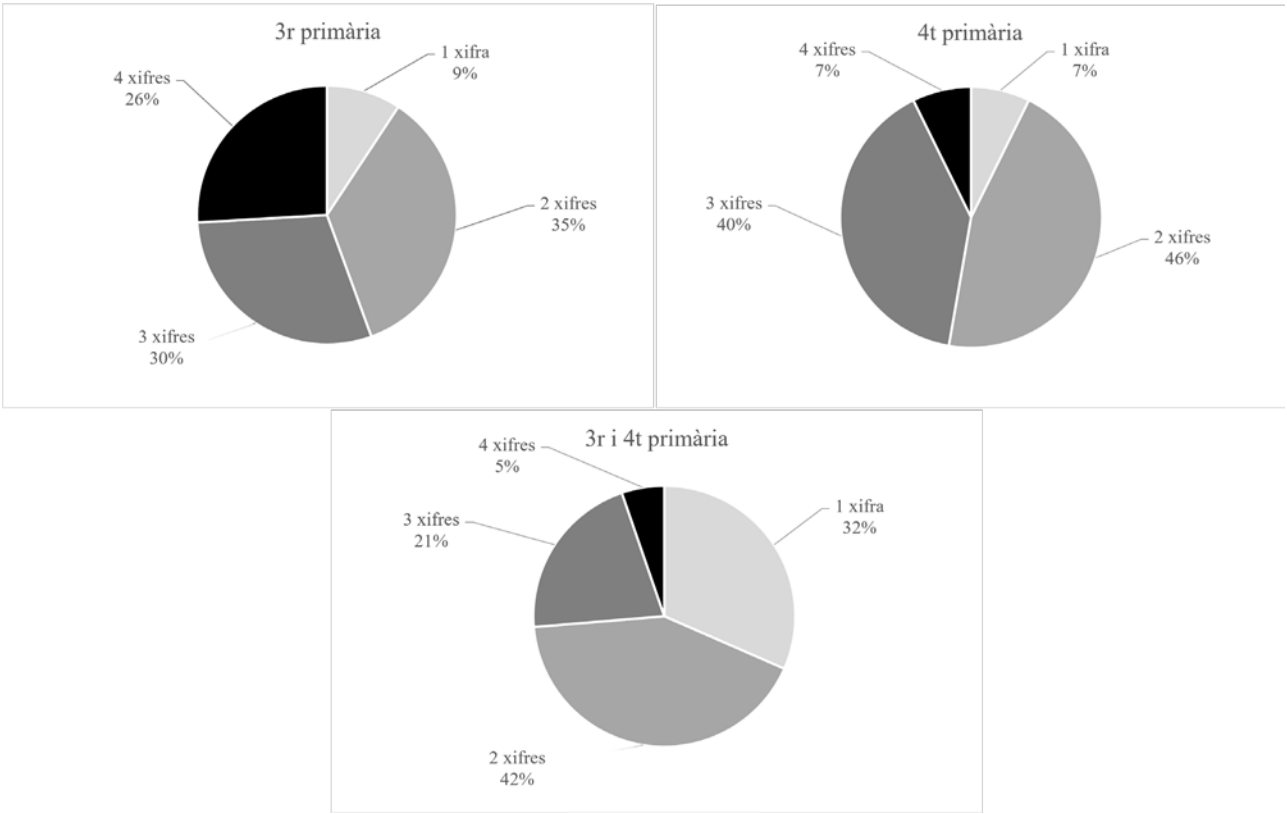
Nombre de xifres dels nombres dels enunciats dels problemes aritmètics segons el curs

	3r primària	4t primària	3r i 4t primària	Total
Nombres d'una xifra	5	4	12	21
Nombres de fins a 2 xifres	19	25	16	60
Nombres de fins a 3 xifres	16	22	8	46
Nombres de fins a 4 xifres	14	4	2	20
	54	55	38	147

Si analitzem en els resultats de la Taula 5.69 per curs, i mirem el percentatge de de tipus de nombres per cada curs, obtenim els gràfics de la Figura 5.32 on hi podem veure que a 3r curs el nombre de problemes amb nombres de 2, 3 i 4 xifres és molt similar, en canvi a 4t curs els problemes amb nombres de 2 o 3 xifres representen el 86% i pel que fa als problemes que es proposen per curs el 74% són d'una o dues xifres. Per tant els problemes que es proposen per curs són amb nombres de menys xifres.

Figura 5.32:

Percentatge del nombre de xifres dels nombres dels enunciats dels problemes aritmètics segons el curs



Fixem-nos ara en quantes operacions cal fer per a resoldre aquests problemes i quin tipus d'accions cal fer, és dir, si cal fer sumes o restes o bé multiplicacions i divisions. Comencem calculant el nombre d'operacions que cal fer, que és el següent:

$105 \times 1 + 41 \times 2 + 6 \times 3 + 2 \times 4 = 213$ operacions.

D'aquestes operacions 121, és a dir, un 57% corresponen a accions de suma i 92, és a dir, un 43%, a accions de multiplicació i divisió. A la següent Taula 5.71 podem veure quants problemes aritmètics només contenen accions de suma i resta, quants només accions de multiplicació i divisió i quants accions dels dos tipus segons si són per a un curs o bé són per a tota la classe. Tenint en compte aquestes dades, podem dir, que a 3r curs el tipus de problemes més nombrosos són els de suma i resta ja que representen tres quartes parts dels problemes proposats, i a 4t curs són els de multiplicació i divisió, ja que gairebé representen la meitat dels problemes. Els que combinen tant accions de suma com de multiplicació són principalment pels alumnes de 4t curs i ja que pels alumnes de 3r curs són anecdòtics inclús quan treballen conjuntament amb els alumnes de 4t curs. Quan es plantegen problemes per a tota la classe cal resoldre problemes de suma i resta o bé de multiplicació i divisió gairebé per igual.

Taula 5.71:

Tipus d'accions que cal fer per a resoldre els problemes aritmètics segons el curs

	3r primària	4t primària	3r i 4t primària	Total
Només contenen accions de + i/o -	41	13	16	70
Només contenen accions de × i/o ÷	11	32	18	61
Conten accions de + i/o – i × i/o ÷	2	17	4	23
	54	62	38	154

Abans hem vist que els nombres de 4 xifres apareixen sobretot als problemes pels alumnes de 4t curs i aquests sobretot han de resoldre problemes de suma i resta. Per tant per tal de poder definir millor les diferències entre els problemes plantejats per curs o per classe ens preguntem si si hi ha alguna relació entre les xifres dels nombres i les operacions a resoldre. A la Taula 5.72 podem veure que en tots els problemes amb nombres de 4 xifres cal sumar i/o restar i són pels alumnes de 3r curs ja que la única multiplicació de 4 xifres que cal fer és per als alumnes de 4t curs i l'enunciat demana que es resolgui usant la calculadora i a més a més

en el cas del problema que involucra tant sumes i restes com multiplicacions i divisions, no s'ha de de fer cap multiplicació amb el nombre de 4 xifres sinó que el que cal és fer una resta. Per tant es pot dir que els alumnes no han de calcular cap multiplicació amb nombres de 4 xifres. Pel que fa als nombres de 3 xifres, principalment el que cal és fer sumes i restes a 3r curs i multiplicacions i divisions a 4t curs. A més a més als problemes amb nombres de dues xifres a 3r curs cal multiplicar i a 4t curs cal resoldre tant sumes i restes com multiplicacions i divisions. En el cas d'1 xifra principalment són problemes de multiplicació i divisió tant per a 3r curs com per a 4t curs. Pel que fa als problemes proposats a tota la classe, són problemes de fins a tres xifres i els més nombrosos són els problemes on cal resoldre una multiplicació o divisió amb nombres de fins a dues xifres.

Taula 5.72:

Tipus d'accions que cal fer per a resoldre els problemes aritmètics segons els nombre de xifres i segons el curs

		3r primària	4t primària	3r i 4t primària	Total
1 xifra	Només contenen accions de + i/o -	1		2	3
	Només contenen accions de × i/o ÷	3	2	9	14
	Conten accions + i/o – i × i/o ÷	7	12	6	25
2 xifres	Només contenen accions de + i/o -	1	2	1	4
	Només contenen accions de × i/o ÷	11	3	7	21
	Conten accions + i/o – i × i/o ÷	1	10	3	14
3 xifres	Només contenen accions de + i/o -	15	4	5	24
	Només contenen accions de × i/o ÷	1	14	3	18
	Conten accions + i/o – i × i/o ÷		4		4
4 xifres	Només contenen accions de + i/o -	14	2	2	18
	Només contenen accions de × i/o ÷		1		1
	Conten accions + i/o – i × i/o ÷		1		1
		54	55	38	147

Analitzem ara quin tipus de problemes es proposen seguint la classificació de Carpenter et al. (1999). Mirem ara quants problemes dels 4 tipus bàsics de suma i resta que identifica Carpenter et al. (1999), es proposen segons el curs i observem que els tipus de problemes més freqüents són els que hi ha dues o més parts i cal determinar el total o una de les parts tant si es proposen per un curs o es proposen a tota la classe (vegeu Taula 5.73). El següent tipus

més freqüent són els que hi ha un conjunt que pateix una disminució. Pel que fa a les diferències entre cursos, les accions de suma del tipus parts-total representen un 61% a 3r curs, un 68% a 4t curs i un 59% a 3r i 4t curs (vegeu Figura 5.33) . I cal destacar que a 4t curs només hi ha un sol problema de canvi augment. La diferència entre 3r i 4t curs és que a 4t curs en proporció hi ha molts menys problemes de canvi augment i de comparació i una mica més de problemes del tipus parts-total i canvi disminució. La proposta per a 3r i 4t curs és molt similar a la de 3r curs.

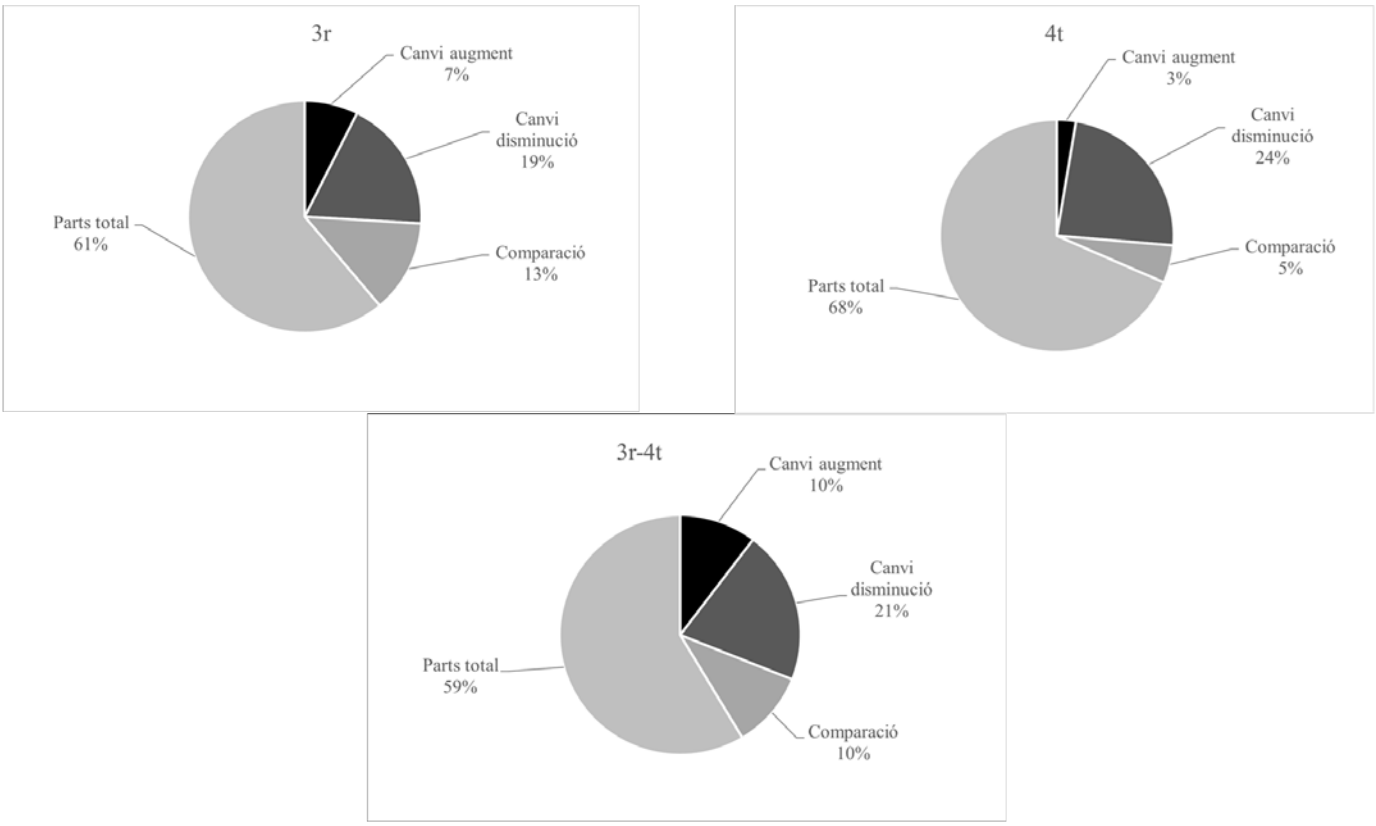
Taula 5.73:

Tipus de problemes de suma i resta segons el curs

Tipus d'operació a realitzar	3r	4t	3r-4t	Total
Canvi augment	4	1	3	8
Canvi disminució	10	9	6	25
Comparació	7	2	3	12
Parts total	33	26	17	76
	54	38	29	121

Figura 5.33:

Percentatge de problemes de suma i resta segons el curs



Però en aquests problemes la incògnita a determinar sempre és la mateixa? A la Taula 5.74 veiem que majoritàriament la incògnita està a la situació inicial en els casos d'un conjunt que augmenta o disminueix i en determinar el total en cas de tenir dos o més parts que s'ajunten per a formar el total. Per tant podem dir que en gairebé un 73% dels casos (88 problemes de 121) la incògnita és al lloc generalment més habitual i que resulta més fàcil pels alumnes segons la investigació de Carpenter et al. (1999). Això passa més per a 4t curs que no pas per a 3r curs.

Taula 5.74:

Tipus de problemes de multiplicació i divisió segons el curs

Tipus d'operació a realitzar	3r	4t	3r-4t	Total
Canvi augment: resultat desconegut	2	1	3	6
Canvi augment: augment desconegut	2	-	-	2
Canvi augment: Inici desconegut	-	-	-	-
Canvi disminució: resultat desconegut	8	9	5	22
Canvi disminució: disminució desconeguda	1	-	-	1
Canvi disminució: inici desconegut	1		1	2
Comparació: diferència desconeguda	-	1	2	3
Comparació: quantitat amb la que es compara desconeguda	7	1	1	9
Comparació: referent desconegut	-	-	-	-
Parts total: total desconegut	21	22	14	57
Parts total: una part desconeguda	12	4	3	19
	54	38	29	121

Fem ara el mateix pels problemes que involucren accions multiplicatives o de divisió. A la Taula 5.75 es pot veure com aquest tipus de problemes, com ja s'ha vist, es proposen pels alumnes de 4t curs i són problemes en els que cal fer grups iguals, en els que hi ha proporcions o comparacions multiplicatives. No hi ha problemes d'àrea. Només n'hi ha un relacionat amb files i columnes per a 4t curs i dos de producte cartesià per a tota la classe. Si mirem si hi ha diferències per curs, la proposta per a 3r i 4t curs és la més variada i és on en proporció, hi ha menys problemes del tipus proporcions. La proposta per a 3r curs i per a 4t curs és força similar, exceptuant el problema de files i columnes.

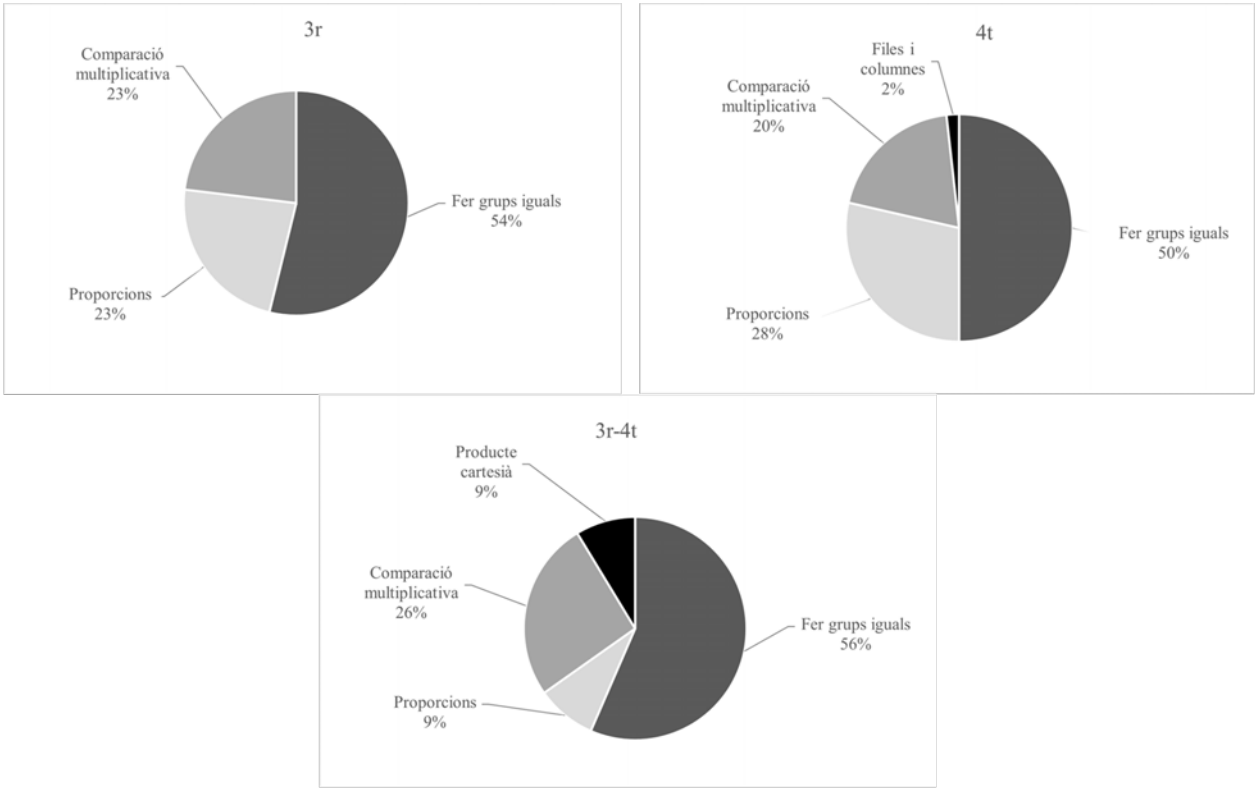
Taula 5.75:

Taula que mostra quins són els tipus de problemes de multiplicació i divisió segons Carpenter et al. (1999) que es proposen segons el curs

Tipus d'operació a realitzar	3r	4t	3r-4t	Total
Fer grups iguals	7	28	13	48
Proporcions	3	16	2	21
Comparació multiplicativa	3	11	6	20
Àrea	-	-	-	-
Files i columnes	-	1	-	1
Producte cartesià	-	-	2	2
	13	56	23	92

Figura 5.34:

Percentatge del tipus de problemes de multiplicació i divisió segons el curs



Com abans fixem-nos on està la incògnita a determinar. En aquest cas, tal i com es pot veure a la Taula 5.76, també igual que en el cas anterior la incògnita està majoritàriament al lloc més habitual, concretament en un 70% dels casos (64 problemes de 92). En aquest cas això indica que cal multiplicar molt més que no pas dividir. En aquest cas, a la inversa que els problemes de suma i resta passa més per a 3r curs que no pas per a 4t curs.

Taula 5.76:

Tipus de problemes de multiplicació i divisió segons el curs

Tipus d'operació a realitzar	3r	4t	3r-4t	Total
Fer grups iguals: multiplicació	5	19	11	35
Fer grups iguals: divisió (fer un determinat nombre de grups)	2	5	-	7
Fer grups iguals: divisió (fer grups d'un determinat nombre d'elements)	-	4	2	6
Proporcions: multiplicació	3	15	2	20
Proporcions: divisió (fer un determinat nombre de grups)	-	1	-	1
Proporcions: divisió (fer grups d'un determinat nombre d'elements)	-	-	-	-
Comparació multiplicativa: multiplicació	2	3	2	7
Comparació multiplicativa: divisió (fer un determinat nombre de grups)	1	8	4	13
Comparació multiplicativa: (fer grups d'un determinat nombre d'elements)	-	-	-	-
Àrea: multiplicació	-	-	-	-
Àrea: divisió	-	-	-	-
Files i columnes: multiplicació	-	-	-	-
Files i columnes: divisió	-	1	-	1
Producte cartesià: multiplicació	-	-	2	2
Producte cartesià: divisió	-	-	-	-
	13	56	23	92

En relació al tipus de problemes proposats cal afegir una qüestió. Entre el material proporcionat pels docents, hi havia un arxiu amb la imatge de la Figura 5.35 on es descriuen unes accions i es relacionen amb una determinada operació. En aquest llistat d'accions es relaciona incrementar i guanyar amb sumar, però això no és sempre cert. Per exemple en la següent situació: La Maria tenia 15 bales, juga una partida i en guanya unes quantes, si al final en té 27 quantes n'ha guanyat?, tot i que a l'enunciat hi ha l'expressió "guanya" i el conjunt de bales de la Maria augmenta, l'operació que cal realitzar per a resoldre'l és una resta i no pas una suma. Tot i que això té afectació a l'hora de resoldre problemes, afecta quan la incògnita no és al lloc més fàcil pels alumnes i d'aquests problemes se'n proposen pocs.

Figura 5.35:

Taula proporcionada pels docents que mostra quin tipus de paraules clau estan relacionades amb cada operació



Descripció del tipus de tasques proposats al *Taller Resolem*

Al taller resolem també es treballen estratègies de càlcul. Normalment es proposen les mateixes operacions per a tota la classe, és a dir, tota la classe resol les mateixes operacions. Als documents que ens han facilitat els docents hi ha una mostra de les activitats que fan i tal i com es pot veure a la Taula 5.77 són multiplicacions de fins a dues xifres per dues xifres, restes fins a tres xifres menys tres xifres i sumes fins a tres xifres més tres xifres, per tant no es demana cap divisió. Com que ens han facilitat pocs documents no es pot dir que hi hagi un tipus de càlcul que es demani més que un altre. Les tasques que cal fer per a resoldre aquests càlculs ja han quedat descrites a l'apartat anterior ja que per a resoldre problemes aritmètics també cal fer els càlculs.

Taula 5.77:

Taula que mostra quins càlculs es proposen als documents facilitats

Multiplicació: 1 xifra x 1 xifra	8
Multiplicació: 2 xifes x 1 xifra	1
Multiplicació: 2 xifres x 1 xifra	8
Multiplicació: 2 xifres x 2 xifres	4
Resta: 2 xifres - 1 xifra	1
Resta: 2 xifres - 2 xifres	11
Resta: 3 xifres - 2 xifres	8
Resta: 3 xifres - 3 xifres	4
Suma: 2 xifres + 2 xifres	12
Suma: 3 xifres + 2 xifres	2
Suma: 3 xifres + 3 xifres	8
	67

Entre els documents hi ha dos exàmens, un per a 3r curs i l'altre per a 4t curs. La diferència entre l'examen de 3r curs i el de 4t curs pel que fa a les multiplicacions és que a 3r curs es demanen bàsicament les taules de multiplicar a excepció d'una multiplicació de dues xifres per una xifra i a 4t curs totes les multiplicacions són de dues xifres per dues xifres (vegeu Taula 5.78). I si ens fixem en les sumes i restes la diferència és el nombre de xifres, les de 3r curs tenen nombres de menys xifres que les de 4t curs.

Taula 5.78:

Taula que mostra quins són els tipus de càlcul en un examen

	Examen 3r	**Examen 4t**
Multiplicació: 1 xifra x 1 xifra	8	-
Multiplicació: 2 xifres x 1 xifra	1	-
Multiplicació: 2 xifres x 2 xifres	-	2
Resta: 2 xifres - 1 xifra	1	-
Resta: 2 xifres - 2 xifres	3	-
Resta: 3 xifres - 2 xifres	-	2
Resta: 3 xifres - 3 xifres	-	2
Suma: 2 xifres + 2 xifres	4	-
Suma: 3 xifres + 2 xifres	-	1
Suma: 3 xifres + 3 xifres	-	3
	17	10

Les activitats plantejades al taller resolem de cicle mitjà són problemes aritmètics amb nombres naturals de fins a 4 xifres involucrant majoritàriament quantitats discretes. Els problemes plantejats pels alumnes de 3r curs són bàsicament d'una operació on si a l'enunciat hi ha nombres de 3 o 4 xifres cal sumar i/o restar i si a l'enunciat hi ha nombres de 2 xifres cal multiplicar o dividir. I si contenen nombres d'una xifra probablement són dels pocs problemes on cal sumar o restar i multiplicar o dividir. En canvi, a 4t curs, hi ha més problemes amb dues operacions, pràcticament no es plantegen problemes amb nombres de 4 xifres i el que cal és multiplicar o dividir nombres de fins a tres xifres i en cas de ser nombres d'una o dues xifres cal sumar i/o restar i multiplicar i/o dividir. Per altra banda els problemes plantejats per a tota la classe són amb nombres de menys xifres i més variats, destacant en nombre els que cal multiplicar.

Pel que fa als càlculs plantejats la diferència entre cursos és amb el nombre de xifres dels nombres involucrats tant pel que fa a les sumes, com les restes i multiplicacions. Respecte al tipus de problemes segons Carpenter et al. (1999), els problemes més nombrosos són els de parts-total tant per 3r curs, com per a 4t curs, com per a 3r i 4t curs, i els de canvi augment són anecdòtics per a 4t curs. Els problemes de grups iguals, proporcions i comparacions multiplicatives són els més nombrosos i tot i que se'n plantegen alguns per a tercer, el gran gruix és pels alumnes de 4t curs. La proporció del tipus de problemes per a 3r i 4t curs és similar pel que fa als problemes de multiplicació i divisió i una mica diferent pel que fa als problemes de suma i resta. A 4t curs en proporció hi ha molts menys problemes de canvi augment i de comparació i una mica més de problemes parts-total i canvi disminució. La proposta per a 3r i 4t curs és similar a la de 3r curs en el cas dels problemes de suma i resta i la més variada en el cas de la multiplicació i divisió. Per tant la proposta per curs es diferencia pel tipus de nombres que involucra i perquè a 4t curs hi ha més problemes de multiplicació que no pas per a 3r curs.

5.2.2. Anàlisi de la OM que es proposa al Taller Pensem de Cicle Mitjà

Al *Taller Pensem* es resolen les tasques que es proposen a Colomà et al. (2017a) que és un quadern d'activitats per a alumnes de 3r curs. El quadern conté 24 làmines amb imatges. L'escola proposa resoldre 12 làmines un curs acadèmic i les altres 12 el següent, així els alumnes de cicle mitjà treballen tot el llibre de 3r curs repartit en dos cursos.

Cada làmina es projecta a la pantalla digital i es demana als alumnes que observin la imatge o

imatges que hi ha i les relacionin amb els coneixements que ja tenen. Totes les imatges es poden relacionar amb continguts matemàtics i en alguns casos també es poden relacionar amb continguts d'altres àrees com ara les ciències ambientals i les ciències socials. A partir d'aquí els alumnes, en un torn ordenat de paraula, expliciten i debaten les seves respostes.

A les làmines hi ha fotografies d'objectes quotidians com ara un llibre o un rellotge, o objectes que poden contenir líquids, una tenda de campanya…, de menjar, de roba, de paisatges i edificis, de vegetació, de patrons geomètrics, d'insectes, de mitjans de transport, d'entrades de cinema o d'un partit de bàsquet, de matrícules de cotxe, de calendaris i calculadores entre d'altres.

Els dibuixos i fotografies tant són en perspectiva, com de front o des de dalt (vista zenital).

Tipologia de tasques assignades a cada domini matemàtic

Aquí es descriuen les tasques i les seves variables. Per a veure els valors que prenen les variables cal veure els annexes pàgina 44.

Geometria: Tasques on s'analitzen les característiques i propietats de les figures geomètriques de dues dimensions i es desenvolupen raonaments matemàtics sobre relacions geomètriques

$GT_{Relacionar\ objecte\ real\ amb\ fig2D}$ = [Relacionar un objecte real amb una figura geomètrica de dues dimensions; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge de l'objecte.

On la variable V2 és la figura geomètrica amb la que se'l pot relacionar.

$GT_{Justificar\ rel\ obj\ real\ i\ fig2D}$ = [Justificar la relació establerta entre un objecte real i una figura geomètrica de dues dimensions; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge de l'objecte.

On la variable V2 és la figura geomètrica amb la que se'l pot relacionar.

$GT_{Ident\ elements\ poligon}$ = [Identificar elements de polígons; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar els elements.

On la variable V2 són els elements a identificar.

$GT_{Ident\ elements\ cercle}$ = [Identificar elements del cercle; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar elements del cercle.

On la variable V2 són els elements a identificar.

$GT_{Ident\ repre\ fig2d\ i\ dir\ nom}$ = [Identificar una representació d'una figura geomètrica 2D i dir-ne el seu nom; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge que es proporciona de la figura geomètrica 2D.

On la variable V2 és el tipus de figura geomètrica.

$GT_{Ident\ tipus\ rectes\ al\ pla}$ = [Identificar tipus de rectes al pla; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar el tipus de rectes.

On la variable V2 és el criteri de classificació a emprar.

$GT_{Deter\ carac\ i\ prop\ fig2D}$ = [Determinar les característiques i propietats d'una figura geomètrica de dues dimensions; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal determinar les característiques i propietats de figures geomètriques.

Geometria: Tasques on s'analitzen les característiques i propietats de les figures geomètriques de tres dimensions i es desenvolupen raonaments matemàtics sobre relacions geomètriques

$GT_{Ident\ repr\ fig3D\ i\ dir\ nom}$ = [Identificar una representació d'una figura geomètrica 3D i dir-ne el seu nom; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació que es proporciona de la figura geomètrica 3D.

On la variable V2 és el tipus de figura geomètrica 3D.

$GT_{Ident\ elements\ poliedre}$ = [Identificar elements de políedres; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'imatge on cal identificar elements de políedres.

On la variable V2 són els elements a identificar.

$GT_{Deter\ si\ é\ s\ un\ polí\ edre}$ = [Determinar si una figura geomètrica és un políedre; V1]

On la variable V1 és el tipus d'imatge on cal identificar elements de políedres.

$GT_{Justificar\ que\ és\ un\ polí\ edre}$= [Justificar que un cos geomètric és un políedre; V1]

On la variable V1 és el tipus d'imatge on cal identificar elements de políedres.

$GT_{Detr\ semblances\ i\ diferè ncies\ fig3D}$ = [Determinar les semblances i diferències entre dues o més figures geomètriques; V1]

On la variable V1 és el tipus d'imatge on cal identificar elements de políedres.

$GT_{Relacionar\ objecte\ real\ amb\ fig3D}$ = [Relacionar un objecte real amb una figura geomètrica de tres dimensions; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge de l'objecte.

On la variable V2 és la figura geomètrica amb la que se'l pot relacionar.

$GT_{Justificar\ rel\ obj\ real\ i\ fig3D}$ = [Justificar la relació establerta entre un objecte real i una figura geomètrica de tres dimensions; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge de l'objecte.

$GT_{Ident\ tipus\ rectes\ espai}$ = [Identificar tipus de rectes al l'espai; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar el tipus de rectes.

On la variable V2 és el criteri de classificació a emprar.

$GT_{Ident\ tipus\ lí\ nia\ espai}$ = [Identificar tipus de línies a l'espai; V1, V2]

On la variable V1 és el criteri de classificació a emprar.

On la variable V2 és el tipus de representació o imatge on cal identificar el tipus de línies.

$GT_{Ident\ tipus\ cares\ fig3D}$ = [Identificar el tipus de cares dels cossos geomètrics; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar el tipus de cares.

On la variable V2 és el tipus de cares a identificar.

$GT_{Deter\ carac\ i\ prop\ fig3D}$ = [Determinar les característiques i propietats d'una figura geomètrica de tres dimensions; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal determinar les característiques i propietats de figures geomètriques.

Geometria: Tasques on es representa amb material, amb dibuixos o mentalment figures de dues i tres dimensions

$GT_{Subdividir\ poligon}$ = [Subdividir un polígon en d'altres polígons; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el tipus d'imatge on subdividir els polígons.

On la variable V2 és el tipus de subdivisió que cal fer.

On la variable V3 és el polígon que cal subdividir.

$GT_{Combinar\ polí\ gons}$ = [Combinar polígons per a formar d'altres polígons; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'imatge on combinar els polígons.

On la variable V2 són els polígons que es poden combinar.

Geometria: Tasques on es localitzen i descriuen relacions espacials mitjançant coordenades geomètriques i altres sistemes de representació:

$GT_{\mathrm{Pr}\ oposar\ camí\ \ o\ recorregut}$ = [Proposar un camí o recorregut; V1, V2]

On la variable V1 és on cal proposar el camí o recorregut.

On la variable V2 són les condicions que ha de complir el camí o recorregut.

$GT_{Descriure\ posició\ \ rel\ objecte}$ = [Descriure la posició relativa d'un objecte; V1, V2]

On la variable V1 és la imatge on cal descriure la posició relativa entre objectes.

On la variable V2 és el vocabulari per a descriure les posicions relatives.

Geometria: Tasques on s'apliquen transformacions i s'usa la simetria per analitzar situacions matemàtiques

$GT_{Ident\ simetria\ en\ \mathrm{sup}\ erfí\ cie}$= [Identificar simetries una superfície; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar la simetria.

$GT_{Ident\ simetr\ en\ un\ objecte}$ = [Identificar simetries en un objecte o figura geomètrica de tres dimensions; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar la simetria.

$GT_{Ident\ girs\ entre\ diferents\ posicions\ d'un\ objecte}$ = [Identificar quines posicions d'un objecte són girs d'una altra posició; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge dels l'objectes.

$GT_{Descriure\ amplitud\ angle\ de\ gir}$ = [Descriure l'amplitud de l'angle d'un gir; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal descriure

l'amplitud de l'angle de

On la variable V2 és el vocabulari a usar a l'hora de descriure el gir.

Mesura: Comprendre els atributs mesurables dels objectes, les unitats de mesura i els processos de mesura

$GT_{Ident\ magnitud\ en\ objectes\ i\ imatges}$ = [Identificar magnituds en objectes i imatges; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge de l'objecte.

On la variable V2 és la magnitud a identificar:

$GT_{Relacionar\ magnitud\ amb\ unitats\ de\ mesura}$ = [Relacionar les magnituds identificades amb les seves unitats de mesura corresponents; V1, V2]

On la variable V1 és la magnitud identificada.

On la variable V2 és la unitat de mesura.

$GT_{Rel\ num\ amb\ quant\ i\ unitat\ de\ mesura\ obj\ o\ imatge}$ = [Relacionar un número amb la quantificació i la unitat de mesura de la magnitud associada a un objectes o imatge; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el tipus de número.

On la variable V2 és la magnitud.

On la variable V3 és l'objecte o imatge.

$GT_{Ident\ instruments\ de\ mesura}$ = [Identificar instruments de mesura; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar.

$GT_{Rel\ instruments\ de\ mesura\ amb\ magnitud}$ = [Relacionar els instruments de mesura amb la magnitud que mesuren; V1]

On la variable V1 és l'instrument de mesura.

$GT_{Explicar\ com\ i\ quan\ usar\ instr\ mesura}$ = [Explicar quan i com usar els instruments de mesura; V1]

On la variable V1 és l'instrument de mesura.

$GT_{Ident\ tipus\ d'angles\ \mathrm{sup}erficie}$ = [Identificar tipus d'angles en una superfície; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar l'angle.

On la variable V2 és el tipus d'angles que cal identificar.

$GT_{Ident\ tipus\ d'angles\ en\ fig3d}$ = [Identificar el tipus d'angles en cos geomètric o bé en un

objecte o element de tres dimensions; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar l'angle.

$GT_{Calcular\ conversió\ d'unitats}$ = [Calcular una conversió d'unitats de mesura; V1, V2]

On la variable V1 és la conversió que cal realitzar.

On la variable V2 és el tipus de representació o imatge on cal realitzar la conversió.

$GT_{Deter\ unitat\ mesura\ d'un\ sí\ mbol}$ = [Determinar quina unitat de mesura representa un determinat símbol; V1]

On la variable V1 és el símbol a identificar.

$GT_{Explicar\ caract\ calendari}$ = [Explicar de les característiques del calendari, V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge en la que cal parlar de les característiques del calendari.

$GT_{Deter\ capacitat\ envà s\ conegut}$ = [Determinar la capacitat d'envasos coneguts; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge de l'envàs.

On la variable V2 és la capacitat a determinar.

$GT_{Comparar\ quant\ magnitud}$ = [Comparar les quantificacions d'una magnitud, V1, V2]

On la variable V1 és la magnitud a comparar.

On la variable V2 és la informació que es té per a fer la comparació.

$GT_{Ordenar\ quant\ magnitud}$ = [Ordenar les quantificacions d'una magnitud; V1, V2]

On la variable V1 és la magnitud a comparar..

On la variable V2 és la informació que es té per a fer la ordenació.

$GT_{Ident\ productes = pes}$ = [Identificar productes o combinacions de productes que tinguin el mateix pes, V1]

On la variable V1 és la representació o imatge en la que cal identificar productes que tinguin el mateix pes.

$GT_{Deter\ quins\ prod\ balanç\ a}$ = [Determinar quins productes es poden posar en unes balances de braços per tal que aquesta mantingui la posició en la que es troba; V1, V2]

On la variable V1 és la posició de la balança.

On la variable V2 és la informació que es dona dels productes.

Mesura: Aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiats per a obtenir mesures

$GT_{Estimar\ capcitat}$ = [Estimar la capacitat d'un recipient del qual se'n té una imatge o fotografia; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal estimar la capacitat.

$GT_{Llegir\ hora\ rellotge}$ = [Llegir l'hora; V1]

On V1 és el tipus de representació o imatge on cal llegir l'hora.

$GT_{Ident\ rellotges\ mateixa\ hora}$ = [Identificar rellotges que marquen la mateixa hora; V1]

On V1 és el tipus de rellotge.

Numeració: Comprendre els números i les formes de representar-los, les relacions entre ells i els conjunts numèrics.

$GT_{Ident\ tipus\ de\ nombre}$ = [Identificar tipus de nombres; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de nombres que cal identificar.

On la variable V2 és el tipus d'imatge o representació on cal identificar el tipus de nombres.

$GT_{Llegir\ nombres\ romans}$ = [Llegir nombres romans; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal llegir els nombres romans.

$GT_{Deter\ fracció\ d'una\ representació}$ = [Determinar quina fracció representa una determinada imatge; V1, V2]

On la variable V1 és el model de fracció.

On la variable V2 és el tipus de representació o imatge.

$GT_{Deter\ si\ unitat\ parts\ iguals}$ = [Determinar si una unitat s'ha dividit en parts iguals o no; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar si la unitat s'ha dividit en parts iguals.

$GT_{Ident\ nombres\ amb\ mateixa\ xifra\ val\ posició}$ = [Identificar nombres amb la mateixa xifra

en un determinat valor de posició; V1]

On la variable V1 és la imatge o representació on cal identificar els nombres, imatge amb diverses fotografies de calculadores on s'hi pot veure un número de fins a 6 xifres.

$GT_{Rel\ nombre\ amb\ situació\ vida\ quot}$ = [Relacionar un determinat nombre amb una situació de la vida quotidiana; V1]

On la variable V1 és el tipus de nombre.

$GT_{Comparar\ nombres}$ = [Comparar nombres; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de nombres a comparar.

On la variable V2 és el motiu pel qual cal comparar nombres.

$GT_{Buscar\ rel\ sumat\ i\ multipli}$ = [Buscar relacions sumatives i/o multiplicatives entre nombres; V1]

On la variable V1 indica el tipus de nombres.

$GT_{Deter\ si\ podem\ +\ o\ comparar\ fraccions}$ = [Determinar si dues o més fraccions representades amb imatges en una mateixa làmina es poden sumar i/o comparar; V1, V2]

On la variable V1 és el model de fracció.

On la variable V2 és el tipus de representació o imatge.

$GT_{Justificar\ si\ podem\ +\ o\ comparar\ fraccions}$ = [Justificar si dues o més fraccions representades amb imatges en una mateixa làmina es poden sumar i/o comparar; V1, V2]

On la variable V1 és el model de fracció.

On la variable V2 és el tipus de representació o imatge.

$GT_{Expressar\ fracció\ en\ decimals}$ = [Expressar una fracció en decimals; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal expressar una fracció en decimals.

$GT_{Expressar\ suma\ mitjos\ en\ fracció\ i\ dec}$ = [Expressar la suma d'unitats senceres i mitjos en fraccions i en decimals; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal expressar la suma en fraccions i decimals.

$GT_{Ordenar\ nombres}$ = [Ordenar nombres; V1, V2, V3]

On la variable V1 és l'ordre en que cal ordenar els nombres.

On la variable V2 és la imatge o representació on cal ordenar els nombres.

On la variable V3 és el tipus de nombres a ordenar.

$GT_{Ident\ valor\ bitllets\ i\ monedes}$ = [Identificar el valors dels bitllets i monedes d'euro; V1]

On la variable V1 és la representació o imatge on cal identificar el valor dels bitllets.

$GT_{Ordenar\ bitllets\ i\ monedes\ segons\ valor}$ = [Ordenar bitllets i monedes d'euro segons els seu valor; V1]

On la variable V1 és la representació o imatge dels bitllets i monedes.

$GT_{Resoldre\ probl\ aritmè tics}$ [Resoldre problemes aritmètics; V1, V2, V3, V4]

On la variable V1 és és el tipus de nombres de l'enunciat dels problemes.

On la variable On la variable V2 és el tipus de problemes a resoldre.

On la variable V3 és el tipus de fotografia o imatge que propicia resoldre problemes aritmètics.

On la variable V4 és el problema que es pot resoldre.

$GT_{\text{Pr}\ oposar\ probl\ aritmè tics}$ = [Proposar problemes aritmètics; V1]

On la variable V1 és el tipus de fotografia o imatge que propicia proposar problemes aritmètics.

$GT_{Quins\ bitllets\ per\ a\ una\ quantitat\ €}$ = [Determinar quins bitllets i monedes es poden usar per a pagar una determinada quantitat d'euros; V1]

On la variable V1 és la imatge on cal determinar quins bitllets.

Numeració: Calcular amb fluïdesa i fer estimacions raonables

$GT_{Calcular + naturals}$ = [Calcular el resultat d'una suma de nombres naturals; V1]

On la variable V1 és l'estratègia usada.

$GT_{Calcular \times naturals}$[Calcular el resultat d'una multiplicació de nombres naturals; V1]

On la variable V1 és el tipus d'estratègia usada.

$GT_{Calcular \div nombres\ naturals}$= [Calcular el resultat d'una divisió de nombres naturals; V1]

On la variable V1 és el tipus d'estratègia usada.

$GT_{Sumar\ euros\ i\ cè ntimns}$ = [Sumar euros i cèntims; V1]

On la variable V1 és l'estratègia a usar.

$GT_{Calcular \div natural\ entre\ mult\ de\ 10}$ = [Calcular la divisió d'un nombre natural entre un

múltiple de 10; V1]

On la variable V1 és el múltiple de 10.

$GT_{Calcular + unitats\ i\ mitjos}$ = [Calcular la suma d'unitats senceres i mitjos; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal expressar la suma en fraccions i decimals.

Estadística: Formular preguntes que es puguin abordar amb dades i recollir, organitzar i presentar dades rellevants per a representar-les

$GT_{Ident\ tipus\ grafic}$ = [Identificar el tipus de gràfic; V1]

On V1 indica el tipus de gràfic.

$GT_{Estad\ formular\ preguntes}$ = [Formular preguntes que es puguin abordar recollint i analitzant dades; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal formular les preguntes.

Estadística: Seleccionar i usar mètodes estadístics apropiats per a analitzar dades

$GT_{Seleccionar\ tipus\ graf}$ = [Seleccionar un tipus de gràfica per a representar dades indicades per pictogrames; V1]

On la variable V1 són el tipus de pictogrames.

Probabilitat

$GT_{Deter\ prob\ comprar\ amb\ una\ quant\ de\ diners}$ = [Determinar la probabilitat usant les paraules segur, molt probable, possible, poc probable, impossible, d'anar a comprar fruita usant una determinada quantitat de diners; V1, V2]

On la variable V1 és la fruita que cal comprar.

On la variable V2 és la imatge o representació de la quantitat de diners.

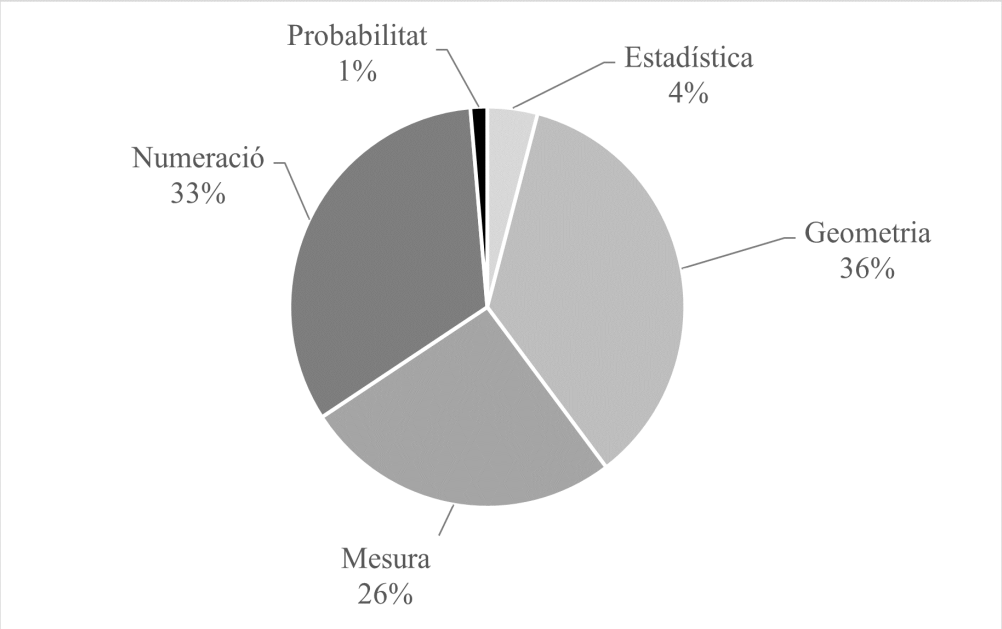
Anàlisi de les tasques proposades al taller

Per realitzar les 24 activitats que es proposen en aquest taller cal resoldre 73 tasques diferents, de les quals, 3 són d'estadística, 26 són de geometria, 19 són de mesura, 24 són de numeració i 1 és de probabilitat. Per tant, tal i com es pot veure a la Figura 5.36 es pot dir que

hi ha un terç de tasques de numeració, una mica menys d'un terç de tasques de mesura i una mica més d'un terç de tasques de geometria.

Figura 5.36:

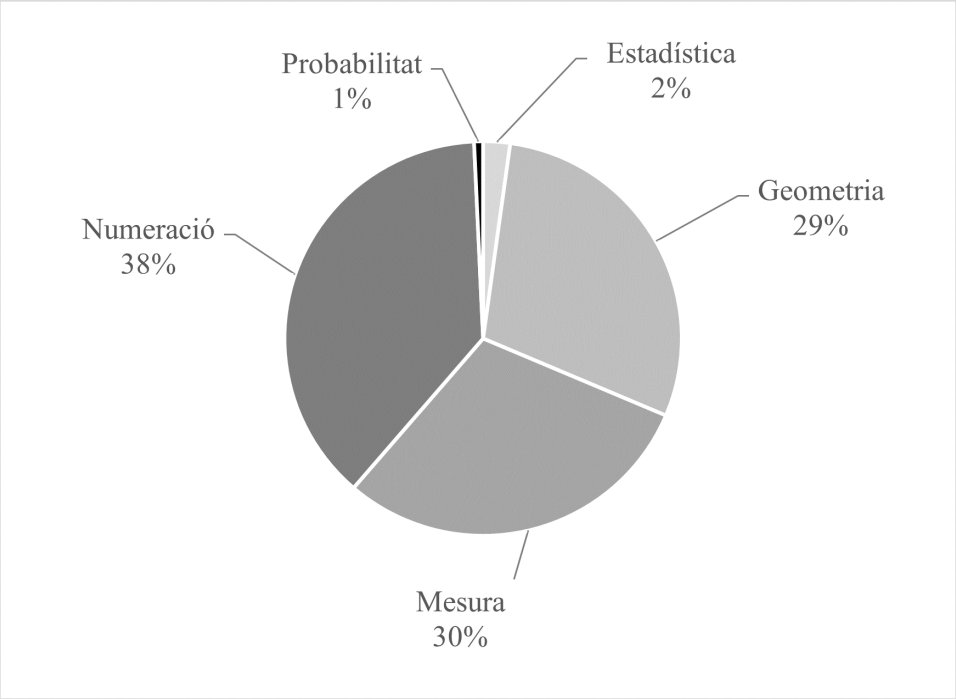
Percentatge de tasques segons el bloc de contingut sense tenir en compte la freqüència



Si tenim en compte la freqüència de les tasques, aleshores, tal i com es pot veure a la Figura 5.37, les tasques de geometria passen a representar menys d'una tercera part i les de numeració passen a ser més d'una tercera part. Per tant, les tasques més freqüents són les de numeració, seguides de les de mesura i geometria en proporció molt similar.

Figura 5.37:

Percentatge de tasques segons el bloc de contingut tenint en compte la freqüència



Si mirem quins d'aquests blocs de contingut es treballen a cada làmina a la Taula 5.79 veiem que els blocs de contingut més treballats són en ordre decreixent numeració, mesura i geometria, i els blocs de contingut d'estadística i probabilitat són residuals ja que només es treballen en una sola activitat.

Taula 5.79:

Taula que mostra quins blocs de contingut es treballen a cada làmina

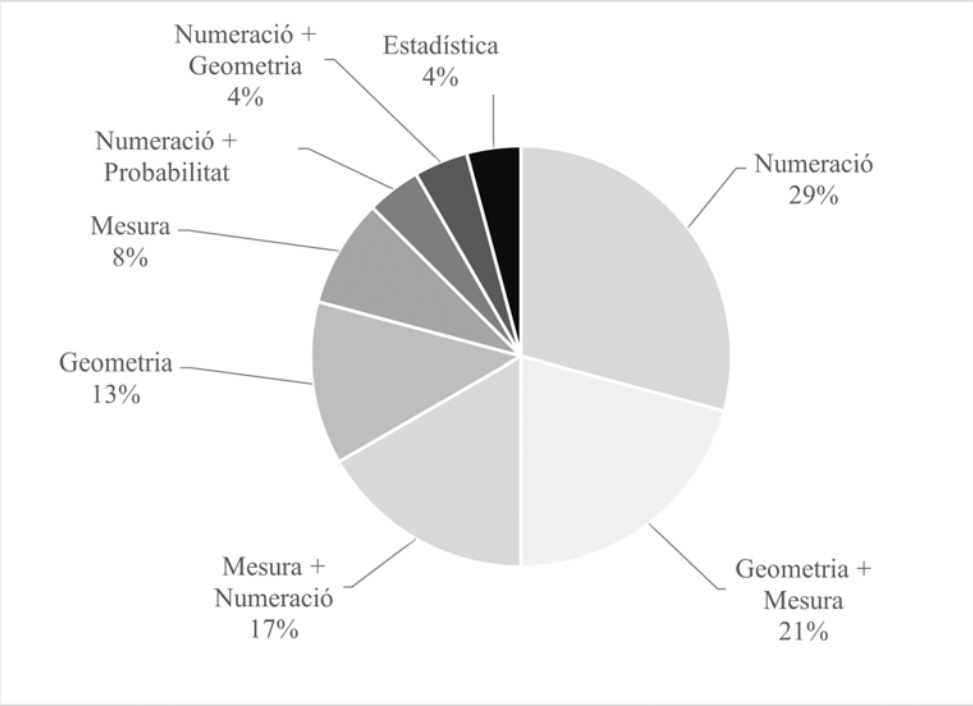
	Estadística	Geometria	Mesura	Numeració	Probabilitat
Làmina 1		✓			
Làmina 2				✓	
Làmina 3				✓	
Làmina 4			✓	✓	
Làmina 5		✓	✓		
Làmina 6		✓	✓		
Làmina 7		✓		✓	
Làmina 8		✓			
Làmina 9				✓	
Làmina 10			✓		
Làmina 11		✓			
Làmina 12		✓	✓		
Làmina 13			✓	✓	
Làmina 14			✓	✓	
Làmina 15		✓	✓		
Làmina 16				✓	
Làmina 17				✓	
Làmina 18				✓	
Làmina 19			✓	✓	
Làmina 20		✓	✓		
Làmina 21	✓				
Làmina 22				✓	
Làmina 23			✓		
Làmina 24				✓	✓
	1	9	11	13	1

Si mirem quantes activitats de cada combinació de blocs de contingut hi ha, a la Figura 5.38 veiem que les activitats més nombroses són les de numeració, seguit de les geometria i mesura i les de mesura i numeració. De les activitats de numeració, es proposen una làmina de fraccions, dues d'ordenar nombres segons les seves xifres i les altres són totes de multiplicació, cadascuna d'un model de multiplicació diferent (files i columnes, producte cartesià, grups iguals i proporcions). A totes les làmines de geometria i mesura cal identificar figures geomètriques i la mesura hi és present ja que o bé cal identificar angles (4 casos) o bé hi ha instruments de mesura. A les làmines on es treballa mesura i numeració, es treballa la longitud, la capacitat, el temps i els pesos i cal fer algun tipus de quantificació, per exemple en el cas de la capacitat es relaciona amb fraccions. De les làmines que només contenen tasques de mesura, una és de capacitat i recipients i l'altra del calendari. Les làmines que només són de geometria en una cal identificar figures geomètriques i localitzar i descriure relacions espacials, en una altra identificar simetries i a l'altra identificar girs. Per últim hi ha una làmina de numeració i geometria, una de numeració i probabilitat i una d'estadística on

es poden determinar posicions relatives i fer multiplicacions de grups iguals, es treballen els bitllets i monedes d'euro, les compres i la suma de fruites senceres i meitats i formular preguntes i identificar i seleccionar tipus de gràfics respectivament.

Figura 5.38:

Percentatge de làmines segons el bloc o blocs de contingut que s'hi treballen



Analitzem ara les tasques de cada bloc de contingut tenint en compte la seva freqüència.

Anàlisi de les tasques d'estadística

Només hi ha una làmina en la que calgui fer tasques d'estadística, com que hi ha imatges, tal i com es pot veure a la Taula 5.80 es poden formular preguntes relacionades amb les imatges que es puguin abordar recollint i analitzant dades i per aquestes dades és pot seleccionar un tipus de gràfic per a representar-les i com que hi ha gràfics, es pot identificar el tipus de gràfic.

Taula 5.80:

Taula que mostra les tasques d'estadística i la seva freqüència

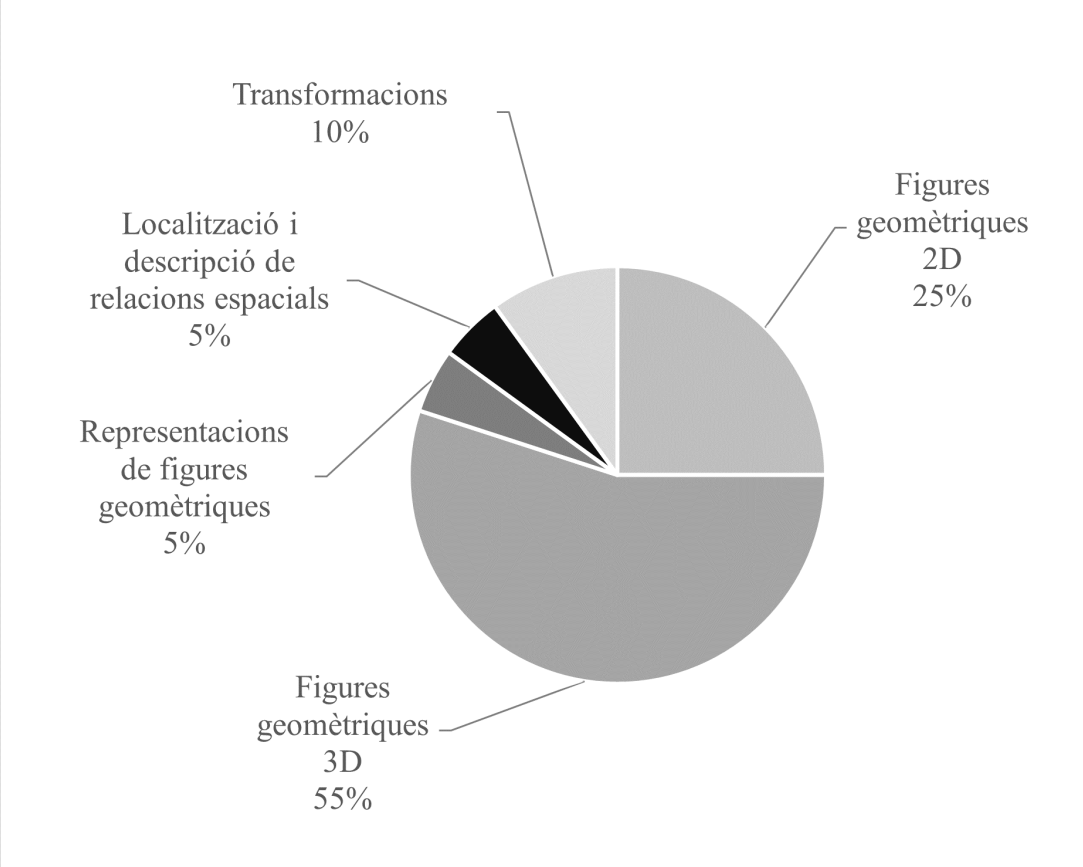
Tasques d'estadística	Freqüència
Formular preguntes que es puguin abordar recollint i analitzant dades	1
Identificar el tipus de gràfic	1
Seleccionar un tipus de gràfica per a representar dades indicades per pictogrames	1
	3

Anàlisi de les tasques de geometria

A gairebé una mica més de les tres quartes parts de les tasques de geometria cal analitzar les característiques i propietats de les figures geomètriques de dues o tres dimensions (vegeu Figura 5.39), en un 10% estan relacionades amb les transformacions (girs, simetries i translacions) i tant les tasques de localització i descripció de relacions espacials i de representació de figures geomètriques representen un 5%.

Figura 5.39:

Percentatge del tipus de tasques de geometria tenint en compte la seva freqüència



Si ens fixem en la freqüència de les tasques (vegeu Taula 5.81), són tasques diverses ja que com a molt la freqüència és 4 i en 17 de les 26 tasques, és a dir, en un 65% dels casos, la freqüència és 1. Les tasques més freqüents són relacionar un objecte real amb alguna figura geomètrica de dues dimensions i justificar-ne la relació feta i identificar elements d'un políedre.

Taula 5.81:

Taula que mostra les tasques de geometria i la seva freqüència

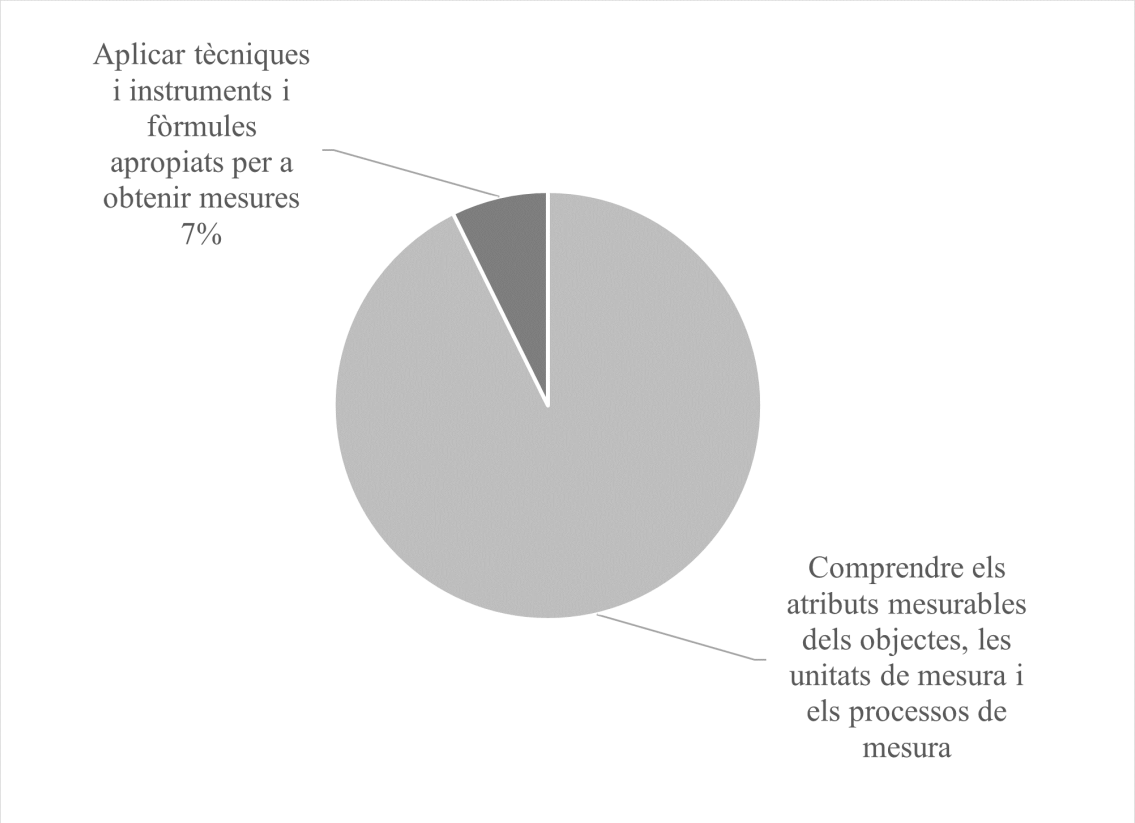
Tasques de geometria	Freqüència
Relacionar un objecte real amb una figura geomètrica de tres dimensions	4
Justificar la relació establerta entre un objecte real i una figura geomètrica de tres dimensions	4
Identificar elements d'un políedre	3
Relacionar un objecte real amb una figura geomètrica de dues dimensions	2
Justificar la relació establerta entre un objecte real i una figura geomètrica de dues dimensions	2
Determinar les característiques i propietats d'una figura geomètrica de dues dimensions	2
Determinar les semblances i diferències entre dues o més figures geomètriques de tres dimensions	2
Identificar una figura geomètrica de tres dimensions donada la seva representació i dir-ne el nom	2
Identificar el tipus de cares dels cossos geomètrics	2
Identificar elements del cercle	1
Identificar elements d'un polígon	1
Identificar una figura geomètrica de dues dimensions donada la seva representació i dir-ne el nom	1
Identificar tipus de rectes en una superfície	1
Determinar les característiques i propietats d'una figura geomètrica de tres dimensions	1
Determinar si una figura geomètrica és un políedre	1
Identificar tipus de línies a l'espai	1
Identificar tipus de rectes a l'espai	1
Justificar que una figura geomètrica és un políedre	1
Combinar polígons	1
Subdividir polígons	1
Descriure la posició relativa d'un objecte	1
Proposar un recorregut	1
Descriure l'amplitud de l'angle d'un gir	1
Identificar si la posició d'un objecte és el resultat d'un gir d'un altre	1
Identificar simetries en figures planes o superfícies	1
Identificar simetries en figures de tres dimensions	1

Anàlisi de les tasques de mesura

Tal i com es pot veure a la Figura 5.40, a la gran majoria de tasques el que cal és comprendre els atributs mesurables dels objectes, les unitats de mesura i els processos de mesura i només cal aplicar tècniques de mesura en un 7% dels casos, que consisteixen en estimar la capacitat i llegir hores de rellotges. Al ser activitats a partir d'imatges no cal mesurar, en tot cas cal interpretar les mesures que hi ha o fer-ne una estimació.

Figura 5.40:

Percentatge del tipus de tasques de mesura tenint en compte la seva freqüència



Si mirem la freqüència de les tasques (Taula 5.82) les tasques més freqüents són identificar instruments de mesura tot explicant com s'usen i quina magnitud mesuren, identificar magnituds i relacionar-les amb la seva unitat de mesura, identificar tipus d'angles a l'espai i fer conversió d'unitats. La resta de tasques tenen una freqüència igual a 1.

Taula 5.82:

Taula que mostra les tasques de mesura i la seva freqüència

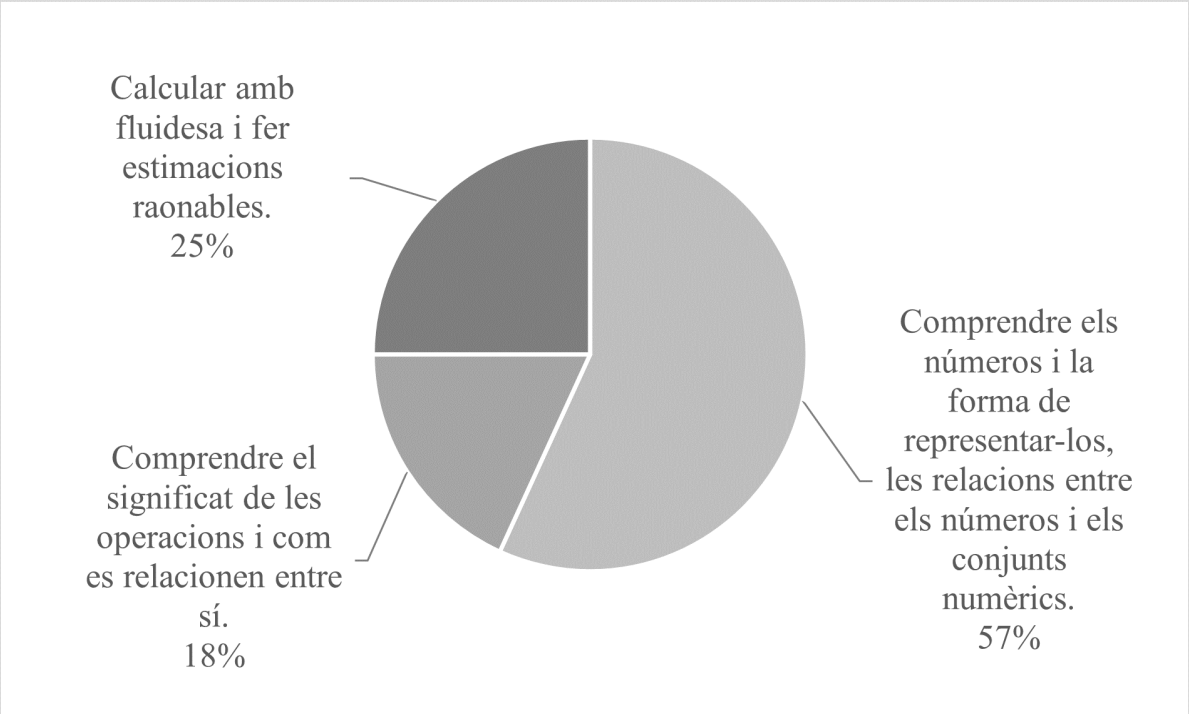
Tasques de mesura	Freqüència
Identificar instruments de mesura	5
Explicar quan i com s'usa un instrument de mesura	5
Relacionar un instrument de mesura amb la magnitud que mesura	5
Identificar magnituds en objectes i imatges	5
Identificar el tipus d'angles en cos geomètric o bé en un objecte o element de tres dimensions	3
Calcular una conversió d'unitats de mesura	3
Relacionar les magnituds identificades amb les seves unitats de mesura corresponents	3
Identificar tipus d'angles en una superfície	1
Comparar les quantificacions d'una magnitud	1
Determinar la capacitat d'envasos coneguts	1
Determinar quins productes es poden posar en unes balances de braços per tal que aquesta mantingui la posició en la que es troba	1
Explicar les característiques del calendari	1
Identificar productes o combinacions de productes que tinguin el mateix pes	1
Determinar quina unitat de mesura representa un determinat símbol	1
Ordenar les quantificacions d'una magnitud	1
Relacionar un número amb la quantificació i la unitat de mesura de la magnitud associada a un objectes o imatge	1
Estimar la capacitat d'un recipient del qual se'n té una imatge o fotografia	1
Identificar rellotges que marquen la mateixa hora	1
Llegir l'hora d'un rellotge	1

Anàlisi de les tasques de numeració

Hi ha 6 làmines que propicien que els alumnes puguin plantejar problemes aritmètics, sobretot de multiplicació per a resoldre-les, per això una mica més de la meitat de les tasques consisteixen en comprendre el significat de les operacions i fer càlculs (vegeu Figura 5.41). A l'altra part de les tasques cal comprendre els números i la forma de representar-los ja que com ja s'ha dit hi ha làmines amb fraccions i d'altres on cal ordenar nombres.

Figura 5.41

Percentatge del tipus de tasques de numeració tenint en compte la seva freqüència



Les tasques més freqüents, tal i com es pot veure a la Taula 5.83 són precisament proposar problemes aritmètics, resoldre'ls i fer-ne els càlculs, així com ordenar nombres i identificar el tipus de nombres.

Taula 5.83:

Taula que mostra les tasques de numeració i la seva freqüència

Tasques de numeració	Freqüència
Proposar problemes aritmètics	6
Resoldre problemes aritmètics	6
Calcular la multiplicació de nombres naturals	5
Calcular la suma de nombres naturals	5
Ordenar nombres	5
Identificar tipus de nombre	3
Identificar nombres amb la mateixa xifra en un determinat valor de posició	2
Comparar nombres	2
Expressar una fracció en decimals	2
Determinar quina fracció representa una determinada imatge	2
Determinar si dues o més fraccions representades amb imatges en una mateixa làmina es poden sumar i/o comparar	1
Justificar si dues o més fraccions representades amb imatges en una mateixa làmina es poden sumar i/o comparar	1
Identificar el valors dels bitllets i monedes d'euro	1
Llegir nombres romans	1
Buscar relacions sumatives i/o multiplicatives entre nombres	1
Ordenar bitlelts i monedes d'euro segons el seu valor	1
Relacionar un determinat nombre amb una situació de la vida quotidiana	1
Determinar quins bitllets i monedes es poden usar per a pagar una determinada quantitat d'euros	1
Sumar euros i cèntims	1
Expressar la suma d'unitats senceres i mitjos en fraccions i en decimals	1
Calcular la suma suma d'unitats senceres i mitjos	1
Calcular la divisió d'un nombre natural entre un múltiple de 10	1
Calcular una divisió de nombres naturals	1
Determinar si una unitat s'ha dividit en parts iguals o no	1

Anàlisi del tipus d'accions

Fixem-nos ara en les accions que cal realitzar a l'hora de resoldre aquestes tasques independentment del bloc de contingut. Per a poder analitzar aquesta qüestió s'ha elaborat la Taula 5.84 on hi ha el verb que descriu cadascuna de les accions, el nombre de làmines i tasques a les quals apareix aquesta acció, així com la seva freqüència. En l'esmentada Taula observem que les accions més repetides són identificar, relacionar i calcular. Identificar instruments de mesura i magnituds en objectes, figures geomètriques de tres dimensions, tipus de nombres i elements d'un políedre. Relacionar un objecte o imatge amb una figura de

tres dimensions i un instrument de mesura amb la seva magnitud. Calcular multiplicacions i sumes de nombres naturals. Determinar característiques i propietats de les figures de dues dimensions, determinar semblances i diferències de figures de tres dimensions i la fracció d'una representació.

Taula 5.84:

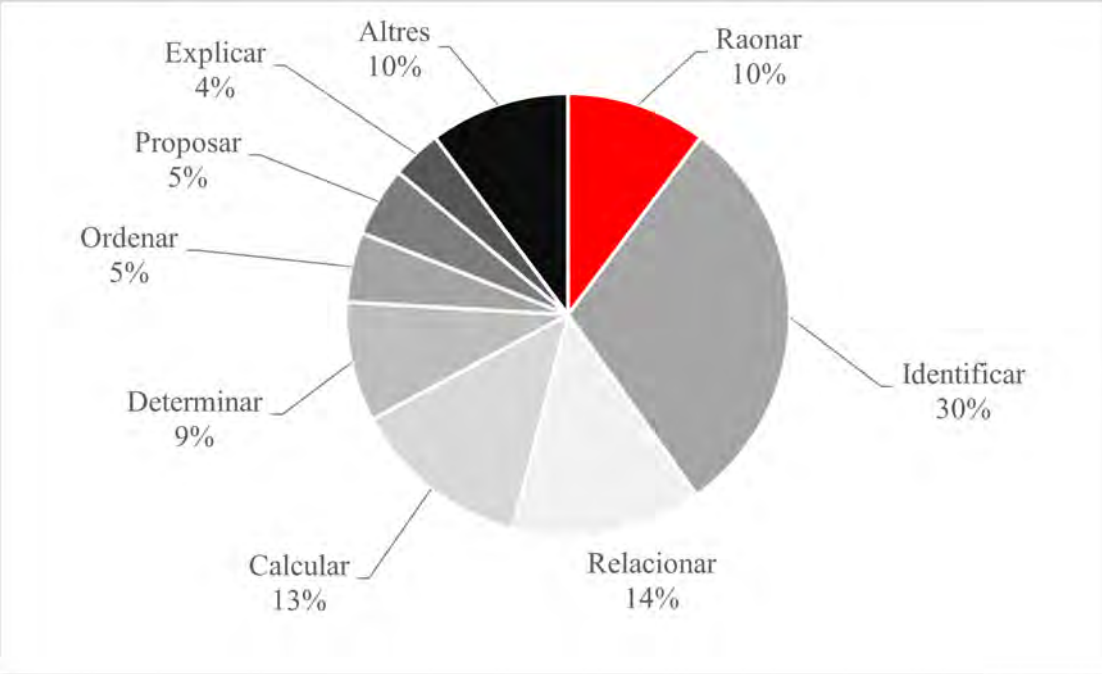
Taula que mostra el tipus d'accions que cal fer per a resoldre les làmines i la seva freqüència

	nº làmines	nº de tasques	Freqüència
Identificar	20	24	41
Relacionar	13	8	19
Calcular	10	8	18
Determinar	8	9	12
Justificar	6	4	8
Ordenar	6	3	7
Proposar	7	2	7
Resoldre	6	1	6
Explicar	5	1	5
Expressar	3	2	3
Descriure	2	2	2
Llegir	1	2	2
Combinar	1	1	1
Comparar	1	1	1
Estimar	1	1	1
Formular	1	1	1
Parlar	1	1	1
Seleccionar	1	1	1
Subdividir	1	1	1
			137

Per tant hi ha poques tasques on segur que calgui raonar. Les accions on segur que cal raonar són les tasques on cal justificar i resoldre. Justificar la relació entre un objecte real i una figura geomètrica de dos i tres dimensions, justificar que una figura geomètrica és un políedre i justificar si podem sumar o compara fraccions. I resoldre problemes aritmètics. Aquest tipus de tasques representa un 10% de les tasques a realitzar tal i com es mostra a la Figura 5.42, a la que també es pot observar que les tasques d'identificar representen un 30% del total.

Figura 5.42:

Percentatge del tipus d'accions tenint en compte la seva freqüència



Resum de resultats parcials

Per tant les activitats que es proposen en aquest taller promouen poc el raonament, bàsicament cal identificar i relacionar el que es veu a les imatges. Les làmines més nombroses són les de numeració ja que s'exploren a través d'imatges tots els tipus de multiplicació (grups iguals, files i columnes, producte cartesià i proporcions) i les fraccions. També hi ha làmines de geometria o bé de geometria i mesura, on bàsicament el que cal és identificar propietats de les figures geomètriques o bé relacionar objectes i imatges amb figures geomètriques. A les activitats de mesura, al ser amb imatges no es pot mesurar però si que es poden fer estimacions, interpretar i identificar magnituds. Les estimacions són difícilment comprovables. Només ho seran si el docent proporciona als alumnes l'objecte o l'element que apareix a la imatge. El format imatge fa que les accions que més calgui fer siguin identificar, relacionar i calcular.

5.2.3. Anàlisi de la OM que es proposa al Taller Connectem de Cicle Mitjà

Al taller connectem es treballen els continguts de geometria, mesura, estadística i probabilitat amb les 28 activitats proposades pel llibre de 4t curs d'Innovamat (Morera, 2022b) anomenades reptes. Dels 28 reptes, 14 es fan un curs i els altres 14 durant el següent curs. Al fer-ho d'aquesta manera, cada repte es treballa durant dues sessions de classe en comptes d'una, tal com recomana la guia del docent de l'editorial publicada online i amb accés restringit. Aquí analitzem els 28 reptes que s'hi proposen, descrivint i analitzant totes i cadascuna de les tasques que cal que realitzi un alumne per a resoldre els 28 reptes.

Tipologia de tasques assignades a cada domini matemàtic

Aquí es descriuen les tasques i les seves variables. Per a veure els valors que prenen les variables cal veure els annexes pàgina 64.

Geometria: Tasques on s'analitzen les característiques i propietats de les figures geomètriques de dues dimensions i es desenvolupen raonaments matemàtics sobre relacions geomètriques

$GT_{Deter\ si\ é\ s\ un\ triangle}$ = [Determinar quines figures geomètriques són triangles i quines no ho són; V1]

On la variable V1 són les figures geomètriques que es proporcionen.

$GT_{Class\ polí\ gons\ lliure}$ = [Classificar polígons de forma lliure; V1]

On la variable V1 són els polígons a classificar

$GT_{Class\ poligon\ segons\ criteri\ donat}$ = [Classificar polígons segons un criteri donat; V1, V2]

On la variable V1 són els polígons a classificar

On la variable V2 és el criteri donat per a classificar els polígons.

$GT_{Deduir\ criteri\ class\ polí\ gons}$ = [Deduir el criteri de classificació donada una classificació de polígons; V1, V2]

On la variable V1 són els polígons usats.

On la variable V2 és la classificació que es dona.

$GT_{\mathrm{Pr}\ oposar\ preg\ sobre\ class\ de\ polí\ gons}$= [Proposar preguntes sobre la classificació de polígons que pugui esser contestada amb un sí o amb un no; V1]

On la variable V1 són les figures geomètriques.

$GT_{Descriure\ fig\ geom}$ = [Descriure una figura geomètrica explicitant característiques i/o propietats; V1]

On la variable V1 és la figura geomètrica.

$GT_{Comprovar\ igualtat\ composicions\ geom}$ = [Comprovar que dues composicions de figures contenen exactament les mateixes figures geomètriques; V1]

On la variable V1 és la composició de figures a la que cal fer la comprovació.

$GT_{Ident\ repre\ fig2D\ i\ dir\ nom}$ = [Identificar una representació d'una figura geomètrica de dues dimensions i dir-ne el seu nom; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge que es proporciona de la figura geomètrica 2D.

On la variable V2 és el tipus de figura geomètrica.

$GT_{Comptar\ nº\ \ elements}$ = [Comptar el nombre d'elements que té una figura geomètrica; V1, V2]

On la variable V1 és la figura geomètrica.

On la variable V2 són els elements que cal comptar.

$GT_{Deter\ nº\ \ elem\ fig2D\ sè rie\ geom}$ = [Determinar el nombre d'elements d'una figura plana d'una sèrie geomètrica de creixement; V1, V2]

On la variable V1 són els elements que cal comptar.

On la variable V2 és la informació que es té per a fer-ho.

$GT_{Deter\ forma\ base\ pirà mide\ o\ prisma}$ = [Determinar quina és la forma de la base d'una piràmide o d'un prisma; V1]

On la variable V1 és el tipus de piràmide o prisma del qual cal determinar la forma de la base.

$GT_{Deter\ forma\ cares\ no\ base\ pirà mide\ o\ prisma}$ = [Determinar quina és la forma de la les cares que no són base d'una piràmide o d'un prisma; V1]

On la variable V1 és el tipus de piràmide o prisma del qual cal determinar la forma de les cares que no són base.

$GT_{Analitzar\ carac\ fig2D}$ = [Analitzar les característiques i propietats de polígons; V1]

On la variable V1 són les figures planes.

$GT_{Deter\ semblances\ i\ dif\ fig2D}$ = [Determinar semblances i diferències entre diferents figures planes; V1]

On la variable V1 són les figures planes.

Geometria: Tasques on s'analitzen les característiques i propietats de les figures geomètriques de tres dimensions i es desenvolupen raonaments matemàtics sobre relacions geomètriques

$GT_{Ident\ repr\ fig3D\ i\ dir\ nom}$ = [Identificar una representació d'una figura geomètrica de tres dimensions i dir-ne el seu nom; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge que es proporciona de la figura geomètrica 3D.

On la variable V2 és el tipus de figura.

$GT_{Comparar\ fig3D}$ = [Comparar figures geomètriques de tres dimensions; V1, V2]

On la variable V1 és l'objectiu de la comparació.

On la variable V2 són les figures geomètriques a comparar.

$GT_{Class\ polí\ edre\ segons\ criteri\ donat}$ = [Classificar políedres segons un criteri donat; V1, V2]

On la variable V1 són els polígons a classificar

On la variable V2 és el criteri donat per a classificar els polígons.

Determinar en quines característiques cal fixar-se per a classificar els políedres.

$GT_{Comptar\ elements\ polí\ edre}$ =[Comptar els elements d'un políedre; V1, V2, V3]

On la variable V1 són els elements a comptar.

On la variable V2 és la forma en que es presenta el políedre.

On la variable V3 és el tipus de políedre.

$GT_{Deter\ sembl\ i\ dif\ entre\ polí\ edres}$= [Determinar les semblances i diferències entre un grup de políedres; V1]

On la variable V1 és el grup de políedres.

$GT_{Deter\ caract\ per\ classificar\ polí\ edres}$ = [Determinar quines són les característiques en que cal fixar-se per a poder classificar políedres; V1]

On la variable V1 són els políedres a classificar.

Geometria: Tasques on es representa amb material, amb dibuixos o mentalment figures de dues i tres dimensions

$GT_{Construir\ fig2D\ condicions}$ = [Construir una figura geomètrica plana amb material que compleixi unes determinades condicions; V1, V2]

On la variable V1 és el material a usar.

On la variable V2 són les condicions que ha de complir la figura geomètrica

$GT_{Dibuixar\ constr\ en\ trama\ isom}$ = [Dibuixar una construcció feta amb material en una trama isomètrica; V1, V2]

On la variable V1 és el material que s'ha usat en la construcció.

On la variable V2 és la construcció.

$GT_{Dibuixar\ fig2D\ segons\ instr}$ = [Dibuixar uns figura geomètrica segons les instruccions facilitades verbalment; V1, V2]

On la variable V1 és la figura geomètrica.

On la variable V2 són les instruccions que es faciliten.

$GT_{Construir\ polí\ edres\ amb\ material}$ = [Construir políedres amb algun tipus de material; V1, V2]

On la variable V1 és el material usat per a construir-los.

On la variable V2 és el políedre a construir.

$GT_{Dibuixar\ \ polí\ gon\ compleix\ condició}$ = [Dibuixar un polígon que compleixi una determinada condició; V1, V2]

On la variable V1 és el polígon que cal dibuixar i les condicions que ha de complir.

On la variable V2 són les eines que es poden usar per a dibuixar-lo.

$GT_{Construir\ polí\ gons\ condició\ amb\ material}$ = [Construir polígons que compleixin una determinada condició amb material; V1, V2]

On la variable V1 és la condició que han de complir els polígons.

On la variable V2 és el material a emprar per a construir-lo.

$GT_{Comprovar\ congruencia\ fig2D}$ = [Comprovar si dues figures geomètriques 2D són congruents; V1, V2]

On la variable V1 és la figura geomètrica que cal comparar.

On la variable V2 és l'estratègia usada per a comparar.

$GT_{Comprovar\ congruencia\ fig2D}$ = [Comprovar si dues figures geomètriques 3D són congruents; V1, V2]

On la variable V1 és la figura geomètrica que cal comparar.

On la variable V2 és l'estratègia usada per a comparar.

$GT_{Deter\ si\ é\ s\ possible\ dibuixar\ polí\ gon\ condicions}$ = [Determinar si es possible dibuixar un

polígon que compleixi unes determinades condicions; V1]

On la variable V1 és el polígon que cal dibuixar.

$GT_{Dibuixar\ constr\ geom\ elemental}$ = [Dibuixar una construcció geomètrica elemental; V1, V2]

On la variable V1 és la construcció geomètrica que cal realitzar.

On la variable V2 són el tipus d'eines que es poden usar.

$GT_{Subdividir\ poligon}$ = [Subdividir un polígon en d'altres polígons; V1, V2]

On la variable V1 és el polígon que cal subdividir.

On la variable V2 és el tipus de subdivisió que cal fer.

$GT_{Ident\ vistes\ fig3D}$ =[Identificar les vistes d'una figura geomètrica de tres dimensions; V1]

On la variable V1 és el tipus de figura geomètrica 3D.

$GT_{Constr\ polí\ edre\ a\ partir\ vistes}$ = [Construir un políedre amb material a partir d'alguna o algunes de les seves vistes; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el tipus de material que cal usar.

On la variable V2 és el tipus de políedre a construir.

On la variable V3 és el tipus de vistes que es faciliten.

$GT_{Interpretar\ vistes\ poliedre}$ = [Interpretar una vista d'un políedre; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de políedre.

On la variable V2 és el tipus de vista.

$GT_{Dibuixar\ vistes\ fig3D}$ = [Dibuixar una o més vistes d'una figura geomètrica de tres dimensions; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de vista que cal dibuixar.

On la variable V2 és el tipus de figura i el format.

$GT_{Construir\ polied\ despl\ pla}$ = [Construir un políedre a partir del seu desplegament pla; V1, V2]

On la variable V1 és el políedre que cal construir:

On la variable V2 és el material a usar.

$GT_{Deter\ quins\ són\ els\ despleg\ plans}$ = [Determinar tots els possibles desplegaments plans d'un políedre; V1, V2]

On la variable V1 és el políedre.

On la variable V2 és el material que es facilita.

$GT_{Deter\ resultat\ de\ sobreposar\ fig2D}$ = [Determinar el resultat de sobreposar dues figures geomètriques dibuixades dins d'un quadrat; V1]

On la variable V1 són les dues figures geomètriques.

Geometria: Localitzar i descriure relacions espacials mitjançant coordenades geomètriques i altres sistemes de representació

$GT_{Descriure\ posició\ rel\ objecte}$ = [Descriure la posició relativa d'un objecte o objectes; V1, V2]

On la variable V1 és la situació en la que cal descriure la posició relativa de l'objecte o imatge.

On la variable V2 és el vocabulari per a descriure les posicions relatives.

$GT_{Interpretar\ descripcions\ pos\ rel\ obj}$ = [Interpretar les descripcions sobre la posició relativa d'un objecte o objectes per tal de col·locar-los com indiquen les instruccions; V1]

On la variable V1 és la situació en la que cal descriure la posició relativa de l'objecte o imatge.

$GT_{Deter\ com\ col{\cdot}locar\ obj\ segons\ pos\ rel}$ = [Determinar com col·locar uns objectes en una determinada posició segons les instruccions facilitades verbalment; V1]

On la variable V1 és la situació en la que cal col·locar els objectes.

$GT_{Dibuixar\ fig\ geom\ segons\ pos\ rel}$ = [Dibuixar unes figures geomètriques en una determinada posició segons les instruccions facilitades verbalment; V1]

On la variable V1 és la situació en la que cal col·locar les figures geomètriques.

$GT_{Comparar\ pos\ rel\ obj\ de\ 2\ conj}$ =[Comparar posicions relatives dels elements de dos o més conjunts que contenen exactament els mateixos elements per a saber si estan col·locats de la mateixa manera; V1]

On la variable V1 són els conjunts a comparar.

$GT_{Rectificar\ pos\ rel\ obj}$ = [Rectificar la posició relativa entre dos objectes per tal que sigui igual a un model donat; V1]

On la variable V1 és el model donat.

$GT_{Deduir\ poss\ posicions\ fig\ en\ quad}$ = [Deduir les possibles posicions d'una figura geomètrica en una quadrícula a partir d'una o més pistes; V1, V2, V3]

On la variable V1 són les figures a col·locar.

On la variable V2 és la mida de la quadrícula.

On la variable V3 són el tipus de pistes.

$GT_{Deduir\ posicions\ objecte\ elem\ o\ fig}$ = [Deduir la posició d'un objecte, element o figura

donades pistes de la seva posició, V1]

On la variable V1 són les pistes que es donen.

$GT_{Analitzar\ pistes\ posició\ \ figura\ quad}$ = [Analitzar si hi ha alguna pista o pistes sobre la posició d'una figura geomètrica en una quadrícula que permetin col·locar-la de forma inequívoca; V1, V2, V3]

On la variable V1 són les figures a col·locar.

On la variable V2 és la mida de la quadrícula.

On la variable V3 són el tipus de pistes.

$GT_{Descriure\ camí\ \ eixos\ coordenades}$ = [Descriure un camí en uns eixos de coordenades si només es permeten desplaçaments horitzontals i verticals; V1]

On la variable V1 és la informació que cal donar.

$GT_{Descriure\ camí\ \ invers\ eixos\ coordenades}$ = [Descriure un camí invers com a composició de desplaçaments en uns eixos de coordenades si només es permeten desplaçaments horitzontals i verticals; V1]

On la variable V1 és la informació que cal donar.

$GT_{Descriure\ desplaç\ \ eixos\ coord}$= [Descriure un desplaçament entre dos punts d'una mateixa línia d'uns eixos de coordenades si només es permeten desplaçaments horitzontals i verticals; V1, V2]

On la variable V1 és la direcció del desplaçament.

On la variable V2 és la distància recorreguda.

$GT_{Deter\ camí\ \ eixos\ coord\ condicions}$= [Determinar quin camí o camins compleixen unes determinades condicions en uns eixos de coordenades on només ens hi podem desplaçar verticalment o horitzontalment; V1]

On la variable V1 són les condicions que ha de complir el camí.

$GT_{Dibuixar\ camí}$ = [Dibuixar un camí o recorregut que compleixi unes condicions; V1]

On la variable V1 és el tipus de camí.

$GT_{Deduir\ casella\ quad}$ = [Deduir en quina casella o caselles d'una quadrícula s'ha d'iniciar un camí; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de camí.

On la variable V2 és la descripció del camí.

$GT_{\mathrm{Pr}\,edir\ casella\ final\ quad}$= [Predir la casella final on acabarà un camí o recorregut en una quadrícula; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de camí.

On la variable V2 és la descripció del camí.

$GT_{Deter\ casella\ final\ camí\ \ quad}$= [Determinar la casella final on acabarà un camí o recorregut en una quadrícula; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de camí.

On la variable V2 és la descripció del camí.

$GT_{\Pr edir\ orientació\ \ final\ camí\ \ quad}$ = [Predir la orientació en que es finalitzarà camí o recorregut en una quadrícula; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de camí.

On la variable V2 és la descripció el camí.

$GT_{Deter\ orientació\ \ final\ camí\ \ quad}$ = [Determinar la orientació en que es finalitzarà camí o recorregut en una quadrícula; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de camí.

On la variable V2 és la descripció el camí.

$GT_{Deter\ localització\ \ coord\ en\ quad}$ = [Determinar la localització d'una coordenada en una quadrícula numerada horitzontalment i verticalment; V1]

On la variable V1 és el tipus de quadrícula.

$GT_{Deter\min ar\ coord\ casella\ de\ quad}$ = [Determinar les coordenades d'una casella d'una quadrícula numerada horitzontalment i verticalment; V1]

On la variable V1 és el tipus de quadrícula.

Geometria: Tasques on s'apliquen transformacions i s'usa la simetria per a analitzar situacions matemàtiques

$GT_{Ident\ transl}$= [Identificar una translació aplicada a un representació o objecte; V1]

On la variable V1 és el tipus de figura o representació.

$GT_{Ident\ gir}$= [Identificar un gir aplicat a un representació o objecte; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o objecte.

$GT_{Aplicar\ translació}$ = [Aplicar una translació a una representació o objecte; V1]

On la variable V1 és el tipus de figura o representació.

$GT_{Aplicar\ gir}$= [Aplicar un gir a una representació o objecte; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o objecte.

$GT_{Identificar\ simetria}$ = [Identificar simetries en una representació o objecte; V1]

On la variable V1 és la representació o objecte on cal identificar la simetria.

$GT_{Dibuixar\ eix\ simetria}$ = [Dibuixar els eixos de simetria d'una representació o imatge; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar la simetria.

$GT_{Deter\ criteris\ class\ segons\ simetria}$ = [Determinar criteris per a classificar objectes o imatges segons la seva simetria; V1]

On la variable V1 són els objectes o imatges a classificar.

$GT_{Analitzar\ criteris\ class\ segons\ simetria}$ = [Analitzar quin és el criteri més eficaç per a classificar objectes o imatges segons la seva simetria; V1]

On la variable V1 són els objectes o imatges a classificar.

$GT_{Classificar\ segons\ n^{o}\ simetria}$ = [Classificar objectes o imatges segons el nombre de simetries; V1]

On la variable V1 són els objectes o imatges a classificar.

$GT_{Deter\ resultat\ gir\ +\ canvi\ color}$ = [Determinar el resultat d'aplicar un gir i un canvi de color a una figura geomètrica; V1]

On la variable V1 és la figura geomètrica.

Mesura: Comprendre els atributs mesurables dels objectes, les unitats de mesura i els processos de mesura

$GT_{Deter\ equival\ unitats}$ =[Determinar equivalències entre unitats de mesura; V1]

On la variable V1 són les equivalències a determinar.

$GT_{Usar\ equivalè\ ncies\ entre\ unitats\ de\ mesura}$ = [Usar equivalències entre unitats de mesura, V1]

On la variable V1 són les equivalències a usar.

$GT_{Realitzar\ conversions\ d'unitats}$ = [Realitzar una conversió d'unitats de mesura; V1]

On la variable V1 és la magnitud.

$GT_{Deter\ veracitat\ afirm\ magnit}$ = [Determinar la veracitat d'una afirmació sobre magnituds, unitats de mesura i mesures; V1]

On la variable V1 és la afirmació a avaluar.

$GT_{Justificar\ veracitat\ afirm\ magnit}$ = [Justificar si una afirmació sobre unitats de mesura és certa o falsa; V1]

On la variable V1 és la afirmació a avaluar.

$GT_{Deter\ capacitat\ envàs}$ = [Determinar la capacitat d'un envàs; V1]

On la variable V1 és l'estratègia per a determinar-ne la capacitat.

Mesura: Aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiats per a obtenir mesures

$GT_{Estimar\ magnitud}$ = [Estimar la mesura d'alguna magnitud; V1]

On la variable V1 és la magnitud a estimar.

On la variable V1 és l'estimació a fer.

$GT_{Comprovar\ estimació}$ = [Comprovar una estimació sobre la quantificació d'alguna magnitud; V1, V2]

On la variable V1 és la magnitud.

On la variable V2 és l'estimació a fer.

$GT_{Usar\ cronòmetre}$ = [Usar un cronòmetre per a determinar quan temps dura un esdeveniment; V1]

On la variable V1 és l'esdeveniment a mesurar.

$GT_{Comparar\ estimació\ i\ valor\ real}$ =[Comparar una estimació sobre la quantificació d'alguna magnitud amb el valor real; V1]

On la variable V1 és per què cal comparar.

$GT_{Resoldre\ probl\ mesura}$ =[Resoldre un problema que impliqui mesurar i fer deduccions; V1]

On la variable V1 és el problema que cal resoldre.

$GT_{Calcular\ per\ polig\ no\ estàndard}$ = [Calcular el perímetre d'un polígon usant unitats de mesura no estàndard; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de polígon.

On la variable V2 és l'estratègia usada per a calcular el perímetre.

$GT_{Comparar\ arees}$ = [Comparar àrees; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el motiu pel qual cal comparar les àrees.

On la variable V2 són les figures geomètriques a comparar.

On la variable V3 és l'estratègia usada.

$GT_{Deduir\ amplitud\ angles}$ = [Deduir l'amplitud dels angles d'un polígon; V1, V2, V3]

On la variable V1 són els polígons

On la variable V2 és la informació que sabem per tal de poder-ho deduir.

On la variable V3 és l'estratègia usada.

$GT_{Mesurar\ longitud}$ = [Mesurar una longitud; V1, V2]

On la variable V1 és l'instrument de mesura a emprar.

On la variable V2 és la distància a mesurar.

$GT_{Mesurar\ amplitud\ angle}$ = [Mesurar l'amplitud d'un angle amb un transportador d'angles; V1]

On la variable V1 és la figura geomètrica on cal mesurar els angles.

$GT_{Calcular\ àrea\ polig\ no\ estàndard}$ = [Calcular l'àrea d'un polígon usant unitats de mesura no estàndard; V1, V2]

On la variable V1 indica quin és el tipus de polígon.

On la variable V2 és l'estratègia usada pel càlcul de l'àrea.

$GT_{Deter\ si\ pol\ dif\ poden\ tenir\ =\ àrea}$ = [Determinar si dos polígons diferents poden tenir la mateixa àrea; V1]

On la variable V1 és el tipus de polígon.

$GT_{Calcular\ per\ polig\ estàndard}$ = [Calcular el perímetre d'un polígon usant unitats de mesura estàndard; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el tipus de polígon.

On la variable V2 és la forma com es donen les mesures per a poder dur a terme el càlcul.

On la variable V3 és l'estratègia per a calcular el perímetre.

$GT_{Explicar\ calcul\ perimetre}$ = [Explicar com s'ha calculat el perímetre; V1]

On la variable V1 és el polígon del qual s'ha calculat el perímetre.

$GT_{Comparar\ perimetres}$ = [Comparar perímetres; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el motiu pel qual cal comparar els perímetres.

On la variable V2 és les figures geomètriques a comparar

On la variable V3 és l'estratègia usada.

$GT_{Ident\ hora\ en\ rellotge}$ = [Identificar l'hora en un rellotge, V1]

On la variable V1 és el tipus de rellotge.

Estadística: Formular preguntes que es puguin abordar amb dades i recollir, organitzar i presentar dades rellevants per a representar-les

$GT_{Seleccionar\ mostra}$ = [Seleccionar la mostra per a una recollida de dades per a un estudi estadístic; V1]

On la variable V1 és l'estudi estadístic que es vol dur a terme.

$GT_{Recollir\ dades}$ = [Recollir dades per a respondre una pregunta, V1]

On la variable V1 són les dades recollides.

$GT_{Representar\ dades\ en\ taula}$ = [Representar les dades recollides per a un estudi estadístic en una taula; V1, V2]

On la variable V1 és l'estudi estadístic que es vol dur a terme.

On la variable V2 és qui ha dissenyat la taula.

$GT_{Representar\ dades\ en\ gr\grave{a}\ fic}$= [Representar unes dades en un gràfic; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de gràfic.

On la variable V2 són el tipus de dades.

Estadística: Seleccionar i usar mètodes estadístics apropiats per a analitzar dades

$GT_{Calcular\ mitjana\ arit}$ = [Calcular la mitjana aritmètica d'un conjunt de dades quantitatives; V1]

On la variable V1 són les dades quantitatives.

$GT_{Analitzar\ grafic}$ = [Analitzar i interpretar la informació dels gràfics; V1]

On la variable V1 és el tipus de gràfic.

Estadística: Proposar i justificar conclusions basades en dades

$GT_{Exreure\ conclusions\ gr\grave{a}\ fic}$ = [Extreure conclusions dels gràfics; V1]

On la variable V1 és el tipus de gràfic.

Estadística: Desenvolupar i avaluar inferències i prediccions basades en dades

$GT_{Deter\ si\ es\ poden\ fer\ prediccions}$ = [Determinar si es poden fer o no prediccions basades en dades; V1]

On la variable V1 són les dades que es tenen.

$GT_{\text{Pr}\,oposar\ prediccions}$ = [Proposar prediccions basades en dades; V1]

On la variable V1 són les dades que es tenen.

$GT_{Justificar\ validesa\ prediccions}$= [Justificar la validesa de les prediccions basades en dades; V1]

On la variable V1 són les dades que es tenen.

Probabilitat

$GT_{Fer\ hip\ succés\ aleatori}$ = [Fer hipòtesis d'un succés aleatori; V1, V2]

On la variable V1 és la descripció de la situació .

On la variable V2 la qüestió sobre la qual cal fer la hipòtesis.

$GT_{Calcular\ ex\ la\ probabilitat}$ = [Calcular de forma experimental la probabilitat d'un succés; V1]

On la variable V1 és el succés aleatori.

$GT_{Comparar\ hip\ i\ resultat\ cal\ ex\ de\ la\ probabilitat}$ = [Comparar la hipòtesis feta sobre un succés aleatori amb el càlcul experimental de la seva probabilitat; V1]

On la variable V1 és el succés aleatori.

$GT_{Comparar\ cal\ prob\ \text{exp}\ segons\ el\ n^{o}\ de\ repeticions}$ = [Comparar el càlcul de la probabilitat experimental segons el nombre de vegades que es repeteix un experiment (llei dels grans nombres); V1]

On la variable V1 és el succés aleatori.

$GT_{Comparar\ successos\ aleatoris}$ = [Comparar dos successos aleatoris per veure si són igual de probables; V1]

On la variable V1 són els dos successos a comparar.

Numeració: Comprendre els números i les formes de representar-los, les relacions entre ells i els conjunts numèrics.

$GT_{Comprendre\ sist\ numeració\ dif\ al\ nostre}$ = [Comprendre un sistema de numeració diferent al nostre; V1]

On la variable V1 és el sistema de numeració.

$GT_{Deter\ nombre\ compleix\ cond}$ = [Determinar quins nombres es poden formar amb unes

determinades xifres i complint unes determinades condicions; V1, V2]

On la variable V1 són les xifres que es donen.

On la variable V2 són les condicions que ha de complir els nombres.

$GT_{Comparar\ nombres\ naturals}$ = [Comparar nombres naturals; V1]

On la variable V1 és el motiu de la comparació.

Numeració: Comprendre el significat de les operacions i com es relacionen entre sí.

$GT_{Resoldre\ probl\ aritmètics}$ = [Resoldre problemes aritmètics; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el nombre d'operacions.

On la variable V2 és el tipus de nombres de l'enunciat dels problemes.

On la variable V3 és el tipus d'operació que cal fer per a resoldre el problema.

$GT_{Ident\ rel\ basades\ en\ divisibilitat}$ = [Identificació i ús de les relacions entre nombres naturals basats en la divisibilitat; V1]

On la variable V1 és la relació a identificar.

Numeració: Calcular amb fluïdesa i fer estimacions raonables

$GT_{Calcular + naturals}$ = [Calcular el resultat d'una suma de nombres naturals; V1, V2]

On la variable V1 és el nombre de xifres dels números.

On la variable V2 és l'estratègia usada.

$GT_{Calcular \times naturals}$ = [Calcular el resultat d'una multiplicació de nombres naturals; V1, V2]

On la variable V1 és el nombre de xifres dels números.

On la variable V2 són les estratègies a usar.

$GT_{Calcular\ divisió\ de\ nombr\ naturals}$ = [Calcular el resultat d'una Divisió de nombres naturals; V1, V2]

On la variable V1 és el nombre de xifres dels nombres.

On la variable V2 és el tipus d'estratègia usada.

$GT_{Calcular - naturals}$ = [Calcular el resultat d'una resta de nombres naturals; V1,V2]

On la variable V1 és el nombre de xifres dels nombres.

On la variable V2 és el tipus d'estratègia usada.

$GT_{Calcular\ distància\ nombres\ naturals}$ = [Calcular la distància d'un nombre a un nombre

donat, V1]

On la variable V1 és el nombre donat.

Deduir un dels factors en una multiplicació sabent l'altre factor i el resultat.

Àlgebra: Comprendre patrons, relacions i funcions

$GT_{Descriure\ alg\ de\ programació}$ = [Descriure un algorisme de programació; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'algorisme de programació.

On la variable V2 és la informació que cal donar.

$GT_{Descriure\ instr\ alg\ de\ programació}$ = [Descriure una instrucció usant un codi d'un algorisme de programació; V1]

On la variable V1 són el tipus d'instruccions que cal donar.

$GT_{Interpretar\ alg\ programació}$ = [Interpretar un algorisme de programació; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'algorisme de programació.

On la variable V2 és el tipus d'interpretacions que cal fer.

$GT_{Interpretar\ instr\ alg\ programació}$ = [Interpretar una instrucció d'un algorisme de programació; V1]

On la variable V1 són el tipus d'interpretacions que cal fer.

$GT_{Comparar\ alg\ de\ programació}$ = [Comparar dos algorismes de programació; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'algorisme de programació.

On la variable V2 és el motiu pel qual cal comparar els algorismes de programació.

$GT_{\Pr oposar\ alg\ de\ programació}$ = [Proposar un algorisme de programació que compleixi unes determinades condicions; V1]

On la variable V1 són les condicions que ha de complir l'algorisme de programació.

$GT_{Investigar\ alg\ de\ programació}$ = [Investigar un algorisme de programació; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'algorisme de programació.

On la variable V2 és què cal investigar.

Investigar la relació entre un camí i el seu camí invers en uns eixos de coordenades si només ens podem desplaçar verticalment i horitzontalment.

$GT_{Continuar\ sèrie}$ = [Continuar una sèrie coneixent els primers elements; V1]

On la variable V1 és la sèrie que cal continuar.

$GT_{Deduir\ patró\ sèrie}$ =[Deduir el patró numèric d'una sèrie; V1]

On la variable V1 és la sèrie de la qual en volem deduir el patró.

$GT_{Descriure\ verbal\ patró}$ = [Descriure verbalment el patró d'una sèrie; V1]

On la variable V1 és el tipus de sèrie.

$GT_{Aplicar\ patró\ numèric}$ = [Aplicar un patró numèric; V1]

On la variable V1 és la situació en que cal usar-lo.

$GT_{Investigar\ rel\ num}$=[Investigar relacions numèriques en una sèrie numèrica; V1]

On la variable V1 és la situació en la que cal investigar relacions numèriques.

$GT_{Invest\ rel\ sèrie\ geom}$ = [Investigar relacions en una sèrie geomètrica; V1, V2]

On la variable V1 són les relacions a investigar.

On la variable V2 és el tipus de sèrie a investigar.

$GT_{Analit\ rel\ nº\ elem\ prisma\ o\ piràmide}$ = [Analitzar la relació entre el nombre de costats de la base d'un prisma o piràmide i el nombre d'elements del prisma o piràmide a partir del càlcul de casos concrets; V1]

On la variable V1 són els elements dels quals en cal calcular la quantitat.

$GT_{Deduir\ regla\ general\ calcular\ nº\ elem\ prisma\ o\ piràmide}$ = [Deduir una regla general per a calcular el nombre d'elements d'una piràmide o prisma en funció del nombre de costats de la base a partir del càlcul de casos concrets; V1]

On la variable V1 són els elements dels quals en cal calcular la quantitat.

$GT_{Descriure\ verbal\ rel\ nº\ elem\ prisma\ o\ piràmide}$ = [Descriure verbalment la relació entre el nombre de costats de la base d'un prisma o piràmide i el nombre d'elements del prisma o piràmide a partir del càlcul de casos concrets; V1]

On la variable V1 són els elements dels quals en cal calcular la quantitat.

$GT_{Descriure\ verbal\ regla\ calcular\ nº\ elem\ prisma\ o\ piràmide}$ = [Descriure verbalment la regla general per a calcular el nombre d'elements d'una piràmide o prisma en funció del nombre de costats de la base; V1]

On la variable V1 són els elements dels quals en cal calcular la quantitat.

$GT_{Calcular\ elem\ políedre\ usant\ fórmula}$ = [Calcular el nombre d'elements d'un piràmide o d'un prisma usant la regla general; V1, V2]

On la variable V1 és l'element del qual en volem saber la quantitat.

On la variable V2 és la figura geomètrica.

$GT_{Deduir\ regla\ màquina\ transf\ nombres}$ = [Deduir quina és la regla que que fa servir una màquina per a transformar els nombres que hi introduïm; V1]

On la variable V1 és la informació que es proporciona.

$GT_{Aplicar\ regla\ màquina\ transf\ nombres}$ = [Aplicar una regla per a transformar nombres a un número donat; V1]

On la variable V1 és la regla.

$GT_{Deduir\ quin\ nombre\ ha\ transf\ màquina}$ = [Deduir quin nombre ha transformat una màquina que aplica una regla sabent el resultat que ha donat la màquina; V1]

On la variable V1 és la regla.

Descriure verbalment quina és la regla que fa servir una màquina per a transformar els nombres que hi introduïm.

Proposar una regla per a transformar nombres.

$GT_{Aplicar\ canvi\ prop\ a\ fig\ geom}$ = [Aplicar un determinat nombre de canvis de propietats a una figura geomètrica; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de figures geomètriques a les que cal aplicar transformacions.

On la variable V2 és el nombre de transformacions que cal aplicar.

$GT_{Mantenir\ prop\ a\ fig\ geom}$ = [Mantenir un determinat nombre de propietats d'una figura geomètrica podent canviar les altres; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de figures geomètriques a les que cal aplicar transformacions.

On la variable V2 és el nombre de transformacions que cal aplicar.

$GT_{Justificar\ no\ col{\cdot}locar\ peç\ a\ canvi\ prop\ fig\ geom}$ = [Justificar per què no es pot col·locar cap peça més en un tauler de joc on cal canviar o mantenir un determinat nombre de propietats d'una casella a l'altre del tauler; V1]

On la variable V1 és el tipus de figures geomètriques a les que cal aplicar transformacions.

$GT_{Sistematitzar\ cerca\ sol}$ = [Sistematitzar la cerca de solucions per assegurar que s'han trobat totes; V1]

On la variable V1 és la situació on cal sistematitzar la cerca de solucions.

$GT_{Analitzar\ rel\ enre\ sol}$= [Analitzar relacions entre les diferents solucions d'un problema per a trobar una estratègia per a organitzar-les i/o ordenar-les d'alguna manera; V1]

On la variable V1 és la situació on cal analitzar les relacions entre solucions.

$GT_{Ord\ o\ Org\ sol\ probl}$ = [Organitzar i/o ordenar les diferents solucions d'un problema segons una relació trobada; V1]

On la variable V1 és la situació on cal organitzar i/o ordenar les diferents solucions

$GT_{\mathrm{Pr}\ edir\ raonadament\ un\ valor}$ = [Predir raonadament el valor d'una variable en un interval on o bé no és coneguda o bé no es pot calcular el seu valor exacte a partir del càlcul d'un valor que implica càlculs simples; V1]

On la variable V1 és la situació en la que cal fer la predicció.

$GT_{Resoldre\ sist\ equacions\ dibuixos}$ = [Resoldre sistemes d'equacions amb dibuixos; V1, V2]

On la variable V1 és com es presenten els dibuixos i el nombre d'equacions del sistema.

On la variable V2 és el nombre de dibuixos del sistema d'equacions.

$GT_{Deduir\ rel\ en\ sist\ equacions\ dibuixos}$ = [Deduir relacions i valors en un sistema d'equacions amb dibuixos; V1, V2]

On la variable V1 és com es presenten els dibuixos i el nombre d'equacions del sistema.

On la variable V2 és el nombre de dibuixos del sistema d'equacions.

$GT_{\mathrm{Pr}\ oposar\ sist\ equacions\ dibuixos}$ = [Proposar un sistema d'equacions amb dibuixos organitzades en una graella on es cal donar els totals per files i columnes; V1, V2]

On la variable V1 és la mida de la graella.

On la variable V2 és el nombre de dibuixos del sistema d'equacions.

$GT_{Resoldre\ igualtat}$= [Resoldre una igualtat; V1]

On la variable V1 és el tipus d'igualtat.

$GT_{Classificar\ elem\ segons\ sembl\ i\ dif}$ = [Classificar elements o objectes a partir de les seves semblances i diferències considerant algun criteri; V1, V2]

On la variable V1 són criteris que es poden tenir en compte.

On la variable V2 és el conjunt d'elements o objectes.

$GT_{Ident\ elem\ dif}$ = [Identificar un element o objecte diferent segons algun criteri; V1, V2]

On la variable V1 són criteris que es poden tenir en compte.

On la variable V2 és el conjunt d'elements o objectes.

$GT_{Resoldre\ sudoku}$ = [Resoldre un sudoku; V1]

On la variable V1 és el tipus de Sudoku a resoldre.

$GT_{Fer\ deducció\ en\ Sudoku}$ = [Deduir quin element o elements es poden col·locar en una casella d'un sudoku; V1]

On la variable V1 és el tipus de Sudoku lògic a resoldre.

$GT_{Resoldre\ sumdoku}$ = [Resoldre una variant del sumdoku numèric on a més a més de les regles habituals, els nombres dins d'un mateix "test" (subgrup de caselles que s'indica amb una línia d'un altre color) no es poden repetir i la suma ha de coincidir amb el nombre que apareix en un cartell; V1, V2]

On la variable V1 són les dimensions del sumdoku.

On la variable V2 és el nombre de testos.

$GT_{Fer\ deducció\ en\ Sumdoku}$ = [Deduir quin element o elements es poden col·locar en una casella de la variant del sudoku numèric on a més a més de les regles habituals, els nombres dins d'un mateix "test" (subgrup de caselles que s'indica amb una línia d'un altre color) no es poden repetir i la suma ha de coincidir amb el nombre que apareix en un cartell; V1, V2]

On la variable V1 són les dimensions del sumdoku.

On la variable V2 és el nombre de testos.

$GT_{Deduir\ sí\ mbols\ sist\ de\ numeració}$ = [Deduir quins símbols pertanyen a un mateix sistema de numeració i a quin número corresponen donades les representacions d'uns quants nombres representats en 5 sistemes de numeració diferents inclòs el nostre, V1]

On la variable V1 són els nombres escrits en aquest sistema de numeració.

$GT_{Deduir\ funcionament\ sist\ de\ numeració}$ =[Deduir com funciona un sistema de numeració a partir de saber com s'escriuen uns quants nombres, V1, V2]

On la variable V1 és el sistema de numeració.

On la variable V2 són els nombres escrits en aquest sistema de numeració.

$GT_{Analitzar\ volum\ con}$ = [Analitzar com canvia el volum d'un con si es modifiquen les seves mesures, V1]

On la variable V1 són les mesures que es modifiquen.

Àlgebra: Usar models matemàtics per a representar i comprendre relacions quantitatives

$GT_{Usar\ model\ mat}$ = [Usar un model matemàtic per a organitzar totes les solucions d'un

problema; V1]

On la variable V1 és el model usat.

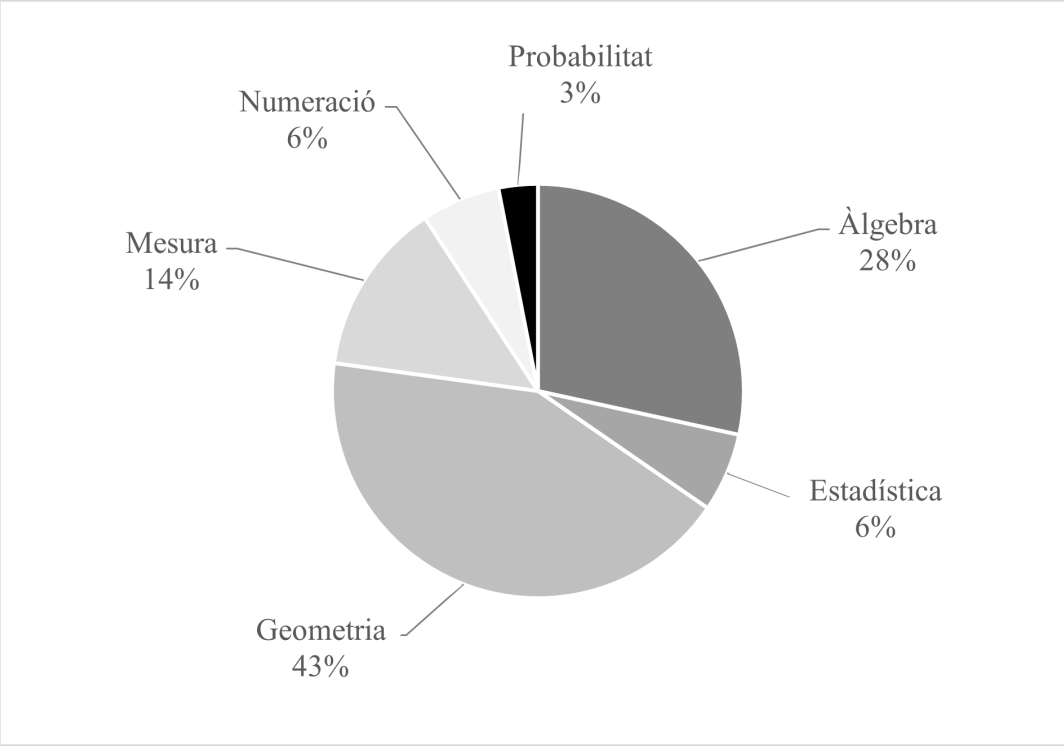
On la variable V2 és el tipus de problema.

Anàlisi de les tasques proposades al taller:

En aquest taller es proposen 28 activitats anomenades reptes on a cada repte cal resoldre més d'una activitat. Per a resoldre totes les activitats dels reptes cal realitzar 162 tasques diferents, de les quals 46 són d'àlgebra, 10 d'estadística, 69 de geometria, 22 de mesura 10 de numeració i 5 de probabilitat. Per tant majoritàriament les tasques són de geometria i representen un 43% del total (vegeu Figura 5.43). A continuació, les tasques més nombroses són les i d'àlgebra que representen un 28% i les de mesura que representen un 14%.

Figura 5.43:

Percentatge de tasques segons el bloc de contingut al qual pertanyen sense considerar la seva freqüència

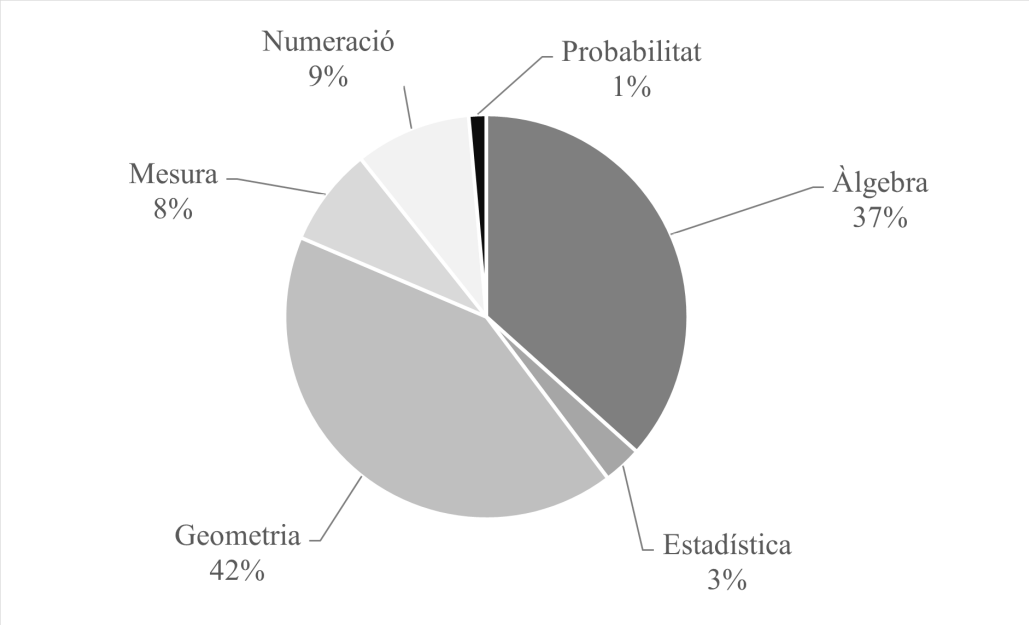


Si a més a més tenim en compte la freqüència de cadascuna de les tasques, a la Figura 5.44

veiem que els percentatges són força similars, les úniques diferències són als blocs de mesura i àlgebra. Si no tenim en compte la freqüència, hi ha un 14% de tasques de mesura però si es té en compte, aleshores el percentatge disminueix fins a un 8% la qual cosa indica que les tasques de de mesura tenen una freqüència baixa, al contrari del que passa amb les tasques d'àlgebra que passen del 28% al 37%.

Figura 5.44:

Percentatge del tipus de segons el bloc de contingut al qual pertanyen considerant la seva freqüència



Si analitzem quins blocs de contingut es treballen a cadascun dels reptes, a la Taula 5.85 veiem que no hi ha cap tasca que només sigui de numeració. De fet les tasques de numeració no són el focus en cap de les activitats, són tasques secundàries per a dur a terme tasques d'altres blocs de contingut. També observem que només hi ha dos reptes on es treballi l'estadística i un on es treballi la probabilitat i que els reptes tenen un fort component algebraic ja que no es treballa l'àlgebra en 8 dels 28 reptes.

Taula 5.85:

Taula que mostra els blocs de contingut que es treballen a cada repte

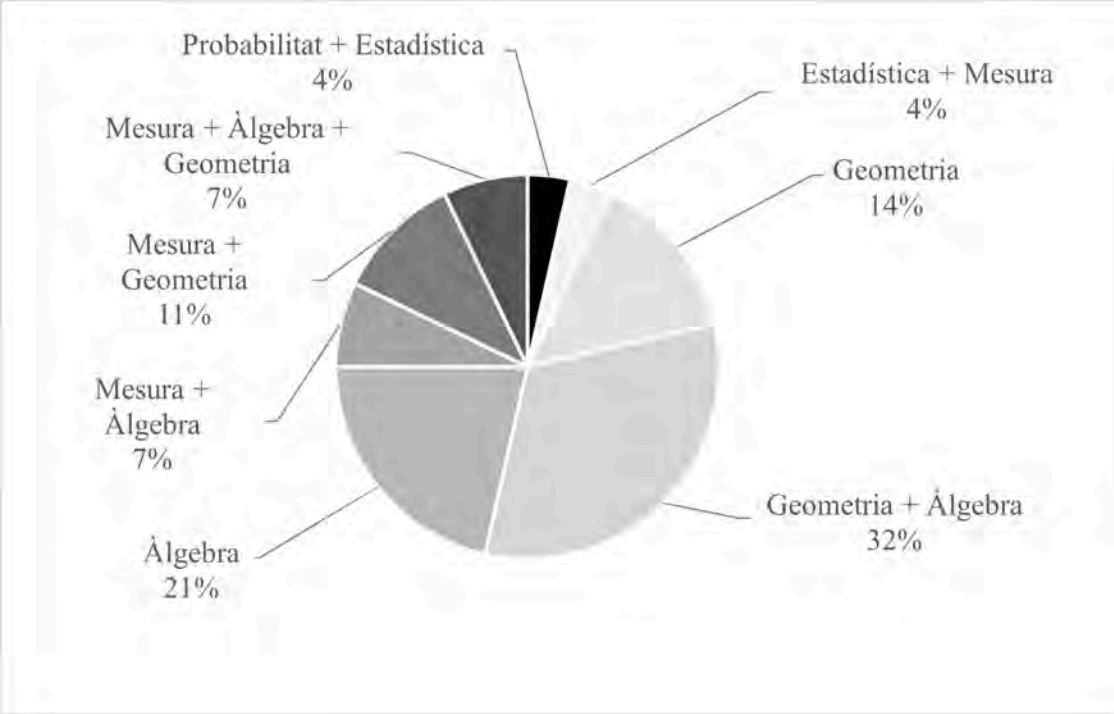
	Àlgebra	Estadística	Geometria	Mesura	Numeració	Probabilitat
Repte 1	✓		✓			
Repte 2	✓				✓	
Repte 3	✓			✓		
Repte 4	✓		✓		✓	
Repte 5			✓			
Repte 6			✓			
Repte 7	✓				✓	
Repte 8		✓		✓	✓	
Repte 9	✓				✓	
Repte 10			✓	✓	✓	
Repte 11	✓		✓	✓		
Repte 12	✓		✓			
Repte 13	✓		✓			
Repte 14	✓				✓	
Repte 15	✓		✓			
Repte 16			✓	✓		
Repte 17	✓				✓	
Repte 18	✓		✓			
Repte 19			✓	✓	✓	
Repte 20	✓		✓			
Repte 21	✓			✓		
Repte 22	✓	✓				✓
Repte 23	✓		✓		✓	
Repte 24	✓		✓	✓		
Repte 25	✓				✓	
Repte 26			✓			
Repte 27			✓			
Repte 28	✓		✓		✓	

Si comptabilitzem quants reptes hi ha de cada combinació de blocs de contingut usant la Taula 5.86 i sense tenir en compte el bloc de numeració, obtenim la Figura 5.45 on hi podem veure que els reptes més nombroses són els que combinen àlgebra i geometria, seguit del d'àlgebra i dels de geometria i tots ells representen un 67 % dels reptes. Els reptes de mesura més els de mesura i geometria representen un 18%. Per tant podem dir que els reptes que es proposen són majoritàriament d'àlgebra i geometria amb alguns reptes de mesura. Als reptes on només cal realitzar tasques de geometria s'hi treballen les simetries, les vistes parcials i la localització i descripció de relacions espacials. Als reptes on cal realitzar tasques de geometria i àlgebra cal usar sistemes de coordenades per a localitzar camins i estudiar sèries geomètriques,

Als reptes on només cal resoldre tasques d'àlgebra cal estudiar la successió de Fibonacci, patrons numèrics, sistemes de numeració diferents al nostre, una màquina que transforma nombres, equacions amb dibuixos, Sudoku i variants dels Sudoku. Els reptes on hi ha mesura impliquen capacitat, temps. De nou observem que l'àlgebra juga un paper molt important n'hi ha en un 67% dels reptes.

Figura 5.45:

Percentatge de reptes segons el bloc o blocs de continguts que s'hi treballen



Analitzem ara si hi ha tasques que cal realitzar a més d'un repte. A la Taula 5.86 podem veure que hi ha 36 de les 162 tasques, és a dir un 22% i escaig de les tasques que cal realitzar-les a més d'un repte. Per tant, les tasques que cal resoldre en aquests 28 reptes són diverses, i si es repeteixen és majoritàriament dins d'un mateix repte ja que a més a més 119 tasques, és a dir, un 73%, tenen una freqüència igual o inferior a 2 i 130, és a dir un 80% una freqüència igual o inferior a 3.

Taula 5.86:

Taula que mostra les tasques que cal realitzar a més d'un repte

		Nº de reptes	Freqüència
	Analitzar relacions entre les diferents solucions d'un problema per a trobar una estratègia per a organitzar-les i/o ordenar-les d'alguna manera	3	5
	Organitzar i/o ordenar les diferents solucions d'un problema segons una relació trobada	3	5
	Sistematitzar la cerca de solucions per assegurar que s'han trobat totes	3	5
Àlgebra	Usar un model matemàtic per a organitzar totes les solucions d'un problema	3	3
	Descriure un algorisme de programació	2	8
Àlgebra	Descriure una instrucció usant un codi d'un algorisme de programació	2	8
	Continuar una sèrie coneixent els primers elements	2	3
	Deduir el patró una sèrie	2	2
	Descriure verbalment el patró d'una sèrie	2	2
	Usar un patró numèric	2	2
Àlgebra	Investigar relacions numèriques	3	4
Geometria	Construir una figura geomètrica plana amb material que compleixi unes determinades condicions	2	3
Àlgebra	Calcular el nombre d'elements d'un piràmide o d'un prisma usant la regla general	2	5
	Determinar quina és la forma de la base d'una piràmide o d'un prisma	2	2
Geometria	Comptar els elements d'un poliedre	2	2
	Identificar una representació d'una figura geomètrica de dues dimensions i dir-ne el seu nom	5	6
	Identificar una representació d'una figura geomètrica de tres dimencions i dir-ne el seu nom	2	2
	Comprovar si dues figures geomètriques 2D són congruents	2	2
	Dibuixar un polígon que compleixin una determinada condició	3	3
Geometria	Construir un políedre amb material a partir d'alguna o algunes de les seves vistes	2	3
	Deduir la posició d'un objecte, element o figura donades pistes de la seva posició	2	2
	Interpretar les descripcions sobre la posició relativa d'un objecte o objectes per tal de col·locar-los com indiquen les instruccions	5	5
Geometria	Dibuixar un camí o recorregut que compleixi unes condicions	2	6
Geometria	Aplicar un gir a una representació o objecte	2	11
Geometria	Aplicar una translació a una representació o objecte	2	11
Geometria	Dibuixar els eixos de simetria d'una representació o imatge	2	2
Geometria	Identificar simetries en una representació o objecte	2	3
	Comprovar una estimació sobre la quantificació d'alguna magnitud	2	2
	Estimar la mesura d'alguna magnitud	3	4
Mesura	Mesurar una longitud	3	3
Numeració	Resoldre problemes aritmètics	3	3
	Calcular el resultat d'una Divisió de nombres naturals	4	4
	Calcular el resultat d'una multiplicació de nombres naturals	4	4
Numeració	Calcular el resultat d'una resta de nombres naturals	3	4
	Calcular el resultat d'una suma de nombres naturals	8	12
Estadística	Registrar les dades recollides per a un estudi estadístic en una taula	2	2

D'aquestes tasques (vegeu Taula 5.86), les quatre primeres estan relacionades amb trobar totes les solucions d'un problema de combinatòria. Les dues següents estan relacionades amb treballar dos algorismes de programació que són programar un robot en una quadrícula i programar un cotxe que ha de fer un recorregut en ziga-zaga esquivant tres obstacles. Les 6

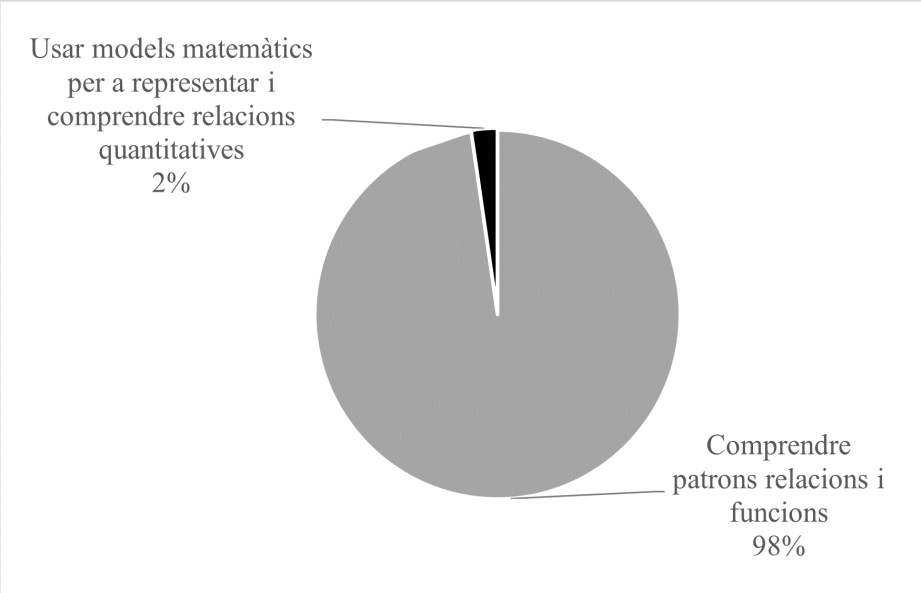
següents tenen a veure amb l'estudi de sèries, una és numèrica i l'altra geomètrica. Hi ha dos reptes on es treballen les piràmides i prismes i que tenen tasques comunes. Les següents tasques de geometria cal realitzar-les a més d'una activitat, ja que hi ha reptes en els quals la geometria no és el focus principal, però cal dur a terme tasques de geometria com és el cas d'estudiar sèries geomètriques. La posició relativa entre objectes es treballa a reptes relacionats amb eixos de coordenades, quadrícules numerades horitzontalment i verticalment i camins descrits per algorismes de programació en dos reptes. Cal aplicar transformacions (girs, translacions i simetries) a diversos reptes. Simetries en dos reptes i girs i translacions als algorismes de programació. Cal fer estimacions de capacitat i longitud, i cal mesurar longituds a l'hora de recollir dades en fer una estadística mesurant la longitud dels peus de diversos alumnes, la longitud que ha d'avançar el cotxe robòtic abans esmentat i el perímetre de polígons convexos construïts amb el tangram. I com ja s'ha dit abans, les tasques de numeració són secundàries i com es veu a la Taula 5.86 cal realitzar càlculs bàsics amb nombres que com a molt són dues xifres en diverses tasques.

Anàlisi de les tasques d'àlgebra

A les tasques d'àlgebra cal comprendre patrons relacions i funcions tal i com es pot veure a la Figura 5.46. Només en tres ocasions cal organitzar les solucions d'una activitat d'un repte en una taula. Això passa al reptes on cal estudiar una sèrie geomètrica, al reptes on cal estudiar totes les solucions d'un problema de combinatòria i en un tercer repte de probabilitat on cal trobar tots els resultats possibles al extreure uns cubs d'una bossa opaca. No hi ha reptes on calgui representar i/o analitzar situacions usant símbols algebraics. Les tasques més freqüents (vegeu Taula 5.87) estan relacionades amb algorismes de programació, ja que com ja s'ha vist es realitzen a més d'un repte, i amb trobar relacions entre els elements d'un políedre ja que hi ha una activitat on cal trobar la relació entre cares, vèrtex i arestes i el nombre de costats de la base de piràmides i prismes, per tant cal realitzar aquesta tasca fins a 6 vegades en un mateix repte i amb analitzar i organitzar les solucions trobades per tal d'estar segurs que les hem trobades totes ja que també, tal i com hem vist abans això cal fer-ho a més d'un repte. Per tant les tasques més freqüents són en dos dels tres casos aquelles que es realitzen a més d'un repte.

Figura 5.46:

Percentatge del tipus de tasques d'àlgebra tenint en compte la seva freqüència



Taula 5.87:

Taula que mostra les tasques d'àlgebra amb una freqüència igual o superior a 4

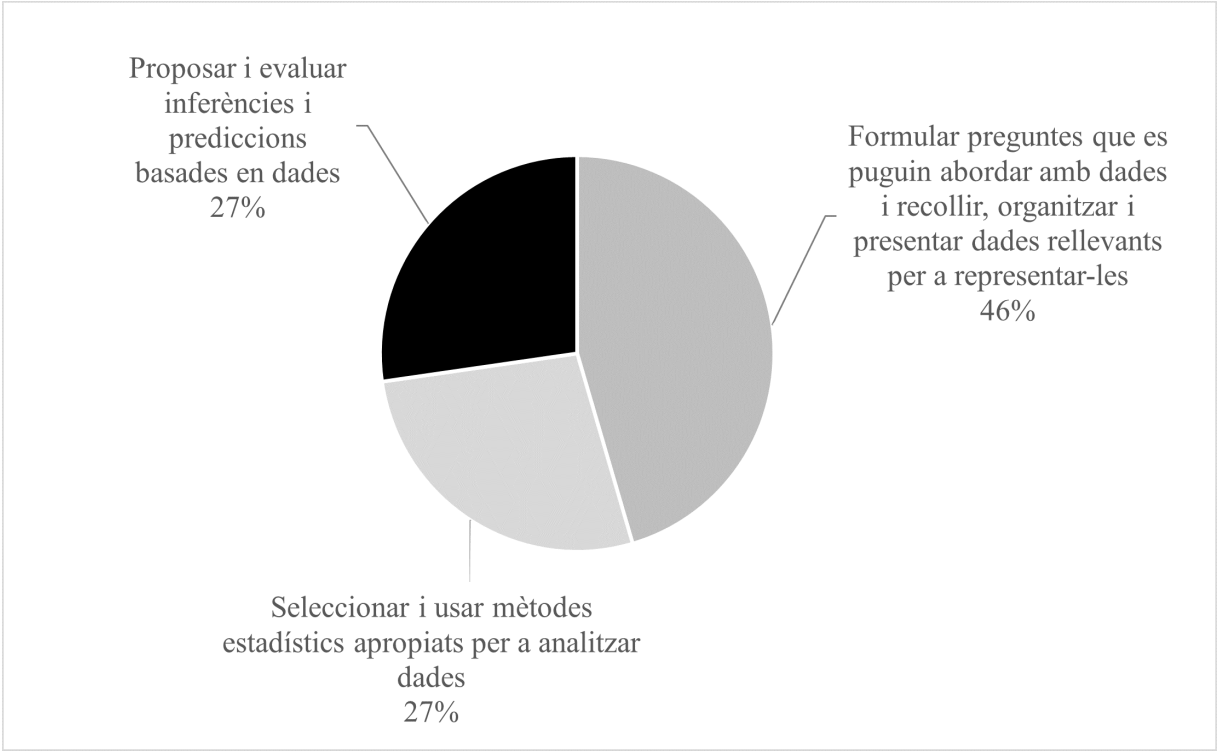
Tasques dÀlgebra	Freqüència
Descriure un algorisme de programació	8
Descriure una instrucció usant un codi d'un algorisme de programació	8
Analitzar la relació entre el nombre de costats de la base d'un prisma o piràmide i el nombre d'elements del prisma o piràmide a partir del càlcul de casos concrets	6
Deduir una regla general per a calcular el nombre d'elements d'una piràmide o prisma en funció del nombre de costats de la base a partir del càlcul de casos concrets	6
Descriure verbalment la relació entre el nombre de costats de la base d'un prisma o piràmide i el nombre d'elements del prisma o piràmide a partir del càlcul de casos concrets	6
Proposar un algorisme de programació que compleixi unes determinades condicions	7
Descriure verbalment la relació entre el nombre de costats de la base d'un prisma o piràmide i el nombre d'elements del prisma o piràmide a partir del càlcul de casos concrets	6
Analitzar relacions entre les diferents solucions d'un problema per a trobar una estratègia per a organitzar-les i/o ordenar-les d'alguna manera	5
Calcular el nombre d'elements d'un piràmide o d'un prisma usant la regla general	5
Aplicar una regla per a transformar nombres a un número donat	4
Organitzar i/o ordenar les diferents solucions d'un problema segons una relació trobada	5
Sistematitzar la cerca de solucions per assegurar que s'han trobat totes	5
Investigar relacions numèriques en una sèrie numèrica	4

Anàlisi de les tasques d'estadística

Totes les tasques d'estadística tenen freqüència 1 excepte representar les dades recollides per a un estudi estadístic en una taula, per tant les tasques d'estadística són variades (vegeu Taula 5.88). Malgrat això si les agrupem pels subtemes proposats a l'apartat de metodologia, tal i com es pot veure a la Figura 5.47 hi ha tasques de tots ells però gairebé la meitat són de la primer bloc que correspon a la primera fase d'un estudi estadístic (formula preguntes, recollir, organitzar i representar dades) ja que hi ha dos reptes on es treballi l'estadística i en un només es recullen les dades per a calcular la probabilitat empírica.

Figura 5.47:

Percentatge del tipus de tasques d'estadística tenint en compte la seva freqüència



Taula 5.88:

Taula que mostra totes les tasques d'estadística

Tasques d'Estadística	Freqüència
Representar les dades recollides per a un estudi estadístic en una taula	2
Representar unes dades en un gràfic	1
Recollir dades per a respondre una pregunt	1
Seleccionar la mostra per a una recollida de dades per a un estudi estadístic	1
Calcular la mitjana aritmètica d'un conjunt de dades quantitatives	1
Analitzar i interpretar la informació dels gràfics	1
Extreure conclusions dels gràfics	1
Determinar si es poden fer o no prediccions basades en dades	1
Justificar la validesa de les prediccions basades en dades	1
Proposar prediccions basades en dades	1

Anàlisi de les tasques de probabilitat

Per a resoldre l'únic repte que hi ha de probabilitat cal realitzar 5 tasques diferents (vegeu Taula 5.89). Totes elles cal realitzar-les al mateix repte i tenen una freqüència d'1, és a dir, només cal realitzar-les una sola vegada. Estan relacionades amb calcular la probabilitat d'un succés de forma experimental, és a dir, repetint l'experiment un nombre adequat de vegades.

Taula 5.89:

Taula que mostra totes les tasques de probabilitat

Tasques de Probabilitat	Freqüència
Calcular de forma experimental la probabilitat d'un succés	1
Comparar la hipòtesis feta sobre un succés aleatori amb el càlcul experimental de la seva probabilitat	1
Comparar dos successos aleatoris per veure si són igual de probables	1
Comparar el càlcul de la probabilitat experimental segons el nombre de vegades que es repeteix un experiment (llei dels grans nombres)	1
Fer hipòtesis d'un succés aleatori	1

Anàlisi de les tasques de geometria

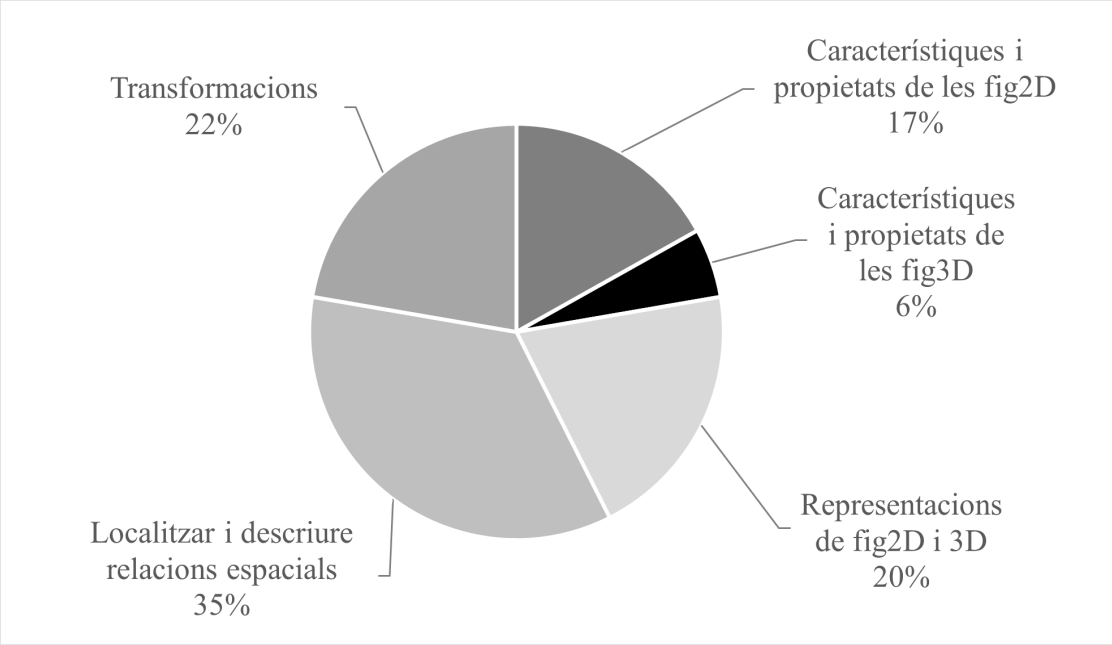
Les tasques de geometria més nombroses són les tasques on cal localitzar i descriure relacions espacials que representen un 35% de les tasques, seguit de les característiques i propietats de les figures geomètriques i transformacions amb un 23% i 22% respectivament tal i com es pot veure a la Figura 5.48. Hi ha més tasques en relació a les característiques de les figures de dues dimensions que no pas a les de tres dimensions. De fet només hi ha un repte dedicat a les característiques i propietats de les figures de tres dimensions mentre que n'hi ha 5 dedicats a les figures de dues dimensions més els reptes on aquestes tasques són secundàries com és el cas de les activitats on cal estudiar una sèrie geomètrica o on es treballa amb blocs lògics, en canvi, de reptes on cal localitzar i descriure relacions espacials n'hi ha 5. Pel que fa a les figures de tres dimensions també hi ha dos reptes on cal realitzar tasques del bloc de representació on s'estudien les vistes parcials i els desplegaments plans.

Les tasques més freqüents són aplicar girs i translacions, ja que cal fer-ho a totes les tasques on cal localitzar i descriure relacions espacials, dibuixar camins i localitzar coordenades en quadrícules (vegeu Taula 5.90). També és freqüent haver d'identificar una figura de dues dimensions i dir-ne el nom degut a que com ja s'ha dit, hi ha diverses tasques on es tracten les figures de dues dimensions de forma secundària i s'aprofiten per a que els alumnes identifiquin les figures geomètriques.

De les tasques de geometria també cal destacar una qüestió en relació al llenguatge. Al repte 19 cal trobar tots els polígons convexos que es puguin formar amb tres triangles donats, i tant a la guia del professor com al vídeo de suport del llibre, que està disponible a la pàgina web de l'editorial, es diu que es poden trobar 2 rectangles, 2 triangles, 3 paral·lelograms, 3 trapezis, 1 estel i 1 pentàgon. Aquesta manera d'anomenar les figures pot induir a l'error ja que et pot portar a pensar que els rectangles i els paral·lelograms són figures geomètriques diferents, quan els rectangles són un subconjunt dels paral·lelogram. Seria millor dir que es poden trobar 4 paral·lelograms entre els quals hi ha un rectangle.

Figura 5.48:

Percentatge del tipus de tasques de geometria tenint en compte la seva freqüència



Taula 5.90:

Taula que mostra les tasques de geometria amb una freqüència igual o superior a 4

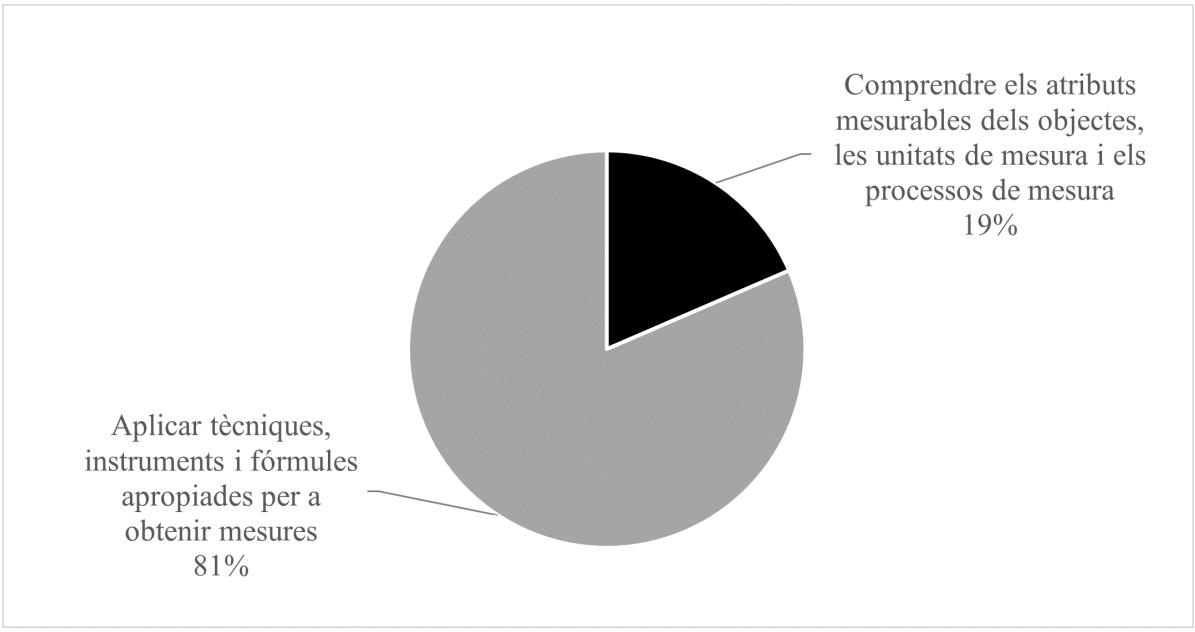
Tasques de Geometria	Freqüència
Aplicar un gir a una representació o objecte	11
Aplicar una translació a una representació o objecte	11
Identificar una representació d'una figura geomètrica de dues dimensions i dir-ne el seu nom	6
Determinar la localització d'una coordenada en una quadrícula numerada horitzontalment i verticalment	6
Dibuixar un camí o recorregut que compleixi unes condicions	6
Interpretar les descripcions sobre la posició relativa d'un objecte o objectes per tal de col·locar-los com indiquen les instruccions	5
Determinar el nombre d'elements d'una figura plana d'una sèrie geomètrica de creixement	4
Comparar posicions relatives dels elements de dos o més conjunts que contenen exactament els mateixos elements per a saber si estan col·locats de la mateixa manera	4
Descriure la posició relativa d'un objecte o objectes	4

Anàlisi de les tasques de mesura

Les tasques de mesura són variades i poc freqüents, només tres tasques tenen una freqüència de 2, 3 i 4 respectivament (vegeu Taula 5.91). A la Figura 5.49 podem veure que en 81% dels casos cal aplicar tècniques instruments i fórmules per a obtenir mesures. De fet les tres tasques més freqüents són mesurar longituds, fer estimacions de temps i capacitat i comprovar la seva validesa.

Figura 5.49:

Percentatge del tipus de tasques de mesura tenint en compte la seva freqüència



Taula 5.91:

Taula que mostra les tasques de mesura amb una freqüència igual o superior a 2

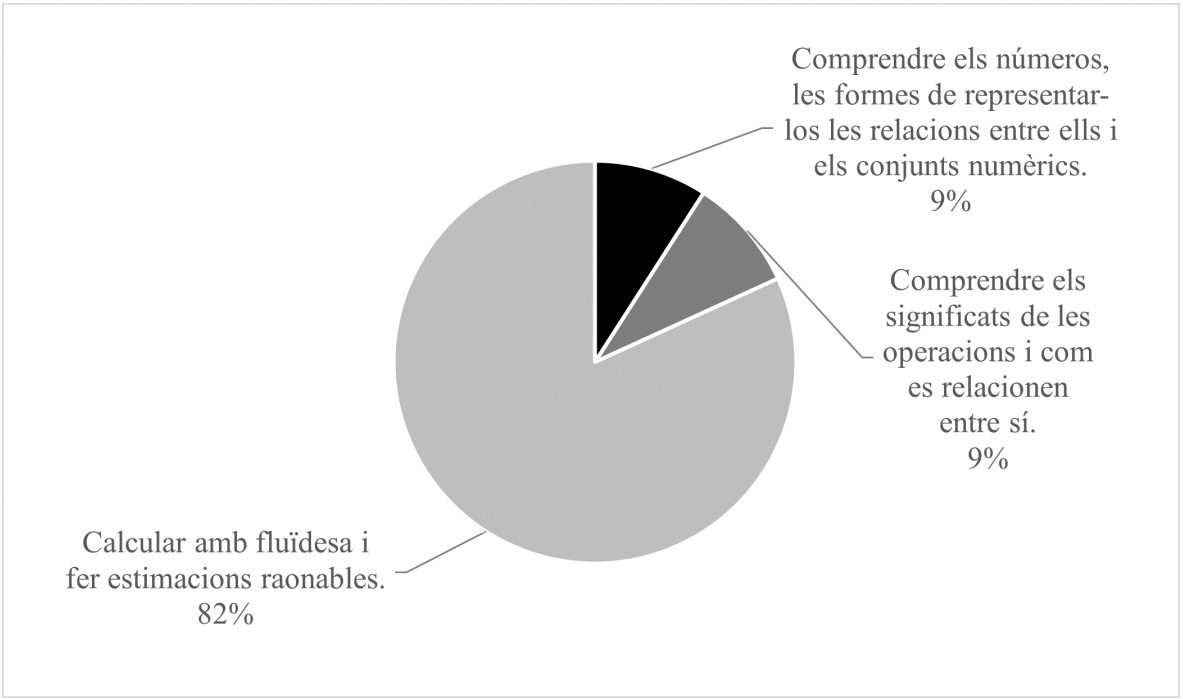
Tasques de Mesura	Freqüència
Estimar la mesura d'alguna magnitud	4
Mesurar una longitud	3
Comprovar una estimació sobre la quantificació d'alguna magnitud	2

Anàlisi de les tasques de numeració

Les tasques de numeració bàsicament consisteixen en realitzar les 4 operacions bàsiques amb nombres naturals de com a molt dues xifres tal i com es pot veure a la Figura 5.50 i a la Taula 5.92. Són càlculs que cal fer en relació a l'estudi numèric de sèries, al càlcul de la mitjana aritmètica, al càlcul d'angles, als càlculs en activitats de màquines que transformen nombres, la resolució d'equacions amb dibuixos, la resolució de sumdokus, una variant dels sudokus i al càlcul de perímetres.

Figura 5.50:

Percentatge del tipus de tasques de numeració tenint en compte la seva freqüència



Taula 5.92:

Taula que mostra totes les tasques de numeració

Tasques de Numeració	Freqüència
Calcular el resultat d'una suma de nombres naturals	13
Calcular el resultat d'una Divisió de nombres naturals	4
Calcular el resultat d'una multiplicació de nombres naturals	4
Calcular el resultat d'una resta de nombres naturals	4
Resoldre problemes aritmètics	3

Anàlisi del tipus d'accions:

Analitzem ara el tipus d'acció que cal realitzar al resoldre les tasques que generen els 28 reptes. Per això s'ha elaborat la Taula 5.87 amb els verbs que descriuen cadascuna de les accions, a quants reptes cal dur a terme aquesta acció, a quin nombre de tasques i quina és la seva freqüència. Les tasques que cal realitzar més freqüentment són descriure, determinar, calcular, aplicar, deduir, identificar, dibuixar, analitzar, comparar i interpretar.

Si descrivim la tasca o tasques més freqüents lligades a cadascuna d'aquestes accions són:

- Descriure els camins i instruccions d'algorismes de programació i la relació entre el nombre de cares, vèrtexs i arestes i el nombre de costats de la base de piràmides i prismes.
- Determinar la localització d'unes coordenades en una quadrícula i el nombre d'elements d'una figura geomètrica de dues dimensions.
- Calcular sumes, restes, multiplicacions i divisions amb nombres naturals de com a molt dues xifres i calcular els elements d'un políedre usant la fórmula descoberta.
- Aplicar girs i translacions.
- Deduir les possibles posicions d'una figura en una quadrícula donades unes pistes.
- Identificar una figura geomètrica de dues dimensions i dir-ne el nom.
- Dibuixar camins i recorreguts.
- Analitzar la relació entre els elements d'un prisma i una piràmide.
- Analitzar la relació entre diferents solucions a un mateix problema.
- Comparar posicions relatives.
- Interpretar instruccions d'algorismes de programació.

Taula 5.93:

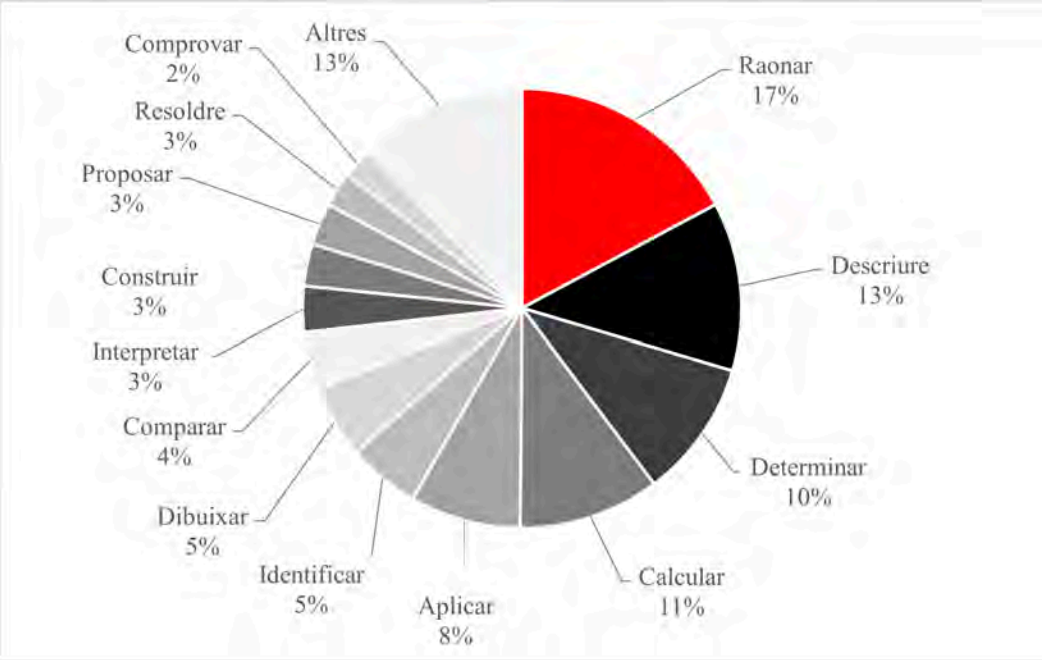
Taula que mostra el tipus d'accions que cal fer per a resoldre els reptes i la seva freqüència

	Nº de reptes	Nº tasques	Freqüència
Descriure	8	11	44
Determinar	14	24	36
Calcular	16	12	37
Aplicar	6	5	29
Deduir	10	14	20
Identificar	11	9	19
Dibuixar	9	8	19
Analitzar	9	7	17
Comparar	8	10	15
Interpretar	4	4	12
Construir	7	5	11
Proposar	5	5	11
Resoldre	5	6	9
Comprovar	6	4	8
Investigar	5	4	8
Classificar	5	5	7
Generalitzar	1	1	6
Usar	5	3	5
Organitzar	3	1	5
Sistematitzar	3	1	5
Mesurar	3	2	4
Estimar	2	1	4
Justificar	3	3	3
Predir	2	3	3
Representar	2	2	3
Comptar	3	2	3
Continuar	2	1	3
Subdividir	1	1	1
Explicar	1	1	1
Mantenir	1	1	1
Recollir	1	1	1
Seleccionar	1	1	1
Concloure	1	1	1
Rectificar	1	1	1
Comprendre	1	1	1
Fer hipòtesis	1	1	1
			355

Si considerem les tasques on segur que cal raonar, és a dir, tasques en les que cal deduir, analitzar, investigar, generalitzar, sistematitzar, justificar, concloure i comprendre, tenim que aquestes tasques representen un 17% de les tasques a realitzar (vegeu Figura 5.51), per tant són les més nombroses, seguides de descriure, calcular, determinar i aplicar. Si a més a més mirem en quants reptes segur que cal raonar, cal fer-ho en 22 dels 28 reptes és a dir en un 79% dels reptes.

Figura 5.51:

Percentatge del tipus d'accions tenint en compte la seva freqüència



Resum de resultats parcials

Els 28 reptes proposats són variats, ja que hi ha relativament poques tasques que calgui realitzar a més d'un repte. Per a resoldre els reptes majoritàriament cal resoldre tasques de geometria i àlgebra, encara que també hi ha tasques de mesura, estadística i probabilitat. Es treballen poc les característiques de les figures geomètriques, especialment la de les figures de tres dimensions ja les activitats estan centrades en buscar relacions entre els seus elements o bé en treballar les vistes i desplegaments. Les tasques més freqüents de geometria són en relació a la localització i descripció de relacions espacials. Els reptes tenen un fort component algebraic, i tant hi ha tasques només d'àlgebra com reptes on es combina l'àlgebra amb d'altres blocs de contingut i el que cal és comprendre patrons, relacions i funcions, la qual cosa implica fer moltes relacions i deduccions. De fet cal realitzar tasques amb una forta càrrega de raonament a gairebé 8 de cada 10 reptes.

5.2.4. Completesa de la OML proposada a cicle mitjà

Analitzem ara fins a quin punt les OMP proposades als tallers de cicle mitjà s'integren en una OML completa o incompleta. Per això, mirem quins dels indicadors del grau de completesa d'una OML (Bosch et al. 2004) es compleixen:

- **OML1. Integració del tipus de tasques.**

  Als tres tallers de cicle mitjà es treballen respectivament els problemes aritmètics i el càlcul, la geometria, mesura, estadística i probabilitat i tots els continguts matemàtics a través d'imatges. Les tasques d'un taller a un altre no estan gaire relacionades entre si, més enllà de poder plantejar i resoldre uns problemes matemàtics a partir d'alguna imatge o identificar algun contingut treballat al taller connectem en una imatge del taller pensem. És més, inclús dins del taller connectem hem vist que els reptes proposats generen tasques molt diferents i realment hi ha poques tasques que calgui realitzar-les a més d'un repte. Per consegüent, la majoria de tècniques no es poden relacionar amb una tecnologia comuna. L'única tècnica comuna de caràcter més general, que només apareix al taller connectem seria "trobar totes les solucions a un problema donat"

- **OML2. Diferents tècniques i criteris per escollir entre elles.**

  Totes les tècniques que s'usen són tècniques conegudes pels alumnes i només permeten resoldre un tipus de tasca com per exemple la tècnica per a calcular l'àrea d'un rectangle. De fet, hi ha una identificació entre un tipus de tasca amb la seva tècnica associada, tant és així que per exemple, encara que es tracti d'alguna tasca nova pels alumnes com ara deduir el patró d'una sèrie geomètrica, com que l'activitat està força pautada tot porta als alumnes a realitzar els mateixos passos i per tant a desenvolupar la mateixa tècnica.

- **OML3. Independència dels ostensius que integren les tècniques.**

  En general, totes les tècniques usades en aquesta OML s'identifiquen a un determinat generador de tasques. L'única tècnica de caràcter més general, que només apareix en 3 dels 28 reptes del taller connectem seria "trobar totes les solucions a un problema donat" que és una tècnica útil quan una activitat té diverses solucions i cal trobar-les totes sense deixar-se'n cap.

- **OML4. Existència de tasques i tècniques "inverses".**

  Existeixen tasques inverses pel que fa a algunes de les tasques de càlcul del taller resolem com ara sumar, restar, multiplicar i dividir. De fet, hi ha problemes que es

podrien considerar inversos l'un de l'altre, ja que per exemple en els problemes on cal fer una comparació multiplicativa es pot donar la situació inicial i la comparació i demanar per la situació final, o a la inversa donar la comparació i la situació final i demanar per la situació inicial. Però com s'ha vist a l'anàlisi la tendència a la OML que es planteja és en aproximadament un 70% dels casos demanar per la situació final. Així i tot, es podrien plantejar les situacions inverses. Al taller pensem les tasques inverses podrien ser: donada una representació que representa una fracció i identificar la fracció i donada la fracció fer-ne una representació, donada una figura geomètrica determinar-ne les característiques i a la inversa donades les característiques determinar la figura geomètrica, donada una figura geomètrica trobar elements del nostre entorn relacionats amb aquesta figura i donats elements de l'entorn relacionar-los amb alguna figura geomètrica entre d'altres. I finalment descriure uns objectes i la seva col·locació veient-los, ja que l'activitat inversa seria col·locar els objectes que toca en la posició que toca donada la seva descripció. Però a les tasques d'identificar que són les majoritàries no existeix la tasca inversa i a les tasques de relacionar sí que es pot fer la relació inversa, però són relacions que els alumnes coneixen a priori. Al taller connectem és on sí que es demana fer la relació inversa als mateixos enunciats de les activitats, en concret es demana en 5 dels 28 reptes. Es demana el recorregut invers a un recorregut descrit en uns eixos de coordenades o en una graella, es demana dir quina és la regla que segueix una màquina que transforma nombres i a la inversa, donada una regla dir com transformarà determinats nombres i construir una figura amb cubs donades algunes vistes parcials i donada una figura, dibuixar algunes de les seves vistes parcials. Es demana classificar unes figures geomètriques (els pattern blocks) segons un criteri i també es demana que donada una classificació es dedueixi el criteri. I també es demana col·locar uns objectes d'una forma determinada donada la descripció dels objectes i les seves posicions relatives i a la inversa, donats els objectes i veient com estan col·locats facilitar-ne una descripció. A més a més, existeixen tasques inverses per a les següents tasques: donat un patró d'una sèrie numèrica determinar el valor de diferents posicions, ja que a la tasca inversa seria donada la sèrie numèrica deduir el patró. Donades les primeres figures d'una sèrie geomètrica de creixement deduir-ne el patró, ja que donat el patró es poden determinar les primeres figures de la sèrie. Donades les lletres de l'abecedari determinar quants eixos de simetria tenen, pel fet que es podria determinar el nombre de simetries i haver de dir quines lletres tenen

aquell determinat nombre de simetries. Donades les dades o la taula de freqüències fer un gràfic de barres, puix la tasca inversa seria determinar quines són les dades o la taula de freqüències donat el gràfic de barres. Deduir quins símbols d'un sistema de numeració diferent del nostre corresponen a cada número deduint-ne les regles, pel fet que la tasca inversa seria escriure els números en els sistemes de numeració coneixent-ne les regles. Determinar un camí per anar d'un punt a un altre esquivant tres obstacles, puix es podria demanar el camí invers de tornada. Determinar un camí per anar d'un lloc a un altre en una quadrícula 4x4 numerada horitzontalment i verticalment, pel fet que es podria demanar el camí invers. Determinar el nombre de vèrtexs arestes i cares d'alguns prismes i piràmides i deduir-ne la regla general, car que inversament es podria calcular el nombre d'arestes, vèrtexs i cares sabent-ne la regla. Dibuixar o construir una figura geomètrica donades unes determinades condicions, ja que inversament a partir de la figura es podria determinar les condicions que compleix. Donats uns triangles determinar un criteri per a classificar-los i a la inversa donat el criteri classificar-los. Donat un tauler de joc on cal col·locar els blocs lògics en unes caselles, on d'una casella a l'altra s'indiquen el nombre de diferències que hi poden haver entre les figures, ja que la tasca inversa seria tenir el tauler de joc omplert i haver de determinar quantes diferències hi ha entre les figures de diferents caselles. Donada una figura determinar el desplegament o desplegaments que pot tenir, perquè la tasca inversa seria determinar a quina figura correspon un determinat desplegament pla. Determinar les solucions d'un sistema d'equacions amb dibuixos, perquè la tasca inversa seria comprovar si uns valors determinats són la solució a un determinat sistema d'equacions.

- **OML5. Interpretació del resultat d'aplicar tècniques.**

  Tot i que en aquesta OML hi ha moltes tècniques que són conegudes a priori i la institució les presenta com a vàlides com ara llegir l'hora d'un rellotge, calcular un canvi d'unitats o comptar el nombre d'elements d'un polígon, per altra banda, hi ha moltes activitats en les quals cal fer deduccions, on aquestes sí que cal interpretar-les i avaluar-ne la validesa, fiabilitat i analitzar si són o no són pertinents perquè tal com s'ha vist en l'anàlisi les tasques d'àlgebra que impliquen buscar relacions i les activitats on cal raonar i deduir tenen rellevància. Això passa al taller connectem, no passa gens al taller pensem on principalment el que cal fer és identificar, relacionar usant relacions ja conegudes, calcular i determinar. A més a més, al taller resolem es demana als alumnes que justifiquin per què cal fer les operacions que han fet per a

resoldre el problema. Per tant en aquesta OML el bloc tecnològic-teòric sí que té una certa incidència sobre l'activitat matemàtica.

- **OML6. Existència de tasques matemàtiques "obertes".**

  En aquesta OML les dades i les incògnites estan fixades completament. No hi ha cap cas en què els alumnes hagin de cercar d'altres dades, o puguin anar més enllà del que se'ls demana. A més a més, hi ha poques tasques que tinguin més d'una resposta. Al taller resolem no n'hi ha cap perquè tots els problemes aritmètics són de resposta única. Al taller pensem, tot i que els alumnes poden dir coses diferents de les imatges mostrades, les imatges mostren el que mostren i, per tant, hi ha poc marge. A l'únic taller on hi ha activitats amb més d'una resposta és al taller connectem. Dels 28 reptes que s'hi plantegen, en 10 hi ha activitats que tenen més d'una resposta, és a dir, hi ha activitats amb més d'una resposta en el 36% dels reptes. Les activitats en què hi ha més d'una resposta són: trobar un camí o recorregut que compleixi unes determinades condicions, trobar els números que falten en una successió numèrica coneixent el patró, problema on cal omplir un recipient amb un determinat nombre de litres si es disposa de dos recipients dels quals es coneix la seva capacitat, classificar unes figures simètriques segons diversos criteris, determinar les possibles caselles d'inici d'un algorisme de programació, omplir un tauler amb els blocs lògics de manera que entre figura i figura hi hagi el nombre indicat de diferències, dibuixar el desplegament pla d'una figura geomètrica i determinar quin és l'element diferent d'un grup d'objectes, figures geomètriques…

- **OML7. Incidència dels elements tecnològics vers la pràctica.**

  En molt poques ocasions cal crear noves tècniques, per tant, hi ha poc marge que a partir d'aquí es puguin crear noves tasques i tècniques. Per exemple, tot i que en un repte cal resoldre un sistema d'equacions amb imatges i cal anar fent deduccions per a les quals a priori no es té una tècnica determinada, després de resoldre'n uns quants a la llarga es van aprenent tècniques, però que només són aplicables a tasques que pertanyen al mateix generador de tasques, per tant no generen noves tasques. A més a més, al taller on hi ha més marge per a elaborar noves tècniques la majoria d'elles no són aplicables a altres tasques ni del mateix taller ni dels altres tallers.

5.3. Anàlisi de la OM que es proposa a Cicle Superior

A cicle superior igual que a cicle mitjà es proposen tres tallers per a treballar les matemàtiques en grups multigrau. També a cicle mitjà cada taller l'imparteix un docent diferent i en ells també cal resoldre activitats diferents. Analitzem doncs la OM que es genera a cadascun d'aquests tallers.

5.3.1. Anàlisi de la OM que es proposa al Taller resolem de Cicle Superior

Al taller resolem es proposen un recull d'activitats dissenyades pel professorat que imparteix el taller, que consisteixen en un llistat de problemes aritmètics segons el curs (5è i 6è curs), que els alumnes han de resoldre. A continuació es descriuran i s'analitzaran les tasques i generadors de tasques per a resoldre aquestes activitats.

Tipologia de tasques assignades a cada domini matemàtic

Per a resoldre els problemes aritmètics que es proposen en aquest taller cal resoldre les següents tasques o generadors de tasques:

1. Justificar per què no és certa una afirmació sobre un problema aritmètic sense resoldre'l.
2. Determinar i justificar si una determinada afirmació sobre un problema aritmètic és certa o falsa sense resoldre'l.
3. Determinar si una quantitat a calcular d'un problema aritmètic és més petita o més gran que un cert valor sense resoldre'l.
4. Identificar quines dades no són necessàries en un problema aritmètic.
5. $GT_{Resoldre\ probl\ aritmètic}$ = [Resoldre un problema aritmètic; V1, V2, V3]

   On la variable V1 és el nombre d'operacions a realitzar per a resoldre el problema.

   Valors: 1, 2, 3, 4, 5 o més.

   On la variable V2 és el tipus de nombres de l'enunciat dels problemes.

   Valors: enters, enters i fraccionaris, enters i decimals, fraccionaris.

   On la variable V3 són el tipus d'operacions que cal realitzar per a resoldre el problema.

   Valors: només sumes i/o restes, només multiplicacions i/o divisions, sumes i/o restes i també multiplicacions i/o divisions.

6. $GT_{Resoldre\ probl\ on\ cal\ calcular\ m.c.m.}$ = [Resoldre un problema en el qual calgui calcular el mínim comú múltiple de dos o més nombres enters positius, V1]

   On la variable V1 és la quantitat de nombres enters positius.

   Valors: tres.

A la Taula 5.94 es pot veure el nombre d'activitats proposades segons el curs i el tipus de tasca que cal resoldre. De les dades d'aquesta taula se'n dedueix que aproximadament el 85% de les tasques consisteixen a resoldre problemes aritmètics la resposta dels quals s'obté com a conseqüència immediata de la realització d'operacions aritmètiques bàsiques (suma, resta, multiplicació i divisió).

Taula 5.94:

Taula que mostra els nombre d'activitats proposades segons el curs i el tipus

	5è	6è	TOTAL
Justificar per què no és certa una afirmació en relació a un problema aritmètic sense resoldre'l.	9	1	10
Justificar si una determinada afirmació en relació a un problema aritmètic és certa o falsa sense resoldre'l.	-	5	4
Determinar si una determinada quantitat a calcular d'un problema aritmètic és més petita o més gran que un cert valor.	-	2	3
Identificar quines dades no són necessàries en un problema aritmètic.	-	1	1
$GT_{Resoldre\ probl\ aritmètic}$ [Resoldre problemes aritmètics; V1, V2, V3]	50	60	110
$GT_{Resoldre\ probl\ on\ cal\ calcular\ m.c.m.}$ [Resoldre un problema en el que calgui calcular el m.c.m.; V1]	-	2	2
	59	71	130

Per a poder resoldre aquestes tasques principals, cal realitzar-ne d'altres. A continuació es detallen les tasques que cal realitzar per a resoldre aquestes tasques principals.

1. Tipus de tasques que cal realitzar per a justificar per què no és certa una afirmació sobre un problema aritmètic sense resoldre'l.

Per a resoldre aquest tipus de tasca, és necessari resoldre les següents tasques:

Caviar un nombre per un nombre de referència per tal que el càlcul que cal realitzar resulti

més fàcil.

Multiplicar un nombre per la unitat seguida de zeros.

Calcular el nombre d'hores que han transcorregut entre dues hores del dia donades.

$GT_{Comparar\ enters}$ = [Comparar nombres enters, V1, V2]

On la variable V1 és la quantitat de nombres a comparar.

Valors: dos.

On la variable V2 és el nombre de xifres dels nombres a comparar.

Valors: cinc xifres.

$GT_{Arrodonir}$ = [Arrodonir un nombre a un determinat ordre d'unitats, V1]

On la variable V1 és l'ordre al que cal arrodonir el nombre.

Valors: centenes.

$GT_{Calcular\ suma\ nombres\ amb\ nomes\ 1\ ordre\ d'unit}$ = [Calcular la suma de dos nombres que només tenen un determinat ordre d'unitats diferent de zero, V1]

On la variable V1 l'ordre d'unitats del nombre que és diferent de zero.

Valors: dos nombres que només tenen centenes, un nombre que només té centenes amb un que només té desenes,

$GT_{Usar\ fets\ num\ per\ a\ càlculs\ mentals}$ = [Usar fets numèrics coneguts per realitzar càlculs mentals, V1]

On la variable V1 són els fets numèrics a usar.

Valors: Quatre vegades 25 són 100, taules de multiplicar, quatre mitjos litres són un litre, 15 i 15 són 30.

$GT_{Ident\ rel\ basades\ en\ mult\ i\ div}$ = [Identificar relacions entre nombres naturals basades en divisors i múltiples, V1]

On la variable V1 és múltiple o divisor.

Valors: 10.

$GT_{Usar\ rel\ basades\ en\ mult\ i\ div}$ = [Usar relacions entre nombres naturals basades en divisors i múltiples per realitzar càlculs mentals, V1]

On la variable V1 és múltiple o divisor.

Valors: 10.

2. Tipus de tasques que cal realitzar per a determinar i justificar si una determinada afirmació en relació a un problema aritmètic és certa o falsa sense

resoldre'l.

Per a resoldre aquest tipus de tasques cal resoldre les següents tasques:

Multiplicar un nombre per la unitat seguida de zeros.

$GT_{Usar\ fets\ num\ per\ a\ càlculs\ mentals}$ = [Usar fets numèrics coneguts per a calcular mentalment càlculs relacionats amb ells, V1]

On la variable V1 són els fets numèrics a usar.

Valors: taules de multiplicar.

$GT_{Arrodonir}$ = [Arrodonir un nombre a un determinat ordre d'unitats, V1]

On la variable V1 és l'ordre al que cal arrodonir el nombre.

Valors: desenes, centenes

$GT_{Comparar\ enters}$ = [Comparar nombres enters, V1, V2]

On la variable V1 és la quantitat de nombres a comparar.

Valors: dos.

On la variable V2 és el nombre de xifres dels nombres a comparar.

Valors: quatre xifres.

3. Tipus de tasques que cal realitzar per a determinar si una quantitat a calcular d'un problema aritmètic és més petita o més gran que un cert valor sense resoldre'l.

$GT_{Arrodonir}$ = [Arrodonir un nombre a un determinat ordre d'unitats, V1]

On la variable V1 és l'ordre al que cal arrodonir el nombre.

Valors: desenes.

$GT_{Usar\ fets\ num\ per\ a\ càlculs\ mentals}$ = [Usar fets numèrics coneguts per a calcular mentalment càlculs relacionats amb ells, V1]

On la variable V1 són els fets numèrics a usar.

Valors: taules de multiplicar, 15 i 15 són 30.

4. Tipus de tasques que cal realitzar per a identificar quines dades no són necessàries en un problema aritmètic

Per a resoldre aquest tipus de tasques prèviament cal resoldre les següents tasques:

Identificar les dades del problema aritmètic.

Identificar la pregunta del problema aritmètic.

5. Tipus de tasques per a resoldre problemes aritmètics

En aquest cas, el professorat proposa als alumnes que resolguin aquestes tasques omplint la la graella de la Figura 5.**52**:

Figura 5.52:
Figura que mostra la graella que han d'omplir els alumnes a l'hora de resoldre un problema

Dades: Pregunta:	Esquema
Planificació (què faré, per què):	Operacions:
Resposta	

Per tant, per a resoldre un problema aritmètic usant aquesta graella cal resoldre les següents tasques on no es detallen ni les variables ni els valors que prenen ja que són les mateixes que les de la tasca $GT_{Resoldre\ probl\ aritmè\ tic}$ explicitada al començament d'aquest apartat.

$GT_{Ident\ dades\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Identificar les dades del problema aritmètic; V1, V2, V3]
$GT_{Ident\ pregunta\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Identificar la pregunta del problema aritmètic; V1, V2, V3]
$GT_{Modelitzar\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Modelitzar situacions relatives a les operacions involucrades al problema aritmètic usant dibuixos i símbols; V1, V2, V3]
$GT_{Explicar\ modelització\ probl\ aritmè\ tic}$ = [Explicar la modelització feta amb dibuixos i símbols d'un problema aritmètic; V1, V2, V3]

$GT_{Justificar\ modelització\ probl\ aritmètic}$ = [Justificar la modelització feta amb dibuixos i símbols d'un problema aritmètic; V1, V2, V3]

$GT_{Deter\ planificació\ probl\ aritmètic}$ = [Determinar la planificació d'un problema aritmètic, és a dir, dir quines operacions es faran per a resoldre el problema aritmètic; V1, V2, V3]

$GT_{Justificar\ planificació\ probl\ aritmètic}$ = [Justificar la planificació d'un problema aritmètic, és a dir, justificar per què cal fer les operacions bàsiques indicades per a resoldre el problema; V1, V2, V3]

$GT_{Respondre\ la\ pregunta\ d'un\ probl\ aritmètic}$ = [Respondre la pregunta plantejada en un problema aritmètic; V1, V2, V3]

I com per a realitzar els càlcul cal resoldre les següents tasques:

$GT_{Calcular + naturals}$ = [Calcular el resultat d'una suma de nombres naturals; V1, V2]

On la variable V1 és el nombre de xifres dels nombres naturals.

Valors: 1, 2, 3, 4, 5 o més xifres.

On la variable V2 és l'estratègia usada.

Valors: Descompondre tots dos sumands segons el valor de posició, descompondre un dels dos sumands segons el valor de posició, descompondre un dels dos sumands en nombres més petits, usar nombres de referència, fer deus, fer dobles, compensar, usar l'algorisme tradicional.

$GT_{Calcular + decimals}$ = [Calcular el resultat d'una suma de nombres decimals, V1]

On la variable V1 és l'estratègia usada:

Valors: sumar la part entera per una banda i la part decimal per l'altra usant les estratègies per a nombres naturals i després sumar els dos resultats tenint en compte el valor de posició, reescriure els dos decimals al mateix ordre d'unitats pel que fa a la part decimal i usar les estratègies per a sumar nombres naturals amb els nombres sense la coma i interpretar el resultat en termes del valor de posició per a determinar on cal col·locar la coma, usar l'algorisme tradicional.

$GT_{Calcular - naturals}$ = [Calcular el resultat d'una resta de nombres naturals; V1]

On la variable V1 és el l'estratègia usada.

Valors: descompondre el subtrahend segons el valor de posició, descompondre el subtrahend en nombres més petits, sumar cap endavant, ajustar el subtrahend per a crear una resta més fàcil, usar la recta numèrica per treure, usar la recta numèrica i sumar cap endavant,

usar l'algorisme tradicional.

$GT_{Calcular - decimals}$ = [Calcular el resultat d'una resta de nombres decimals; V1]

On la variable V1 és el l'estratègia usada.

Valors: restar la part entera per una banda i la part decimal per l'altra en cas que sigui possible usant les estratègies per a nombres naturals i després sumar els dos resultats tenint en compte el valor de posició, reescriure els dos decimals al mateix ordre d'unitats pel que fa a la part decimal i usar les estratègies per a restar nombres naturals amb els nombres sense la coma i interpretar el resultat en termes del valor de posició per a determinar on cal col·locar la coma, usar l'algorisme tradicional.

$GT_{Calcular \times naturals}$ = [Calcular el resultat d'una multiplicació de nombres naturals; V1]

On la variable V1 és el tipus d'estratègia usada.

Valors: usar una suma iterada, usar una suma iterada i usar fets coneguts i/o nombres de referència, usar representacions en files i columnes, fer els productes parcials i sumar, fer dobles i meitats, descomponent algun factor en factors més petits, usar l'algorisme tradicional.

$GT_{Calcular \times enter\ per\ decimal}$ = [Calcular el resultat d'una multiplicació d'un nombre enter per un nombre decimal; V1]

On la variable V1 és el tipus d'estratègia usada.

Valors: usar una suma iterada amb nombres decimals, usar una suma iterada de nombres decimals i usar fets coneguts i/o nombres de referència, fer els productes parcials tenint en compte el valor de posició i sumar els nombres decimals, usar l'algorisme tradicional.

$GT_{Calcular \times decimals}$ = [Calcular el resultat d'una multiplicació de nombres decimals; V1]

On la variable V1 és el tipus d'estratègia usada.

Valors: reescriure els dos decimals al mateix ordre d'unitats pel que fa a la part decimal i usar les estratègies per a multiplicar nombres naturals amb els nombres sense la coma i interpretar el resultat en termes del valor de posició per a determinar on cal col·locar la coma, usar l'algorisme tradicional.

$GT_{Calcular\ divisió\ de\ nombr\ naturals}$ = [Calcular el resultat d'una Divisió de nombres naturals; V1]

On la variable V1 és el tipus d'estratègia usada.

Valors: restar de forma iterada, calcular la divisió multiplicant, fent divisions parcials, usant raonament proporcional, usar l'algorisme tradicional.

$GT_{Calcular\ fracció\ d'un\ nombre\ nat}$ = [Calcular la fracció d'un nombre natural, V1]

On la variable V1 és l'estratègia usada.

Valors: si el numerador de la fracció és 1 dividir el nombre pel denominador de la fracció, si el numerador de la fracció és diferent d'1 dividir el nombre pel denominador i multiplicar-lo pel numerador, si el numerador de la fracció és diferent d'1 multiplicar el nombre pel numerador i dividir-lo pel denominador.

Determinar quina és la resposta al problema aritmètic plantejat tot indicant a què correspon el número indicat.

6. Tipus de tasques que cal realitzar per a resoldre un problema en el que calgui calcular el mínim comú múltiple de dos o més nombres entres positius

$GT_{Calcular\ m.c.m.}$ = [Calcular el mínim comú múltiple de dos o més nombres, V1, V2]

On la variable V1 és la quantitat de nombres als quals volem calcular el seu mínim comú múltiple.

Valors: dos.

On la variable V2 és la l'estratègia usada per a calcular el mínim comú múltiple.

Valors: fer la llista dels múltiples de cadascun dels números i trobar quin és el primer número que està a totes les llistes, descompondre els nombres en factors primers i pensar quins factors cal multiplicar per tal que el nombre resultant sigui el mínim comú múltiple, descompondre els nombres en factors primers i multiplicar els factors comuns elevats a l'exponent més gran pels factors no comuns.

Anàlisi de les tasques proposades al taller

Com que volem tenir una descripció i anàlisi el més acurat possible de les tasques que cal realitzar al taller i en aproximadament el 85% de les activitats (110 de 130) el que cal és resoldre un problema aritmètic, analitzem més a fons tant l'enunciat com el procés de resolució d'aquest generador de tasques. També estem especialment interessants en analitzar si hi ha alguna diferència entre els problemes que es proposen per a 5è curs i els que es proposen per a 6è curs.

Dels 110 problemes aritmètics que es proposen, 50 són per a 5è curs i 60 són per a 6è curs. D'aquests, 8 (4 de 5è curs i 4 de 6è curs) es consideren tant de 5è curs com de 6è curs. Tots els problemes tenen una única solució. Hi ha dades sobrants en 3 dels problemes per a 5è curs (un 6% dels problemes per a 5è curs) i en 5 dels problemes per a 6è curs (un 8% dels problemes per a 6è curs). Alguns problemes es poden resoldre de dues maneres diferents, 10 a 5è curs (un 20% dels problemes per a 5è curs) i 9 a 6è curs (un 15% dels problemes per a 6è curs).

Si ens fixem en el nombre d'operacions a realitzar, obtenim les dades de la Taula 5.95.

Taula 5.95:

Taula que mostra el nombre d'operacions que cal realitzar per a resoldre els problemes segons el curs

	5è	6è		
1 operació	10	14	24	
2 operacions	27	27	54	
3 operacions	11	11	22	110
4 operacions	2	6	8	
5 operacions		2	2	
	50	60		
	110			

Per tant, no es pot dir que hi hagi diferències significatives en el nombre de problemes que es proposen per a 5è i 6è curs d'una, dues o tres operacions. L'única diferència és que de problemes de 4 i 5 operacions, n'hi ha més per a 6è curs, però aquests problemes són minoritaris, ja que només són 10 problemes de 110.

Gairebé un 83% d'aquests problemes aritmètics es poden resoldre fent càlculs mentals (Taula 5.96) i només en aproximadament un 13% cal fer part dels càlculs per escrit i a la resta, és a dir, aproximadament en un 4%, cal realitzar els càlculs per escrit a causa de les quantitats involucrades.

Taula 5.96:

Taula que mostra el tipus de càlculs que cal fer per a resoldre els problemes aritmètics segons el curs

	5è	6è	TOTAL
Càlcul escrit	2	3	5
Càlcul mental	43	48	91
Càlcul mental + escrit	5	9	14
	50	60	110

Si ens fixem en el tipus de nombres que hi ha a l'enunciat dels problemes, la majoria són nombres naturals, però també n'hi ha alguns amb decimals, fraccions o percentatges, tal com es pot veure a la Taula 5.97 . Com que a 5è curs es proposen un total de 50 problemes i a 6è curs se'n proposen 60, podem dir que la distribució dels problemes segons el tipus de nombres és similar per als dos cursos. L'única cosa a destacar seria que només hi ha un únic problema que involucri percentatges i és per a 6è curs.

Taula 5.97:

Taula que mostra el tipus de nombres dels enunciats dels problemes segons el curs

	5è	6è	TOTAL
Tots els nombres són naturals	37	45	82
Almenys hi ha un nombre decimal	6	5	11
Almenys hi ha un nombre fraccionaris	7	9	16
Almenys hi ha un percentatge	-	1	1
	50	60	110

A més a més, tots els decimals que es proposen als enunciats involucren unitats de mesura i els nombres enters i fraccionaris tant involucren unitats de mesura com quantitats discretes tal com es pot veure a la Taula 5.98. Tot i que les quantitats siguin contínues i referides a una unitat de mesura, en la majoria de casos s'usen nombres naturals. I tampoc hi ha diferències significatives entre 5è i 6è curs.

Taula 5.98:

Taula que mostra el tipus de nombres dels enunciats dels problemes segons el curs i segons el tipus de nombres dels enunciats

	Quantitats contínues: Unitats de mesura		Quantitats discretes		
	5è	6è	5è	6è	TOTAL
Almenys hi ha un nombre decimal	6	5	-	-	11
Tots els nombres són naturals	24	30	13	15	82
Almenys hi ha un nombre fraccionari	4	4	3	5	16
Almenys hi ha un percentatge	-	1	-	-	1
	34	40	16	20	110
	74		36		
	110				

A continuació mirem quines magnituds s'usen en els problemes amb decimals. Els problemes amb decimals més nombrosos, tant per a 5è curs com per a 6è curs són els problemes amb euros (vegeu Taula 5.99) . L'única diferència entre 5è i 6è curs és amb relació al perímetre i l'àrea. A 5è curs només es proposen problemes de perímetre i a 6è curs només se'n proposen d'àrea. Però aquest tipus de problemes són molt minoritaris, només són 6 problemes dels 110 proposats. Per la resta no s'aprecien diferències significatives entre 5è i 6è curs. Pel que fa als enunciats, tot i que les quantitats són adequades pel tema tractat (capacitat, àrea,….) són problemes de l'àmbit acadèmic, no es tracta de problemes reals sorgits de la societat. Sovint les quantitats han estat triades per tal que doni exacte, com en aquest exemple:

1. Un col·leccionista té 10500 segells, els vol enganxar en 7 àlbums, cada un dels quals té 25 fulls. Quants segells col·locarà a cada àlbum? Quants segells col·locarà a cada full?

O bé les quantitats s'arrodoneixen per a facilitar els càlculs, com al següent exemple:

2. Quant valen 7 melons de 3kg cadascun a 2 euros el kg?

I de vegades fins i tot són artificials, com per exemple:

1. En Joan agafa un tros rectangular de cartolina que fa 14 cm de llarg i 16 cm d'ample. El talla per la meitat. Quina àrea tindrà cada tros?

Per què volem saber quina àrea té cada tros?

Taula 5.99:

Taula que mostra les magnituds que apareixen als enunciats dels problemes aritmètics segons el curs

	5è	6è	TOTAL
Àrea	-	3	3
Perímetre	3	-	3
Capacitat	2	4	6
Capacitat + Temps	2	3	5
Longitud	3	3	6
Longitud + Preu	-	1	1
Longitud + Temps	2	5	7
Pes	6	3	9
Pes + Preu	2	3	5
Pes + Temps	-	1	1
Preu	12	10	22
Preu + Temps	1	-	1
Temps	1	4	5
	34	40	74

Si analitzem el nombre de xifres dels nombres naturals de l'enunciat dels problemes, segons el curs, obtenim les dades de la Taula 5.100 on podem veure que tampoc en aquest cas hi ha diferències significatives entre 5è i 6è curs.

Taula 5.100:

Taula que mostra el nombre de xifres dels nombres naturals del enunciats dels problemes aritmètics segons el curs

	5è	6è	TOTAL	
1 xifra	5	3	8	
2 xifres	18	19	37	
3 xifres	7	13	20	82
4 xifres	5	7	12	
5 xifres	2	3	5	
	37	45		
	82			

Pel que fa als nombres decimals dels enunciats dels problemes, tots tenen dues xifres decimals, tal com es pot veure a la Taula 5.101. També en aquest cas no hi ha diferències

significatives entre 5è i 6è curs.

Taula 5.101:

Taula que mostra el tipus de nombres decimals dels enunciats dels problemes aritmètics segons el curs

	5è	6è	TOTAL
Centèsimes	3	-	3
Centèsimes +Enters d'1 xifra	-	1	1
Centèsimes +Enters de 2 xifres	2	4	6
Centèsimes +Enters de 3 xifres	1	-	1
	6	5	11

Dels 16 problemes que contenen alguna fracció a l'enunciat, 15 només contenen una fracció i 1 en conté dues. Aquestes fraccions s'expressen amb lletres o amb números, i la majoria tenen numerador igual a 1 com es pot veure a les Taules 5.102 i 5.103. De nou, tampoc pel que fa a les fraccions s'aprecia cap diferència entre 5è i 6è curs.

Taula 5.102:

Taula que mostra el tipus de fraccions que apareixen als enunciats dels problemes aritmètics segons el curs

	5è	6è	TOTAL
La fracció té numerador igual a 1	5	6	11
La fracció te numerador més gran que 1	2	2	4
	7	8	15

Taula 5.103:

Taula que mostra quantes de les fraccions que apareixen als enunciats s'expressen amb lletres o amb números segons el curs

	5è	6è	TOTAL
Fracció expressada amb lletres	6	5	11
Fracció expressada amb números	2	2	4
	8	7	15

Analitzem ara quin tipus de problemes es proposen seguint la classificació de Carpenter et al. (1999). Com ja s'ha dit es proposen 110 problemes, en els que cal resoldre:

$24 \times 1 + 54 \times 2 + 22 \times 3 + 8 \times 4 + 2 \times 5 = 240$ operacions

D'aquestes operacions, 101, és a dir un 42% corresponen a sumes i restes i 139, és a dir, un 58% a multiplicacions i divisions i a la Taula 5.104 podem veure quants problemes aritmètics només contenen accions de suma i resta, quants només accions de multiplicació i divisió i quantes accions dels dos tipus segons el curs. Per tant, es pot dir que, com que a 6è curs es plantegen 10 problemes més, gairebé tots aquests problemes de més contenen accions de multiplicació o divisió i pel que fa a la resta no hi ha diferències.

Taula 5.104:

Taula que mostra el tipus d'accions que cal fer per a resoldre els problemes aritmètics segons el curs

	5è	6è	TOTAL
Només contenen accions de + o -	10	11	21
Només contenen accions de x o :	14	25	40
Contenen accions de + o – i de x o :	26	24	49
	50	60	110

Si ens fixem ara en els 4 tipus de problemes bàsics de suma i resta que identifica Carpenter et al. (1999) a la Taula 5.105 observem que el el tipus de problemes de suma i resta que cal resoldre amb més freqüència, tant per a 5è curs com per a 6è curs són els problemes en els quals hi ha dues o més parts i es demana pel total o bé ens donen totes les parts menys una i el total i cal determinar una de les parts. Aquests problemes representen aproximadament el 56% del total. El següent tipus de problemes més freqüents, són els problemes on hi ha un conjunt que pateix una disminució (representen gairebé un 22% del total). De nou no s'evidencien diferències significatives entre 5è i 6è curs.

Taula 5.105:

Taula que mostra el tipus de problemes de suma i resta que es proposen segons la classificació de Carpenter el al. (1999) i segons el curs

Tipus d'operació a realitzar	**5è**	**6è**	**Total**
Canvi augment	5	2	7
Canvi disminució	12	10	22
Comparació	7	8	15
Parts total	26	31	57
	50	51	101

Si a més a més, de cadascun dels tipus de problemes, ens fixem en com varia la incògnita a determinar, (vegeu Taula 5.106), veiem que en el cas dels problemes on hi ha dues o més parts que s'ajunten, en aproximadament un 80% dels casos a 5è curs i un 70% dels casos a 6è curs cal determinar el total. I en el cas dels problemes on hi ha una disminució en gairebé el 100% dels casos tant de 5è curs com de 6è curs cal determinar el resultat sabent la situació inicial i la disminució. Per tant la incògnita a determinar està gairebé sempre al lloc on els resulta més fàcil als alumnes (Carpenter et al., 1999), concretament això passa en un 74% del total de problemes.

Taula 5.106:

Taula que mostra el tipus i subtipus de problemes de suma i resta que es proposen segons la classificació de Carpenter el al. (1999) i segons el curs

Tipus d'operació a realitzar	5è	6è	Total
Canvi augment: resultat desconegut	3	1	4
Canvi augment: augment desconegut	2	1	3
Canvi augment: Inici desconegut	-	-	-
Canvi disminució: resultat desconegut	10	10	20
Canvi disminució: disminució desconeguda	1	-	1
Canvi disminució: inici desconegut	1	-	1
Comparació: diferència desconeguda	2	6	8
Comparació: quantitat amb la que es compara desconeguda	5	2	7
Comparació: referent desconegut	-	-	0
Parts total: total desconegut	21	22	43
Parts total: una part desconeguda	5	9	14
	50	51	101

Si fem el mateix per als subproblemes de multiplicació i divisió, veiem que el tipus més nombrós de problemes a resoldre tant a 5è curs com a 6è curs són els de proporcions, que representen el 69% del total de problemes, seguit del de grups iguals, que representa un 27% i escaig del total de problemes. També cal destacar que no hi ha cap problema del model de files i columnes ni del model producte cartesià i que de problemes on calgui fer una comparació multiplicativa només n'hi ha 2 a cada curs. L'única diferència entre 5è curs i 6è curs és que a 6è curs cal resoldre més quantitat de problemes.

Taula 5.107:

Taula que mostra el tipus de problemes de multiplicació i divisió que es proposen segons la classificació de Carpenter el al. (1999) i segons el curs

Tipus d'operació a realitzar	5è	6è	Nº
Fer grups iguals	15	23	38
Proporcions	38	58	96
Comparació multiplicativa	2	2	4
Àrea	-	1	1
Files i columnes	-	-	-
Producte cartesià	-	-	-
	55	84	139

Si com en el cas de la suma i la resta ens fixem en com varia la incògnita a determinar (vegeu Taula 5.108) observem que els problemes de proporcions són majoritàriament de multiplicació i, en canvi, en el cas dels problemes on hi ha grups iguals és més igualat, especialment a 5è curs, ja que hi ha 7 problemes de multiplicació i 8 de divisió a 5è curs i 14 problemes de multiplicació i 9 de divisió a 6è curs. Per tant en un 64% del total (89 de 139) de problemes cal multiplicar.

Taula 5.108:

Taula que mostra quins són els tipus i subtipus de problemes de multiplicació i divisió segons Carpenter et al. (1999) que es proposen per curs

Tipus d'operació a realitzar	5è	6è	Nº
Fer grups iguals: multiplicació	7	14	21
Fer grups iguals: divisió (fer un determinat nombre de grups)	5	7	12
Fer grups iguals: divisió (fer grups d'un determinat nombre d'elements)	3	2	5
Proporcions: multiplicació	27	37	64
Proporcions: divisió (fer un determinat nombre de grups)	8	15	23
Proporcions: divisió (fer grups d'un determinat nombre d'elements)	3	6	9
Comparació multiplicativa: multiplicació	2	1	3
Comparació multiplicativa: divisió (fer un determinat nombre de grups)	-	1	1
Comparació multiplicativa: (fer grups d'un determinat nombre d'elements)	-	-	-
Àrea: multiplicació	-	1	1
Àrea: divisió	-	-	-
Files i columnes: multiplicació	-	-	-
Files i columnes: divisió	-	-	-
Producte cartesià: multiplicació	-	-	-
Producte cartesià: divisió	-	-	-
	55	84	139

Com que no hi ha diferències en el tipus de nombres (naturals d'1 xifra…) o el nombre d'operacions per curs, mirem si hi ha alguna relació entre el tipus de nombres i el tipus d'accions. A la Taula 5.109 veiem que si només contenen accions de suma o resta els problemes majoritàriament tenen nombres de dues xifres a l'enunciat. Si només contenen accions de multiplicació o divisió, en canvi, no hi ha cap grup que destaqui per sobre un altre. Si tant contenen accions de suma o resta i de multiplicació o divisió, aleshores majoritàriament l'enunciat conté nombres de dues xifres o bé alguna fracció.

Taula 5.109:

Taula que mostra el el tipus d'accions dels problemes segons el tipus de nombres de l'enunciat

	Només contenen accions de + o -	Només contenen accions de x o :	Contenen accions de + o – i de x o :	Total
Naturals: 1 xifra	6	2	-	8
Naturals: 2 xifres	16	4	17	37
Naturals: 3 xifres	8	6	6	20
Naturals: 4 xifres	2	5	5	12
Naturals: 5 xifres	1	1	3	5
Decimals	-	3	8	11
Fraccions	5	-	11	16
Percentatges	1	-	-	1
	39	21	50	110

Si ens fixem en el tipus d'accions i el nombre d'operacions (vegeu Taula 5.110), aleshores si són problemes de suma o resta majoritàriament es resolen amb 1 sola operació, si són problemes de multiplicació i divisió cal fer una o dues operacions i si contenen accions de suma o resta i de multiplicació o divisió aleshores cal fer dues o tres operacions. A tots els problemes on cal fer 4 o 5 operacions, involucren tant accions de suma o resta com de multiplicació o divisió.

Taula 5.110:

Taula que mostra el tipus d'accions dels problemes segons el nombre d'operacions que cal fer per a resoldre el problema

	Només contenen accions de + o -	Només contenen accions de x o :	Contenen accions de + o – i de x o :	Total
1 operació	18	6	-	24
2 operacions	8	12	24	54
3 operacions	3	2	17	22
4 operacions	-	1	7	8
5 operacions	-	-	2	2
	39	21	50	110

Resum de resultats parcials

Els problemes aritmètics que cal resoldre en aquest taller són problemes aritmètics tancats on cal realitzar majoritàriament fins a tres càlculs mentals amb nombres enters de dues i tres xifres. Són problemes de l'àmbit acadèmic, ja que, tot i que la grandària dels nombres són coherents amb el context, en molts casos els nombres escollits són per a facilitar els càlculs i alguns fins i tot són artificials. Encara que el context sigui el de la mesura en la majoria dels casos els nombres de l'enunciat són nombres naturals i els decimals apareixen poc. Els càlculs a realitzar són principalment multiplicacions i divisions o bé sumes i/o restes i multiplicacions i/o divisions. Els problemes amb 4 o 5 operacions són minoritaris i per a resoldre'ls cal fer tant sumes o restes com multiplicacions i divisions. El tipus de problema més freqüent de suma i resta són els que hi ha una unió de conjunts i pel que fa a les multiplicacions són els que es descriu una proporció. No hi ha cap problema on es faci una comparació multiplicativa, ni on s'usa la multiplicació i divisió en situacions que involucrin les diferents combinacions que es poden fer amb un conjunt d'objectes ni on s'usi la multiplicació i divisió en situacions en què els objectes estiguin col·locats en files i columnes. Un 74% de les accions de suma o resta, la incògnita és al lloc més fàcil pels alumnes (Carptenter et al., 1999) i un 64% de les accions de multiplicació o divisió són de multiplicació. No hi ha diferències significatives entre les activitats que es proposen pels alumnes de 5è curs i les que es proposen pels alumnes de 6è curs ni pel tipus de nombres dels enunciats, ni pel nombre d'operacions a resoldre, ni pel tipus d'operacions. A la proposta de 6è curs hi ha 10 problemes més que a la de 5è curs i es pot dir que aquests problemes de més involucren operacions de multiplicació o divisió. La majoria de càlculs per a resoldre els problemes es poden fer mentalment.

5.3.2. Anàlisi de la OM que es proposa al Taller Pensem de Cicle Superior

Al taller "pensem" es resolen les tasques que es proposen a Colomé et al. (2017b) que és un quadern d'activitats per a alumnes de 5è curs. El quadern conté 24 làmines amb imatges. A l'escola proposen 12 làmines per a un curs acadèmic i les altres 12 pel següent curs, d'aquesta manera, els alumes de cicle superior treballen tot el llibre de 5è curs repartit en dos cursos.

Cada làmina es projecta a la pantalla digital i es demana als alumnes que observin la imatge o

imatges que hi ha i les relacionin amb els coneixements que ja tenen. Totes les imatges es poden relacionar amb continguts matemàtics i en alguns casos també es poden relacionar amb continguts d'altres àrees com ara les ciències ambientals i les ciències socials. A partir d'aquí els alumnes, en un torn ordenat de paraula, expliciten i debaten les seves respostes.

A les làmines hi ha fotografies d'objectes de la vida quotidiana, de menjar, d'espais públics i de construccions. Fotografies i dibuixos d'estrelles i planetes. Dibuixos de senyals de trànsit, de plantes de cases, del terreny de joc d'un camp de futbol i de rètols i símbols. També hi ha, gràfics, taules, mapes polítics, mapes físics, representacions de figures geomètriques (cercles, polígons i políedres), representacions amb coordenades, representacions numèriques i símbols matemàtics.

Els dibuixos i fotografies estan fetes amb perspectiva, de front o des de dalt (vista zenital).

Tipologia de tasques assignades a cada domini matemàtic

Aquí es descriuen les tasques i les seves variables, per a veure els valors que prenen les variables cal veure els annexos pàgina 101.

Geometria: Tasques on s'analitzen les característiques i propietats de les figures geomètriques de dues dimensions i es desenvolupen raonaments matemàtics sobre relacions geomètriques

$GT_{Ident\ repre\ fig2d\ i\ dir\ nom}$ = [Identificar una representació d'una figura geomètrica 2D i dir-ne el seu nom; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge que es proporciona de la figura geomètrica 2D.

On la variable V2 és el tipus de figura geomètrica.

$GT_{Ident\ elements\ poligon}$ = [Identificar elements de polígons; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació on cal identificar els elements.

On la variable V2 són els elements a identificar.

$GT_{Ident\ elements\ cercle}$ = [Identificar elements del cercle; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació.

On la variable V2 són els elements a identificar.

$GT_{Comptar\ elem\ poligon}$ = [Comptar els elements d'un polígon, V1, V2]

On la variable V1 són els elements a comptar.

On la variable V2 és la imatge o representació on cal comptar elements dels polígons.

$GT_{Ident\ tipus\ rectes\ al\ pla}$ = [Identificar tipus de rectes al pla; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar el tipus de rectes.

On la variable V2 és el criteri de classificació a emprar.

$GT_{Ident\ tipus\ linia\ pla}$ = [Identificar tipus de línies al pla; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar el tipus de línies.

On la variable V2 és el criteri de classificació a emprar.

Geometria: Tasques on s'analitzen les característiques i propietats de les figures geomètriques de tres dimensions i es desenvolupen raonaments matemàtics sobre relacions geomètriques

$GT_{Ident\ repr\ fig3D\ i\ dir\ nom}$ = [Identificar una representació d'una figura geomètrica 3D i dir-ne el seu nom; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació que es proporciona de la figura geomètrica 3D.

On la variable V2 és el tipus de figura geomètrica 3D.

$GT_{Ident\ elements\ poliedre}$ = [Identificar elements de políedres; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'imatge del políedre.

On la variable V2 són els elements a identificar.

$GT_{Ident\ elements\ esfera}$ = [Identificar elements de l'esfera; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'imatge on cal identificar les esferes.

On la variable V2 són els elements a identificar.

$GT_{Comptar\ elem\ poligon}$ = [Comptar els elements d'un políedre, V1, V2]

On la variable V1 són els elements a comptar.

On la variable V2 és la imatge o representació on cal comptar elements dels polígons.

$GT_{Ident\ tipus\ rectes\ espai}$ = [Identificar tipus de rectes al l'espai; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar el tipus

de rectes.

On la variable V2 és el criteri de classificació a emprar.

$GT_{Ident\ tipus\ linia\ espai}$ = [Identificar tipus de línies a l'espai; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar el tipus de línies.

On la variable V2 és el criteri de classificació a emprar.

Geometria: Tasques on es localitzen i descriuen relacions espacials mitjançant coordenades geomètriques i altres sistemes de representació:

$GT_{Localitzar\ en\ un\ mapa}$ = [Localitzar un element o un punt determinat en un mapa a partir de punts de referència inclosos els punts cardinals; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de mapa.

On la variable V2 és l'element que cal localitzar al mapa.

$GT_{\mathrm{Pr}\,oposar\ camí\ \ o\ recorregut}$ = [Proposar un camí o recorregut; V1, V2]

On la variable V1 és on cal proposar el camí o recorregut.

On la variable V2 són les condicions que ha de complir el camí o recorregut.

$GT_{Representar\ camí\ \ o\ recorregut}$ = [Representar un camí o recorregut; V1, V2]

On la variable V1 és on cal representar el camí o recorregut.

On la variable V2 són les condicions que ha de complir el camí o recorregut.

$GT_{Descriure\ localitzacio\ amb\ coord}$ = [Descriure localitzacions usant coordenades; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal usar coordenades.

Geometria: Tasques on s'apliquen transformacions i s'usa la simetria per analitzar situacions matemàtiques

$GT_{Ident\ simetria\ en\ \mathrm{sup}\,erfí\ cie}$= [Identificar simetries en una superfície; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar la simetria.

$GT_{Ident\ simetr\ en\ un\ objecte}$ = [Identificar simetries en un objecte o figura geomètrica 3D; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar la simetria.

$GT_{Ident\ girs\ entre\ diferents\ posicions\ d'un\ objecte}$ = [Identificar quines posicions d'un objecte

són girs d'una altra posició; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge dels l'objectes.

$GT_{Ident\ translacions}$ = [Identificar translacions en objectes o elements; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge de l'objecte o element.

$GT_{Ident\ composició\ moviments}$= [Identificar composició de moviments en objectes o elements; V1, V2

On la variable V1 són les transformacions que componen el moviment.

On la variable V2 és el tipus de representació o imatge de l'objecte o element.

Geometria: Tasques on es representa amb material, amb dibuixos o mentalment figures de dues i tres dimensions

$GT_{Relacionar\ objecte\ real\ amb\ poliedre}$ = [Relacionar un objecte real amb un políedre; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge de l'objecte.

$GT_{Identificar\ desplegament\ pla}$ = [Identificar quin dels desplegaments plans que es proporcionen correspon al desplegament d'una figura geomètrica de la qual se'n té una imatge en perspectiva; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge de la figura geomètrica.

Mesura: Comprendre els atributs mesurables dels objectes, les unitats de mesura i els processos de mesura

$GT_{Ident\ tipus\ d'angles\ superficie}$ = [Identificar tipus d'angles en una superfície; V1,V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar l'angle.

On la variable V2 és el tipus d'angles que cal identificar.

$GT_{Ident\ tipus\ d'angles\ en\ fig3d}$ = [Identificar el tipus d'angles en un cos geomètric o bé en un objecte o element de tres dimensions; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar l'angle.

On la variable V2 és el tipus d'angles que cal identificar.

$GT_{Ident\ magnitud\ en\ objectes\ i\ imatges}$ = [Identificar magnituds en objectes i imatges; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge de l'objecte.

On la variable V2 és la magnitud a identificar.

$GT_{Ident\ magnitud\ dades}$ = [Identificar magnituds en dades numèriques; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de dades.

On la variable V2 és el la magnitud a identificar.

$GT_{Relacionar\ magnitud\ amb\ unitats\ de\ mesura}$ = [Relacionar les magnituds identificades amb les seves unitats de mesura corresponents; V1, V2]

On la variable V1 és la magnitud identificada.

On la variable V2 és la unitat de mesura.

$GT_{Deter\ unitat\ mesura\ d'un\ sí\ mbol}$ = [Determinar quina unitat de mesura representa un determinat símbol; V1]

On la variable V1 és el símbol a identificar

$GT_{Rel\ unitats\ de\ mesura\ llista\ amb\ electrodomestic}$ = [Identificar quina o quines de les unitats de mesura d'una llista es poden relacionar amb un electrodomèstic determinat; V1, V2]

On la variable V1 és l'electrodomèstic.

On la variable V2 és la unitat de mesura.

$GT_{Ident\ instruments\ de\ mesura}$ = [Identificar instruments de mesura; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar.

$GT_{Rel\ instruments\ de\ mesura\ amb\ magnitud}$ = [Relacionar els instruments de mesura amb la magnitud que mesuren; V1]

On la variable V1 és l'instrument de mesura.

$GT_{Ident\ intervals\ graduació\ instruments\ de\ mesura}$ =[Identificar intervals de graduació als instruments de mesura; V1]

On la variable V1 és l'instrument de mesura.

$GT_{Explicar\ com\ i\ quan\ usar\ instr\ mesura}$ = [Explicar quan i com usar els instruments de mesura; V1]

On la variable V1 és l'instrument de mesura.

$GT_{Ident\ escala\ d'un\ mapa}$ = [Identificar diferents tipus d'escales; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'escala.

On la variable V2 és el format o formats en que es facilita l'escala.

$GT_{Interpretar\ escala\ d'un\ mapa}$ = [Interpretar diferents tipus d'escales; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'escala.

On la variable V2 és el format o formats en que es facilita l'escala.

$GT_{Comparar\ escales}$ = [Comparar escales de mapes, V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'escala.

On la variable V2 és el format o formats en que es facilita l'escala.

$GT_{Ordenar\ escales}$ = [Ordenar escales de mapes de petita a gran, V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'escala.

On la variable V2 és el format o formats en que es facilita l'escala.

Mesura: Aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiats per a obtenir mesures

$GT_{Mesurar\ amplitud\ angle}$ = [Mesurar l'amplitud d'un angle amb un transportador d'angles; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal mesurar l'amplitud de l'angle.

$GT_{Sumar\ i\ restar\ amplituds\ d'angles}$ = [Sumar i restar amplituds d'angles; V1]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal mesurar l'amplitud de l'angle.

$GT_{Calcular\ per\ polig\ no\ estàndard}$ = [Calcular el perímetre d'un polígon usant unitats de mesura no estàndard; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el tipus de polígon.

On la variable V2 és la unitat de mesura a usar:

On la variable V3 és l'estratègia a usar.

$GT_{Calcular\ per\ polig\ estàndard}$ = [Calcular el perímetre d'un polígon usant unitats de mesura estàndard; V1, V2, V3, V4]

On la variable V1 és el tipus de polígon.

On la variable V2 és la forma com es donen les mesures per a poder dur a terme el càlcul.

On la variable V3 són les unitats de mesura a usar.

On la variable V4 és l'estratègia a usar.

$GT_{Calcular\ per\ cercle\ estàndard}$ = [Calcular el perímetre d'un cercle usant unitats de mesura estàndard; V1,V2, V3]

On la variable V1 és la forma com es donen les mesures per a poder dur a terme el càlcul.

On la variable V2 és la unitat de mesura a emprar.

On V3 és l'estratègia a usar.

$GT_{Estimar\ perí\ metre\ no\ estàndard}$ = [Aproximar el perímetre de figures geomètriques usant unitats de mesura no estàndard; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el tipus de figura

On la variable V2 és la unitat de mesura que cal usar.

On V3 és l'estratègia a usar.

$GT_{Calcular\ àrea\ polig\ no\ estàndard}$ = [Calcular l'àrea d'un polígon usant unitats de mesura no estàndard; V1, V2, V3]

On la variable V1 indica quin és el tipus de polígon.

On la variable V2 és la unitat de mesura a usar:

On la variable V3 és l'estratègia a usar.

$GT_{Calcular\ àrea\ polig\ estàndard}$ = [Calcular l'àrea d'un polígon usant unitats de mesura estàndard; V1, V2, V3, V4]

On la variable V1 és el tipus de polígon.

On la variable V2 és la forma com es donen les mesures per a poder dur a terme el càlcul.

On la variable V3 són les unitats de mesura a usar.

On la variable V4 és l'estratègia a usar.

$GT_{Calcular\ àrea\ cercle\ estàndard}$ = [Calcular l'àrea d'un cercle usant unitats de mesura estàndard; V1, V2, V3]

On la variable V1 és la forma com es donen les mesures per a poder dur a terme el càlcul.

On la variable V2 és la unitat de mesura a emprar.

On la variable V3 és l'estratègia usada per a calcular-la.

$GT_{Estimar\ àrea\ no\ estàndard}$ = [Aproximar l'àrea de figures geomètriques usant unitats de mesura no estàndard; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el tipus de figura

On la variable V2 és la unitat de mesura que cal usar.

On V3 és l'estratègia a usar.

$GT_{Calcular\ volum\ polí\ edre\ no\ estàndard}$ = [Calcular el volum d'un políedre usant unitats de

mesura no estàndard; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el tipus de políedre.

On la variable V2 és la unitat a usar.

On la variable V3 és l'estratègia a usar.

$GT_{Calcular\ volum\ esfera\ estàndard}$ = [Calcular el volum d'una esfera usant unitats de mesura estàndard; V1, V2, V3]

On la variable V1 és la forma com es donen les mesures per a poder dur a terme el càlcul.

On la variable V2 és la unitat de mesura a usar.

On la variable V3 és l'estratègia a usar.

$GT_{Deter\ temps\ durada\ moviment}$ = [Determinar la durada dels moviments identificats; V1]

On la variable V1 és el moviment identificat.

$GT_{Calcular\ distàncies\ en\ un\ mapa\ a\ escala}$ = [Calcular distàncies en un mapa a partir de l'escala del mapa; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de mapa.

On la variable V2 és el tipus d'escala.

Numeració: Comprendre els números i les formes de representar-los

$GT_{Ident\ tipus\ de\ nombre}$ = [Identificar tipus de nombres; V1]

On la variable V1 és el tipus de nombres que cal identificar.

$GT_{Interpret\ sign\ nombres\ neg}$ = [Interpretar el significat dels nombres negatius en contextos reals; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge on cal identificar els nombres negatius.

On la variable V2 és el context.

$GT_{Deter\ fracció\ d'una\ representació}$ = [Determinar quina fracció representa una determinada imatge; V1, V2]

On la variable V1 és el model de fracció.

On la variable V2 és el tipus de representació o imatge.

$GT_{Deter\ represent\ d'una\ fraccio}$= [Determinar a quina representació correspon una determinada fracció; V1,V2, V3]

On la variable V1 són les fraccions que apareixen a les làmines.

On la variable V2 és el model de fracció.

On la variable V3 és el tipus de representació o imatge.

$GT_{Deter\ represent\ d'un\ decimal}$ = [Determinar a quina representació correspon un determinat nombre decimal; V1, V2, V3]

On la variable V1 són els decimals.

On la variable V2 és el tipus d'imatge.

On la variable V3 és el model de fracció.

$GT_{Deter\ represent\ d'un\ percentatge}$= [Determinar a quina imatge correspon un determinat percentatge; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el tipus d'imatge.

On la variable V2 són els percentatges que apareixen a les làmines.

On la variable V3 és el model de fracció.

$GT_{Establir\ relac\ entre\ repres\ i\ nombres}$ = [Establir relacions entre representacions o imatges i nombres, V1,V2]

On la variable V1 és el tipus de representacions o imatge.

On la variable V2 és el tipus de nombres.

Numeració: Comprendre les relacions entre els números i els conjunts numèrics

$GT_{Ordenar\ nombres}$ = [Ordenar nombres; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de nombres a ordenar.

On la variable V2 és l'ordre en que cal ordenar els nombres.

Establir relacions entre decimals, fraccions i percentatges.

$GT_{Buscar\ rel\ sumat\ i\ multipli}$ = [Buscar relacions sumatives i/o multiplicatives entre nombres; V1]

On la variable V1 indica el tipus de nombres.

Buscar relacions entre fraccions senzilles, decimals i percentatges.

$GT_{Deter\ si\ podem + o\ comparar\ fraccions}$ = [Determinar si dues o més fraccions representades amb imatges en una mateixa làmina es poden sumar i/o comparar; V1, V2]

On la variable V1 és el model de fracció.

On la variable V2 és el tipus de representació o imatge.

$GT_{Justificar\ si\ podem + o\ comparar\ fraccions}$ = [Justificar si dues o més fraccions representades amb imatges en una mateixa làmina es poden sumar i/o comparar; V1, V2]

On la variable V1 és el model de fracció.

On la variable V2 és el tipus de representació o imatge.

Numeració: Comprendre el significat de les operacions i com es relacionen entre sí.

$GT_{Resoldre\ probl\ aritmè\ tics}$ [Resoldre problemes aritmètics; V1, V2, V3, V4, V5]

On la variable V1 és el tipus de fotografia que propicia resoldre problemes aritmètics.

On la variable V2 és el problema a resoldre.

On la variable V3 és el nombre d'operacions a realitzar per cada problema aritmètic a resoldre.

On la variable V4 és el tipus de nombres de l'enunciat dels problemes.

On la variable V5 és el tipus d'operació que cal fer per a resoldre el problema.

Numeració: Calcular amb fluïdesa i fer estimacions raonables

$GT_{Calcular+i-de\ fraccions}$ = [Calcular sumes i restes de fraccions de les que se'n té una representació; V1, V2, V3]

On la variable V1 és el model de fracció.

On la variable V2 és el tipus de fraccions que cal sumar.

On la variable V3 és el tipus d'imatge.

$GT_{Calcular+naturals}$ = [Calcular el resultat d'una suma de nombres naturals; V1]

On la variable V1 és l'estratègia usada.

$GT_{Calcular+decimals}$ = [Calcular el resultat d'una suma de nombres decimals, V1]

On la variable V1 és l'estratègia usada:

$GT_{Calcular-naturals}$ = [Calcular el resultat d'una resta de nombres naturals; V1]

On la variable V1 és el l'estratègia usada.

$GT_{Calcular-decimals}$ = [Calcular el resultat d'una resta de nombres decimals; V1]

On la variable V1 és el l'estratègia usada.

$GT_{Calcular\times naturals}$ = [Calcular el resultat d'una multiplicació de nombres naturals; V1]

On la variable V1 és el tipus d'estratègia usada.

$GT_{Calcular\times enter\ per\ decimal}$ = [Calcular el resultat d'una multiplicació d'un nombre enter per un nombre decimal; V1]

On la variable V1 és el tipus d'estratègia usada.

$GT_{Calcular \times decimals}$ = [Calcular el resultat d'una multiplicació de nombres decimals; V1]

On la variable V1 és el tipus d'estratègia usada.

Estadística: Formular preguntes que es puguin abordar amb dades i recollir, organitzar i presentar dades rellevants per a representar-les

Elaborar la taula de freqüències absolutes d'un conjunt de dades.

$GT_{Ident\ tipus\ grafic}$ = [Identificar el tipus de gràfic; V1]

On V1 indica el tipus de gràfic.

$GT_{Ident\ tipus\ dades}$ = [Identificar el tipus de dades; V1]

On la variable V1 és el tipus de dades.

Estadística: Seleccionar i usar mètodes estadístics apropiats per a analitzar dades

Determinar el rang de les dades.

Calcular la mitjana aritmètica i la mediana d'un conjunt de dades quantitatives.

Calcular la moda d'un conjunt de dades.

Interpretar la mitjana aritmètica i la mediana de la situació a analitzar.

Interpretar la moda de la situació a analitzar.

Donada la taula de freqüències elaborar el llistat de les dades.

$GT_{Deter\ quin\ é\ s\ grà\ fic + adequat}$ = [Determinar quin seria el gràfic més adequat per a representar unes dades determinades; V1]

On la variable V1 és el tipus de dades.

$GT_{Justificar\ quin\ é\ s\ grà\ fic + adequat}$ = [Justificar quin seria el gràfic més adequat per a representar unes dades determinades; V1]

On la variable V1 és el tipus de dades.

$GT_{Comparar\ grafics}$= [Comparar gràfics; V1]

On la variable V1 el tipus de gràfic que cal comparar.

Estadística: Proposar i justificar conclusions basades en dades

$GT_{Analitzar\ grafic}$ = [Analitzar i interpretar la informació dels gràfics; V1]

On la variable V1 és el tipus de gràfic.

$GT_{Exreure\ conclusions\ grà\ fic}$ = [Extreure conclusions dels gràfics; V1]

On la variable V1 és el tipus de gràfic.

$GT_{Analitzar\ taula}$ = [Analitzar i interpretar la informació proporcionada amb taules; V1]

On la variable V1 és la informació que proporciona la taula.

$GT_{Exreure\ conclusions\ taula}$ = [Extreure conclusions de les dades proporcionades en una taula; V1]

On la variable V1 és la informació que proporciona la taula.

Anàlisi de les tasques proposades al taller:

Per a dur a terme les 24 activitats proposades en aquest taller s'han descrit 85 tasques diferents, de les quals 16 són d'estadística, 23 de geometria, 29 de mesura i 17 de numeració. Així doncs, tant les tasques d'estadística com les de numeració representen aproximadament un 20%, les de mesura un 34% i les de geometria un 27% (vegeu Figura 5.53). Però si tenim en compte la freqüència de cadascuna de les 85 tasques, aleshores, a la Figura 5.54 hi veiem que les tasques d'estadística queden reduïdes al 10%, en canvi, en tots els altres casos els percentatges augmenta lleugerament. Per tant, això vol dir que les taques d'estadística no són gaire freqüents. Les tasques més nombroses són les de mesura amb un 37% seguides de les tasques de geometria i numeració amb un 31% i 22% respectivament.

Figura 5.53:

Percentatge de tasques segons el bloc de contingut sense tenir en compte la freqüència

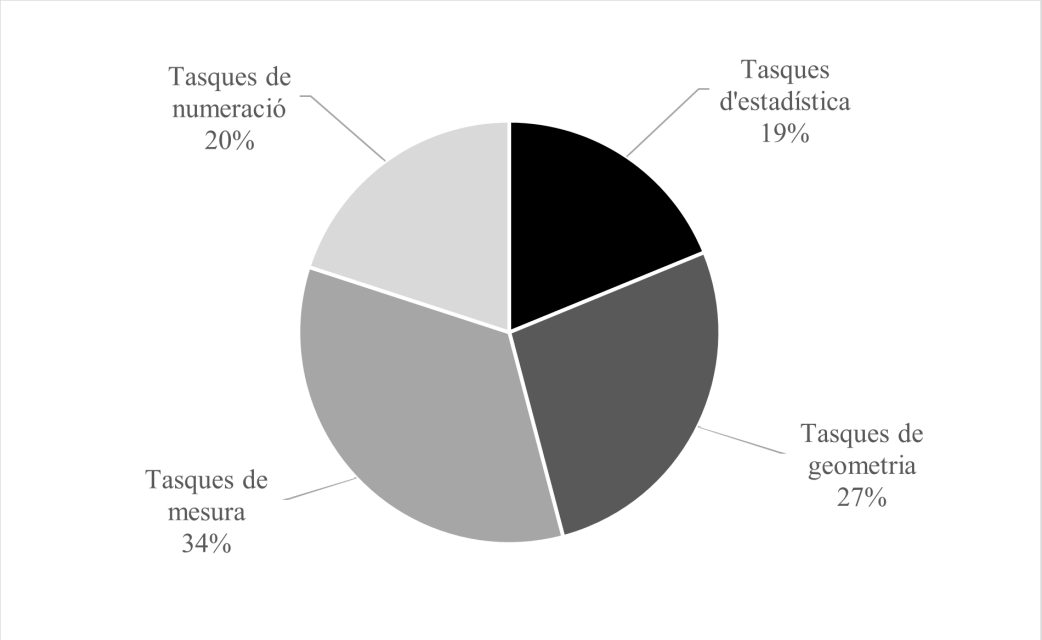
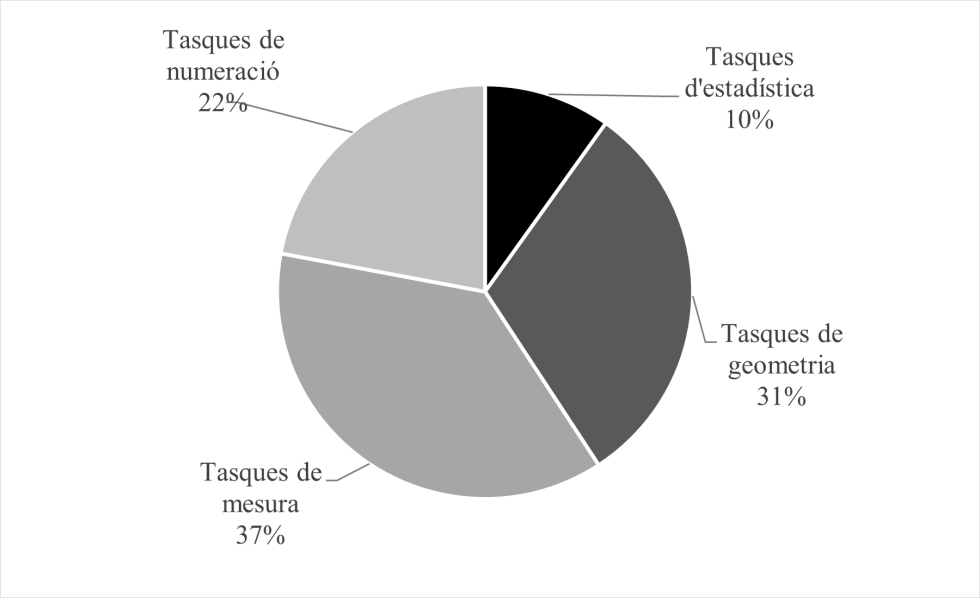


Figura 5.54:

Percentatge de tasques segons el bloc de contingut tenint en compte la freqüència



Si mirem quins d'aquests blocs de contingut es treballen en cadascuna d'aquestes 24 làmines (vegeu Taula 5.111) veiem que en un 66,6% de les activitats cal dur a terme tasques de geometria i en un 83% i escaig, tasques de mesura. En canvi, tot i que cal fer tasques de numeració en un 70,8% de les activitats, només en dos casos cal fer tasques de numeració,

concretament de fraccions, per tant, les tasques de numeració estan estretament lligades a qüestions de mesura i/o estadística. Només en tres de les activitats cal treballar l'estadística, i per tant només es treballa l'estadística en un 12,5% de les activitats.

Taula 5.111:

Taula que mostra quins blocs de contingut es treballen a cada làmina

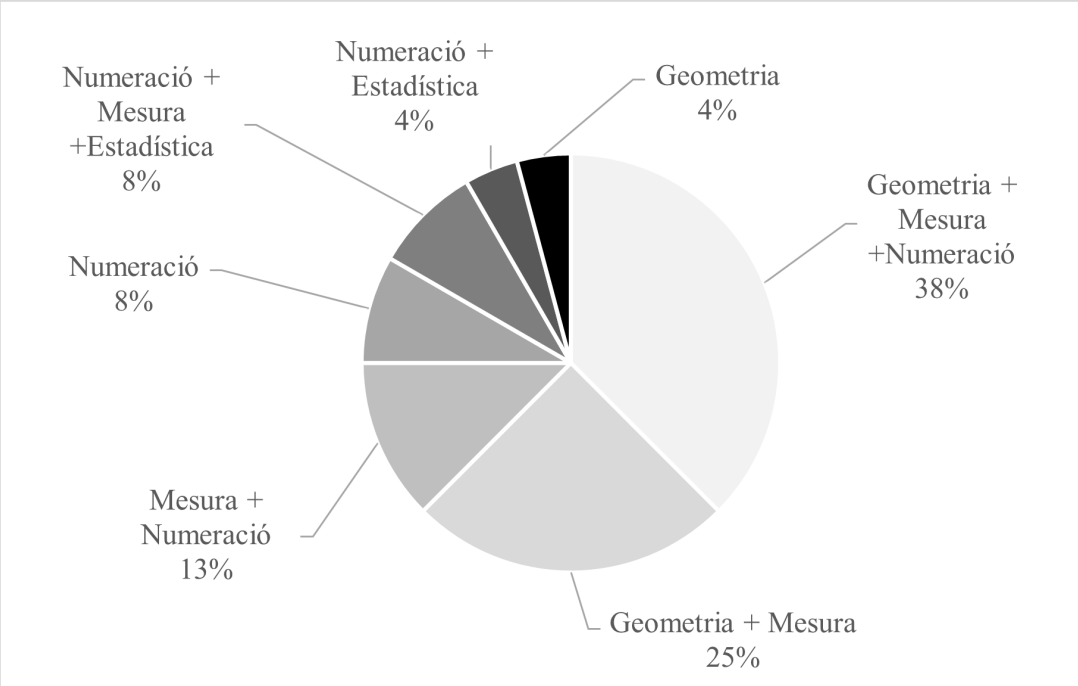
	Estadística	Geometria	Mesura	Numeració
Làmina 1		✓	✓	
Làmina 2		✓	✓	✓
Làmina 3				✓
Làmina 4		✓	✓	
Làmina 5		✓		
Làmina 6		✓	✓	✓
Làmina 7			✓	✓
Làmina 8			✓	✓
Làmina 9		✓	✓	✓
Làmina 10		✓	✓	
Làmina 11		✓	✓	✓
Làmina 12		✓	✓	✓
Làmina 13	✓		✓	✓
Làmina 14		✓	✓	
Làmina 15	✓			✓
Làmina 16		✓	✓	
Làmina 17		✓	✓	
Làmina 18		✓	✓	✓
Làmina 19				✓
Làmina 20		✓	✓	✓
Làmina 21		✓	✓	✓
Làmina 22		✓	✓	✓
Làmina 23			✓	✓
Làmina 24	✓		✓	✓
	3	16	20	17

Analitzem ara quines combinacions de blocs de continguts són més freqüents a les làmines, a la Figura 5.55 podem veure que les més nombroses són les làmines on hi ha tasques tant de geometria, com de mesura com de numeració que representen un 38% de les làmines seguit de les làmines on cal dur a terme tasques de geometria i mesura que representen un 25%. A la majoria de les més nombroses sempre hi ha algunes figures geomètriques, que es poden relacionar amb alguna qüestió de mesura que es pot quantificar, per exemple en una de les làmines hi ha unes figures construïdes amb cubs de les quals en podem calcular el volum i

determinar quina ocupa més. En d'altres hi ha figues geomètriques, o objectes que es poden relacionar amb figures geomètriques i mesures i a més a més hi ha nombres escrits que cal interpretar en relació amb les imatges de la làmina, per exemple en una làmina hi ha imatges dels senyals de trànsit i unes carreteres amb senyals de trànsit. Podem relacionar els senyals de trànsit amb determinades figures geomètriques, les carreteres són perpendiculars paral·leles i d'altra banda hi ha angles i hi ha números que indiquen distàncies i pendents de carreteres. A les que contenen només geometria i mesura hi ha qüestions de geometria lligades a qüestions de mesura que amb la imatge que ens donen no es poden quantificar com per exemple, a les fotografies de maniquins articulats de fusta hi podem identificar girs i simetries d'un maniquí a l'altre i podem veure els angles que formen les seves extremitats, però no els podem mesurar, ni cal fer cap mena de càlcul. A les activitats de mesura i numeració o bé hi ha alguna qüestió numèrica que cal que sigui interpretada en termes de mesura com per exemple els nombres negatius en un termòmetre, o bé hi ha alguna magnitud que es pot quantificar i s'hi poden fer càlculs com per exemple, sumar i restar angles en unes fotografies on hi ha pizzes tallades a porcions.

Figura 5.55:

Percentatge de làmines segons el bloc o blocs de contingut que s'hi treballen



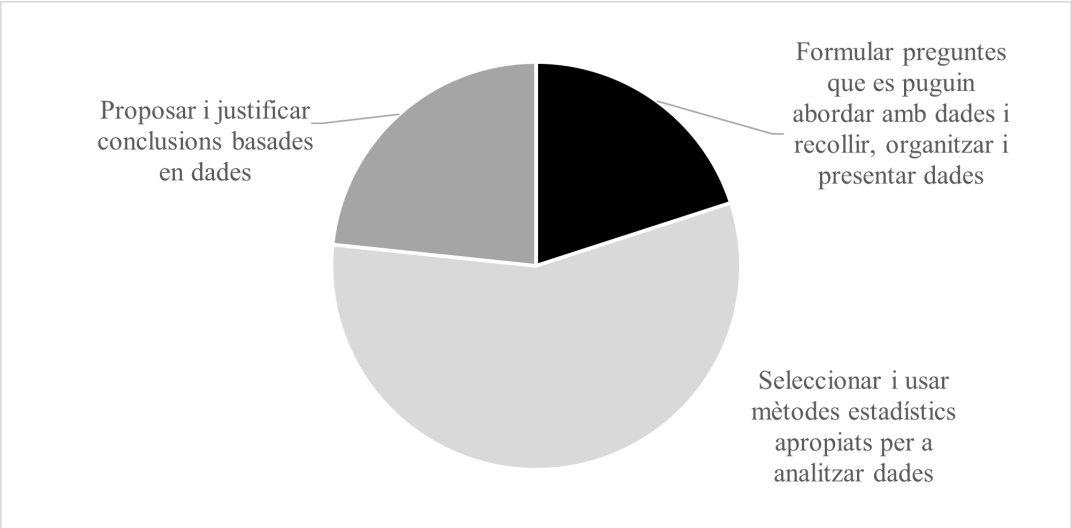
Analitzem ara de cada bloc de contingut quines són les tasques més freqüents i quin tipus de tasques es proposen.

Anàlisi de les tasques d'estadística

Respecte al tipus de tasques, més de la meitat són del bloc de "seleccionar i usar mètodes estadístics apropiats per analitzar dades", ja que les activitats proposades ja faciliten les dades i no cal recollir-ne, com a molt cal representar les dades que es faciliten d'una altra manera (vegeu Figura 5.56). El que sí que cal fer és extreure conclusions de taules i gràfiques que ja es faciliten tal com es pot veure al gràfic de la Figura 5.56.

Figura 5.56:

Percentatge de tipus de tasques d'estadística tenint en compte la seva freqüència



I a més, cap de les tasques té una freqüència superior a 3. Les tasques segons la freqüència es poden veure a la Taula 5.112.

Taula 5.112:

Taula que mostra les tasques d'estadística i la seva freqüència

Tasques d'estadística	Freqüència
Identificar el tipus de gràfic	3
Identificar el tipus de dades (quantitatives o qualitatives)	3
Calcular la mitjana i la mediana	2
Calcular la moda	2
Interpretar la mitjana i la mediana	2
Interpretar la moda	2
Dir quin és el rang de dades	2
Escollir amb quin tipus de gràfica es representen unes dades	2
Justificar amb quin tipus de gràfica es representen unes dades	2
Analitzar i interpretar un gràfic	2
Analitzar i interpretar les dades d'una taula.	2
Extreure conclusions de les dades d'una taula	2
Extreure conclusions d'una gràfica	1
Fer la llista de dades donada la taula de freqüència	1
Fer la taula de freqüècies absolutes donat el llistat de dades	1
Comparar gràfiques	1
	30

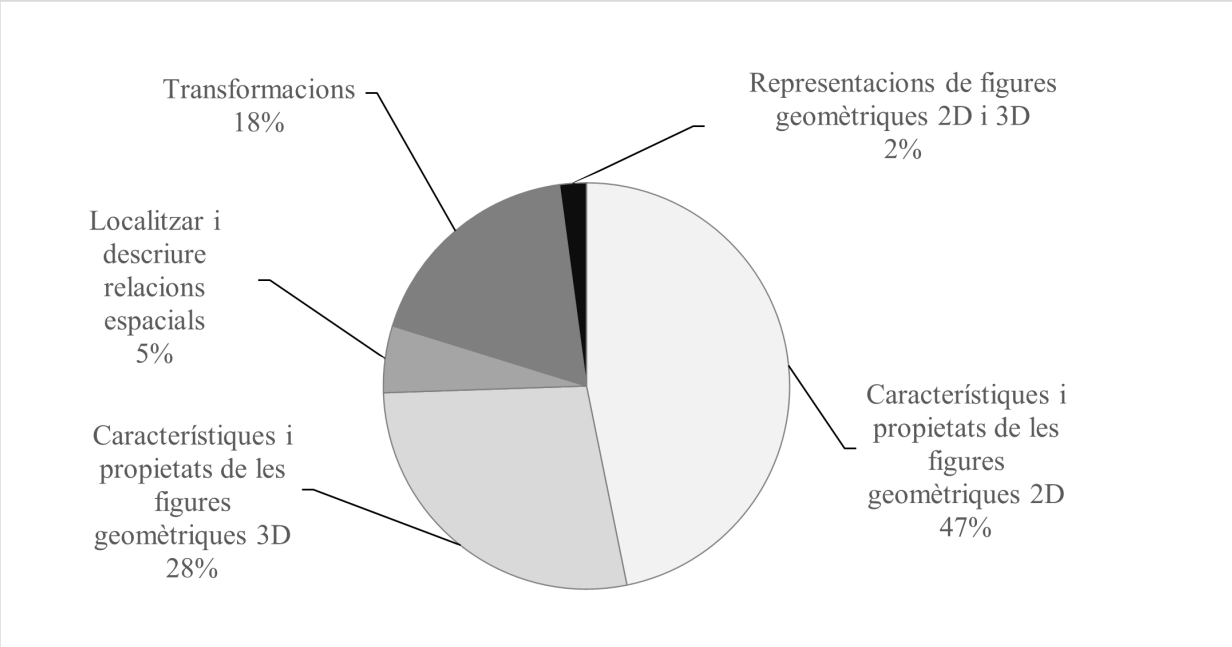
Les tasques d'estadística, per tant, són variades i de baixa freqüència. A les tasques d'estadística principalment cal identificar el tipus de dades i de gràfic, calcular i interpretar les mesures de tendència central, i analitzar i extreure conclusions d'una gràfica o taula entre d'altres.

Anàlisi de les tasques de geometria

Pel que fa a les tasques de geometria hi ha un clar predomini de les tasques on cal analitzar les característiques i propietats de les figures geomètriques (vegeu Figura 5.57), les quals representen tres quartes parts de les tasques. Les tasques on s'apliquen transformacions i s'usa la simetria per analitzar situacions matemàtiques representen un 18%, les tasques on es realitzen i descriuen relacions espacials mitjançant coordenades geomètriques i altres sistemes de representació representen només el 5% i les tasques on cal usar representar figures geomètriques només un 2%.

Figura 5.57:

Percentatge del tipus de tasques de geometria tenint en compte la seva freqüència



Si ens fixem ara en les tasques i les seves freqüències observem (vegeu Taula 5.113) que majoritàriament el que cal fer és identificar figures de dues dimensions però també de tres dimensions i els seus elements.

Taula 5.113:

Taula que mostra les tasques de geometria i la seva freqüència

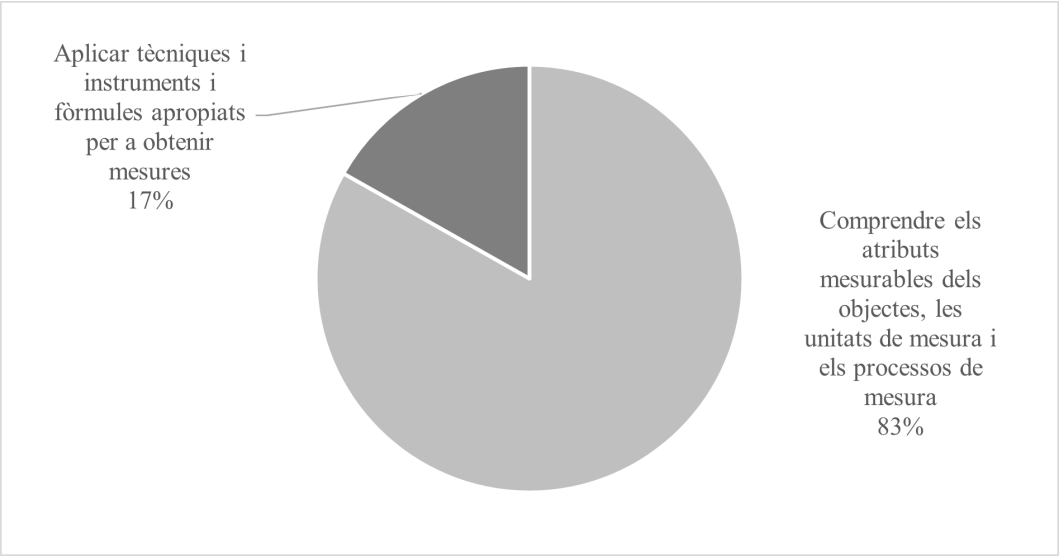
Tasques de geometria	Freqüència
Identificar una figura geomètrica de dues dimensions donada una representació.	12
Identificar elements d'un polígon	10
Identificar una figura geomètrica de tres dimensions donada una representació.	8
Identificar elements del cercle	7
Identificar tipus de rectes segons la seva posició al pla	6
Identificar simetries en figures geomètriques de dues dimensions	6
Identificar simetries en figures geomètriques de tres dimensions	6
Identificar els tipus de línia (recta, corba) al pla	5
Identificar elements d'un políedre	5
Identificar tipus de rectes segons la seva posició a l'espai	4
Comptar elements d'una polígon	4
Identificar elements de l'esfera	3
Identificar els tipus de línia (recta, corba) a l'espai	3
Comptar elements dels políedres	3
Descriure una localització usant coordenades	2
Identificar composició de moviments a l'espai	2
Identificar translacions a l'espai	2
Localitzar elements en un mapa	1
Proposar un recorregut en un mapa	1
Representar un recorregut en un mapa	1
Relacionar el desplegament pla amb la seva figura geomètrica	1
Relacionar un objecte real amb un poliedre	1
Identificar si la posició d'un objecte és el resultat d'un gir d'un altre	1
	94

Anàlisi de les tasques de mesura

A les tasques de mesura, majoritàriament cal comprendre els atributs mesurables dels objectes, les unitats de mesura i els processos de mesura tal i com es pot veure a la Figura 5.58.

Figura 5.58:

Percentatge del tipus de tasques de mesura tenint en compte la seva freqüència



Si ara ens fixem en la freqüència d'aquestes tasques (vegeu Taula 5.114), les més freqüents són relacionar les magnituds identificades amb la seva unitat de mesura, identificar magnituds, identificar tipus d'angles tant al pla com a l'espai i determinar la unitat de mesura que representa un símbol, totes elles del bloc majoritari.

Taula 5.114:

Taula que mostra les tasques de mesura i la seva freqüència

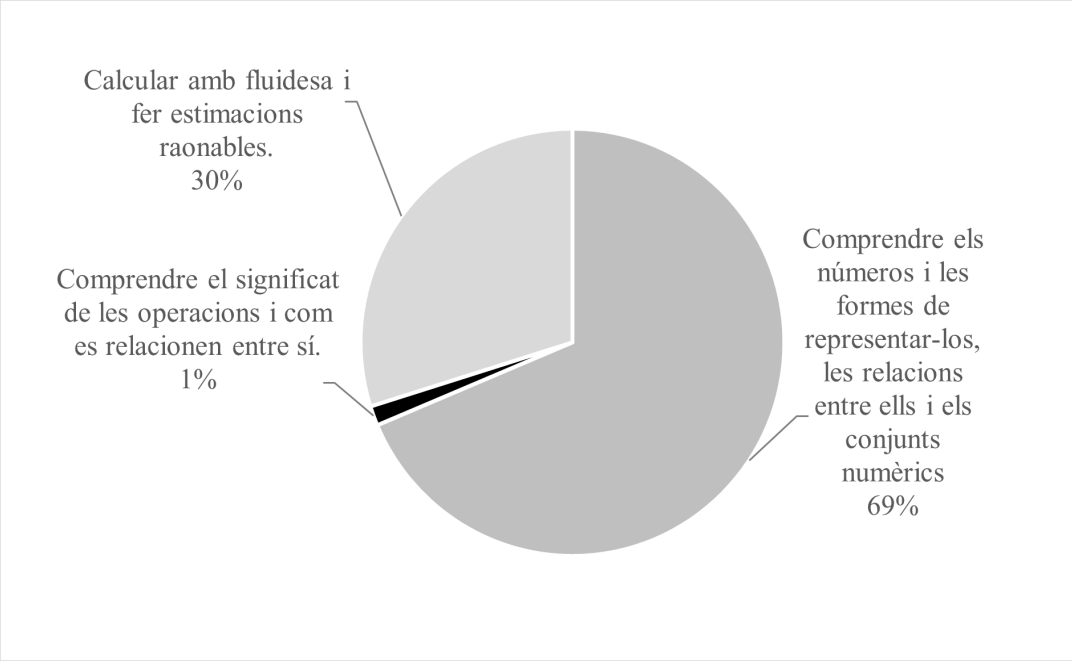
Tasques de mesura	Freqüència
Relacionar les magnituds identificades amb les seves unitats de mesura corresponents	20
Identificar magnituds en objectes	18
Identificar tipus d'angles al pla	8
Identificar tipus d'angles a l'espai	8
Determinar la unitat de mesura que representa un símbol	7
Identificar intervals de graduació als instruments de mesura	6
Identificar instruments de mesura	6
Explicar com usar els instruments de mesura	6
Relacionar els instruments de mesura amb la magnitud que mesuren	6
Calcular l'àrea d'un polígon usant unitats de mesura no estàndard	3
Calcular el perímetre d'un polígon usant unitats de mesura no estàndard	3
Identificar magnituds en dades	3
Calcular el volum d'un políedre usant unitats de mesura no estàndard	2
Sumar i restar angles	2
Determinar la durada d'un moviment identificat	1
Calcular el perímetre del cercle usant unitats de mesura estàndard	1
Calcular el perímetre d'un polígon usant unitats de mesura estàndard	1
Estimar el perímetre de figures geomètriques usant unitats de mesura no estàndard	1
Calcular l'àrea del cercle usant unitats de mesura estàndard	1
Calcular l'àrea d'un polígon usant unitats de mesura estàndard	1
Estimar l'àrea de figures geomètriques usant unitats de mesura no estàndard	1
Calcular el volum d'un esfera usant unitats de mesura estàndard	1
Mesurar angles usant el transportador d'angles	1
Calcular la distància entre dos punts d'un mapa a escala	1
Comparar escales	1
Identificar l'escala d'un mapa	1
interpretar l'escala d'un mapa	1
Ordenar les escales de diversos mapes	1
Relacionar cada electrodomèstic amb la seva unitat de mesura	1
	113

Anàlisi de les tasques de numeració

Les tasques de numeració són principalment tasques on cal comprendre els números, la seva forma de representar-los, les relacions entre ells i els conjunts numèrics i també cal fer càlculs i estimacions tal com es veu en el gràfic de la Figura 5.59.

Figura 5.59:

Percentatge del tipus de tasques de numeració tenint en compte la seva freqüència



I les tasques més freqüents (vegeu Taula 5.115) són identificar tipus de nombres, calcular multiplicacions i sumes i determinar quina fracció representa una determinada imatge i si aquestes es poden sumar.

Taula 5.115:

Taula que mostra les tasques de numeració i la seva freqüència

Tasques de numeració	Freqüència
Identificar el tipus de nombres	13
Calcular multiplicacions d'enters i/o decimals	9
Calcular sumes d'enters i/o decimals	8
Determinar quina fracció representa una determinada imatge	5
Determinar si dues fraccions es poden sumar i/o comparar	5
Justificar si dues fraccions es poden sumar i/o comparar.	5
Interpretar els nombres negatius en contextos reals	4
Determinar a quina representació correspon una fracció	3
Determinar a quina representació correspon un decimal	2
Determinar a quina representació correspon un percentatge	2
Establir relacions entre les representacions o imatges i els nombres	2
Establir relacions entre fracions, decimals i percentatges	2
Ordenar nombres	2
Calcular restes d'enters i/o decimals	2
Buscar relacions sumatives i/o multiplicatives entre nombres	1
Resoldre problemes aritmètics	1
Calcular sumes i restes de fraccions	1
	67

Anàlisi del tipus d'accions

Si analitzem el tipus d'accions que cal realitzar en cadascuna de les tasques i les agrupem segons aquest criteri, veiem que hi ha 18 accions diferents. A la Taula 5.116 hi ha detallades totes aquestes accions, el nombre d'activitats en les quals cal realitzar cada acció, el nombre de tasques associades a cada acció i la freqüència de cadascuna de les accions.

Taula 5.116:

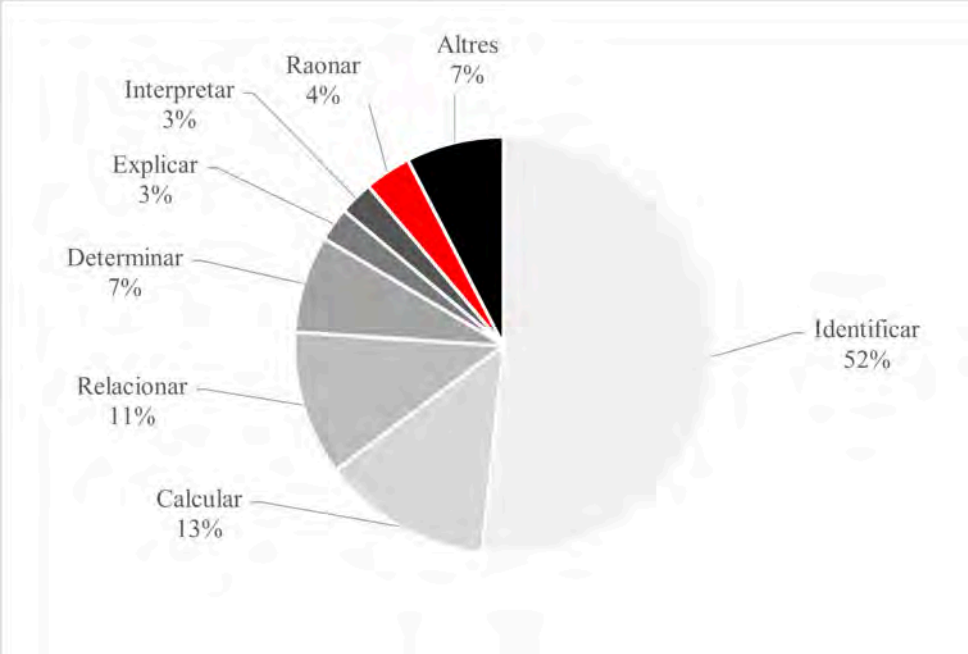
Taula que mostra el tipus d'accions que cal fer per a resoldre les làmines i la seva freqüència

	nº Activitats	nº Tasques	Freqüència
Identificar	23	27	157
Calcular	11	16	40
Relacionar	21	8	34
Determinar	9	9	23
Explicar	7	2	8
Interpretar	5	3	8
Justificar	7	2	7
Comptar	6	2	7
Analitzar i interpretar	3	2	4
Extreure conclusions	2	2	3
Ordenar	3	2	3
Comparar	2	2	2
Elaborar	1	2	2
Estimar	1	2	2
Mesurar	1	1	1
Representar	1	1	1
Resoldre	1	1	1
Localitzar	1	1	1
		85	304

Si representem les dades de la Taula 5.116 agrupant totes les accions amb una freqüència igual o inferior a 7, obtenim el gràfic de la Figura 5.60 en el que podem veure que en la meitat de les tasques l'acció que cal realitzar és la d'identificar, identificar elements i figures geomètriques, angles, escales, magnituds, instruments de mesura i tipus de nombres. Seguit de calcular sumes, restes, perímetres, àrees i volums. I de relacionar, principalment relacionar el desplegament amb la corresponent figura geomètrica, relacionar magnituds amb la seva unitat de mesura i els instruments de mesura amb la magnitud que mesura. I determinar, principalment determinar la fracció que representa una determinada representació o imatge, determinar si podem sumar i/o comparar dues o més fraccions.

Figura 5.60:

Percentatge del tipus d'accions tenint en compte la seva freqüència



Les tasques on cal fer algun tipus de raonament són minoritàries. Són tasques on cal justificar, resoldre i analitzar i extreure conclusions i són majoritàriament d'estadística. Només en un tipus de tasques els alumnes poden decidir què fer, en les tasques de determinar i justificar amb quin gràfic representar unes dades que també són d'estadística.

Resum de resultats parcials

Per tant, majoritàriament les tasques que es proposen són de geometria i mesura en les que cal identificar figures o elements geomètrics, identificar magnituds en objectes i relacionar-

les amb la seva unitat de mesura. Al ser tot a partir d'imatges no cal mesurar. Les tasques de numeració o bé són sobre fraccions o bé són per a realitzar càlculs en tasques de geometria i mesura. Les tasques d'estadístiques són les més minoritàries, però alhora són les que permeten fer raonaments i prendre decisions malgrat sigui a través d'imatges.

5.3.3. Anàlisi de la OM que es proposa al Taller connectem de Cicle Superior

Al taller connectem de cicle superior s'hi treballen continguts de geometria i de mesura que tinguin a veure amb perímetre, àrea i volum i també jocs de taula. Aquí només analitzarem les activitats de geometria i mesura i no s'analitzaran els jocs de taula. Per a dur a terme les activitats de geometria i mesura el professor d'aquest taller es basa en els llibres del programa Enginy de l'editorial Barcanova. Aquí analitzem les tasques que s'hi proposen.

Tipologia de tasques assignades a cada domini matemàtic

Aquí es descriuen les tasques i les seves variables. Per a veure els valors que prenen les variables cal veure els annexes pàgina 126.

Geometria: Tasques on s'analitzen les característiques i propietats de les figures geomètriques de dues dimensions i es desenvolupen raonaments matemàtics sobre relacions geomètriques

$GT_{Ident\ tipus\ rectes\ al\ pla}$ = [Identificar tipus de rectes al pla, V1, V2]

On la variable V1 és on cal identificar els tipus de rectes.

On la variable V2 és el criteri de classificació que cal emprar.

$GT_{Ident\ repre\ fig2D\ i\ dir\ nom}$ = [Identificar una representació d'una figura geomètrica 2D i dir-ne el seu nom, V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació o imatge que es proporciona de la figura geomètrica 2D.

On la variable V2 és el tipus de figura geomètrica.

$GT_{Identi\ fig2D\ donades\ caracteristiques}$ = [Identificar una figura geomètrica 2D donades les seves característiques i dir-ne el seu nom, V1, V2]

On la variable V1 són les característiques que es proporcionen.

On la variable V2 és el nom de les figura geomètrica.

$GT_{Ident\ repre\ fig2d\ donat\ nom}$ = [Identificar una representació d'una figura geomètrica 2D donat el seu nom, V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de representació que es proporciona.

On la variable V2 és el nom de les figura geomètrica que es dona.

$GT_{Ident\ elements\ polí\ gon}$ = [Identificar elements d'un polígon, V1, V2]

On la variable V1 és la figura geomètrica.

On la variable V2 són els elements a identificar.

$GT_{Comptar\ elem\ poligon}$ = [Comptar els elements d'un polígon donada una representació, V1, V2]

On la variable V1 són els elements a comptar.

On la variable V2 són els polígons on cal comptar aquests elements.

$GT_{Comparar\ fig2D}$ = [Comparar figures geomètriques de dues dimensions, V1, V2]

On la variable V1 és l'objectiu de la comparació.

On la variable V2 són són les figures que cal comparar.

$GT_{Ident\ const\ geom\ elem}$ = [Identificar una construcció geomètrica elemental i dir-ne el seu nom, V1]

On la variable V1 és la construcció geomètrica elemental que cal identificar.

$GT_{Ident\ propietats\ constr\ geom}$= [Identificar les propietats d'una construcció geomètrica elemental, V1]

On la variable V1 és la construcció geomètrica elemental.

$GT_{Descriure\ propietats\ constr\ geom}$= [Descriure les propietats d'una construcció geomètrica elemental, V1]

On la variable V1 és la construcció geomètrica elemental.

$GT_{Ident\ nom\ polig\ d'una\ llista}$= [Identificar el nom d'un polígon d'una llista del qual se'n facilita una representació; V1, V2]

On la variable V1 és el nom del polígon representat.

On la variable V2 és el llistat de noms que es dona.

$GT_{Determ\ si\ polí\ gon\ compleix\ prop}$ = [Determinar si un polígon compleix o no una determinada propietat, V1, V2]

On la variable V1 és el polígon.

On la variable V2 és la característica que es demana que s'avaluï.

$GT_{Class\ poligon\ segons\ criteri\ donat}$ = [Classificar polígons segons un criteri donat, V1, V2]

On la variable V1 són els polígons a classificar

On la variable V2 és el criteri donat per a classificar els polígons.

Geometria: Tasques on s'analitzen les característiques i propietats de les figures geomètriques de tres dimensions i es desenvolupen raonaments matemàtics sobre relacions geomètriques

$GT_{Ident\ tipus\ rectes\ espai}$ = [Identificar tipus de rectes al l'espai, V1, V2]

On la variable V1 és on cal identificar els tipus de rectes.

On la variable V2 és el criteri de classificació que cal emprar.

$GT_{Fotog\ tipus\ de\ rectes\ a\ l'espai}$ = [Fotografiar tipus de rectes a l'espai, V1, V2]

On la variable V1 és on cal fotografiar els tipus de rectes.

On la variable V2 és el criteri de classificació que cal emprar.

$GT_{Ident\ repr\ fig3D\ i\ dir\ nom}$ = [Identificar una representació d'una figura geomètrica 3D i dir-ne el seu nom, V1,V2]

On la variable V1 és és el tipus de representació que es proporciona de la figura geomètrica 3D.

On la variable V2 és el nom de la figura geomètrica.

$GT_{Identi\ fig3D\ donades\ caracteristiques}$ = [Identificar una figura geomètrica 3D donades algunes de les seves característiques i dir-ne el seu nom, V1, V2]

On la variable V1 són les característiques que es proporcionen.

On la variable V2 és el nom de la figura geomètrica.

$GT_{Ident\ elements\ polí\ edre}$ = [Identificar els elements d'un políedre, V1, V2]

On la variable V1 són els políedres on cal identificar aquests elements.

On la variable V2 són els elements a identificar.

$GT_{Comptar\ elements\ polí\ edre}$ =[Comptar els elements d'un políedre, V1, V2, V3]

On la variable V1 és la forma en que es presenta el políedre.

On la variable V2 és el tipus de políedre.

On la variable V3 és l'element a comptar.

$GT_{Deter\ si\ polí\ edre\ compleix\ prop}$= [Determinar si un políedre compleix o no una determinada propietat, V1, V2]

On V1 és la característica que es demana que s'avaluï.

On V2 és el políedre.

$GT_{Deter\ caract\ i\ prop\ fig3D}$ = [Determinar les característiques i propietats d'una figura geomètrica 3D, V1]

On la variable V1 és la figura geomètrica.

$GT_{Deter\ si\ é\ s\ un\ polí\ edre}$ = [Determinar si un cos geomètric és un políedre, V1]

On la variable V1 és el cos geomètric a avaluar.

$GT_{Justificar\ que\ é\ s\ un\ polí\ edre}$= [Justificar que un cos geomètric és un políedre, V1]

On la variable V1 és el cos geomètric a avaluar.

Geometria: Tasques on es representa amb material, amb dibuixos o mentalment figures de dues i tres dimensions

$GT_{Aprendre\ a\ dibuixar\ constr\ geom\ elem}$= [Aprendre a dibuixar pas a pas una construcció geomètrica elemental, V1, V2]

On la variable V1 és el material a emprar per a dibuixar-la.

On la variable V2 és la construcció o figura geomètrica que cal dibuixar.

$GT_{Aprendre\ a\ dibuixar\ polí\ gon\ reg}$ = [Aprendre a dibuixar pas a pas un polígon regular, V1, V2]

On la variable V1 és el material a emprar per a dibuixar-lo.

On la variable V2 és la figura geomètrica que cal dibuixar.

Dibuixar un cercle amb compàs.

Dibuixar en una quadrícula un polígon construït amb quadrats.

$GT_{Dibuixar\ \ polí\ gon\ compleix\ condició}$ = [Dibuixar un polígon que compleixin una determinada condició, V1, V2]

On la variable V1 és el polígon que cal dibuixar i les condicions que ha de complir.

On la variable V2 són les eines que es poden usar per a dibuixar-lo.

$GT_{Deter\ si\ é\ s\ possible\ dibuixar\ polí\ gon\ condicions}$ = [Determinar si es possible dibuixar un polígon que compleixi unes determinades condicions, V1]

On la variable V1 és el polígon que cal dibuixar.

$GT_{Dibuixar\ resultat\ despres\ transf}$= [Dibuixar el resultat després d'aplicar una o diverses transformacions a un objecte o representació, V1]

On la variable V1 és l'objecte o la representació a la que se li aplica una o

diverses transformacions.

$GT_{Dibuixar\ constr\ geom\ elemental}$ = [Dibuixar una construcció geomètrica elemental, V1, V2]

On la variable V1 és la construcció geomètrica que cal realitzar.

On la variable V2 són el tipus d'eines que es poden usar.

$GT_{Explicar\ passos\ dibuixar\ constr\ geom\ elem}$= [Explicar cadascun dels passos per a dibuixar una construcció geomètrica elemental, V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de construcció

On la variable V2 és qui fa la construcció.

Determinar si per a dibuixar un triangle del qual coneixem les longituds dels seus costats és indiferent quin costat dibuixem primer.

$GT_{Comprovar\ congruencia\ fig2D}$ = [Comprovar si dues figures geomètriques 2D són congruents, V1, V2]

On la variable V1 és la figura geomètrica que cal comparar.

On la variable V2 és l'estratègia usada per a comparar.

$GT_{Subdividir\ poligon}$ = [Subdividir un polígon en d'altres polígons, V1, V2]

On la variable V1 és el polígon que cal subdividir.

On la variable V2 és el tipus de subdivisió que cal fer.

$GT_{Subdividir\ fig2D\ amb\ costat\ corba}$ = [Subdividir una figura geomètrica amb algun costat corb, V1]

On la variable V1 és l'estratègia usada per a subdividir la figura.

$GT_{Comb\ polígons\ amb\ material}$ = [Combinar polígons per a formar-ne un altre amb algun tipus de material, V1, V2]

On la variable V1 és el polígon que cal formar.

On la variable V2 és el material disponible per a formar el nou polígon.

Construir un polígon amb quadrats donat el seu dibuix en una quadrícula.

$GT_{Construir\ polígons\ condició\ amb\ material}$ = [Construir polígons que compleixin una determinada condició amb material, V1, V2]

On la variable V1 és el material a emprar per a construir-lo.

On la variable V2 és la condició que han de complir els polígons.

$GT_{Modificar\ constr\ per\ tal\ que\ compleixi\ condició}$ = [Modificar una construcció d'un polígon per tal que compleixi una determinada condició, V1, V2, V3]

On la variable V1 és el tipus de construcció del polígon.

On la variable V2 és la condició que ha de complir.

On la variable V3 són les accions permeses.

$GT_{És\ possible\ la\ construcció}$ = [Investigar si és possible construir un determinat políedre usant un determinat material, V1, V2]

On V1 és la variable que indica quin és el políedre.

On V2 és la variable que indica quin és el material a usar.

$GT_{Justificar\ é\ s\ possible\ la\ construcció}$ = [Justificar si és possible construir un determinat políedre usant un determinat material, V1, V2]

On V1 és la variable que indica quin és el políedre.

On V2 és la variable que indica quin és el material a usar.

$GT_{Construir\ polí\ edres\ amb\ material}$ = [Construir un políedre de forma lliure amb algun tipus de material; V1]

On la variable V1 és el material usat per a construir-los.

$GT_{Construir\ Fig3D\ \ fang}$ = [Construir figures geomètriques 3D amb fang o plastilina, V1]

On la variable V1 és el políedre que cal construir.

$GT_{Fer\ talls\ Fig3D\ \ fang}$= [Fer seccions d'una figura geomètrica construïda amb fang o plastilina, V1]

On la variable V1 és la figura geomètrica.

$GT_{Dibuixar\ \text{sec}cions\ fig3D\ de\ fang\ o\ plastilina}$= [Dibuixar les seccions que s'han fet d'un cos geomètric construït amb fang o plastilina, V1]

On la variable V1 és el tipus de cos geomètric.

$GT_{Dibuixar\ \ fig3D}$ = [Dibuixar una figura geomètrica amb perspectiva, V1, V2]

On la variable V1 és el tipus d'informació que es té de la figura geomètrica.

$GT_{Dibuixar\ poliedre\ forma\ diferent}$ = [Dibuixar un políedre determinat de forma diferent de com es presenta a la imatge donada, V1]

On la variable V1 és el tipus de políedre.

Dibuixar un políedre en perspectiva format per cubs en una quadrícula per tal de veure els vèrtexs ocults.

$GT_{Dibuixar\ cares\ poliedre}$ = [Dibuixar les cares d'un políedre del qual se'n té una imatge en perspectiva, V1]

On la variable V1 és el tipus de políedre del qual cal dibuixar les seves cares.

$GT_{Dibuixar\ \ despleg\ pla\ fig3D}$ = [Dibuixar el desplegament pla d'una figura geomètrica

donada la seva representació en perspectiva, V1]

On la variable V1 és la figura geomètrica de la qual cal dibuixar el desplegament.

$GT_{Dibuixar\ vistes\ fig3D}$ = [Dibuixar una o més vistes d'una figura geomètrica 3D, V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de vista que cal dibuixar.

On la variable V2 és el tipus de figura i el format.

$GT_{Dibuixar\ vista\ zenital\ pis\ a\ pis}$ = [Dibuixar la vista zenital pis a pis d'un políedre format per cubs, V1]

On la variable V1 és la informació que es proporciona de la figura geomètrica.

$GT_{Dibuixar\ vista\ zenital\ altures}$ = [Dibuixar la vista zenital amb les altures anotades d'una figura geomètrica formada per cubs, V1]

On V1 és la informació que es proporciona de la figura geomètrica.

$GT_{Ident\ vistes\ fig3D}$ =[Identificar les vistes (planta, alçat i perfil) d'una figura geomètrica 3D, V1]

On la variable V1 és el tipus de figura geomètrica 3D.

Identificar a quina figura o figures geomètriques construïdes amb cubs encastables correspon una vista zenital.

Identificar a quina figura geomètrica construïda amb cubs encastables correspon una vista zenital amb les altures anotades.

Determinar si la vista zenital pis a pis d'una figura construïda amb cubs encastables pot correspondre a un gratacel.

$GT_{Construir\ polied\ despl\ pla}$ = [Construir un políedre a partir del seu desplegament pla, V1,V2]

On la variable V1 és el políedre que cal construir:

On la variable V2 és el material a usar.

$GT_{Deter\ quants\ cubs\ tenen\ un\ n^o\ \ cares\ visibles}$ = [Determinar quants cubs tenen un determinat nombre de cares visibles en una representació d'un prisma fet amb cubs, V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de prisma.

On la variable V2 és el nombre de cares visibles dels cubs petits que formen el cub gran.

$GT_{Deter\ quants\ cubs\ d'un\ color}$ = [Determinar el nombre de cubs d'un cert color que formen un políedre format per cubs de diferents colors representat en perspectiva, V1, V2,

V3]

On la variable V1 són els colors dels cubs.

On la variable V2 és el tipus de políedre.

On la variable V3 són els cubs que cal comptabilitzar.

$GT_{Repartir\ mesos\ cares\ poliedre}$ = [Determinar si és possible repartir els 12 mesos de l'any en les diferents cares d'un políedre determinat del que es dona una imatge en perspectiva i el seu desplegament pla, V1]

On la variable V1 és el políedre sobre el qual es pregunta.

$GT_{Descriure\ resultat\ comb\ fig3D\ mentalment}$ = [Descriure els resultats de combinar figures geomètriques 3D mentalment, V1]

On la variable V1 són les figures geomètriques disponibles per a combinar.

$GT_{Deter\ si\ s'han\ combinat\ 2\ fig3D}$= [Determinar si un políedre s'ha construït combinant dos cossos geomètrics, V1]

On la variable V1 és el políedre.

$GT_{Deter\ quines\ fig3D\ s'han\ combinat}$= [Determinar quins cossos geomètrics s'han combinat per a construir un determinat políedre, V1]

On la variable V1 és el políedre.

$GT_{Identificar\ desplegament\ pla}$ = [Identificar quin dels desplegaments plans que es proporcionen correspon al desplegament d'una figura geomètrica de la qual se'n té una imatge en perspectiva, V1]

On V1 és el grup de políedres políedre des qual es vol identificar el desplegament pla.

$GT_{Relacionar\ poliedre\ objecte\ real}$ = [Relacionar un determinat políedre amb un objecte real, V1]

On la variable V1 és el tipus de políedre.

Geometria: Tasques on es localitzen i descriuen relacions espacials mitjançant coordenades geomètriques i altres sistemes de representació:

$GT_{Localitzar\ en\ un\ mapa}$ = [Localitzar un element o un punt determinat en un mapa a partir de punts de referència; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de mapa.

On la variable V2 és l'element que cal localitzar al mapa.

$GT_{\text{Pr}\,oposar\ camí\ \ o\ recorregut}$ = [Proposar i representar un camí o recorregut, V1, V2]

On la variable V1 a on cal proposar el camí o recorregut.

On la variable V2 són les condicions que ha de complir ell camí o recorregut.

Dibuixar un punt en uns eixos de coordenades donades les coordenades cartesianes del punt.

Determinar quines són les coordenades cartesianes d'un punt representat en uns eixos de coordenades.

Determinar quines són les coordenades d'una casella d'una quadrícula.

Donar la localització d'un punt en un radar donant la distància i l'angle.

Geometria: Tasques on s'apliquen transformacions i s'usa la simetria per analitzar situacions matemàtiques

$GT_{Identificar\ simetria}$ = [Identificar simetries en representacions o objectes, V1]

On la variable V1 és la representació o objecte on cal identificar la simetria.

$GT_{Fotografiar\ simetria}$ = [Fotografiar simetries, V1]

On la variable V1 és on cal fotografiar simetries.

$GT_{Acabar\ dibuix\ simetric}$= [Acabar un dibuix per tal que sigui simètric, donat l'eix de simetria, V1]

On la variable V1 és el tipus de dibuix que es proporciona.

$GT_{Identif\ dibuix\ si\ coneixem\ mig\ dibuix\ i\ es\ simetr}$ = [Identificar quin seria el dibuix correcte entre diverses opcions si es proporciona només la meitat del dibuix i es diu que és simètric, V1]

On la variable V1 és el mig dibuix que es dona.

$GT_{Aplicar\ un\ gir}$ = [Aplicar un gir a una representació o objecte, V1, V2, V3]

On la variable V1 és la representació o objecte al que li apliquem el gir.

On la variable V2 és la direcció del gir.

On la variable V3 és la unitat amb la que es descriu l'amplitud del gir.

$GT_{Aplicar\ comp\ de\ girs}$ = [Aplicar diversos girs a una representació o objecte, V1, V2, V3, V4]

On la variable V1 són el nombre de girs a aplicar.

On la variable V2 és la representació o objecte al que li apliquem els girs.

On la variable V3 és la direcció del gir.

On la variable V4 és la unitat amb la que es descriu l'amplitud del gir.

$GT_{Aplicar\ comp\ de\ transf}$ = [Aplicar diverses transformacions a una representació o objecte, V1, V2]

On la variable V1 són les transformacions que se li apliquen.

On la variable V2 és a què cal aplicar les transformacions.

$GT_{Descriure\ resultat\ comp\ de\ transf}$= [Descriure el resultat d'aplicar una o diverses transformacions a un objecte o representació, V1]

On la variable V1 és l'objecte o la representació a la que se li aplica una o diverses transformacions.

Mesura: Comprendre els atributs mesurables dels objectes, les unitats de mesura i els processos de mesura

$GT_{Ident\ tipus\ d'angles\ en\ fig2d}$ = [Identificar el tipus d'angles en una figura geomètrica plana; V1,V2]

On la variable V1 és on cal identificar els angles.

On la variable V2 és el tipus d'angles que cal identificar.

$GT_{Ident\ tipus\ d'angles\ a\ l'espai}$ = [Identificar tipus d'angles a l'espai, V1]

On la variable V1 és on cal identificar els tipus d'angles.

$GT_{Fotografiar\ tipus\ d'angles}$ = [Fotografiar diferents tipus d'angles, V1]

On la variable V1 és on cal fotografiar els tipus d'angles.

Dir si una afirmació sobre els angles és certa o falsa i en cas de ser falsa modificar-la per tal que sigui certa.

$GT_{Realitzar\ conversions\ d'unitats}$ = [Realitzar una conversió d'unitats de mesura, V1, V2]

On la variable V1 és la magnitud.

On la variable V2 és la conversió que cal realitzar.

Mesura: Aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiades per a obtenir mesures

$GT_{Mesurar\ amplitud\ angle}$ = [Mesurar l'amplitud d'un angle amb un transportador d'angles, V1]

On la variable V1 és la figura geomètrica on cal mesurar els angles.

$GT_{Estimar\ magnitud}$ = [Estimar la mesura d'alguna magnitud, V1,V2]

On la variable V1 és la magnitud a estimar.

On la variable V2 és l'estimació a fer.

$GT_{Calcular\ graus\ composicio\ girs}$ = [Calcular els graus que ha girat en total un objecte al que se li apliquen diversos girs consecutius, V1, V2]

On la variable V1 és el nombre de girs que s'apliquen a l'objecte.

On la variable V2 és l'objecte al que s'apliquen els girs.

$GT_{Calcular\ suma\ angles\ polig}$ =[Calcular la suma dels angles d'un polígon; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de polígon de la qual cal calcular la suma d'angles.

On la variable V2 és l'estratègia usada per a calcular la suma dels angles.

$GT_{Calcular\ per\ polig\ no\ estàndard}$ = [Calcular el perímetre d'un polígon usant unitats de mesura no estàndard, V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de polígon.

On la variable V2 és l'estratègia usada per a calcular el perímetre.

$GT_{Calcular\ per\ polig\ estàndard}$ = [Calcular el perímetre d'un polígon usant unitats de mesura estàndard, V1, V2, V3]

On la variable V1 és el tipus de polígon.

On la variable V2 és la forma com es donen les mesures per a poder dur a terme el càlcul.

On la variable V3 és l'estratègia per a calcular el perímetre.

$GT_{Calcular\ perimetre\ cercle}$ = [Calcular el perímetre d'un cercle, V1]

On la variable V1 és l'estratègia usada per a calcular-la.

$GT_{Calcular\ perim\ fig\ no\ pol\ no\ cercle}$ = [Calcular el perímetre d'una figura geomètrica amb algun costat corb, V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de figura geomètrica.

On la variable V2 és l'estratègia usada per a calcular el perímetre.

$GT_{Explicar\ calcul\ perimetre}$ = [Explicar com s'ha calculat el perímetre, V1]

On la variable V1 és el polígon del qual s'ha calculat el perímetre.

$GT_{Calcular\ dist\ entre\ dos\ punts\ mapa\ o\ rep\ a\ escala}$ = [Calcular la distància entre dos punts d'un mapa o d'un objecte dibuixat a escala coneixent l'escala i usant el regle per a mesurar, V1]

On la variable V1 és el tipus de mapa o objecte.

$GT_{Calcular\ mesures\ objecte\ a\ escala}$ = [Calcular les mesures d'un objecte a una escala

determinada coneixent les mides reals de l'objecte i l'escala, V1]

On la variable V1 és el tipus d'objecte del qual cal calcular les mesures.

$GT_{Calcular\ perimetre\ fig\ geom\ a\ escala}$ = [Calcular el perímetre a escala i real d'una figura geomètrica dibuixada a escala, coneixent-ne l'escala i usant el regle per a mesurar, V1]

On la variable V1 és el tipus de figura de la qual cal calcular el perímetre.

$GT_{Calcular\ àrea\ polig\ no\ estàndard}$ = [Calcular l'àrea d'un polígon usant unitats de mesura no estàndard, V1, V2]

On la variable V1 indica quin és el tipus de polígon.

On la variable V2 és l'estratègia usada pel càlcul de l'àrea.

$GT_{Calcular\ àrea\ polig\ estàndard}$ = [Calcular l'àrea d'un polígon usant unitats de mesura estàndard, V1, V2, V3]

On la variable V1 indica quin és el tipus de polígon.

On la variable V2 és la forma de saber les longituds necessàries

On la variable V3 és l'estratègia usada pel càlcul de l'àrea.

$GT_{Calcular\ àrea\ fig2D\ amb\ cos tat\ corba}$ = [Calcular l'àrea d'una figura geomètrica amb algun costat corb, V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de figura geomètrica.

On la variable V2 és l'estratègia usada per a calcular l'àrea.

$GT_{Calcular\ àrea\ zones\ de\ dif\ color\ polí\ gon}$ = [Calcular l'àrea de les diferents zones d'un polígon pintades de diferents colors, V1, V2]

On la variable V1 és la descripció del polígon.

On la variable V2 és l'estratègia per a calcular les àrees.

$GT_{Calcular\ àrea\ cercle}$ = [Calcular l'àrea d'un cercle, V1]

On la variable V1 és l'estratègia usada per a calcular-la.

$GT_{Calcular\ àrea\ corona\ circular}$ = [Calcular l'àrea d'una corona circular, V1, V2]

On la variable V1 són les mesures que es proporcionen de la corona circular.

On la variable V2 és l'estratègia per a calcular l'àrea.

$GT_{Ident\ àrea\ d'una\ llista}$ = [Determinar si l'àrea d'una figura de la qual se'n té una representació és en una llista donada que conté valors en centímetres, centímetres quadrats i centímetres cúbics, V1]

On la variable V1 és el tipus de figura.

$GT_{Explicar\ càlcul\ àrea}$ = [Explicar com s'ha calculat l'àrea, V1]

On la variable V1 és el polígon del qual s'ha calculat l'àrea.

$GT_{Estimació\ àrea\ untiats\ mesura\ estàndard}$ = [Estimar l'àrea de figures geomètriques usant unitats de mesura estàndard, V1]

On la variable V1 és tipus de figura geomètrica.

On la variable V2 és i la unitat de mesura que cal usar.

$GT_{Calcular\ area\ zona\ mapa}$ = [Donat un mapa, calcular l'àrea d'una zona determinada, V1, V2]

On la variable V1 és la zona de la qual cal calcular l'àrea.

On la variable V2 és l'estratègia usada per a calcular l'àrea.

$GT_{Justificar\ mateixa\ area}$ = [Justificar per què dues figures geomètriques tenen la mateixa àrea, V1]

On la variable V1 és la figura geomètrica.

$GT_{Deter\ quantes\ rajoles}$ = [Determinar quantes rajoles calen per a cobrir una superfície donades les mides de les rajoles i la de la superfície a enrajolar, V1]

On la variable V1 és el tipus de rajoles.

On la variable V2 és l'estratègia a usar.

$GT_{L'nrajolarment\ es\ correcte?}$ = [Donades les mides d'una superfície i d'unes rajoles, determinar si s'ha pogut enrajolar amb el nombre de rajoles donat o no, V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de rajoles.

On la variable V2 és l'estratègia usada.

$GT_{Calcular\ volum\ poliedre\ unit\ mes\ no\ estàndard}$ = [Calcular el volum d'un políedre usant unitats de mesura no estàndard, V1]

On la variable V1 és el tipus de políedre.

$GT_{Calcular\ volum\ poliedre\ unit\ mes\ estàndard}$= [Calcular el volum d'un políedre usant unitats de mesura estàndard, V1, V2, V3, V4]

On la variable V1 és el tipus de políedre.

On la variable V2 és la forma com es donen les mesures necessàries per a calcular el volum.

On la variable V3 és la unitat de mesura que cal usar.

On la variable V4 és l'estratègia a usar.

$GT_{Ident\ volum\ d'una\ llista}$ = [Determinar si el volum d'una figura de la qual se'n té una representació és en una llista donada que conté valors en centímetres, centímetres quadrats i

centímetres cúbics, V1]

On la variable V1 és el tipus de figura.

$GT_{Estimacio\ volum\ poliedre\ unit\ mes\ estàndard}$ = [Estimar el volum d'un políedre usant unitats de mesura estàndard, V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de políedre.

On la variable V2 és la unitat de mesura que cal usar.

$GT_{Explicar\ càlcul\ volum}$ = [Explicar com s'ha calculat el volum, V1]

On la variable V1 és el políedre del qual s'ha calculat el volum.

$GT_{Comparar\ perimetres}$ = [Comparar perímetres, V1, V2, V3]

On la variable V1 és el motiu pel qual cal comparar els perímetres.

On la variable V2 és les figures geomètriques a comparar

On la variable V3 és l'estratègia usada.

$GT_{Comparar\ arees}$ = [Comparar àrees, V1, V2, V3]

On la variable V1 és el motiu pel qual cal comparar les àrees.

On la variable V2 són les figures geomètriques a comparar.

On la variable V3 és l'estratègia usada.

$GT_{Comparar\ volums}$ = [Comparar volums, V1, V2, V3]

On la variable V1 és el motiu pel qual cal comparar els volums.

On la variable V2 són les figures geomètriques a comparar.

On la variable V3 és l'estratègia usada.

Àlgebra: Comprendre patrons, relacions i funcions

Investigar la relació que hi ha entre el nombre d'arestes i el nombre de vèrtexs més cares als políedres platònics (tetraedre, cub, octaedre, icosaedre, dodecaedre).

Generalitzar la relació trobada entre arestes i el nombre de vèrtexs més cares als políedres platònics (tetraedre, cub, octaedre, icosaedre, dodecaedre) per a tots els poliedres.

Investigar quina és la raó entre la longitud d'una circumferència i el seu diàmetre mesurant la longitud i diàmetre de circumferències en diferents objectes rodons com ara un plat, un cilindre, una roda, una galeta…

Generalitzar la relació que hi ha entre la longitud d'una circumferència i el seu diàmetre i deduir-ne la fórmula per al càlcul de la longitud de la circumferència.

Investigar i conjecturar quant mesura la suma dels angles d'un quadrilàter sabent que la suma dels angles d'un triangle mesuren 180 graus.

$GT_{Deter\ relació\ àrea\ i\ perí\ metre}$ = [Determinar si hi ha alguna relació entre l'àrea i el perímetre de diversos polígons , V1]

On la variable V1 és el tipus de polígons que es proporcionen.

Tasques on cal proposar una activitat

$GT_{Activitat}$ = [Donada una imatge proposar una activitat, V1]

On la variable V1 és el tipus d'imatge.

Numeració: Comprendre les relacions entre els números i els continguts numèrics

$GT_{Comparar\ nombres}$ = [Comparar nombres; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de nombres a comparar.

On la variable V2 és el motiu pel qual cal comparar.

$GT_{Ordenar\ nombres}$ = [Ordenar nombres; V1, V2]

On la variable V1 és el tipus de nombres a ordenar.

On la variable V2 és l'ordre en que cal ordenar els nombres.

Numeració: Calcular amb fluïdesa i fer estimacions raonables

$GT_{Calcular + naturals}$ = [Calcular el resultat d'una suma de nombres naturals; V1]

On la variable V1 és l'estratègia usada.

$GT_{Calcular + decimals}$ = [Calcular el resultat d'una suma de nombres decimals, V1]

On la variable V1 és l'estratègia usada.

$GT_{Calcular - naturals}$ = [Calcular el resultat d'una resta de nombres naturals; V1]

On la variable V1 és el l'estratègia usada.

$GT_{Calcular - decimals}$ = [Calcular el resultat d'una resta de nombres decimals; V1]

On la variable V1 és el l'estratègia usada.

$GT_{Calcular \times naturals}$ = [Calcular el resultat d'una multiplicació de nombres naturals; V1]

On la variable V1 és el tipus d'estratègia usada.

$GT_{Calcular \times enter\ per\ decimal}$ = [Calcular el resultat d'una multiplicació d'un nombre enter per un nombre decimal; V1]

On la variable V1 és el tipus d'estratègia usada.

$GT_{Calcular \times decimals}$ = [Calcular el resultat d'una multiplicació de nombres decimals; V1]

On la variable V1 és el tipus d'estratègia usada.

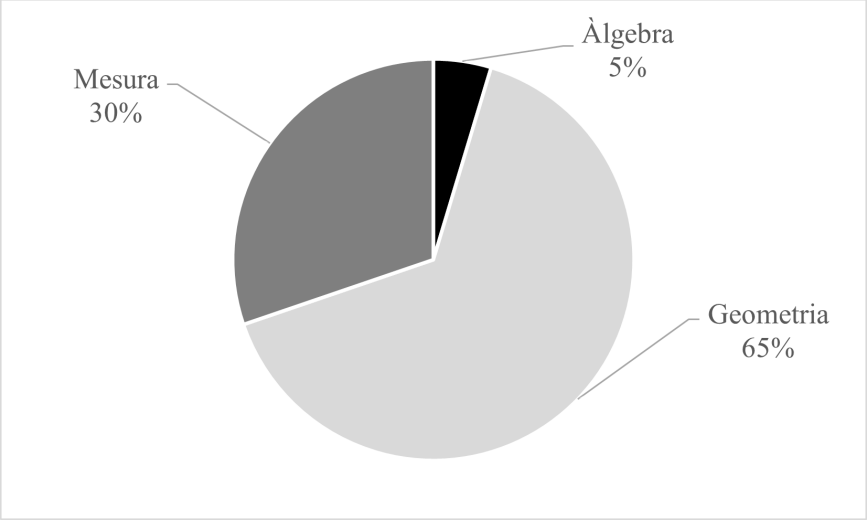
Anàlisi de les tasques:

Per a resoldre les activitats proposades cal resoldre tasques de geometria, de mesura, d'àlgebra i de numeració. Les tasques de numeració només són tasques secundàries per a resoldre càlculs de perímetres, àrees i volums i comparar perímetres, àrees i volums. Per aquest motiu només analitzarem les tasques de geometria, mesura i àlgebra.

En total hi ha 128 tasques diferents, de les quals 83 són de geometria, 39 són de mesura i 6 són d'àlgebra. Per tant, les tasques majoritàries són les de geometria i representen aproximadament dos terços de les tasques, tal com es pot veure al gràfic de la Figura 5.61.

Figura 5.61:

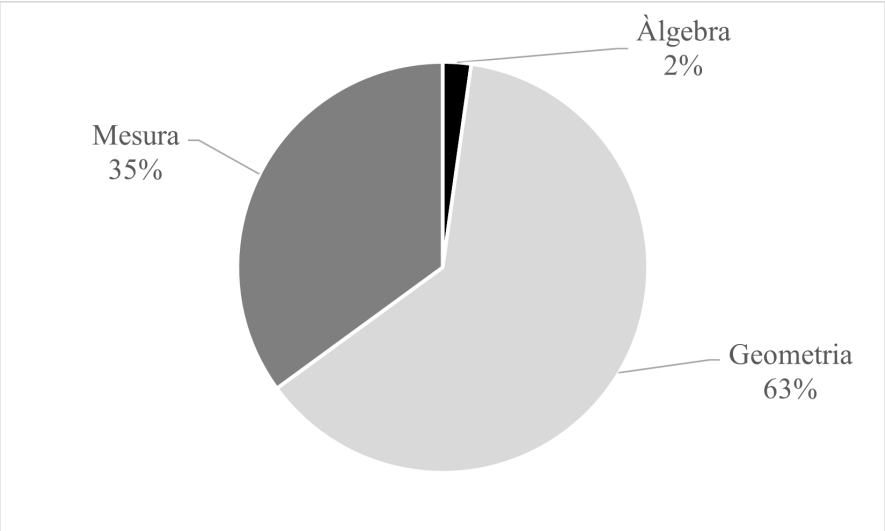
Percentatge de tasques segons el bloc de contingut al qual pertanyen sense considerar la seva freqüència



Si tenim en compte la freqüència de cadascuna de les tasques, els resultats són força similars, però encara es fa més evident que hi ha molt poques tasques d'àlgebra, ja que només representen un 2% del total (vegeu Figura 5.62).

Figura 5.62:

Percentatge de tasques segons el bloc de contingut al qual pertanyen considerant la seva freqüència

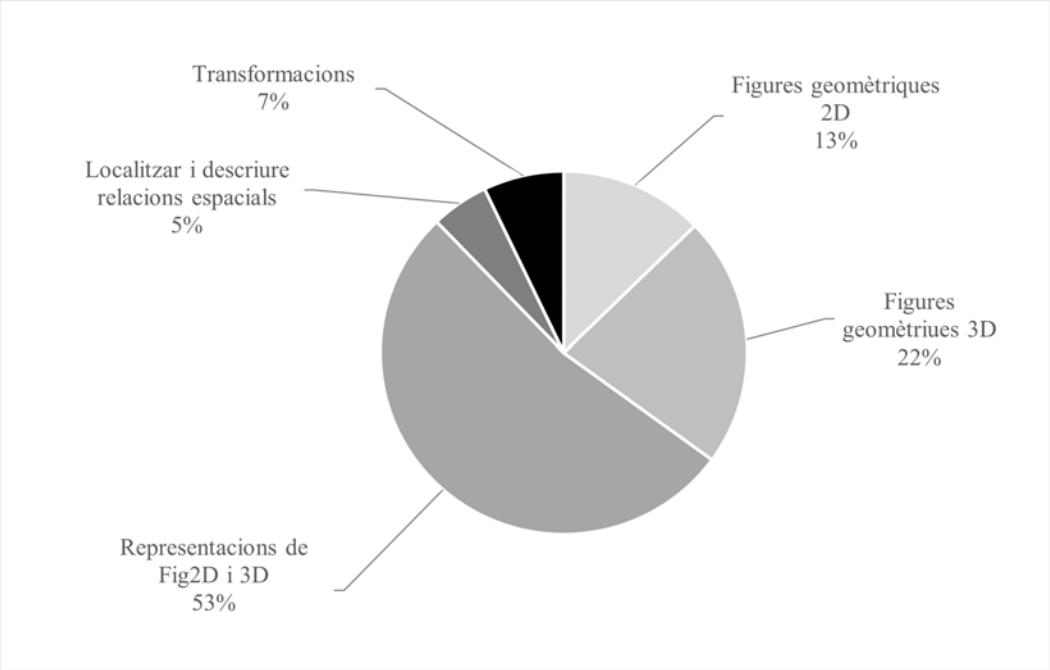


Anàlisi de les tasques de geometria:

A una mica més de la meitat de les tasques de geometria cal representar amb material, dibuixos o mentalment figures de dues i tres dimensions i en un terç cal analitzar les característiques i propietats de les figures geomètriques de dues i tres dimensions tal com es pot veure al gràfic de la Figura 5.63.

Figura 5.63:

Percentatge del tipus de tasques de geometria tenint en compte la seva freqüència



Així i tot, no hi ha cap tasca on calgui fer raonaments sobre relacions geomètriques, ja que no hi ha cap activitat on calgui formular i comprovar relacions entre propietats geomètriques. Cal determinar si un polígon compleix una propietat en dues ocasions i determinar si un políedre compleix una propietat en dues ocasions més i en cap d'elles es demana cap justificació. Només es demana una justificació en dues activitats, en una cal justificar que una figura geomètrica és un políedre, i en l'altra cal justificar si és possible construir un cos platònic amb els materials proporcionats que són escuradents per a les arestes i plastilina per als vèrtexs i el material comercial ®Polydron.

Tampoc es demana desenvolupar les definicions d'algun tipus de figures geomètriques sinó que sempre es proporcionen. A més a més, els tipus de quadrilàters es defineixen de forma no inclusiva, és a dir, per exemple, es defineix un rectangle com el quadrilàter amb els costats iguals dos a dos i amb 4 angles rectes, d'aquesta manera no es pot considerar el quadrat com un tipus especial de rectangle. També el rombe es defineix com el quadrilàter amb 4 costats iguals i dos angles aguts i dos d'obtusos, i en conseqüència tampoc es pot considerar el rectangle com un tipus particular de rombe. Tampoc es demana trobar les semblances i diferències de figures geomètriques, i només en una ocasió cal descriure una figura esmentant les seves característiques i propietats.

Si considerem les tasques amb una freqüència igual o superior a 3, tenim que les tasques més freqüents són les que es mostren a la Taula 5.117.

Taula 5.117:

Taula que mostra el tipus d'accions que cal fer per a resoldre les làmines i la seva freqüència

Tasques de geometria	Freqüència
Dibuixar un polígon que compleixi unes determinades condicions.	21
Identificar una fig3D i dir el seu nom.	12
Comptar els elements d'un políedre.	11
Identificar els elements d'un políedre.	9
Identificar una fig2D donades les seves característiques i dir-ne el nom.	5
Construir un polígon amb material que compleixi unes determinades condicions.	5
Identificar els elements de les fig2D.	4
Dir de quin color o colors poden estar pintades les cares d'un cub donat el seu desplegament pla on les cares estan pintades amb diversos colors.	4
Dibuixar un políedre amb perspectiva	4
Dibuixar l'alçat, la planta i el perfil d'una figura geomètrica 3D de la qual en tenim una imatge en perspectiva.	4
Aprendre a dibuixar un polígon regular.	4
Localitzar un element o un punt determinat en un mapa a partir de punts de referència.	4
Proposar activitat a partir d'una imatge d'una fig3D.	4
Descriure resultat comb fig3D mentalment.	3
Dibuixar una construcció geomètrica elemental.	3
Dibuixar el resultat després d'aplicar una o diverses transformacions a un objecte o representació.	3
Aprendre a dibuixar una construcció geomètrica elemental.	3
Determinar quins cossos geomètrics s'han combinat per a construir un determinat políedre.	3
Identificar quin dels desplegaments plans que es proporcionen correspon al desplegament d'una figura geomètrica de la qual se'n té una imatge en perspectiva.	3
Subdividir un polígon en d'altres polígons.	3
	112

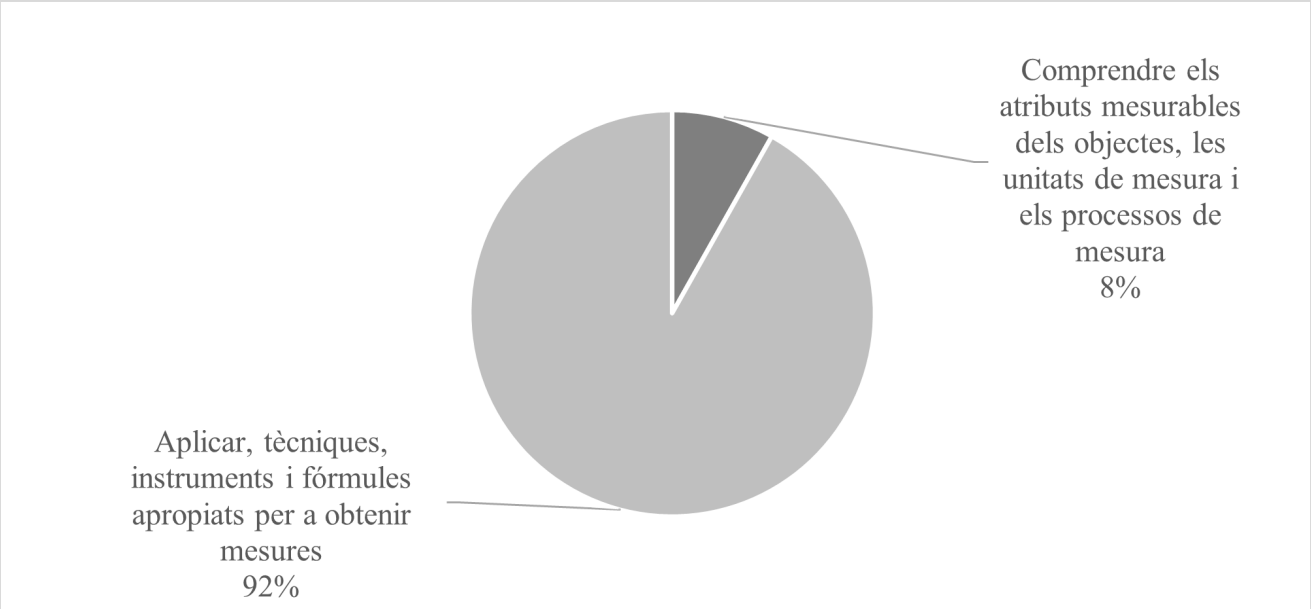
Principalment, les tasques consisteixen a dibuixar quadrilàters i triangles complint unes determinades condicions, identificar la representació de figures tridimensionals i dir-ne el nom i identificar i comptar els elements de diversos políedres. Pel que fa al següent tipus de tasca més freqüent on cal identificar una figura donades les seves característiques i dir el seu nom, són totes tasques amb una única solució. No hi ha discussió possible, de si es podria tractar de més d'una figura. Amb el que es diu es defineix de forma inequívoca una única figura geomètrica.

Anàlisi de les tasques de mesura:

Les activitats que es proposen en aquest taller estan relacionades amb perímetre, àrea i volum, ja que les altres activitats de mesura es fan a les hores en què els grups estan dividits segons el curs. Per tant, en les tasques generades per aquestes activitats principalment cal aplicar tècniques, instruments i fórmules per a obtenir mesures tal com es pot veure al gràfic de la Figura 5.64. A la majoria d'aquestes activitats, no en totes, ja es donen totes les dades necessàries per a fer aquests càlculs.

Figura 5.64:

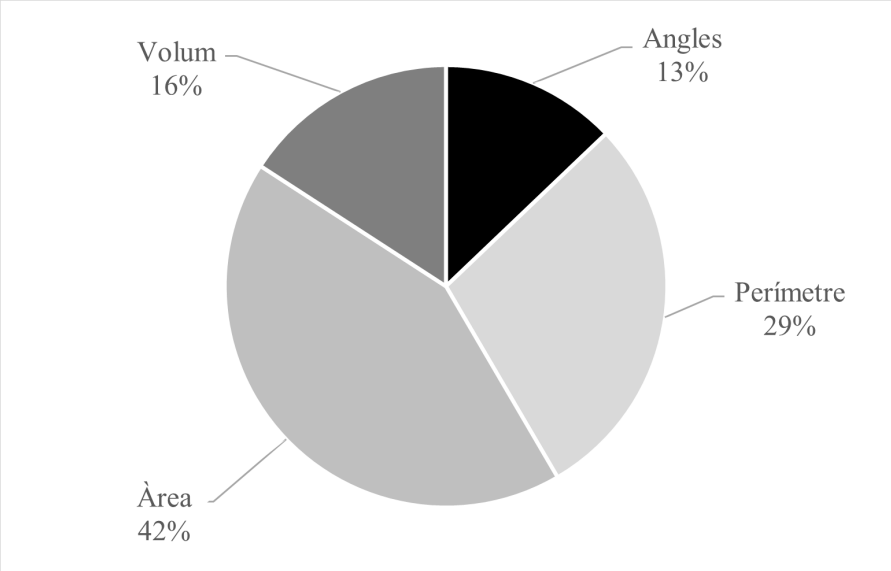
Percentatge del tipus de tasques de mesura tenint en compte la seva freqüència



La majora de tasques són d'àrea, seguit de les de perímetre, volum i angles tal com es pot veure al gràfic de la Figura 5.65**.**

Figura 5.65:

Percentatge de tasques segons el bloc de contingut sense tenir en compte la freqüència



Si ens fixem en la freqüència de les tasques, a la Taula 5.118 podem veure que principalment cal calcular l'àrea i perímetre de polígons usant unitats de mesura estàndard, mesurar l'amplitud d'un angle usant un transportador d'angles, calcular l'àrea del cercle usant unitats de mesura estàndard i calcular el volum d'un políedre usant unitats de mesura no estàndard. També podem observar que en el cas del volum dels políedres s'usen més les unitats de mesura no estàndard que les estàndard, en canvi, per a calcular el perímetre i l'àrea dels polígons és a la inversa.

Taula 5.118:

Taula que mostra el tipus d'accions que cal fer per a resoldre les làmines i la seva freqüència

Tasques de mesura	Freqüència
Calcular l'àrea d'un polígon usant unitats de mesura estàndard.	15
Calcular el perímetre d'un polígon usant unitats de mesura estàndard.	10
Mesurar l'amplitud d'un angle usant el transportador d'angles.	7
Calcular l'àrea del cercle usant unitats de mesura estàndard.	7
Calcular el volum d'un políedre usant unitats de mesura no estàndard.	7
Comparar àrees.	6
Identitificar el tipus d'angles en figures geomètriques de dues	5
Calcular la distància entre dos punts d'un mapa a escala.	5
Sumar angles.	4
Calcular el volum d'un políedre usant unitats de mesura estàndard.	4
Calcular l'àrea d'un polígon usant unitats de mesura no estàndard.	3
Calcular el perímetre d'un polígon usant unitats de mesura no estàndard.	3
Comparar perímetres.	3
Calcular el perímetre d'una figura geomètrica a escala.	3
	82

Anàlisi de les tasques d'àlgebra:

Totes les tasques d'àlgebra són del bloc de comprendre patrons, relacions i funcions. Aquestes tasques són molt minoritàries, només són 7 tasques d'un total de 314, a la Taula 5.119 hi ha la descripció de cadascuna d'elles. Per contra, són tasques que potencien el raonament, ja que cal investigar i generalitzar. En aquestes tasques es proposa entre d'altres investigar la relació entre el perímetre i l'àrea, la relació entre el nombre d'arestes i vèrtexs més cares als polígons platònics i la relació entre el diàmetre i la longitud de la circumferència.

Taula 5.119:

Taula que mostra el tipus d'accions que cal fer per a resoldre les làmines i la seva freqüència

Tasques d'àlgebra	Freqüència
Investigar si hi ha alguna relació entre l'àrea i el perímetre de diversos polígons.	2
Investigar la relació que hi ha entre el nombre d'arestes i el nombre de vèrtexs més cares als políedres platònics (tetraedre, cub, octaedre, icosaedre, dodecaedre).	1
Generalitzar la relació trobada entre arestes i el nombre de vèrtexs més cares als políedres platònics (tetraedre, cub, octaedre, icosaedre, dodecaedre) per a tots els poliedres.	1
Investigar quina és la raó entre la longitud d'una circumferència i el seu diàmetre mesurant la longitud i diàmetre de circumferències en diferents objectes rodons com ara un plat, un cilindre, una roda, una galeta…	1
Generalitzar la relació que hi ha entre la longitud d'una circumferència i el seu diàmetre i deduir-ne la fórmula per al càlcul de la longitud de la circumferència.	1
Investigar i conjecturar quant mesura la suma dels angles d'un quadrilàter sabent que la suma dels angles d'un triangle mesuren 180 graus.	1
	7

Anàlisi de les accions que cal realitzar per a resoldre les tasques:

Com que cada tasca s'ha descrit mitjançant un verb d'acció i complements fixos agafats dels objectes de la disciplina, podem agrupar les tasques per les accions que cal realitzar. Agrupant-ho així podem veure quantes tasques hi ha associades a cada acció (vegeu la primera columna de la Taula 5.120) i quantes vegades cal realitzar cada acció a l'hora de dur a terme totes les tasques (vegeu la segona columna de la Taula 5.120).

Taula 5.120:

Taula que mostra el tipus d'accions que cal fer per a resoldre els reptes i la seva freqüència

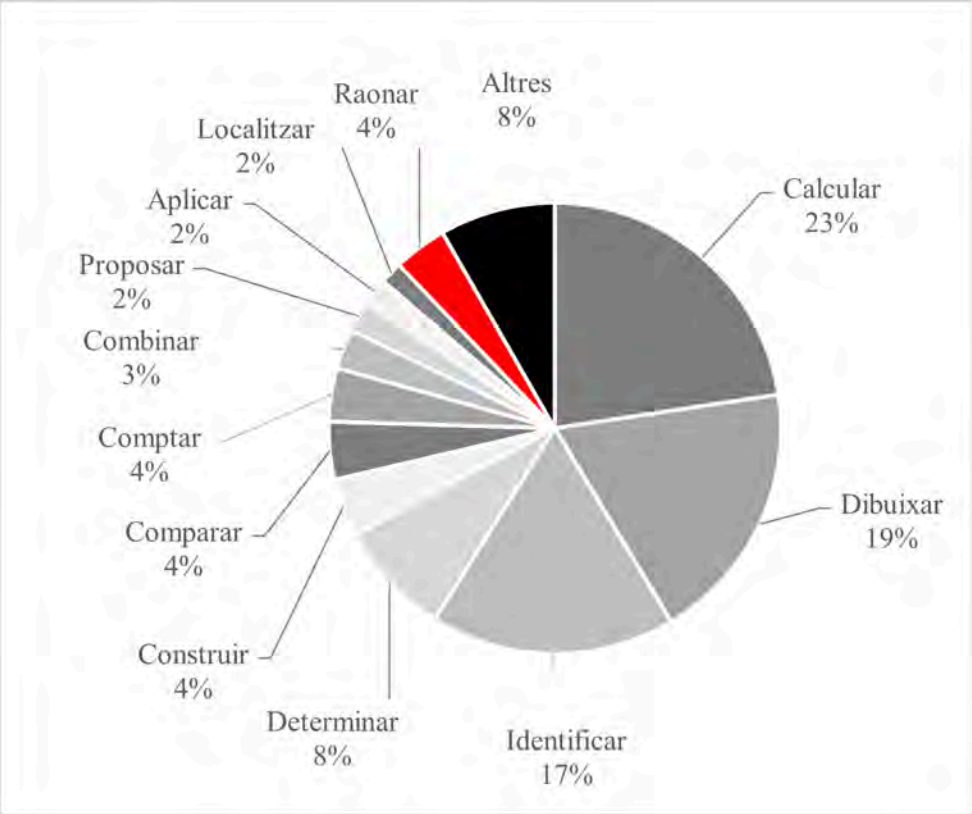
	Nº tasques	Freqüència
Calcular	18	71
Dibuixar	20	59
Identificar	19	55
Determinar	18	26
Construir	7	13
Comparar	5	13
Comptar	2	12
Combinar	4	9
Proposar	3	7
Aplicar	3	6
Localitzar	2	5
Investigar	3	4
Subdividir	2	4
Fotografiar	3	3
Explicar	3	3
Generalitzar	3	3
Estimar	3	3
Descriure	2	3
Justificar	2	2
Classificar	1	1
Comprovar	1	1
Modificar	1	1
Relacionar	1	1
Convertir	1	1
Seccionar	1	1
Mesurar	1	7
	129	314

Observem que les accions que cal realitzar amb més freqüència són calcular, dibuixar, identificar, determinar, construir, comparar, comptar i combinar. Calcular perímetres, àrees i volums. Dibuixar polígons que compleixen una determinada condició, figures de tres dimensions, les vistes d'una figura i polígons regulars. Identificar la representació de figures de tres dimensions, elements d'un políedre, i tipus d'angles. Determinar qüestions relatives a la geometria i la mesura, sense que en destaqui cap, ja que totes tenen una freqüència que és 1 o 2. Construir polígons i políedres. Comparar àrees i perímetres. Comptar els elements d'un políedre i combinar figures geomètriques tridimensionals tant amb material com mentalment. Per tant, hi ha poques tasques on calgui raonar. Les tasques on cal raonar, són aquelles on cal investigar, explicar, generalitzar i justificar. Cal destacar que totes excepte justificar i explicar

són del bloc d'àlgebra. En les tasques d'explicar cal explicar com s'ha calculat el perímetre, àrea i volum, que dependrà de l'alumne que hi hagi més o menys raonament perquè aquest es pot limitar a dir què ha fet sense justificar-ho. En les tasques de justificar, que només són dues, cal justificar que un cos geomètric és un políedre i que uns triangles tenen la mateixa àrea. Les tasques de raonar, si les ajuntem totes només representen un 4% del total. Si englobem en el grup altres a totes les tasques amb una freqüència inferior a 5 que no siguin de raonar, podem veure els percentatges de cada categoria al gràfic de la Figura 5.66.

Figura 5.66:

Percentatge del tipus d'accions tenint en compte la seva freqüència



Resum de resultats parcials

A les activitats de geometria d'aquest taller, principalment cal identificar figures geomètriques, representar-les o identificar i comptar els seus elements. No es proposen activitats on calgui trobar semblances i diferències entre les figures geomètriques ni on calgui fer relacions entre propietats de les figures. Totes les definicions es donen i no cal construir-ne cap. A més a més les definicions que es donen de les figures no respecten les inclusions

entre elles (un rombe és un quadrat, un quadrat és un rectangle…). Les activitats de mesura cal calcular ordenats per freqüència àrees, perímetres i volums usant principalment unitats de mesura estàndard per a les àrees i perímetres i no estàndard per al volum. A més a més per a realitzar aquests càlculs es donen totes les dades necessàries i per tant cal fer poques mesures i estimacions. Les tasques d'àlgebra, tot i ser molt minoritàries, ja que només són un 2% del total, en totes elles es promou el raonament ja que cal buscar relacions i per a fer-ho cal deduir i raonar. Si ho mirem en global, les tasques on segur que cal raonar només representen un 4% ja que principalment el que cal fer és identificar figures geomètriques, dibuixar figures geomètriques i fer càlculs pels quals només cal aplicar una tècnica que ja es coneguda a priori pels alumnes.

5.3.4. Completesa de la OML proposada a cicle superior

Analitzem ara fins a quin punt les OMP proposades als tallers de cicle superior s'integren en una OML completa o incompleta. Per això, mirem quins dels indicadors del grau de completesa d'una OML (Bosch et al., 2004) es compleixen:

- **OML1. Integració del tipus de tasques.**

  Les tasques que componen la OML no estan relacionades entre sí, ja que com s'ha vist pertanyen a diferents blocs de les matemàtiques i algunes no tenen cap relació entre elles, com per exemple establir relacions entre decimals, fraccions i percentatges i identificar figures geomètriques. I en conseqüència moltes de les tècniques no estan relacionades per cap element tecnològic comú, per exemple no hi ha cap element tecnològic comú entre resoldre problemes aritmètics i identificar figures geomètriques.

- **OML2. Diferents tècniques i criteris per escollir entre elles.**

  Totes les tècniques que s'usen són tècniques conegudes pels alumnes i només permeten resoldre un tipus de tasca com per exemple la tècnica per a calcular l'àrea d'un rectangle. De fet, hi ha una identificació entre un tipus de tasca amb la seva tècnica associada, i taller en el qual es treballa, tant és així que per exemple al taller resolem de problemes aritmètics no hi ha cap problema que usi el model d'àrea, aquests problemes es treballen al taller connectem on es treballen aquests continguts.

- **OML3. Independència dels ostensius que integren les tècniques.**

  Totes les tècniques usades en aquesta OML s'identifiquen a uns determinats generadors de tasques. Per tant, les tècniques usades no són flexibles, ja que només

serveixen per a resoldre alguns tipus concrets de tasques.

- **OML4. Existència de tasques i tècniques "inverses".**

  Existeixen tasques inverses pel que fa a algunes de les tasques de càlcul com ara sumar, restar, multiplicar i dividir. Però pel que fa a les tasques de geometria, com que en la majoria cal identificar, no existeix cap tasca inversa. Això només és possible en alguns casos, per exemple identificar a quina figura pertany un determinat desplegament pla donat ja que la tasca inversa és identificar el desplegament pla donada la figura geomètrica. Amb les tasques de mesura passa més o menys el mateix que amb les de geometria, a totes les tasques d'identificar no hi ha tasca inversa. Sí que hi ha tasca inversa en el càlcul de perímetres i àrees usant unitats de mesura estàndard d'algunes figures geomètriques com el quadrat o el cercle. En el cas de les tasques d'estadística cap d'elles té tasca inversa.

- **OML5. Interpretació del resultat d'aplicar tècniques.**

  Com que totes les tècniques usades en aquesta OML són conegudes a priori i la institució les presenta com a vàlides com ara calcular perímetres, calcular àrees, determinar la representació d'una fracció…no hi ha la necessitat d'interpretar-les, d'avaluar-ne la validesa ni la fiabilitat ni si són pertinents o no. I es considera que el resultat obtingut serà vàlid. Per tant, el bloc tecnològic-teòric no té gaire incidència sobre l'activitat matemàtica. Només en té en el taller resolem on es demana als alumnes que justifiquin les operacions que faran per a resoldre el problema aritmètic abans que les resolguin.

- **OML6. Existència de tasques matemàtiques "obertes".**

  A gairebé tots els generadors de tasques les dades i les incògnites estan fixats completament. Només a les tasques "determinar i justificar quina és la millor gràfica per a representar unes dades" i "analitzar i interpretar gràfiques i taules" l'alumne ha de decidir quins són els elements més pertinents en què basar-se. Al taller resolem tots els problemes aritmètics són de resposta única. I el mateix passa amb les tasques de geometria i mesura tal com ja s'ha vist a l'anàlisi. No hi ha preguntes que puguin tenir més d'una resposta.

- **OML7. Incidència dels elements tecnològics vers la pràctica.**

  En aquesta OML no cal crear noves tècniques, ja que totes les tasques es resolen usant tècniques conegudes a priori pels alumnes. En conseqüència, no permet una construcció progressiva de diferents tipus de tasques i tècniques.

Capítol 6

Anàlisi de la organització matemàtica - organització didàctica

En aquest capítol s'analitzen les observacions d'aula realitzades i les entrevistes als docents 1,2,4,5,6,7, i 8 de l'escola. A l'apartat 6. 1es detalla l'anàlisi de les observacions per cicle i a l'apartat 6.2. l'anàlisi de les entrevistes segons el model proposat per Margolinas et al. (2005).

6.1. Anàlisi de les observacions

A continuació s'analitzen cadascuna de les observacions d'aula realitzades. Per cada observació tal i com s'ha detallat a la secció 2.2.2.2, es detallen les tasques realitzades, s'explica quina estructura ha seguit la sessió, identificat i detallat cronològicament els moments d'estudi segons Chevallard (1999) i s'han descrit i quantificat totes les tècniques usades pels docents segons si són topogenètiques, mesogenètiques i cronogenètiques (Chevallard, 2011), és a dir, segons la seva funció de producció didàctica. En els casos que l'estructura de la sessió té parts clarament diferenciades, per exemple, una part de càlcul mental i una part de geometria, s'ha inclòs una taula amb el nombre de tècniques topogenètiques, mesogenètiques i cronogenètiques per cada part. A més a més en tots els casos s'ha inclòs una taula amb la descripció i freqüència per cadascun dels tipus de tècniques. En aquestes taules a més s'han assenyalat de color gris aquelles tècniques que guien més l'acció dels alumnes i en en el cas de les tècniques topogenètiques, s'han diferenciat les tècniques topogenètiques ascendents i descendents indicant-ho amb una fletxa cap amunt com aquesta h o una fletxa cap avall com aquesta i per a poder diferenciar les ascendents de les descendents. Es pot consultar la transcripció de totes les entrevistes als annexes pàgina 335.

6.1.1. Anàlisi de les observacions de cicle inicial

Anàlisi de de la sessió 1 del *Taller Resolem* de Cicle Inicial impartida pel docent 1

En aquesta sessió es treballa el càlcul i la resolució de problemes. L'organització dels alumnes depèn de l'activitat realitzada.

L'estructura de la sessió, les activitats i l'organització dels alumnes es detalla a continuació:

1. El docent diu que resoldran problemes. El docent planteja la **primera activita**t que consta d'10 problemes per als alumnes de 1r curs i 10 problemes per als alumnes de 2n curs. Els diu en veu alta i els alumnes han d'escriure la resposta en un full. El que fa és llegir-ne un de 1r curs i un de 2n curs i així successivament. Els alumnes lliuren el full amb les respostes i l'activitat no es posa en comú.
    - Problemes per a 1r curs
        - Si Si tens 4 pomes i te'n menges 2. Quantes pomes et queden?
        - Si tens 3 croquetes i te'n menges 1. Quantes te'n queden?
        - Si Quant fan 6 panteres i cap pantera?
        - Si tens 7 llapis i un amic te'n dona 2, quants llapis tens?
        - Quan comença a jugar la Maria té 5 botons (els explica que és un joc de guanyar i perdre botons). Quan acaba en té el doble. Quants botons té ara la Maria?
        - Si tenim 3 petxines i te'n dono 2. Quantes petxines em queden?
        - Si jo tinc 6 mitges taronges, quantes taronges tinc?
        - Si tinc 2 gomets però jo en vull tenir 10, quants me'n falten?
        - L' Oscar fa 3 dibuixos cada dia. Si avui som dilluns i demà dimarts. Quants dibuixos ha fet aquests dies?
    - Problemes per a 2n curs
        - Tenia 10 ampolles i se me n'han trencat 3. Quantes me'n queden?
        - Si de 14 llapis en traiem 4. Quants llapis ens queden?
        - Si tens 13 olives i me'n dones 1. Quantes olives tinc?
        - En En Jordi té 8 cromos i el seu germà n'hi dóna 13. Quants cromos té ara en Jordi?
        - La Natàlia va anar a una botiga a comprar capses n'hi havien 8 per triar. Ella en va compar la meitat. Quantes capses va comprar?
        - La Mireia té 2 germans, la Sònia en té 8 de germans. Qui en té més?
        - En Lluís té 15 retoladors, 2 se li han gastat, 1 l'ha perdut i un altre se li ha trencat. Quants retoladors li queden?
        - El gat s'ha menjat una sardina. Si n'hi queden 2, quantes sardines tenia al principi de tot?
        - Tenia 14 cireres i en Bernat me n'ha donat 4 i jo me n'he comprat 6. Quantes en tinc ara?

- L'Andreu té 13 galetes. Se'n menja 2 i n'hi donem 5. Quantes en té ara?

2. A continuació els planteja la **segona activitat**. El docent s'inventa un problema i els alumnes han de dir quines són les dades. Després els demana que facin l'esquema i el resolguin. Ho resolen tota la classe conjuntament. El problema és el següent: L'Abril té 5 bicicletes, de color lila. En Miquel un nen de la seva diu que n'hi regala 3. Quantes bicis tenen en total?
3. El docent els planteja la **tercera activitat** de càlcul mental. El docent diu a cadascun dels alumnes un número i ells han de dir el número que sumat al número donat fa un resultat de 10. A tots els pregunta parelles del 10. Improvisa els números. Parelles del 6, 8, 2, 4.
4. A continuació els planteja la **quarta activitat**. El docent demana que els alumnes plantegin problemes on hi hagi alguna dada que sigui innecessària. El docent també participa i planteja un problema. Resolen un dels problemes plantejats. L'activitat es fa amb tota la classe. Els alumnes plantegen el següent problema amb l'ajuda del docent: Si en Joan té 4 taronges i en Bernat li regala 3 pomes i l'Antoni li dona 7 taronges, quantes taronges té? i el docent planteja el següent: Si en Ramon té 7 patates i l'Ada me'n dona 3. Quantes patates tinc en total?

A continuació es detallen els moments d'estudi de la sessió (Chevallard, 1999) de cadascuna de les parts de la classe en l'ordre en què apareixen:

1. Moment del primer encontre amb la **primera activitat**.
2. Els alumnes han de resoldre individualment el problema però només han d'escriure la resposta. Per tant es produeixen els moments d'exploració de la tasca-tècnica, d'aplicació del bloc tecnològic-teòric ja que no han de justificar per què fan l'operació que fan i del treball de la tècnica per a fer els càlculs i dir la resposta. Com que no es posa en comú i els alumnes no avaluen la validesa de la seva resposta no es produeix cap moment d'avaluació.
3. Moment d'encontre amb la **segona tasca**.
4. En el procés de resolució conjunta, com que el docent ho avalua tot en tot moment, es produeix un moment d'avaluació on els alumnes primer identifiquen les dades i la pregunta, diuen quines operacions fer, fan l'esquema, justifiquen per què cal fer l'operació que han dit, fan el càlcul i donen la resposta, per tant, es succeeixen els següents moments: moment d'exploració de la tasca-tècnica, moment de construcció

del bloc tecnològic-teòric, moment d'exploració de la tasca-tècnica i moment de la tècnica. També es produeix un moment d'institucionalització quan el docent els recorda una tècnica.

5. Moment d'encontre amb la **tercera activitat**.
6. Com que el docent ho avalua en tot moment és un moment d'avaluació on els alumnes treballen el moment de la tècnica.
7. Moment d'encontre amb la **quarta activitat**.
8. Com es fa conjuntament en grup i el docent avalua en tot moment, es tracta d'un moment d'avaluació on es produeixen moments de construcció del bloc tecnològic-teòric i treball de la tècnica per part dels alumnes. Com que a més a més el resolen, es produeix els mateixos moments i amb el mateix ordre que en l'activitat 2. Com que el docent els recorda dues tècniques per a resoldre una suma, també es produeix un moment d'institucionalització.

Així doncs, en aquesta sessió, només es produeixen moments d'avaluació per part del docent, els alumnes no avaluen la validesa de les seves respostes en cap moment. Els alumnes només construeixen el bloc tecnològic-teòric a l'hora de justificar quina operació fer per a resoldre un problema i per què cal fer-la. Bàsicament, el que fan els alumnes és explorar la tasca-tècnica i aplicar tècniques ja conegudes i validades per la institució. De fet, també es produeixen moments d'institucionalització perquè el docent els recorda algunes tècniques.

El nombre de tècniques usades pel docent tenint en compte si són tècniques mesogenètiques, topogenètiques o cronogenètiques (Chevallard, 2011) s'observen a les Taules 6.121, 6.122 i 6.123.

Taula 6.121:

Tècniques mesogenètiques que usa el docent

● Enunciar el problema o tasca que es planteja als alumnes	8
● Presenta una restricció sobre com s'han d'organitzar els alumnes.	4
● Dir què cal escriure i què no.	3
● Enunciar el tema a treballar	3
● Recordar la pregunta o alguna dada de la tasca que es vol resoldre.	4
● Formular una nova pregunta	1
	23

Taula 6.122:

Tècniques cronogenètiques que usa el docent

● Determinar si una resposta, una tasca o part d'una tasca és o no correcte.	14
● Recordar una tècnica per a resoldre la tasca	4
● Anticipar quina operació han d'usar els alumnes per a resoldre un problema aritmètic que es plantejarà a continuació	2
● Suggerir alguna idea, dada o tècnica que ajuda a resoldre el problema	2
● Introduir una tècnica	1
● Demanar als alumnes que facin les coses més ràpid	1
● No tenir en compte què ha dit un alumne.	1
● Resoldre un exemple	1
	26

Taula 6.123:

Tècniques topogenètiques que usa el docent

●↑ Assumir gran part de l'activitat matemàtica	8
●↑ Assumir la resposta a una pregunta que la propi docent ha plantejat als alumnes	2
●↑ Assumir la resolució d'una tasca	1
●↑ Assumir una justificació.	1
●↓ Formular una pregunta de resposta tancada	13
●↓ Formular una pregunta que condueix cap a la resposta correcta.	6
●↓ Valorar la dificultat de la tasca segons l'enunciat i qui l'ha de resoldre	6
●↓ Formular una pregunta on la resposta només pot ser sí o no.	3
●↓ Demanar als alumnes què cal fer	4
●↓ Demana als alumnes que valorin si una tasca o subtasca és difícil	1
●↓ Demanar una justificació a alguna afirmació o pas que han fet els alumnes a l'hora de resoldre una tasca	1
●↓ Demanar als alumnes que revisin una resposta, una tasca o part d'una tasca dient-los que no es correcta.	1
●↓ Demanar als alumnes si estan d'acord amb alguna afirmació feta pels alumnes o el docent	1
	48

A les Taules 6.121, 6.122, i 6.123 es pot veure que les tècniques mesogenètiques són organitzatives o bé relatives a enunciar la tasca o a recordar les dades o la pregunta. Hi ha força tècniques cronogenètiques, ja que constament el professor determina si les respostes donades pels alumnes són o no correctes o bé els recorda una tasca o una tècnica provocant una acceleració del temps didàctic. Pel que fa a les taques topogenètiques, en onze ocasions,

el docent assumeix tasques dels alumnes i a més a més formula moltes preguntes tancades o que condueixen a la resposta correcta.

A la primera activitat de resolució de problemes el docent enuncia la tasca i organitza els alumnes (tècniques mesogenètiques) tant per a resoldre l'activitat com per a recollir els fulls amb les respostes al final. Els diu que ho hauran de fer de forma individual. També usa tres tècniques topogenètiques, ja assumeix la resolució d'un dels problemes, formula una pregunta tancada i valora en quatre ocasions la dificultat dels problemes. Accelera el temps didàctic posant un exemple, suggerint una idea que ajuda a resoldre els problemes en dues ocasions i un altre anticipa de quina operació serà el proper problema. Com que questa activitat es fa de forma individual i no es posa en comú, per tant, aquestes són totes les tècniques que usa en aquesta part.

A la segona activitat on el docent proposa un problema, comença enunciant-lo (tasca mesogenètica) i recorda una tècnica per saber quin número li he de sumar a un número donat per tal que el resultat sigui 10. Els diu que mostrin el nombre de dits que indica el número, i que el número que els falta són els dits amagats. Respecte a les tècniques mesogenètiques els recorda les dades del problema i els diu que han d'assenyalar les dades en blau i la pregunta en vermell. Les tècniques topogenètiques que usa són demanar què cal fer, formular preguntes de sí/no, de resposta tancada i preguntes que condueixen cap a la resposta correcta. Per tant, el docent, amb els seus gests guia molt. A més a més, assumeix part de l'activitat dels alumnes en cinc ocasions i introdueix una tècnica per a dir la resposta. Els diu que han de treure la paraula "quantes" de l'enunciat i hi han de posar el resultat. També accelera el temps didàctic, no tenint en compte les respostes dels alumnes en una ocasió on alguns responent bé i d'altres no. Com que alguns responen bé, continua la classe sense parar atenció en els que responen malament.

Durant la tercera activitat, com que demana quin número sumat a un número determinat fa deu, el que fa més és formular preguntes tancades (tècnica topogenètica), tot recordant la tècnica d'usar els dits, ja que hi ha un alumne que té dificultats per a respondre. Però, tot i que li recorda la tècnica, l'alumne no respon, aleshores el docent col·loca els dits per tal que vegi la resposta.

A la quarta i última activitat, un alumne proposa un problema, però no acaba d'estar bé. El docent demana als alumnes que el revisin sabent que no està bé, però malgrat que aquesta és una tècnica topogenètica descendent, és a dir, retorna a l'activitat als alumnes, els dirigeix molt formulant una pregunta que condueix a la resposta correcta a més a més assumint la resolució d'una part. Després formula una segona pregunta tancada i en aquest cas

n'assumeix la resposta. Aleshores el docent canvia la pregunta del problema (tècnica mesogenètica de formular una nova pregunta, amb la qual cosa es canvia el medi) però també n'assumeix la resposta. La resta del temps també és molt guiat i recorda dues tècniques per a sumar 9+7, que és l'operació que cal fer per a resoldre un dels problemes plantejats pels alumnes. En un altre problema, que és de canvi disminució amb el resultat desconegut, un alumne comet un error, ja que dona un resultat més gran que les dades de l'enunciat. El docent determina que no és correcte (tècnica cronogenètica) i a més a més n'assumeix la justificació.

Per tant, es pot concloure que el docent, guia molt als alumnes amb exemples, recordant-los tècniques i fent-los preguntes que condueixen a la resposta correcta. Aquest tipus d'interaccions que guien més s'han assenyalat de color gris a les Taules 6.121, 6.122 i 6.123 i representen un 29% de les tècniques usades. Si a més a més tenim en compte que es formulen moltes preguntes de resposta tancada, es diu sovint si alguna cosa és o no correcta i no es formula cap pregunta que promogui el raonament, podem dir que el logos de l'alumne queda reduït a respondre preguntes de resposta tancada i aplicar tècniques mostrades pel docent.

Anàlisi de de la sessió 2 del *Taller Resolem* de Cicle Inicial impartida pel docent 1

En aquesta sessió es treballa el càlcul i la resolució de problemes. El docent planteja quatre activitats ràpides.

L'estructura de la sessió, les activitats i l'organització dels alumnes es detalla a continuació:

1. La sessió s'inicia amb una **primera activitat** de càlcul mental. Primer el docent els recorda la tècnica per a trobar el número que sumat a un número donat dona un resultat de 100. Els diu com fer-ho i resolen conjuntament els casos dels números 24 i 25. El docent va preguntant per la parella del 10 als alumnes de 1r i la parella del 100 als alumnes de 2n curs.
2. La **segona activitat** és una gimcana que resolen en grups cooperatius. Per tant, es proposa una gimcana per als alumnes de 1r curs i una altra per als alumnes de 2n curs. Els alumnes de 1r curs han de resoldre les sumes 12+5,4+16, 30+2, 5+10, 7+7, 16+3, 24+4, 8+2, 8+3, 12+17. Resoldre les restes 5-2, 16-6, 26-2, 18-1, 9-2, 5-4, 18-3, 5-0, 14-0. Calcular el doble de 4, 3, 7, 5, 6. Calcular la meitat de 2, 4, 8, 6, i 10. Trobar el

número que sumat al número donat fan 10 on els números donats són 6, 3, 5, 8, 9. Resoldre 1+__ =10, __ + 4=10, 7+__=10, 5+__=10, __+2=10. Els alumnes de 2n curs han de resoldre les sumes 12+15,34+16, 13+22, 55+11, 70+10, 16+30, 14+14, 18+18, 0+15, 42+17. Resoldre les restes 15-12, 16-6, 37-11, 53-1, 74-0, 19-2, 15-14, 38-13, 15-8, 47-12. Calcular el doble de 14, 33, 7, 25 i 16. Calcular la meitat de 10, 24, 48, 60 i 48. Trobar el número que sumat al número donat fan 10 on els números donats són 26, 13, 78, 84 i 59. Resoldre 10+__=10, 17+__=100, 65+__=100, __+ 34=100, 65+__=100, __+72=100.

3. **Tercera activitat** de dobles i meitats. Primer el docent planteja una activitat fent dobles i meitats fent grups amb els nens de la classe. Va improvisant una sèrie de preguntes de dobles i meitats: Hi ha 24 nens, si la meitat són del Barça i la meitat són del Madrid, quants són del Barça?. D'aquests 12 la meitat juguen a futbol i els altres a bàsquet. Quants juguen a futbol?. D'aquests la meitat juguen amb el Lleida i l'altra meitat amb el Girona?. Quants juguen amb el Lleida?. D'aquests tres la meitat… Jo porto 3 pomes, en Pere i la Marina volen menjar pomes. Una per a en Pere i una per a la Maria. Què faig amb l'altra? És una activitat per a tot el grup classe.
4. Per finalitzar la sessió fan una **quarta activitat** de repàs de l'enigma de les dues ovelles, un llop i un pastor que volen travessar el riu amb barca, tenint en compte que a la barca només hi poden anar el pastor i un animal i que el llop es menja les ovelles. És un enigma que ja havien treballat però que repassen.

A continuació es detallen els moments d'estudi de la sessió (Chevallard, 1999) de cadascuna de les parts de la classe en l'ordre en què apareixen:

1. Moment d'encontre amb la **primera activitat**
2. Com que el docent ho avalua en tot moment és un moment d'avaluació on els alumnes treballen el moment d'exploració de la tasca-tècnica i el moment de la tècnica. La tècnica és coneguda pels alumnes, per tant no es produeix cap moment de construcció del bloc tecnològic-teòric. També es produeix un moment d'institucionalització ja que el docent els recorda com calcular quin número sumat a un número donat fa 100.
3. Moment d'encontre amb la **segona activitat**
4. Com que els alumnes treballen en grups cooperatius de forma autònoma, els alumnes treballen el moment d'exploració de la tasca-tècnica i el moment de la tècnica. La tècnica és coneguda pels alumnes, per tant no es produeix cap moment de construcció

del bloc tecnològic-teòric.

5. Moment d'encontre amb la **tercera activitat**
6. Com que el docent ho avalua en tot moment és un moment d'avaluació on els alumnes treballen el moment d'exploració de la tasca-tècnica i el moment de la tècnica. La tècnica és coneguda pels alumnes, per tant no es produeix cap moment de construcció del bloc tecnològic-teòric. També es produeix un moment d'institucionalització ja que el docent els recorda una tècnica per a calcular la meitat d'un nombre parell de dues xifres.
7. Moment d'encontre amb la **quarta activitat**
8. El docent avalua en tot moment les respostes dels alumnes es produeix un moment d'avaluació o on els alumnes com que ja han resolt prèviament l'activitat, i ja varen construir en el seu moment el bloc tecnològic-teòric, si el recorden només l'han d'aplicar i per tant només es produeix un moment d'aplicació de la tècnica. Ni tant sols es pot dir que sigui un moment del primer encontre amb la tasca ja que la tornen a "visitar".

Per tant, el que es promou amb aquestes activitats de càlcul bàsicament és que els alumnes explorin la tasca-tècnica i apliquin la tècnica, ja que per a totes les tasques coneixen tècniques, no cal que les construeixin, ni validin. La institució els les ha donat i validat. De fet, el docent en aquesta sessió els les recorda en diverses ocasions. El moment de l'avaluació només és per part del docent, perquè els alumnes no revisen ni validen les seves respostes. També es produeixen dos moments d'institucionalització quan el docent recorda als alumnes una tècnica.

El nombre de tècniques usades pel docent tenint en compte si són tècniques mesogenètiques, topogenètiques o cronogenètiques (Chevallard, 2011) s'observen a les Taules 6.124, 6.125 i 6.126.

Taula 6.124:

Tècniques mesogenètiques que usa el docent

● Enunciar el problema o tasca que es planteja als alumnes	11
● Presenta una restricció sobre com s'han d'organitzar els alumnes.	2
● Enunciar el tema a treballar	1
	14

Taula 6.125:

Tècniques cronogenètiques que usa el docent

● Determinar si una resposta, una tasca o part d'una tasca és o no correcte	30
● Recordar una tècnica per a resoldre la tasca	5
● No tenir en compte què ha dit un alumne.	1
● Resoldre un exemple	2
	38

Taula 6.126:

Tècniques topogenètiques que usa el docent

●↑ Assumir una justificació.	3
●↑ Assumir gran part de l'activitat matemàtica	2
●↑ Assumir la correcció d'un error.	2
●↑ Assumir la resposta a una pregunta que el propi docent ha plantejat als alumnes	1
●↓ Formular una pregunta de resposta tancada	26
●↓ Formular una pregunta que condueix cap a la resposta correcta.	9
●↓ Demanar una justificació a alguna afirmació o pas que han fet els alumnes a l'hora de resoldre una tasca	3
●↓ Escriure què ha dit un alumne en veu alta a la pissarra	3
●↓ Demanar als alumnes què cal fer	3
●↓ Demana als alumnes que valorin si una tasca o subtasca és difícil	2
●↓ Demanar als alumnes que revisin una resposta, una tasca o part d'una tasca dient-los que no es correcta.	2
●↓ Demanar als alumnes que revisin una resposta, una tasca o part d'una tasca dient-los quin és l'error.	1
●↓ Escriure o dibuixar a la pissarra alguna cosa per acompanyar una explicació o aclariment	1
●↓ Explicitar quina estratègia ha usat l'alumne dient-ne el nom o bé explicant amb més detall què ha fet	1
●↓ Formular una conclusió respecte al que han dit prèviament els alumnes	1
●↓ Formular una pregunta per a saber què saben els alumnes d'un tema o qüestió	1
●↓ Repassar què s'ha resolt o treballat fins al moment	1
	62

A les Taules 6.124, 6.125 i 6.126 podem veure que les tècniques mesogenètiques són essencialment tècniques per a organitzar la sessió (organitzar els alumnes i organitzar la tasca). Les tècniques cronogenètiques majoritàriament són dir si una tasca és o no és correcte, provocant una acceleració del temps didàctic i les principals tècniques topogenètiques són formular preguntes que o bé condueixen a la resposta correcta o bé són tancades. A més a més el docent assumeix en vuit ocasions les tasques de l'alumne.

A l'activitat de càlcul mental, el docent la inicia recordant la tècnica per a trobar un número que sumat a número donat tingui un resultat de 100 (tècnica cronogenètica). Primer proposa

un problema on el número acaba en zero, els diu que ho han de fer amb els números sense el zero, i també n'assumeix la justificació (tècnica topogenètica). Posa com a exemple un altre cas. Després els formula tot de preguntes tancades o preguntes que condueixen a la resposta correcta per tal que resolguin un cas en què el número no acabi en zero. Per tant, es va repetint tècnica topogenètica de formular una pregunta tancada i tècnica cronogenètica de determinar si és o no correcte de forma explícita o implícita passant a la següent pregunta si és correcte. Si no és correcte, usa la tècnica topogenètica de formular una pregunta que porta a la resposta correcta i de vegades fins i tot assumeix la correcció de l'error. No demana mai que els alumnes expliquin com ho han calculat, independentment de si el que diuen és correcte o no.

Seguidament fan la gimcana per cursos. El docent organitza els alumnes en grups cooperatius i els facilita els enunciats, n'hi ha quatre per cada curs. Els han de fer tots amb l'ordre que vulguin. Quan un grup ha acabat una de les quatre tasques, el docent l'ha de revisar i si tot està bé ha de marcar en una graella que ha fet el docent a la pissarra, que ja l'han acabat (tècniques mesogenètiques d'organització dels alumnes). Les respostes no es posen en comú. Al final hi ha un grup de 2n que els falta calcular dos dobles. El docent pregunta el resultat a altres alumnes (tècnica topogenètica de formular una pregunta tancada), i el docent en valida les respostes. Al finalitzar els demana si els ha semblat fàcil i què han trobat més difícil (tècniques topogenètiques).

El docent inicia l'activitat de dobles fent grups amb els alumnes de la classe, i els planteja una pregunta per saber si saben què vol dir meitat i què vol dir doble (tècnica topogenètica). A partir d'aquí va plantejant noves preguntes amb relació a dobles i meitats, va fent preguntes tancades i les va validant. Per tant, es succeeix l'estructura de tècnica mesogenètica (planteja l'activitat), tècnica topogenètica de plantejar una pregunta tancada seguida d'una tècnica cronogenètica per a validar-la.

Per finalitzar la sessió, el docent recupera un repte ja treballat pels alumnes, el del llop, les ovelles i el pastor que volen travessar un riu en barca i els va fent preguntes tancades dels passos de resolució del problema, per tant, es repeteix la mateixa estructura anterior.

A la Taula 6.126 s'han assenyalat de color gris els gests que més guien i condicionen als estudiant, i es pot deduir que aquests representen un 15%, però a més a més un 26% dels gests corresponen a determinar si l'activitat és o no correcte i un altre 26% a formular preguntes tancades, i no es planteja cap gest que fomenti el raonament, per tant el logos dels alumnes queda limitat a respondre preguntes tancades i a aplicar les tècniques que el docent els mostra.

Anàlisi de de la sessió 1 del *Taller Connectem* de Cicle Inicial impartida pels docents 2 i 3

En aquesta sessió es treballa la geometria. S'usa el llibre d'activitats d'Innovamat. Concretament el repte número 9. En aquesta taller i cicle, tal com ja s'ha explicat al context, sempre hi ha dos docents a l'aula. Això ha fet que bàsicament es poguessin observar les estones de gestió de gran grup ja que es fa impossible registrar l'atenció individualitzada dels dos docents, però tampoc n'hi varen haver gaires.

L'estructura de la sessió, les activitats i l'organització dels alumnes es detalla a continuació:

1. Comencen recordant la última sessió ja que varen treballar el tangram igual que en aquesta. Repassen quines són les figures del tangram, quines són i si tenen la mateixa mida amb tot el grup classe.
2. Els docents plantegen la **primera activitat**. Es tracta de fer parelles de peces de tangram que tinguin un costat de la mateixa longitud. Resolen aquesta activitat en parelles. Amb la parella que els alumnes tinguin al costat.
3. La **segona activitat** consisteix en fer parelles de peces que tinguin un costat de la mateixa longitud però que sigui de longitud curta, ja que a les peces del tangram els costats són de quatre longituds diferents. En aquest cas els docents indiquen que l'activitat s'ha de fer individualment.
4. Seguidament resolen la **tercera activitat** que consisteix en fe el mateix però amb les longituds llargues. Resolen aquesta activitat també en parelles.
5. Finalment fan **quarta activitat**, que consisteix en pintar en una fitxa de llibre d'activitats, els costats de les peces del tangram que tinguin la mateixa longitud amb el mateix color.

A continuació es detallen els moments d'estudi de la sessió (Chevallard, 1999) de cadascuna de les parts de la classe en l'ordre en què apareixen:

1. Moment d'encontre amb la **primera activitat**
2. Mentre els alumnes treballen de forma autònoma en parelles, com que els docents ja els han mostrat la tècnica a usar, no cal que desenvolupin un bloc tecnològic teòric. Per tant, es produeixen el moment d'exploració de la tasca-tècnica i el d'aplicació de la tècnica. La mateixa tècnica permet una comprovació és a dir, permet un moment d'avaluació.

3. Quan posen en comú la tasca els docents avaluen en tot moment, per tant és un moment d'avaluació i s'avalua l'aplicació de la tècnica.
4. Moment d'encontre amb la segona activitat
5. Per a la **segona activitat**, es succeeixen els mateixos moments que per a la primera activitat, per les mateixes raons.
6. Moment d'encontre amb la tercera activitat
7. Per a la **tercera activitat**, es succeeixen els mateixos moments que per a la primera activitat, per les mateixes raons.
8. Moment d'encontre amb la **quarta activitat**
9. Els alumnes treballen de forma autònoma i individual. En aquest cas, vaig poder observar tot i que el docent els va mostrar un exemple, els va mostrar una solució però la tècnica, per tant els alumnes no tenien una tècnica desenvolupada i molts no sabien com fer-ho. Per tant els alumnes varen poder treballar el moment de l'exploració de la tasca-tècnica, construir un bloc tecnològic-teòric i aplicar la tècnica. En aquest cas els alumnes podien avaluar la validesa de les seva solució usant les figures geomètriques, però molts es feien un embolic. Alguns ho feien i d'altres no. De fet fer això formava part del tècnica dels que varen desenvolupar aquesta estratègia.

El nombre de tècniques usades pels docents tenint en compte si són tècniques mesogenètiques, topogenètiques o cronogenètiques (Chevallard, 2011) s'observen a les Taules 6.127, 6.128 i 6.129.

Taula 6.127:

Tècniques mesogenètiques que usa el docent

• Enunciar el problema o tasca que es planteja als alumnes	4
• Presenta una restricció sobre com s'han d'organitzar els alumnes.	3
• Enunciar el tema a treballar	1
• Gestionar ostensius	1
• Introduir ostensius (material, taula...)	1
• Recordar la pregunta o alguna dada de la tasca que es vol resoldre.	1
• Recordar una definició o informació sobre algun contingut	1
	12

Taula 6.128:

Tècniques cronogenètiques que usa el docent

Determinar si una resposta, una tasca o part d'una tasca és o no correcte.	10
Resoldre un exemple	5
Demanar als alumnes que facin les coses més ràpid	1
Suggerir algun idea, dada o tècnica que ajuda a resoldre el problema	1
	17

Taula 6.129:

Tècniques topogenètiques que usa el docent

↑ Assumir gran part de l'activitat matemàtica	1
↑ Assumir la resposta a una pregunta que el propi docent ha plantejat als alumnes	1
↓ Formular una pregunta de resposta tancada	7
↓ Parafrasejar què ha dit un alumne	3
↓ Demanar com fer una part de la tasca	3
↓ Demanar una justificació a alguna afirmació o pas que han fet els alumnes a l'hora de resoldre una tasca	3
↓ Formular una pregunta que condueix cap a la resposta correcta.	3
↓ Anticipar una dificultat que poden tenir els alumnes	1
↓ Demanar als alumnes que comprovin una afirmació	1
↓ Demanar què es va treballar en sessions anteriors	1
↓ Demanar als alumnes si hi ha alguna altra manera de resoldre-ho	1
↓ Fer que els alumnes es fixin en alguna cosa sense donar la resposta	1
↓ Formular una conclusió respecte al que han dit prèviament els alumnes	1
↓ Formular una pregunta on la resposta només pot ser sí o no	1
	28

Al iniciar la sessió els docents usen tècniques topogenètiques per parlar de la sessió anterior i preguntar pel tangram i les seves peces, per tant introdueixen ostensius (tècniques mesogenètiques). Ho fan amb una sèrie de preguntes tancades. També enuncien el tema i la tasca (tècniques mesogenètiques). Acceleren el temps didàctic proposant un exemple a resoldre de la tasca que han de resoldre. Ho fan de forma força guiada, ja que plantegen

preguntes tancades. A la posada en comú se succeeixen tècniques topogenètiques: fer preguntes tancades, demana si hi ha alguna altra solució, demanen justificacions i parafrasegen què diuen els alumnes amb acceleracions del temps didàctic indicant explícitament o implícitament si les aportacions dels alumnes són o no són correctes.

Quan inicien la segona activitat, les tècniques usades són les mateixes ja que també enuncien la tasca, posen un exemple, també fan preguntes i en aquest cas també demanen com fer part de la tasca i anticipen possibles dificultats. Al posar en comú la tasca, els gests de les docents guien més, ja que fan suggeriments, i en conseqüència acceleren el temps didàctic i a més a més assumeixen part de l'activitat en una ocasió. Introdueixen la tercera activitat demanant rapidesa als alumnes, recorden la pregunta (tasca mesogenètica), demanen una vegada una justificació, parafrasegen què diuen els alumnes tot determinant si la resposta és o no correcte. A més són els docents els qui formulen les conclusions.

Finalment enuncien la quarta i última tasca, però tenen molt poc temps per a realitzar-la. També resolen un exemple, però ho fan molt ràpid, amb la qual cosa els alumnes veuen una petita part de la solució però no la manera en com fer-ho, com deduir-ho. Per tant aquí tenen més marge a l'hora de construir una tècnica, el problema és que estan al final de la sessió i no hi ha temps. En aquest cas, els docents formulen una pregunta que porta a la resposta correcta en dues ocasions, potser influenciats pel fet que queda poca estona, i fan que es fixin en que al quadern d'activitats les figures són de la mateixa mida que les del tangram que tenen. Tot i que això podria accelerar el temps didàctic, només l'accelera per a alguns no per a tots.

A les Taules 6.127, 6.128 i 6.129 s'han assenyalat les tècniques que més guien als alumnes, que representen un 42% de les tècniques. Destaquen els múltiples exemples que es resolen abans de resoldre la tasca, exemples idèntics a la tasca que han de fer els alumnes, la qual cosa redueix molt la incertesa dels alumnes, ja no han de construir un bloc tecnològic-teòric, només l'han d'aplicar.

6.1.2. Anàlisi de les observacions de cicle mitjà

Anàlisi de de la sessió 1 del *Taller Resolem* de Cicle Mitjà impartida pel docent 4

En aquesta sessió es proposen dues activitats on cal resoldre problemes aritmètics. A la primera activitat el problema aritmètic és igual per a tothom inventat per al docent i es resol de forma conjunta i a la segona es proposa un problema aritmètic per a tercer i un altre de

diferent per a quart del llibre d'Innovamat (Calvo, 2022a, 2022d).

El problema que resolen ambdós cursos és del tipus parts-total on el total és desconegut i té el següent enunciat:

- En una escola hi ha 125 alumnes i tots es queden a dinar. Un dia tenen una visita de 170 alumnes francesos i també tots es queden a dinar. Aquests alumnes venen de visita acompanyats de 5 mestres. Els mestres no es queden a dinar, venen a conèixer el poble. Per quantes persones ha de fer el dinar l'escola?

Pel que fa als altres dos problemes, el de tercer és de canvi disminució on el resultat és desconegut i el de quart és de proporcions multiplicació. Els enunciats són els següents:

- 3r curs de primària: un treballador del banc va posar 670 € al dipòsit del caixer al matí, perquè s'havia buidat durant la nit. El primer client va retirar 180 €. Quants diners van quedar al caixer per al segon client?
- 4t curs de primària: he anat al supermercat amb un bitllet de 50 € i hem comprat 8 litres d'oli. Cada litre costa 4 €. Quants diners ens han sobrat?

L'estructura de la sessió, i l'organització dels alumnes es detalla a continuació:

1. S'inicia la classe recordant què havien fet la setmana passada
2. Es planteja la primera activitat i es resol de forma conjunta amb tot el grup classe
3. Es planteja la segona activitat que és per curs, es deixa temps als alumnes per tal que la resolguin i no es fa una avaluació conjunta sinó que el docent interacciona amb els alumnes que li ho demanen

A continuació es detallen els moments d'estudi de la sessió (Chevallard, 1999) de cadascuna de les parts de la classe en l'ordre en què apareixen:

1. Moment d'institucionalització on es recorda quines són les subtasques que han de realitzar els alumnes a l'hora de resoldre un problema que són identificar la pregunta i les dades, fer un esquema del problema, fer la planificació, és a dir, dir quines operacions cal fer i perquè cal fer-les i finalment fer les operacions i respondre la pregunta
2. Moment del primer encontre amb la **primera activitat**
3. Els alumnes i el docent resolen conjuntament la tasca. El docent va avaluant el que diuen en tot moment
    3.1. Treball de la tècnica, ja que comencen dient el resultat
    3.2. Construcció del bloc tecnològic-teòric ja que diuen i justifiquen les operacions

que han fet combinat amb el bloc d'exploració de la tasca-tècnica ja que han de tenir en compte les dades del problema.

3.3. Exploració tasca-tècnica, ja que discuteixen quines dades usar.

3.4. Moment del primer encontre, ja que el docent planteja una nova pregunta. Canvia una mica l'enunciat

3.5. Moment de l'exploració de la tasca i la tècnica, perquè discuteixen quines són les dades i la pregunta

3.6. Moment d'institucionalització, perquè discuteixen què cal identificar primer, les dades o la pregunta

3.7. Moment exploració tasca-tècnica, ja que discuteixen sobre quin esquema fer

3.8. Moment d'institucionalització, perquè discuteixen què cal que tingui l'esquema

3.9. Moment exploració tasca-tècnica, ja que discuteixen sobre quin esquema fer

3.10. Moment de construcció del bloc teòric-tecnològic, ja que diuen quina operació cal fer i per què cal fer-la combinat amb el moment d'exploració de la tasca-tècnica ja que han de tenir en compte les dades del problema

3.11. Moment d'institucionalització i moment de construcció del bloc tecnològic-teòric, perquè es parla sobre què cal que inclogui la planificació

4. Moment del primer encontre amb la **segona activitat**
5. Moment de l'exploració de la tasca i la tècnica, moment de construcció del bloc tecnològic-teòric i treball de la tècnica per part dels alumnes de forma autònoma. Ho fan en aquest ordre, ja que és el que demana el docent
6. Moment d'avaluació on es van avaluant els següents moments amb diferents alumnes que pregunten al docent. En aquest cas no hi ha una avaluació grupal i les interaccions amb el docent són a petició dels alumnes

6.1. Moment d'exploració de la tasca i la tècnica

6.2. Moment de construcció del bloc tecnològic-teòric

6.3. Moment de l'exploració de la tasca i la tècnica

Per tant, la classe s'inicia amb un moment d'institucionalització on es repassen qüestions tractades en sessions anteriors, després els alumnes resolen conjuntament el problema. Com que un alumne diu de seguida el resultat, en comptes de seguir l'ordre que segueixen habitualment que s'ha detallat al capítol 5 que seria explorar la tasca-tècnica (identificar la pregunta i les dades i fer l'esquema), construir del bloc tecnològic-teòric (explicitar i

justificar la planificació) i treballar la tècnica (fer les operacions i respondre la pregunta), segueixen un altre ordre. Comencen per treball de la tècnica (responen la pregunta) i segueixen amb construcció del bloc tecnològic teòric (expliciten la planificació), exploració de la tasca-tècnica (identifiquen les dades), exploració de la tasca-tècnica (detallen l'esquema), construcció del bloc tecnològic teòric (justifiquen la planificació). Els moments d'avaluació els fa el docent, no hi ha cap moment en què els alumnes avaluïn o revisin les seves tasques.

El nombre de tècniques usades pel docent tenint en compte si són tècniques mesogenètiques, topogenètiques o cronogenètiques (Chevallard, 2011) i la part de la sessió en la qual es produeixen (inici de sessió, presentació de tasques, resolució conjunta del problema o atenció personalitzada quan els alumnes resolen autònomament els problemes) es poden veure a la Taula 6.130. I a les Taules 6.131, 6.132 i 6.133 s'hi detallen respectivament les tècniques mesogenètiques, cronogenètiques i topogenètiques identificades.

Taula 6.130:

Nombre de tècniques que usa el docent segons el tipus i part de la sessió en què es produeixen

Inici de sessió	Mesogenètiques	1
	Topogenètiques	4
	Cronogenètiques	-
Presentacions de les diverses tasques	Mesogenètiques	3
	Topogenètiques	-
	Cronogenètiques	-
Resolució conjunta	Mesogenètiques	3
	Topogenètiques	19
	Cronogenètiques	7
Atenció personalitzada	Mesogenètiques	-
	Topogenètiques	3
	Cronogenètiques	1
Finalització de la sessió	Mesogenètiques	-
	Topogenètiques	2
	Cronogenètiques	-
		43

Taula 6.131:

Tècniques mesogenètiques que usa el docent

● Enunciar el problema o tasca que es planteja als alumnes	2
● Presentar una restricció respecte el format que ha de tenir la resposta.	2
● Presentar una restricció a l'hora de resoldre una tasca.	1
● Formular una nova pregunta	1
	6

Taula 6.132:

Tècniques cronogenètiques que usa el docent

● Determinar si una resposta, una tasca o part d'una tasca és o no correcte.	8

Taula 6.133:

Tècniques topogenètiques que usa el docent

●↑ Assumir la correcció d'un error.	2
●↓ Demanar una justificació a alguna afirmació o pas que han fet els alumnes a l'hora de resoldre una tasca	5
●↓ Formular una pregunta on la resposta només pot ser sí o no.	4
●↓ Formular una pregunta que condueix cap a la resposta correcta.	3
●↓ Demanar als alumnes què cal fer	2
●↓ Demanar als alumnes què cal fer havent de triar entre unes opcions	2
●↓ Demanar algun aclariment sobre la tasca o alguna part de la tasca.	1
●↓ Demanar com fer una part de la tasca	1
●↓ Demanar als alumnes què han après.	1
●↓ Demanar als alumnes quines dificultats han trobat	1
●↓ Demanar què es va treballar en sessions anteriors	1
●↓ Escriure què ha dit un alumne en veu alta a la pissarra	1
●↓ Explicar la utilitat d'una estratègia o tècnica	1
●↓ Formula una pregunta que suggereix una estratègia alternativa.	1
●↓ Formular una conclusió respecte al que han dit prèviament els alumnes	1
●↓ Parafrasejar què ha dit un alumne	1
	28

A la Taula 6.130 es pot veure que a l'inici de la sessió, en el moment d'institucionalització s'usen quatre tècniques topogenètiques ja el docent i els alumnes parlen de la sessió anterior. Els demana què cal fer per a identificar la pregunta i les dades d'un problema. Les tècniques mesogenètiques les usa tant al presentar les diverses activitats com en la gestió de la correcció conjunta (Taula 6.131). Quan presenta les tasques els diu quina és l'activitat que

hauran de fer i introdueix una restricció a l'hora de resoldre la tasca. Els alumnes hauran d'assenyalar les dades del problema en blau i la pregunta en vermell. I durant el procés de resolució conjunta també introdueix d'altres restriccions sobre el format de l'esquema i la planificació quan els diu que l'esquema ha de contenir les dades i què es fa amb les dades, i que la planificació ha de contenir les dades i es fa amb les dades. El docent canvia el medi canviant la pregunta del problema, però amb relació a la nova pregunta només els planteja una pregunta de sí/no que els alumnes responen correctament i aleshores el docent formula una conclusió al respecte. Les tècniques cronogenètiques es produeixen durant la resolució conjunta del problema, determinant si és o no correcte el que diuen els alumnes produint així una acceleració del temps didàctic (vegeu Taules 6.130 i 6.132).

La interacció entre el docent i els alumnes es produeix bàsicament durant la resolució conjunta del problema i és on el docent fa ús de la majoria de tècniques topogenètiques. Tot i que només es produeixen dues interaccions on el docent assumeix les tasques de l'alumne, on corregeix un error després de dir-li a l'alumne que el que ha fet no és correcte (vegeu Taula 6.133), moltes d'elles condicionen el topos els alumnes, ja que guien molt. Les interaccions que guien més s'han assenyalat de color gris. En tres ocasions el docent formula preguntes que condueixen cap a la resposta correcta, en dues ocasions el docent demana als alumnes què cal fer, però els fa triar entre dues opcions i planteja una pregunta que suggereix una estratègia alternativa. Aquestes tècniques assenyalades en gris representen un 29% del total de tècniques topogenètiques i un 19% del total. A més a més, algunes de les preguntes que formula de sí/no també guien. Tot i això, demana justificacions en cinc ocasions, demana tres vegades per què una cosa no està bé, demana per què cal sumar, per què es descarta una dada i per què la resposta és 195.

Per tant, el logos de l'alumne queda molt condicionat per l'exemple que es resol a l'inici de la classe, per les restriccions imposades en el format de resposta. També condiciona que docent digui als alumnes què cal tenir en compte en algunes de les fases de resolució i que assumeixi tasques de l'alumne i formuli preguntes que orienti l'alumne en el procés d'elaboració de la resposta i no en formuli cap per a promoure el raonament.

Anàlisi de de la sessió 2 del *Taller Resolem* de Cicle Mitjà impartida pel docent 4

La sessió té dues parts diferenciades, una de càlcul mental i l'altra on es treballa la resolució de problemes. Pel càlcul mental el docent posa una llista de 4 sumes i 4 restes a la pissarra. Cada alumne independentment del curs, ha de triar dues sumes i dues restes i les ha de resoldre. Si els sobra temps poden resoldre les operacions que no hagin triat. També els proposa dues multiplicacions, només en posa dos, ja que els alumnes de tercer encara no han treballat gaire les multiplicacions, però si volen també les poden fer. El docent no els demana que n'explicitin els càlculs i la gran majoria només escriuen el resultat. A la part de resolució de problemes els alumnes només han d'identificar la pregunta i les dades dels quatre problemes aritmètics que el docent els planteja. Els alumnes treballen en parelles que escullen ells mateixos. El docent enuncia el problema en veu alta, deixa uns minuts per tal que ho pensin en parelles, les quals han d'escriure la solució en una pissarra vileda i mostrar-la quan el docent ho indiqui.

Els enunciats de les activitat són:

- 81 + 29, 59 + 22, 120 + 99, 49+ 50, 36 - 19,77 - 9 , 126 - 99, 199 - 45, 19 x 5, 21 x 8
- La Carla té 4 peres, va al mercat a comprar 5 nous i cada nou val 5€. Quants euros necessita per les peres?
- En una fira de bestiar hi ha 148 cavalls, 687 ovelles i 312 porcs i 432 oques. Quants porcs hi ha més que cavalls a la fira?
- En una gàbia vermella hi ha 50 ocells, a la groga n'hi ha 79 i en una de blava n'hi ha 27. Quants ocells hi ha en total a les gàbies groga i blava?
- L'Albert compra 6 metres de tela per 68€ i 5 metres de cintar per 40€. Quants euros s'ha gastat en total?
- A una granja hi ha 45 gallines que han post 287 ous i en una altra n'hi ha 73 que han post 342 ous. Quantes gallines hi ha en total a les dues granges?

Per tant, els quatre problemes són del tipus: un de comparació on la diferència és desconeguda i tres de parts-total on el total és desconegut.

L'estructura de la sessió, i l'organització dels alumnes es detalla a continuació:

1. S'inicia la classe plantejant uns càlculs mentals, es deixa una estona per a resoldre'ls individualment i després es corregeixen de forma conjunta.
2. El docent planteja i resol un problema a mode d'exemple. Després, planteja el primer

problema aritmètic, es deixa una estona per tal que els alumnes n'identifiquin la pregunta i les dades mentre el docent va passant per les taules on interacciona poc amb els alumnes. Només ho fa a petició seva. Els alumnes han d'escriure la resposta en una pissarra vileda de mida Din-A4.

3. Es corregeix el problema de forma conjunta. Es repeteix el mateix amb tres problemes aritmètics més.
4. El docent finalitza la classe demanant als alumnes què han après.

Pel que fa als moments d'estudi de la sessió (Chevallard, 1999), es succeïxen els següents moments:

1. Moment del primer encontre amb la **activitat 1**, que en aquest cas és de **càlcul**.
2. Moment d'exploració de la tasca-tècnica i del treball de la tècnica de forma autònoma per part dels alumnes. En general no construeixen el bloc tecnològic-teòric sinó que els que fan és aplicar el bloc tecnològic-teòric conegut que són les estratègies treballades a classe.
3. Moment d'avaluació on es van succeint els següents moments:
    3.1. Moment de treball de la tècnica amb un alumne en particular
    3.2. Moment d'exploració de la tasca i la tècnica i moment de treball de la tècnica per cadascuna de les operacions plantejades on també s'hi barregen moments d'institucionalització ja que el docent fa èmfasi en els noms de tècniques i en què consisteixen.

A partir d'aquí es plantegen les 4 **activitats** de resolució de problemes de forma successiva i per cadascun d'ells es succeeixen els següents moments:

1. Moment d'institucionalització on amb un exemple es recorda què cal que facin tot recordant tècniques
2. Moment del primer encontre amb la tasca, on es planteja un problema aritmètic en el que cal identificar les dades que no són necessàries
3. Moment de l'exploració de la tasca i la tècnica per part dels alumnes de forma autònoma en parelles triades per ells mateixos, ja que només han d'identificar les dades que no són necessàries. No han de resoldre el problema. Es van produint moments d'institucionalització quan el docent explicita quina és l'estratègia usada i sovint en detalla els passos.
4. Moment d'avaluació on es van succeint els següents moments en cadascun dels quatre

problemes aritmètics que es plantegen:

4.1. Moment de l'exploració de la tasca i la tècnica barrejat amb moments de construcció del bloc tecnològic-teòric ja que els demana que ho justifiquin.

La classe finalitza amb un moment d'avaluació ja que el docent els demana què han après.

Per tant els moments d'avaluació sempre són moments on el docent avalua el treball dels alumnes, no hi ha moments on els alumnes revisin la validesa de les seves respostes. A la part de càlcul bàsicament es treballen els moments d'exploració de la taca-tècnica i del treball de la tècnica ja que els alumnes no cal que construeixin el bloc tecnològic-teòric, només cal que l'apliquin i el docent pràcticament no demana justificacions com es veurà a continuació amb la descripció i anàlisi de les tècniques usades per part del docent. I en l'activitat dels problemes només apareixen moments l'exploració de la tasca i la tècnica barrejat amb moments de construcció del bloc tecnològic-teòric ja que els demana justificacions però no els han de resoldre sinó que només han d'identificar la pregunta i les dades.

El nombre de tècniques usades pel docent tenint en compte si són tècniques mesogenètiques, topogenètiques o cronogenètiques (Chevallard, 2011) i la part de la sessió en la qual es produeixen (presentació de les activitats de càlcul, correcció conjunta de les activitats de càlcul, presentació de l'activitat de resolució de problemes, correcció conjunta de l'activitat de resolució de problemes i atencions personalitzades) es poden veure a la Taula 6.134. I a les Taules 6.135, 6.136 i 6.137 s'hi detallen respectivament les tècniques mesogenètiques, cronogenètiques i topogenètiques identificades.

Taula 6.134:

Nombre de tècniques que usa el docent segons el tipus i part de la sessió en què es produeixen

Presentacions de l'activitat de càlcul	Mesogenètiques	2
	Topogenètiques	-
	Cronogenètiques	-
Correcció conjunta càlcul	Mesogenètiques	2
	Topogenètiques	32
	Cronogenètiques	14
Presentacions de l'activitat de resolució de problemes	Mesogenètiques	8
	Topogenètiques	3
	Cronogenètiques	2
Correcció conjunta resolució de problemes	Mesogenètiques	7
	Topogenètiques	24
	Cronogenètiques	6
Atenció personalitzada	Mesogenètiques	1
	Topogenètiques	3
	Cronogenètiques	-
Finalització de la sessió	Mesogenètiques	-
	Topogenètiques	1
	Cronogenètiques	-
		105

Taula 6.135:

Tècniques mesogenètiques que usa el docent

● Enunciar el problema o tasca que es planteja als alumnes	7
● Presenta una restricció sobre com s'han d'organitzar els alumnes.	5
● Gestionar ostensius	4
● Fer un aclariment de l'enunciat	1
● Recordar la pregunta o alguna dada de la tasca que es vol resoldre	1
● Formular una nova pregunta	1
● Presentar una restricció respecte a l'enunciat de la tasca	1
	20

Taula 6.136:

Tècniques cronogenètiques que usa el docent

● Determinar si una resposta, una tasca o part d'una tasca és o no correcte.	18
● Recordar una tècnica per a resoldre la tasca	3
● Resoldre un exemple	1
	21

Taula 6.137:

Tècniques topogenètiques que usa el docent

●↑ Assumir la resolució de la tasca	3
●↑ Assumir la representació o escriptura d'un procés de resolució que estava realitzant un alumne	2
●↑ Assumir la compleció d'una resposta.	2
●↑ Assumir la resposta a una pregunta que el propi docent ha plantejat als alumnes	2
●↑ Assumir la correcció d'un error.	1
●↑ Assumir una justificació	1
●↓ Escriure què ha dit un alumne en veu alta a la pissarra	15
●↓ Formular una pregunta que condueix cap a la resposta correcta.	6
●↓ Demanar si una resposta, tasca o part d'una tasca a un alumne o alumnes és o no correcta	6
●↓ Explicitar quina estratègia ha usat l'alumne dient-ne el nom o bé explicant amb més detall què ha fet	4
●↓ Demanar una justificació a alguna afirmació o pas que han fet els alumnes a l'hora de resoldre una tasca	4
●↓ Parafrasejar què ha dit un alumne	3
●↓ Formular una pregunta on la resposta només pot ser sí o no.	2
●↓ Explicar per què una resposta, una tasca o part d'una tasca no és correcte.	2
●↓ Demanar algun aclariment sobre la tasca o alguna part de la tasca.	1
●↓ Demanar com fer una part de la tasca	1
●↓ Demanar que els alumnes comparin la dificultat de dos processos de resolució diferents	1
●↓ Demanar si algú ha resolt la tasca d'una determinada manera	1
●↓ Demanar als alumnes què cal fer havent de triar entre unes opcions	1
●↓ Demanar als alumnes què han après.	1
●↓ Formular una conclusió respecte al que han dit prèviament els alumnes	1
●↓ Anticipar una dificultat que poden tenir els alumnes	1
●↓ Demanar als alumnes la compleció d'una resposta tot indicant-los que és incompleta.	1
●↓ Valorar l'eficiència d'una estratègia que ha fet un alumne.	1
	63

A la Taula 6.134 es pot veure que en la part de càlcul mental, la presentació de la tasca és molt breu només s'enuncia la tasca i es diu quines operacions cal que facin els alumnes segons el curs. Durant la correcció conjunta, totes les tècniques cronogenètiques consisteixen a determinar explícitament o implícitament si la resolució plantejada és o no correcta. Si és correcta ho escriu a la pissarra i passa al següent càlcul de forma molt ràpida, hi ha una acceleració del temps didàctic. Només en una ocasió un alumne ho intenta escriure ell mateix a la pissarra, però com que no se'n surt, acaba assumint la tasca el docent. De fet la majoria d'alumnes al resoldre l'activitat no escriuen el procés de resolució, només anoten el resultat. A les notes de camp es va descriure una situació en què una alumna va dir correctament el resultat, però quan se li va demanar com ho havia resolt, va ser incapaç de respondre ja que

no recordava com ho havia resolt, perquè al full només hi tenia el resultat. A més a més, en aquesta part de la sessió, el docent n'acaba assumint d'altres de tasques. Assumeix la representació del procés en dues ocasions, assumeix la resolució del càlcul en dues ocasions, assumeix la resposta a una pregunta que ha plantejat en una ocasió, només demana dues justificacions i una l'acaba assumint, i també assumeix la correcció d'un error. Però les tècniques topogenètiques que realitza més sovint són escriure què ha dit un alumne a la pissarra i explicitar i detallar les estratègies que usen els alumnes (moments d'institucionalització). Les tècniques mesognètiques que usa són per a fer participar els alumnes que encara no han participat i plantejar una nova pregunta canviant els números del càlcul de la qual n'acaba assumint la resposta el mateix docent.

Pel que fa a la resolució de problemes, el docent inicia l'activitat enunciant la tasca i organitzant els alumnes (tècniques mesogenètiques) i mostrant la resolució d'un exemple (tècnica cronogenètica), tot recordant la tècnica a usar, per tant provoca una acceleració del temps didàctic. També sorgeixen tècniques topogenètiques com assumir la resolució de la tasca i els anticipa una dificultat dient que algun enunciat és llarg i que s'hi fixin més. Durant la correcció conjunta les tècniques cronogenètiques usades són determinar si una resposta és o no correcta i recordar la tècnica a usar. I les mesogenètiques són organitzar l'ús de les pissarres vileda, i recordar les dades o la pregunta del problema plantejat. Pel que fa a les tècniques topogenètiques, el docent principalment escriu a la pissarra les respostes dels alumnes, i demana en sis ocasions per què alguna qüestió no és correcte. Per altra banda, també demana dues justificacions, i en una d'elles el docent ajuda a completar la justificació amb una pregunta que porta a la resposta correcta. També assumeix la resposta en una ocasió i la compleció de la resposta en una altra. Les atencions personalitzades són molt escasses i són molt dirigides, ja que en tres dels casos es formula una pregunta que porta a la resposta correcta (tècnica topogenètica) i en l'altre es fa un aclariment de l'enunciat que facilita la tasca a realitzar (tècnica mesogenètica). No es formulen preguntes que fomentin el raonament.

Si mirem les tècniques usades en tota la sessió marcades de color gris a les Taules, 6.135, 6.136 i 6.137, que són les tècniques o bé condicionen la resolució dels alumnes o bé ajuden a reduir la incertesa dels alumnes o bé els faciliten o encaminen la tasca a realitzar aquestes representen un 41% del total de tècniques. Per tant, podem dir que el docent condiciona el logos de l'alumne, ja que aquest té poc marge de decisió. El que pot fer l'alumne és aplicar el que s'ha mostrat amb l'exemple i que a més a més el docent se n'encarrega de recordar i en cas de no saber què fer o tenir una dificultat, el docent assumeix o minimitza aquestes

dificultats.

Anàlisi de de la sessió 1 del *Taller Connectem* de Cicle Mitjà impartida pel docent 5

En aquesta sessió els alumnes resolen tres activitats sobre els quadrilàters d'Innovamat en aquest cas no és del llibre habitual sinó del de 3r curs. Els docents fan això quan consideren que per fer un repte del llibre de 4t curs primer cal fer prèviament alguna activitat del llibre de tercer, però no ho fan sempre ni de vegades fan el repte de tercer sencer. És una de les adaptacions que fan.

L'estructura de la sessió, les activitats i l'organització dels alumnes es detalla a continuació:

1. El docent els demana què havien treballat el dia anterior. Els fa preguntes per veure què saben sobre els quadrilàters
2. Presenta la **primera activitat** que es resol de forma conjunta, que és assenyalar els quadrilàters en una imatge projectada a la pissarra digital interactiva
3. Els mostra el vídeo de Innovamat que explica la **segona activitat**. Hauran de trobar tots els quadrilàters diferents que es poden dibuixar en un tangram 3 x 3
4. Organitza els alumnes en grups de dos amb un alumne de 3r curs i l'altre de 4t curs
5. Els deixa una estona per tal que resolguin l'activitat en parelles
6. Posen l'activitat en comú.
7. El docent els demana que a més a més ara busquin les simetries (**tercera activitat**) que tenen les figures que han trobat. Aquesta activitat la resolen conjuntament.

A continuació es detallen els moments d'estudi de la sessió (Chevallard, 1999) de cadascuna de les parts de la classe en l'ordre en què apareixen:

1. Moment d'institucionalització on parlen de la sessió anterior i de continguts relacionats amb els quadrilàters que la institució considera importants.
2. Moment del primer encontre amb la **primera activitat**
3. Moment d'exploració de la tasca-tècnica conjuntament amb el docent, ja que parlen de l'enunciat plegats i el docent els facilita el bloc tecnològic-teòric
4. Els alumnes i el docent resolent conjuntament la tasca. El docent va avaluant el que diuen en tot moment, per tant és un moment d'avaluació on es van succeint els següents moments:
    4.1. Moment del treball de la tècnica ja que van identificant els quadrilàters. No hi

ha construcció del bloc tecnològic-teòric ja que el docent els dona la definició i què han de mirar. Per tant només han d'aplicar la tècnica.

5. Moment del primer encontre amb la **segona activitat**
6. Els alumnes resolen en grups de dos la tasca de forma autònoma durant aproximadament uns 20 minuts. On poden explorar la tasca-tècnica, poden construir un bloc tecnològic-teòric ja que els demanen trobar totes les solucions, aplicar el bloc tecnològic-teòric facilitat per el docent per a justificar que són quadrilàters i treballar la tècnica
7. Es posa en comú i s'avalua tot el que han fet els alumnes en grups de dos alumnes. Per tant és un moment d'avaluació. Dins d'aquest moment s'avaluen els següents moments:
    7.1. El docent els demana per la construcció del bloc tecnològic-teòric però els nens no responen si han usat o no alguna estratègia
    7.2. Es van succeint moments de treball de la tècnica exposant diversos exemples. Per cada exemple sí que usen el bolc tecnològic-teòric que els ha recordat el docent per a justificar si és un quadrilàter. Però cap alumne demostra haver construït un bloc tecnològic-teòric per a trobar totes les solucions.
    7.3. Mentre corregeixen el que han fet el docent planteja una nova pregunta, per tant es produeix un moment de primer encontre amb la **tercera activitat**
    7.4. Els alumnes i el docent resolent conjuntament la tasca. El docent va avaluant el que diuen en tot moment
    7.5. Qui construeix el bloc tecnològic-teòric és el docent mostrant-los com comprovar si un rectangle té o no una determinada simetria plegant un full de paper.
    7.6. Per part dels alumnes només es produeixen moments de treball de la tècnica

Per tant es pot dir que bàsicament el moments que apareixen són el d'exploració de la tasca-tècnica i del treball de la tècnica, ja que pel que fa a al bloc tecnològic-teòric o bé els el facilita el docent en la primera activitat o bé en la segona, tot i que potser els alumnes l'hagin desenvolupat, quan s'avalua i el docent els ho demana, ningú contesta i el docent passa al moment de la tècnica i no hi retorna. També apareix el moment d'institucionalització a l'inici de la sessió on es repassen continguts sobre els quadrilàters.

El nombre de tècniques usades pel docent tenint en compte si són tècniques mesogenètiques, topogenètiques o cronogenètiques (Chevallard, 2011) i la part de la sessió en la qual es produeixen (inici de sessió, presentació de tasques, resolució conjunta del problema o atenció personalitzada quan els alumnes resolen autònomament els problemes) es poden veure a la Taula 6.138. I a les Taules 6.139, 6.140 i 6.141 s'hi detallen respectivament les tècniques mesogenètiques, cronogenètiques i topogenètiques identificades.

Taula 6.138:

Nombre de tècniques que usa el docent segons el tipus i part de la sessió en què es produeixen

Inici de sessió	Mesogenètiques	1
	Topogenètiques	9
	Cronogenètiques	7
Presentacions de les diverses tasques	Mesogenètiques	9
	Topogenètiques	4
	Cronogenètiques	2
Resolució conjunta	Mesogenètiques	4
	Topogenètiques	13
	Cronogenètiques	8
Correcció conjunta	Mesogenètiques	8
	Topogenètiques	21
	Cronogenètiques	10
Atenció personalitzada	Mesogenètiques	1
	Topogenètiques	3
	Cronogenètiques	-
		100

Taula 6.139:

Tècniques mesogenètiques que usa el docent

• Recordar una definició o informació sobre algun contingut	4
• Introduir ostensius (material, taula...)	3
• Presenta una restricció sobre com s'han d'organitzar els alumnes.	3
• Enunciar el problema o tasca que es planteja als alumnes	2
• Gestionar ostensius	2
• Recordar la pregunta o alguna dada de la tasca que es vol resoldre.	2
• Suggerir algun idea, dada o tècnica que ajuda a resoldre el problema	2
• Dir el nom d'una figura geomètrica	1
• Enunciar una nova pregunta	1
• Enunciar el tema a treballar	1
• Presentar una restricció respecte el format que ha de tenir la resposta.	1
• Presentar una restricció a l'hora de resoldre una tasca.	1
	23

Taula 6.140:

Tècniques cronogenètiques que usa el docent

● Demanar la resposta a un altre alumne ja que a qui ho havia demanat no sap respondre	1
● Determinar si una resposta, una tasca o part d'una tasca és o no correcte.	26
	27

Taula 6.141:

Tècniques topogenètiques que usa el docent

●↑ Assumir la resposta a una pregunta que el propi docent ha plantejat als alumnes	3
●↑ Formular una pregunta per a saber què saben els alumnes d'un tema o qüestió	15
●↑ Formular una pregunta on la resposta només pot ser sí o no.	13
●↓ Formular una pregunta de resposta tancada	4
●↓ Escriure què ha dit un alumne en veu alta a la pissarra	3
●↓ Demanar que els alumnes facin una comparació	2
●↓ Demanar què es va treballar en sessions anteriors	2
●↓ Formular una conclusió respecte al que han dit prèviament els alumnes	2
●↓ Demanar als alumnes què cal fer	1
●↓ Demanar als alumnes quines dificultats han trobat	1
●↓ Demanar als alumnes si estan d'acord amb alguna afirmació feta pels alumnes o la mestra	1
●↓ Dibuixar a la pissarra alguna cosa per acompanyar una explicació o aclariment	1
●↓ Demanar com fer una part de la tasca	1
●↓ Relacionar una resolució, contingut... amb alguna cosa treballada prèviament que no és rellevant per a la resolució de la tasca i no afecta el medi	1
	50

En aquesta sessió, a l'inici, s'enuncia el tema a treballar (tècnica mesogenètica) i es repassen continguts sobre els quadrilàters. Per a fer-ho bàsicament el docent formula set preguntes (tècniques topogenètiques) per a saber què saben els alumnes (vegeu Taula 6.138). Totes aquestes preguntes són tancades i si els alumnes les responen correctament, el docent passa ràpidament a la següent pregunta, determinant si són correctes o no de forma implícita i accelerant el temps didàctic. Quan presenta les diverses tasques, usa les tècniques mesogenètiques de presentar l'enunciat, ja que els llibres de text que usen no hi ha enunciat, és a dir, no hi ha cap frase explicativa que indiqui què és el que cal fer. Per tant, per saber què han de fer usen el vídeo explicatiu de l'editorial Innovamat, però el docent torna a repetir-lo, també introdueix els ostensius a usar en la part del geoplà i organitza els alumnes.

Tant en la resolució conjunta com en la correcció conjunta tant usa tècniques mesogenètiques, com cronogenètiques com topogenètiques com es pot veure a la

Taula 6.138. Tant en la resolució conjunta com en la correcció conjunta l'única tècnica cronogenètica usada és determinar si la resposta és o no correcta de vegades explícitament i de vegades implícitament passant a la següent cosa a comentar. Pel que fa a les tècniques mesogenètiques en la resolució conjunta recorda la pregunta, recorda en dues ocasions una definició i diu el nom d'una de les figures geomètriques. Durant la correcció de la part que fan els alumnes de forma autònoma també recorda definicions en dues ocasions, organitza els alumnes, introdueix i gestiona ostensius (que és el geoplà) i introdueix una restricció a l'hora d'anotar les respostes que consisteix a representar les solucions que els faltin de color vermell. A més a més, suggereix que per a trobar totes les possibles respostes es pot fer tenint en compte la mida de les figures geomètriques, però com ja s'ha dit cap nen diu res i no reprèn aquesta qüestió. A més a més, amb les preguntes tancades, que el docent en fa 13, en totes elles va demanant si una figura és o no és un quadrilàter, un quadrat... per tant, són de comprovació de si identifiquen o no les figures que es treballen, però no es fan justificacions ni raonaments i les propietats també es tracten de la mateixa manera, només s'identifiquen. I quan s'introdueix una nova pregunta que és investigar les simetries, quan els alumnes diuen erròniament que la diagonal del rectangle és un eix de simetria, el docent, en comptes de demanar als alumnes que ho investiguin i d'aquesta manera retornar la tasca als alumnes (tècnica topogenètica descendent) el que fa és mostrar-ho amb un full de paper (introduir un ostensiu) tècnica topogenètica ascendent) i fins i tot formula la conclusió.

Si mirem les tècniques usades en tota la sessió marcades de color gris a les Taules 6.139 i 6.141, que són les tècniques mesogenètiques que condicionen la resolució dels alumnes i les tècniques topogenètiques que ajuden a reduir la incertesa dels alumnes (tècniques topogenètiques ascendents) aquestes representen un 12% del total de tècniques. Per tant, podem dir que en aquesta activitat tot i que es demana trobar tots els quadrilàters en un geoplà 3x3, la qual cosa podria implicar raonaments per a justificar si els tenim tots o no es redueix a trobar-ne de forma desordenada, identificar-los i dir-ne el nom. A més a més, el docent guia perquè recorda definicions i fa preguntes que en molts casos el que fan és facilitar la resposta i en cap cas fomenten el raonament.

Anàlisi de de la sessió 2 del *Taller Connectem* de Cicle Mitjà impartida pel docent 5

En aquesta sessió hi ha una primera part de càlcul i una segona part on es treballen els desplaçaments en eixos de coordenades indicant la direcció amb el punt cardinal i la longitud del desplaçament amb el nombre de caselles.

Les activitats plantejades són les següents:

- **Primera activitat:** sumes restes i multiplicacions. Són les següents: 95+39, 121-99, 75-76, 82+18, 150-75, 87-19, 70-35, 243-199, 25x7 i 8x12.
- **Segona activitat:** com ens podem orientar si anem al bosc i ens hi perdem sense tenir mòbil o google maps? I si no tinguéssim ni brúixoles? I si estiguéssim al mig del mar?
- **Tercera activitat:** dissenyar un recorregut que ha de començar i acabar al mateix punt, en uns eixos de coordenades per a recollir el màxim nombre de fulles que es troben escampades en grups a les interseccions dels eixos. Això cal fer-ho en com a molt 10 desplaçaments. Un cop dissenyat el camí indicant cada desplaçament, cal que indicar el camí invers. Han d'indicar les coordenades dient la direcció del desplaçament amb el punt cardinal i la longitud del desplaçament amb el nombre de caselles que es recorren.
- **Quarta activitat:** dissenyar un recorregut similar al de l'activitat anterior, ja que cal fer el mateix amb una distribució de fulles diferents i en uns eixos de coordenades amb més caselles.

L'estructura de la sessió, i l'organització dels alumnes es detalla a continuació:

1. El docent planteja la **primera activitat**, que són unes sumes, restes i multiplicacions a resoldre i demana als alumnes que escullin dues sumes i dues restes per a resoldre i que les multiplicacions les facin els alumnes de 4t curs i si els de 3r curs les volen intentar resoldre també ho poden fer.
2. Els alumnes resolen de forma autònoma i individual les operacions i després les corregeixen amb tot el grup classe.
3. El docent introdueix la **segona activitat** on s'inicia una discussió grupal ja que la resolen en grup
4. El docent introdueix la **tercera activitat** i la resolen entre tots
5. El docent introdueix la **quarta activitat** on cal que facin el mateix que a la segona

però la localització de les fulles és diferent. En aquest cas els alumnes treballen en grups de dos formats per un alumne de 3r curs i un de 4t curs durant aproximadament uns 20 minuts. Passats els 20 minuts la posen en comú amb tot el grup.

A continuació es detallen els moments d'estudi de la sessió (Chevallard, 1999) de cadascuna de les parts de la classe en l'ordre en què apareixen. Pel que fa a l'activitat de càlcul:

1. Moment del primer encontre amb la **primera activitat**, que en aquest cas és de càlcul.
2. Moment d'exploració de la tasca-tècnica i del treball de la tècnica de forma autònoma per part dels alumnes. En general no construeixen el bloc tecnològic-teòric sinó que els que fan és aplicar el bloc tecnològic-teòric conegut que són les estratègies treballades a classe i validades per la institució.
3. Moment d'avaluació on es van succeint els següents moments:
    3.1. Moment de treball de la tècnica amb un alumne en particular
    3.2. Moment d'exploració de la tasca i la tècnica i moment de treball de la tècnica per cadascuna de les operacions plantejades on també s'hi barregen moments d'institucionalització ja que el docent fa èmfasi en els noms de tècniques i en què consisteixen. El bloc de la construcció del bloc tecnològic-teòric és assumit pel docent ja que quan demana justificacions és el propi docent qui les assumeix.

En relació a l'activitat de coordenades:

1. Com que la resolen conjuntament, el docent avalua cada cosa que diuen els alumnes, per tant és un moment d'avaluació on es succeeixen els següents moments:
    1.1. Moment d'encontre amb la **segona activitat** on primer només es planteja la primera pregunta. Seguidament es van succeint moments d'exploració de la tasca-tècnica, moments de la tècnica i moments de construcció del bloc tecnològic-teòric ja que han de mirar de resoldre la qüestió plantejada i els demana justificacions.
    1.2. Es repeteix el mateix per a les altres preguntes plantejades
2. Moment del primer encontre amb la **tercera activitat** que resolen de forma conjunta, per tant és un moment d'avaluació ja que el docent va avaluant tot el que els alumnes diuen on es van succeint els següents moments
    2.1. Moment d'exploració de la tasca-tècnica, moment de construcció del bloc tecnològic-teòric ja que han de pensar una estratègia per a recollir el màxim de fulles amb només 10 desplaçaments i moment de la tècnica. Encara que

respecte al moment de construcció del bloc tecnològic-teòric només un alumne fa un comentari al respecte dient que un desplaçament el faria més llarg per tal d'agafar més fulles en un sol desplaçament, però això no s'aprofita per a discutir-ho o debatre-ho. I en alguns casos el docent l'assumeix ja que per exemple diu "podria tornar o podria fer un circuit, pensa que hem de fer el mínim de passes, només tens 10 instruccions, potser si tornes, vas i tornes, llavors no tindràs prou opcions per a a poder recollir les fulles. Acaba suggerint una altra opció sense que l'alumne pugui pensar en el bloc tecnològic-teòric.

3. Moment el primer encontre amb la **quarta activitat** que els alumnes resolen en grups, per tant els alumnes realitzen els moments d'exploració de la tasca-tècnica, moment de construcció del bloc tecnològic-teòric ja que han de pensar una estratègia per a recollir el màxim de fulles amb només 10 desplaçaments i moment de la tècnica
4. Moment d'avaluació per part del docent de l'activitat anterior on s'avalua bàsicament la tècnica ja que es fan molt pocs comentaris respecte al bloc tecnològic-teòric.

Per tant a la part de càlcul els alumnes exploren la tasca-tècnica, treballen la tècnica i apliquen el bloc tecnològic-teòric que els ha facilitat la institució com a vàlid. Tampoc s'avalua aquest bloc tecnològic-teòric ja que quan el docent planteja alguna pregunta en la que caldria usar-lo, és el propi docent qui n'assumeix la resposta.

El nombre de tècniques usades pel docent tenint en compte si són tècniques mesogenètiques, topogenètiques o cronogenètiques (Chevallard, 2011) i la part de la sessió en la qual es produeixen es poden veure a la Taula 6.142. I a les Taules 6.143, 6.144 i 6.145 s'hi detallen respectivament les tècniques mesogenètiques, cronogenètiques i topogenètiques identificades.

Taula 6.142:

Nombre de tècniques que usa el docent segons el tipus i part de la sessió en què es produeixen

Presentacions de la tasca de càlcul	Mesogenètiques	2
	Topogenètiques	-
	Cronogenètiques	-
Atenció personalitzada de la tasca de càlcul	Mesogenètiques	-
	Topogenètiques	1
	Cronogenètiques	3
Correcció conjunta de càlcul mental	Mesogenètiques	-
	Topogenètiques	58
	Cronogenètiques	16
Presentació de la tasca de coordenades	Mesogenètiques	5
	Topogenètiques	23
	Cronogenètiques	12
Resolució conjunta de la tasca de coordenades	Mesogenètiques	10
	Topogenètiques	39
	Cronogenètiques	16
Atenció personalitzada de coordenades	Mesogenètiques	12
	Topogenètiques	12
	Cronogenètiques	3
Correcció conjunta de la tasca de coordenades	Mesogenètiques	4
	Topogenètiques	33
	Cronogenètiques	10
		259

Taula 6.143:

Tècniques mesogenètiques que usa el docent

● Recordar la pregunta o alguna dada de la tasca que es vol resoldre.	14
● Presenta una restricció sobre com s'han d'organitzar els alumnes.	5
● Introduir alguna informació o qüestió rellevant pel que s'està treballant.	2
● Suggerir que hi ha més d'una solució	2
● Suggerir una estratègia alternativa	2
● Formula una nova pregunta	1
● Enunciar el problema o tasca que es planteja als alumnes	1
● Enunciar el tema a treballar	1
● Introduir ostensius (material, taula...)	1
	29

Taula 6.144:

Tècniques cronogenètiques que usa el docent

● Demana a diversos alumnes que resolguin diverses tasques a la vegada a la pissarra	1
● Determinar si una resposta, una tasca o part d'una tasca és o no correcte.	36
● Recordar una tècnica per a resoldre la tasca	11
● Suggerir algun idea, dada o tècnica que ajuda a resoldre el problema	12
● Introduir una tècnica	1
● No tenir en compte què ha dit un alumne.	2
● Demanar a un alumne que expliqui una cosa a un altre	1
	64

Taula 6.145:

Tècniques topogenètiques que usa el docent

●↑ Assumir una justificació.	6
●↑ Assumir la resposta a una pregunta que el propi docent ha plantejat als alumnes	3
●↑ Assumir la correcció d'un error.	2
●↑ Assumir la resolució de la tasca	1
●↓ Formular una pregunta de resposta tancada	25
●↓ Demanar als alumnes què cal fer	22
●↓ Parafrasejar què ha dit un alumne	10
●↓ Explicitar quina estratègia ha usat l'alumne dient-ne el nom o bé explicant amb més detall què ha fet	8
●↓ Formula una pregunta que suggereix una estratègia alternativa.	8
●↓ Formular una pregunta que condueix cap a la resposta correcta.	8
●↓ Formular una pregunta on la resposta només pot ser sí o no.	8
●↓ Demanar algun aclariment sobre la tasca o alguna part de la tasca.	7
●↓ Demanar una justificació a alguna afirmació o pas que han fet els alumnes a l'hora de resoldre una tasca	6
●↓ Demanar als alumnes si hi ha alguna altra manera de resoldre-ho	5
●↓ Demanar als alumnes que revisin una resposta o part d'una tasca sense dir-los quin és el problema (hi ha un error, és incompleta...)	4
●↓ Formular una conclusió respecte al que han dit prèviament els alumnes	4
●↓ Formular una pregunta per a saber què saben els alumnes d'un tema o qüestió	4
●↓ Demanar als alumnes si estan d'acord amb alguna afirmació feta pels alumnes o la mestra	3
●↓ Demanar si algun alumne ha resolt la tasca de forma diferent	3
●↓ Escriure què ha dit un alumne en veu alta a la pissarra	3
●↓ Formular una pregunta en la que es donen opcions	3
●↓ Formula una pregunta que provoca el raonament de l'alumne sense donar la resposta	3
●↓ Formular una pregunta per a saber què saben els alumnes d'un tema o qüestió	2
●↓ Demanar com fer una part de la tasca	2
●↓ Demanar a un alumne que escrigui una resolució d'una tasca a la pissarra	2
●↓ Formular preguntes per assegurar-se que els alumnes han entès la tasca	2
●↓ Demanar als alumnes que revisin una resposta, una tasca o part d'una tasca dient-los quin és l'error.	2
●↓ Revisar una tasca o part d'una tasca.	2
●↓ Valorar l'eficiència d'una estratègia que ha fet un alumne.	2
●↓ Comparar la resolució de dos o més alumnes	1
●↓ Demanar a un alumne que expliqui una cosa a un altre	1
●↓ Demanar si entenen una raonament, cosa que han fet...	1
●↓ Respondre un dubte dels alumnes fent un aclariment o explicació	1
●↓ Tornar a explicar alguna cosa perquè un alumne no ho ha entès	1
●↓ Tornar a fer els passos que ha fet l'alumne per tal que s'adoni que està malament	1
	166

Pel que fa a les estratègies de càlcul, el docent, fa una presentació molt breu, simplement indicant quines són les operacions i dient que cal fer la tasca de forma individual, per tant, només usa dues tècniques mesogenètiques per a presentar la tasca (vegeu Taula 6.142). Al posar en comú la tasca feta la majoria de les tècniques usades són topogenètiques (vegeu Taula 6.142). Comença demanant què han fet en algun càlcul, usa tècniques cronogenètiques que acceleren el temps didàctic, ja que suggereix i recorda tècniques. Per tant, a més a més, condiciona força quines estratègies es posen en comú a l'hora de resoldre els càlculs. Pel que fa a les tècniques topogenètiques n'usa d'ascendents apropiant-se del que està fent l'alumne, quan un alumne dona una resposta incorrecta assumeix la justificació de l'error, en un cas fins i tot assumeix la resolució i en dos en valora l'eficiència. De les quatre vegades que demana una justificació en una és el docent qui n'assumeix la justificació, en dues els alumnes i una queda sense resposta. També en dues ocasions mentre un alumne explica com ho ha fet el docent intervé justificant-ho, apropiant-se de l'activitat de l'alumne. Una altra tècnica cronogenètica que usa per a accelerar el temps didàctic, és demanar a tres alumnes que resolguin alhora a la pissarra tres càlculs diferents tots tres alhora, i a més a més si el que diu l'alumne està bé passa ràpidament al següent càlcul i demanar a un altre alumne la resposta a una pregunta quan a l'alumne que ho ha demanat no se'n surt.

A la part de la resolució de l'activitat de coordenades, presenta la tasca plantejant una qüestió que sorgeix del nivell de societat, que és com ho faríem per orientar-nos al bosc sense tecnologia, després hi afegeix: i si a més a més no tinguéssim brúixoles i si estiguéssim al mig del mar. Els alumnes han de respondre amb el que saben o el que se'ls acudeix que no són poques coses, però no poden fer cap cerca d'informació ni fer cap comprovació. Diuen que es podrien usar brúixoles molt ràpidament, encara que també pensen amb el conte de Hansel i Gretel i diuen que usarien pedretes. Quan els diu que no es poden usar brúixoles diuen amb la molsa dels arbres, ja que creix a la cara nord de la soca dels arbres. I quan els planteja que som al mig del mar sense brúixola, acaben parlant de les estrelles i la lluna. Durant aquesta discussió les tècniques usades són 23 de topogenètiques, 5 de mesogenètiques i 12 de cronogenètiques. En les cronogenètiques el que fa és determinar si el que han dit és o no és correcte, suggerir i al final introdueix la tècnica que usaran per a l'activita. El docent el que vol és resoldre l'activitat de coordenades i accelera el temps didàctic. A les tècniques mesogenètiques introdueix informació, per exemple sobre l'estrella polar o dient per on surt el sol.

Acabada aquesta discussió es presenta la tasca a resoldre, la de les coordenades. Els indica

com cal descriure els desplaçaments, tècnica que recorda de forma recurrent durant tota la posada en pràctica, també els recorda diverses vegades què diu l'enunciat, és a dir, que ha de ser un camí amb només 10 desplaçaments i que cal recollir el màxim nombre de fulles (tècniques mesogenètiques). Accelera el temps didàctic fent suggeriments, suggereix que no es poden fer passos petits, que hi ha més d'una solució. Va preguntant què cal fer, deixa que siguin els alumnes els que triïn el camí a seguir, però com ja hem dit, recordant-los recurrentment la tècnica, com han de donar les coordenades. De vegades els alumnes només diuen el punt cardinal, aleshores els demana quantes passes (formula una pregunta tancada). Si un alumne no sap què dir, li formula una pregunta amb opcions, per tant, tot i ser una tècnica topogenètica, té afectacions en el temps didàctic, l'accelera. Va dient sí el que diuen els alumnes és correcte (tècnica cronogenètica) de vegades de forma explícita, de vegades de forma implícita, ja que simplement ho accepta i demana pel següent pas, per tant, també en aquesta ocasió accelera el temps didàctic. El torna a accelerar si algun alumne en algun punt proposa un camí alternatiu, ja que no té en compte el que diuen, diu que en tot cas ja ho miraran al final, però no ho acaben fent, al final només demana si creuen que el camí s'hagués pogut fer, els alumnes diuen que sí, però no ho comproven. Quan un alumne no ho entén ho torna a explicar. Alguns alumnes volen desplaçar-se en diagonal i el docent els recorda les condicions de l'enunciat. Quan algú comet un error, per exemple dient les coordenades en ordre invers, n'assumeix la correcció dient la resposta correcta. Quan els alumnes no donen una instrucció per tal de recollir totes les fulles el que fa és preguntar si hi ha alguna altra manera de fer-ho, que pot ser interpretat com que el que han fet els nens no és correcte, ja que només ho fa quan no és correcte. Les conclusions a les aportacions dels alumnes les formula el docent, no les demana. Quan els alumnes s'enfaden entre ells per a participar els recorda que aquesta tasca l'han de resoldre entre tots (tècnica mesogenètica). En cas de demanar una justificació, després parafraseja què ha dit l'alumne (tècnica topogenètica descendent). El docent també va escrivint a la pissarra tot el que diuen els alumnes, escriu la coordenada i assenyala el camí recorregut.

Quan han acabat de fer el camí els recorda que l'enunciat demana fer el camí invers. El docent actua de la mateixa manera, fins que han fet alguns passos i els demana si s'adonen d'alguna cosa, vol fomentar que raonin i busquin relacions amb aquesta pregunta, per tant, formula la pregunta per a fomentar el raonament sense dir-los res. Aquí sí que planteja preguntes que fomenten el raonament. És l'única part de la classe on passa això. Ja que de totes les preguntes formulades, que en són 63 només 3 fomenten el raonament, les altres dirigeixen molt, perquè o bé són de resposta tancada, o bé condueixen a la solució correcta

entre d'altres (vegeu Taula 6.145). Òbviament, no tots els alumnes es fixen en el que s'haurien de fixar, alguns miren quina paraula formen les lletres que han usat per a indicar els punts cardinals. Un alumne se n'adona, el docent parafraseja què ha dit i formula una conclusió. Per tant molts alumnes no han tingut temps de pensar-ho i la conclusió la formula el propi docent. Pel que fa a la quarta activitat, que és molt similar a la tercera, la resolen en parelles multigrau. En posar-la en comú, el docent usa tècniques similars a les que ha usat quan ho han resolt tots junts. Mesogenètiques: recordar les dades i/o pregunta de l'enunciat. Topogenètiques: demanar què cal fer, formular preguntes de sí/no, formular preguntes tancades, formular preguntes que suggereixen una estratègia alternativa, parafrasejar què ha dit un alumne, demanar un aclariment. I cronogenètiques cada vegada que diu explícitament o implícitament que el que diuen els alumnes és correcte i cada vegada que recorda o suggereix una tècnica

Si ens fixem en les interaccions individuals, en moltes d'elles el docent usa tècniques mesogenètiques, que canvien el medi, com ara, recordar alguna dada de l'enunciat o la pregunta, i cronogenètiques que acceleren el temps didàctic, recordar les tècniques, suggerir una estratègia o idea que ajuda a resoldre l'activitat com ara que pensin en el pas següent, que intentin recollir moltes fulles a cada pas i que no facin passos petits, que usin el regle (ús d'ostensius) per tal que segueixin millor els passos a la quadrícula i no es desviïn, que busquin un altre camí alternatiu, la qual cosa és una manera de dir-los implícitament que el camí que han fet no és correcte i que usin els números de la quadrícula per a saber la longitud del desplaçament. També els recorda que no ho poden fer individualment i que tots dos membres de la parella han de participar en l'elaboració de la solució (tècniques mesogenètiques). També usa tècniques topogenètiques demanat un aclariment, justificacions, i demana que ho revisin dient-los o no dient-los què està malament segons el cas. De tota manera si et demanen que ho revisis, sempre interpretes que està malament. El docent sobretot revisa per mirar que les activitats siguin correctes. Si les coordenades no es corresponen amb el dibuix, aleshores el que fa el docent és fer el moviment per tal que l'alumne s'adoni que no està bé en comptes de demanar-li a l'alumne que sigui ell el que reprodueixi el moviment.

Si mirem les tècniques usades en tota la sessió marcades de color gris a les Taules 6.143, 6.144 i 6.145, que són les tècniques que condicionen la resolució dels alumnes o bé que ajuden a reduir la incertesa dels alumnes o bé els faciliten o encaminen la tasca a realitzar aquestes representen un 38% del total de tècniques. Per tant, podem dir que tot i que hi ha situacions que propiciarien que els alumnes poguessin raonar i prendre decisions per si

mateixos, els gestos del docent ho impedeixen, ja que en el cas de les coordenades resolen conjuntament un exemple i no s'aprofita discutir sobre quin és el millor camí, si hi ha més d'una solució, quina estratègia usar. El docent accelera el temps didàctic i guia molt, per tant, redueix les possibilitats que els alumnes construeixin autònomament una estratègia i, per tant, el bloc tecnològic-teòric es veu reduït a una mera aplicació del que el docent diu o mostra. Les tres preguntes per a fomentar el raonament es queden amb una anècdota. I pel que fa al càlcul, passa el mateix el bloc tecnològic-teòric només cal que s'apliqui el que ja saben no l'han de construir i no s'avalua, només es treballa la tècnica i el docent sovint condiciona quines estratègies es poden en comú i accelera constantment el temps didàctic.

6.1.3. Anàlisi de les observacions de cicle superior

Anàlisi de de la sessió 1 del *Taller Resolem* de Cicle Superior impartida pel docent 7

En aquesta sessió es treballa la resolució de problemes en grups cooperatius, és a dir, en grups amb membres de només un sol curs.

Els problemes que es proposen per als alumnes de 5è curs són els següents:

1. Si he venut una tercera part dels 96 números d'una rifa que m'havien encarregat vendre, quants me'n queden per vendre encara?
2. Una família de 4 membres ha anat a dinar a un restaurant de menjar ràpid. Cadascú ha triat un menú de 15€. Si han pagat amb dos bitllets de 50€, quin canvi els tornaran?
3. Per assegurar 5 vehicles una empresa paga 6.325€ , quant pagarà per assegurar-ne mitja dotzena?
4. D'un dipòsit que era completament ple d'aigua n'hem extret 275 litres i encara n'hi ha quedat 184 litres. Expliqueu i justifiqueu per què no és correcte dir "la capacitat total del dipòsit és de 525 litres". No podeu fer operacions, però sí un esquema per ajudar-vos a justificar la vostra resposta. El dipòsit en total té més o menys de 525 litres?

Els problemes que es proposen per als alumnes de 6è curs són els següents:

1. Quina és l'edat de la Marta si és 3 vegades més gran que en Miquel i aquest té 9 anys?

2. Perer a preparar els obsequis d'una cursa, hem comprat 600 pins a 7 euros la dotzena de pins. Quant haurem de pagar?
3. La Joana té 280 llibres i en regala una cinquena part als seus amics. Quants llibres li queden?
4. Un noi ha fet 28 problemes. Una setena part d'aquests problemes estan malament. És correcte dir que n'haurà de repetir 14? No podeu fer operacions, però sí un esquema, per ajudar-vos a explicar i justificar la vostra resposta.

No s'indiquen el tipus de problemes ja que malgrat són diferents per a 5è curs i per a 6è curs en aquesta sessió, en global no hi ha diferències entre la proposta per als alumnes de 5è curs i els de 6è curs.

L'estructura de la classe és la següent:

1. El docent els diu que resoldran problemes i organitza els alumnes. No llegeix els enunciats dels problemes sinó que els dona una copia dels enunciats a cadascú.
2. Els alumnes comencen a resoldre els 3 primers problemes en grups cooperatius i el docent va passant per a les taules revisant què van fent els alumnes.
3. Quan han acabat resolen individualment el quart problema de forma individual.
4. En cas que algun alumne hagi acabat abans de l'hora, resolen problemes d'uns quaderns de l'editorial Teide que fan de forma individual. Hi ha diversos quaderns i no tots els alumnes van ni pel mateix quadern ni per la mateixa pàgina. Quan hi ha diversos alumnes que ja han acabat els problemes i d'altres que no, el docent, sovint no dona abast en atendre els dubtes dels alumnes i s'acaba formant una llarga cua esperant a ser atesos.
5. La classe finalitza amb el docent demanant als alumnes què han après

A continuació es detallen els moments d'estudi de la sessió (Chevallard, 1999) per a la resolució de cadascun dels problemes que han de resoldre.

1. Es produeix un moment del primer encontre dels alumnes amb la tasca. El docent no llegeix en veu alta els problemes, sinó que els dona l'enunciat per tal que el llegeixin els alumnes.
2. Els alumnes comencen a treballar en grup. A l'hora de resoldre els problemes els alumnes han de seguir l'ordre acordat pel professorat de l'escola que és primer identificar la pregunta i les dades, després fer un esquema o dibuix que representi la situació descrita al problema, després de fer la planificació, és a dir, pensar quines

operacions cal fer i perquè cal fer-les i finalment han de fer els càlculs i respondre a la pregunta. Quan identifiquen la pregunta, les dades i fan l'esquema es produeix un moment d'exploració de la tasca-tècnica, quan fan la planificació es produeix un moment de construcció del bloc tecnològic-teòric i quan fan els càlculs i responen a la pregunta es produeix un moment de la tècnica. De tota manera aquests moments es van combinant, ja que per a fer la planificació cal tenir en compte les dades, la pregunta i l'esquema, per tant es produeix un moment d'exploració de la tasca-tècnica conjuntament amb el moment de construcció del bloc tecnològic teòric, quan cal fer els càlculs, sovint cal tornar a mirar l'esquema o les dades i la planificació, per tant es produeix un moment de combinació d'aplicació de la tasca tècnica més exploració de la tasca-tècnica o bé d'aplicació de la tasca-tècnica més construcció del bloc tecnològic teòric. Això es fa explícit quan el docent passa per les taules avaluant als alumnes, ja que fan tot aquest procés en veu alta, que s'explica al següent punt.

3. El docent va passant pe les taules, revisant tot el que els alumnes van fent. Per tant es tracta d'un moment d'avaluació per part de l'alumne. Però cal tenir en compte que per a dur a terme aquest procés els alumnes tot i seguir aquest ordre per a resoldre les subtasques, quan parlen amb el docent en algun moment tornen a un moment anterior per tant es produeixen combinacions de moments: moment d'exploració de la tasca-tècnica + moment de construcció del bloc tecnològic -teòric quan fan el docent els avalua planificació, moment d'exploració de la tasca-tècnica + treball de la tècnica al tornar a mirar les dades per a fer el càlcul. També s'hi barregen moments d'institucionalització on s'insisteix en que l'esquema ha de contenir les dades, i que la resposta ha de ser un verb d'acció més una quantitat. El detall de com es van succeint aquests moments es detalla als annexes pàgina 312.

Per tant, en aquesta sessió apareixen tots els moments didàctics i com que estan molt relacionats en les següents ocasions es retorna a moments anteriors. Això passa que després de fer els càlculs, és a dir, després del moment de treball de la tècnica sovint retornen a la construcció del bloc tecnològic-teòric per a revisar què han fet i què és el que encara els queda per fer. També passa quan es vol respondre a la pregunta, ja que sovint els alumnes tornen al moment de l'exploració de la tasca i la tècnica ja que es troben que no recorden quina era la pregunta i no saben què buscaven.

El nombre de tècniques usades pel docent tenint en compte si són tècniques mesogenètiques, topogenètiques o cronogenètiques (Chevallard, 2011), es poden

veure a les Taules 6.146, 6.147 i 6.148.

Taula 6.146:

Tècniques mesogenètiques usades pel docent

● Presentar una restricció respecte el format que ha de tenir la resposta.	12
● Presentar una restricció a l'hora de resoldre una tasca.	7
● Presenta una restricció sobre com s'han d'organitzar els alumnes.	5
● Enunciar el tema a treballar	2
● Fer un aclariment de l'enunciat	2
● Introduir ostensius (material, taula...)	1
● Dir què cal escriure i què no.	1
● Dir que la tècnica usada no és la que s'esperava però tot i així s'accepta	1
● No acceptar la tècnica com a vàlida tot i ser-ho	1
● L'alumne diu que es pot fer de dues maneres i la mestra li demana que triï una manera.	1
	33

Taula 6.147:

Tècniques cronogenètiques usades pel docent

● Determinar si una resposta, una tasca o part d'una tasca és o no correcte	71
● No tenir en compte què ha dit un alumne.	5
● Impossibilitar la resolució d'una tasca si l'anterior no ha estat revisada pel mestre.	3
● Dir en quin ordre cal que els alumnes resolguin les tasques assignades.	1
● Recordar una tècnica per a resoldre la tasca	1
● No deixar prou temps per completar la resposta.	1
	82

Taula 6.148:

Tècniques topogenètiques usades pel docent

●↑ Assumir gran part de l'activitat matemàtica	26
●↑ Assumir la compleció d'una resposta	13
●↑ Assumir la correcció d'un error.	12
●↑ Assumir una justificació.	9
●↑ Assumir un canvi de redactat en una resposta d'una tasca o part d'una tasca (ordre, vocabulari...)	3
●↑ Assumir un canvi de format en una resposta d'una tasca o part d'una tasca	2
●↓ Demanar la resposta a una part de la tasca o a una subtasca	46
●↓ Formular una pregunta que condueix cap a la resposta correcta.	34
●↓ Demanar algun aclariment sobre la tasca o alguna part de la tasca.	12
●↓ Valorar la dificultat de la tasca segons l'enunciat i qui l'ha de resoldre	12
●↓ Revisar una tasca o part d'una tasca.	11
●↓ Anticipar als alumnes un possible error que poden cometre.	2
●↓ Explicar en veu alta tot el procés seguit a mode de resum	5
●↓ Repetir què ha dit un alumne	5
●↓ Demanar una justificació a alguna afirmació o pas que han fet els alumnes a l'hora de resoldre una tasca	5
●↓ Demanar als alumnes si els cal ajuda	3
●↓ Demanar als alumnes que revisin una resposta, una tasca o part d'una tasca dient-los quin és l'error.	3
●↓ Tècnica de la difusió dialògica. Reprendre el procediment d'un alumne per a difondre'l a tota la classe	3
●↓ Fer que els alumnes es fixin en alguna cosa sense donar la resposta	3
●↓ Revisar una tasca mentre es va explicant en veu alta què ha fet l'alumne o els alumnes.	3
●↓ Respondre un dubte dels alumnes fent un aclariment o explicació	2
●↓ Demanar als alumnes què han après.	1
●↓ Demanar la resposta a la tasca proposada	1
●↓ Demanar als alumnes que revisin una resposta, una tasca o part d'una tasca dient-los que és incompleta	1
	217

En el moment de la primera trobada, bàsicament sorgeixen tècniques mesogenètiques, perquè es presenta la tasca, tot i que com ja s'ha dit no es parla dels enunciats. El docent presenta restriccions respecte l'agrupació i organització dels alumnes. Els membres d'un mateix grup han de ser alumnes d'un mateix curs i han d'usar l'estratègia de treball cooperatiu del llapis al mig, per la qual cosa els recorda el rol de cada membre del grup. També els presenta restriccions a l'hora de resoldre la tasca, primer han d'escriure quines són les dades i la pregunta, després han de fer un esquema, després han de dir quines operacions faran i per què les faran i finalment poden fer els càlculs i respondre a la pregunta plantejada. També se'ls indica que tot i que treballin de forma cooperativa cadascú ha d'escriure la resolució de tots

els problemes i han de consensuar la resposta ja que tots els membres del grup han d'escriure el mateix. El docent, a més a més, els imposa una condició per a poder començar el següent problema, cal que el docent els hagi revisat el problema en qüestió abans de fer el següent i l'últim problema, el 4 l'han de fer de forma individual, per tant aquí el docent provoca un alentiment del temps didàctic (tècnica cronogenètica).

A continuació els alumnes comencen a treballar en grup i el docent va passant pels diferents grups, generalment grup a grup però en dues ocasions ajunta els alumnes d'un mateix curs, de 5è curs en tots dos casos, per a comentar-los alguna qüestió en relació al problema que estan resolent. La tasca que més realitza el docent és la validar una resposta o afirmació feta pels alumnes, és a dir, dir-los si una resposta, un pas, una decisió… és o no correcta. Això ho fa en 71 ocasions. La següent tasca que més fa és la de demanar quines són les dades, quina és la pregunta, quin esquema han fet, què han planificat, com han fet els càlculs i quina és la resposta, és a dir, els demana quina és la resposta als passos que els diu que facin. Això ho fa en 46 ocasions. En 34 ocasions planteja preguntes que porten a una resposta correcta ja sigui perquè la pregunta conté part de la resposta o bé perquè condiciona molt, o perquè la pregunta és tancada i demana triar entre dues opcions. Per tant els gests del docent limiten molt el logos de l'alumne. També cal destacar que en 65 ocasions és el docent qui assumeix part de l'activitat matemàtica dels alumnes, assumint la compleció d'una resposta en 13 ocasions, la correcció d'un error en 12, una justificació en 9, un canvi de redactat d'una resposta en 3 i un canvi de format en una resposta en 2. Hi ha una clara prevalença de les estratègies topogenètiques ascendents i a més a més quan n'hi ha alguna de descendent com ara demanar un aclariment (12 ocasions) o demanar una justificació (5 ocasions) a continuació se'n produeix una d'ascendent.

Si mirem les tècniques usades en tota la sessió marcades de color gris a les Taules 6.146, 6.147 i 6.148, que són les que condicionen i guien la resolució dels alumnes i que per tant ajuden a reduir la incertesa dels alumnes aquestes representen un 33% del total de tècniques, i a més a més un 25% acceleren el temps didàctic. Per tant quan el docent intervé no és per tornar la tasca als alumnes i deixar-los pensar, sinó per accelerar el temps didàctic i canalitzar les respostes i estratègies. Es tracta doncs d'un ensenyament molt guiat.

Anàlisi de de la sessió 1 del *Taller Connectem* de Cicle Superior impartida pel docent 8

En aquesta sessió els alumnes han de resoldre tres activitats. Tots els alumnes resolen la mateixa activitat, i s'organitza tota la sessió en parelles on un membre ha de ser de 6è curs i l'altre ha de ser de 5è curs.

Les activitats que es resolen són les següents:

- **Primera activitat:** Sortir al pati i en parelles multigrau, els alumnes han de fer fotografies dels diferents tipus d'angles. El docent els diu que com que hi ha 5 tipus d'angles (agut, obtús, recte, pla i complet) que han de fer mínim 3 fotografies i màxim 5 fotografies. No poden fer dues fotografies amb un mateix tipus d'angle. Després a la classe hauran de assenyalar l'angle de la fotografia i incloure-hi text indicant el tipus d'angle i els noms dels membres de la parella. Al acabar ho han d'enviar al docent.
- **Segona activitat:** per parelles, també multigrau, els alumnes hauran de col·locar uns fils de llana enganxats a les taules formant diferents angles. Per això els dona uns cabdells de llana i com que les taules de la classe estan organitzades en grups de 4, els demana que a cada grup de 4 taules hi hagi dos grups d'alumnes. Un cop enganxats els fils de llana a les taules amb cinta adhesiva, amb el transportador d'angles hauran dir si són aguts, rectes o obtusos i després els hauran de mesurar amb el transportador d'angles.
- **Tercera activitat**: fer l'activitat d'una fitxa on hi ha 8 angles a mesurar, però els diu que només facin els 5 primers. Hi ha angles aguts, obtusos i un de recte o quasi recte.

L'estructura de la classe és la següent:

1. La classe s'inicia indicant el tema que serà els angles i l'ús del transportador d'angles. El docent fa diverses preguntes als alumnes per saber què saben sobre el tema. Al final escriu tota la informació que el docent creu que necessitaran els alumnes i els fa copiar tota aquesta informació a la llibreta.
2. El docent planteja la **primera activitat** en la que han de sortir al pati i fer unes quantes fotografies.
3. Al tornar a la classe els alumnes treballen amb els seus ipads per fer la segona part de l'activitat de les fotografies dels angles.
4. Els explica com s'ha de mesurar un angle usant un transportador d'angles
5. Els planteja la **segona activitat** on han de mesurar angles.
6. Els alumnes van resolent l'activitat en parelles i el docent va passant per les taules per

revisar com va l'activitat.

7. Abans de finalitzar la classe els planteja la **tercera activitat**, que és una fitxa amb uns quants angles els quals han de mesurar amb el transportador d'angles.

A continuació es detallen els moments d'estudi de la sessió (Chevallard, 1999) de cadascuna de les parts de la classe en l'ordre en què apareixen.

1. Moment d'institucionalització, ja que el docent revisa si els alumnes saben el que considera que és necessari dels angles per a dur a terme l'activitat que vol dur a terme avui i es van repassant els conceptes clau.
2. Moment del primer encontre amb l'**activitat 1**
3. Moment d'exploració de la tasca-tècnica i de treball de la tècnica per part dels alumnes. El bloc tecnològic-teòric no l'han de construir, només cal que usin el que han repassat sobre els angles i els identifiquin. Quan tornen a la classe, entreguen la tasca al docent però no la posen en comú. Per tant, el docent no avalua la tasca.
4. Moment del primer encontre amb l'**activitat 2** seguit d'un moment d'institucionalització, ja que el docent va recordant tots els continguts importants que creu que seran útils als alumnes per a resoldre la tasca. El docent mostra als alumnes la tècnica per a mesurar angles amb un transportador d'angles, per tant, els mostra el bloc tecnològic-teòric.
5. Moment d'exploració de la tasca-tècnica i d'aplicació de la tècnica mostrada pel docent. Per tant, no cal que els alumnes construeixin el bloc tecnològic-teòric.
6. Moment d'avaluació per part del docent, ja que va passant per les taules avaluant el treball dels alumnes. Avalua l'aplicació de la tècnica.

Per tant, en aquesta proposta d'activitats, els alumnes només poden explorar la tasca-tècnica i aplicar la tècnica mostrada pel docent. No cal que construeixin el bloc tecnològic-teòric, només cal que apliquin l'única tècnica mostrada. També cal destacar que gran part de la classe són moments d'institucionalització on es repassen continguts i es mostren tècniques a usar. Les tècniques que el docent considera que són les necessàries i adequades per a resoldre les activitats.

El nombre de tècniques usades pel docent tenint en compte si són tècniques mesogenètiques, topogenètiques o cronogenètiques (Chevallard, 2011) i la part de la sessió en la qual es produeixen es poden veure a la Taula 6.149. I a les Taules 6.150, 6.151

i 6.152 s'hi detallen respectivament les tècniques mesogenètiques, cronogenètiques i topogenètiques identificades.

Taula 6.149:

Nombre de tècniques que usa el docent segons el tipus i part de la sessió en què es produeixen

Inici de sessió Què en saben dels angles	Mesogenètiques	17
	Topogenètiques	39
	Cronogenètiques	22
Presentació tasca Ipad	Mesogenètiques	3
	Topogenètiques	-
	Cronogenètiques	-
Atenció personalitzada tasca Ipad	Mesogenètiques	-
	Topogenètiques	1
	Cronogenètiques	-
Presentació tasca cabdell de llanes	Mesogenètiques	9
	Topogenètiques	10
	Cronogenètiques	11
Atenció personalitzada tasca cabdells de llana	Mesogenètiques	9
	Topogenètiques	11
	Cronogenètiques	22
		154

Taula 6.150:

Tècniques mesogenètiques usades pel docent

● Presenta una restricció sobre com s'han d'organitzar els alumnes.	8
● Dir què cal escriure i què no.	7
● Enunciar el problema o tasca que es planteja als alumnes	5
● Gestionar ostensius	5
● Recordar la pregunta o alguna dada de la tasca que es vol resoldre.	3
● Enunciar el tema a treballar	2
● Introduir ostensius (material, taula...)	2
● Presentar nous ostensius	1
● Formular una nova pregunta, amb la qual cosa es canvia el medi	1
● Presentar una restricció a l'hora de resoldre una tasca.	1
	35

Taula 6.151:

Tècniques cronogenètiques usades pel docent

Determinar si una resposta, una tasca o part d'una tasca és o no correcte.	25
Recordar una tècnica per a resoldre la tasca	12
Demanar als alumnes que facin les coses més ràpid	9
Suggerir algun idea, dada o tècnica que ajuda a resoldre el problema	5
Recordar una definició o informació sobre algun contingut	3
Resoldre un exemple	2
Introduir una tècnica nova amb la que resoldre les següents tasques que es plantegen	2
	58

Taula 6.152:

Tècniques topogenètiques usades pel docent

↑ Assumir la resposta a una pregunta que el propi docent ha plantejat als alumnes	5
↑ Assumir la correcció d'un error.	3
↑ Assumir gran part de l'activitat matemàtica dels alumnes	3
↓ Formular una pregunta per a saber què saben els alumnes d'un tema o qüestió	24
↓ Formular una pregunta de resposta tancada	15
↓ Demanar que copiïn una informació a la llibreta	1
↓ Demanar als alumnes que expliquin què han fet	1
↓ Demanar una justificació a alguna afirmació o pas que han fet els alumnes a l'hora de resoldre una tasca	1
↓ Demanar als alumnes que revisin una resposta, una tasca o part d'una tasca dient-los que és incompleta	1
↓Tècnica de la difusió dialògica. Reprendre el procediment d'un alumne per a difondre'l a tota la classe	1
↓ Explicitar quina estratègia ha usat l'alumne dient-ne el nom o bé explicant amb més detall què ha fet	1
↓ Formular preguntes per assegurar-se que els alumnes han entès la tasca	1
↓ Formular una pregunta que condueix cap a la resposta correcta.	1
↓ Respondre un dubte dels alumnes fent un aclariment o explicació	1
↓ Revisar una tasca o part d'una tasca	1
↓ Anticipar una dificultat que poden tenir els alumnes	1
	61

La classe s'inicia amb el moment d'institucionalització on el docent vol saber què saben i recorden els alumnes sobre els angles, per això en aquest inici de classe hi ha tantes tècniques topogenètiques i cronogenètiques ja que pregunta als alumnes i vol anar ràpid. Recorda, definicions i tècniques diverses vegades, i fa preguntes als alumnes per a saber què saben les quals són de resposta tancada excepte una que és de sí/no. Les altres tècniques topogenètiques, a part de formular aquestes preguntes, són assumir la resposta a

tres de les preguntes, assumir la correcció d'un error, explicitar l'estratègia usada per un alumne a l'hora de calcular un angle, i demanar per què al transportador d'angles li podem dir semicercle. Per tant, l'inici de sessió és molt dirigit i a més a més 19 vegades determina si la resposta és correcta, de vegades de forma explícita, de vegades repetint la resposta i de vegades formulant ràpidament una nova pregunta, provocant una acceleració del temps didàctic. El docent també explica com s'organitzaran durant les diferents parts de la sessió, introdueix ostensius, en aquest cas, el transportador d'angles, les quals són totes tècniques mesogenètiques.

Presenta l'activitat amb els Ipads de forma breu, organitzant els alumnes i indicant què cal fer, totes elles són tècniques mesogenètiques i no formula cap pregunta tal com es pot veure a la Taula 6.149. La segona part dels Ipads es realitza a la classe i no es posa en comú. Els alumnes li demanen validar la seva activitat de forma constant i recurrent, però no s'ha anotat perquè els alumnes també em demanaven que jo els la validés i no vaig poder prendre nota de quantes vegades va ocórrer això. Però varen ser diverses. Si estava malament el docent els indicava quin era l'error i els alumnes tornaven a la seva taula a revisar-ho. Es va formar una cua d'alumnes esperant que els revisessin la tasca.

Després presenta la tasca dels cabdells de llana. Igual que a l'inici de la sessió, el docent fa un repàs i a més a més en aquest cas introdueix una tècnica nova, com mesurar un angle usant un transportador d'angles. La introdueix ja que l'hauran d'usar a la següent tasca, fent-ho accelera el temps didàctic, ja que així els alumnes no hauran de construir el temps didàctic. En mostra un exemple pas a pas. Per això apareixen tècniques cronogenètiques i topogenètiques similars a les de l'inici de la sessió. Durant l'atenció personalitzada mentre els alumnes resolen aquesta tasca i l'última que proposa de la fitxa, cal destacar que sorgeixen tècniques cronogenètiques, mesogenètiques i topogenètiques més o menys per igual. Accelera el temps didàctic, ja que usa diverses tècniques cronogenètiques, fent molts suggeriments, recordant una i una altra vegada la tècnica o algun dels seus passos i resolent exemples i fins i tot demana rapidesa en 9 ocasions. Pel que fa a les tècniques topogenètiques, formula preguntes tancades i assumeix part de l'activitat, la resposta a una pregunta plantejada pel propi docent i la correcció d'un error. També resol dubtes i anticipa dificultats. Les tècniques mesogenètiques són per a gestionar els ostensius, organitzar els alumnes, presentar la tasca i recordar l'enunciat de la tasca. Per tant, és un acompanyament que guia moltíssim i dissipa les dificultats dels alumnes.

Si mirem les tècniques usades en tota la sessió marcades de color gris a les Taules 6.150, 6.151 i 6.152, que són les que condicionen i guien la resolució dels alumnes i que per tant

ajuden a reduir la incertesa dels alumnes aquestes representen un 38% del total de tècniques. A més a més, un 15% són preguntes tancades per a saber què saben els alumnes, un 10% són preguntes tancades, i un 16% són determinar si una resposta o acció és correcta. Per tant, només resta un 21% de tècniques entre les quals no hi ha cap pregunta o acció per a promoure el raonament. Es tracta d'un ensenyament molt expositiu, on es mostren les tècniques a usar i només cal aplicar-les i en cas de dubte o dificultat el docent amb els seus gestos tendeix a eliminar o minimitzar aquests dubtes i dificultats i restringeix molt el logos de l'alumne. És tracta d'aplicar constantment allò que ja se sap, fins al punt que, uns alumnes a l'activitat de les llanes, no els quadrava i em pregunten que si està bé, com que estaven mesurant uns angles iguals dos a dos i oposats pel vèrtex, els demano si poden fer alguna comprovació. En sentir-ho el docent diu que això encara no ho han treballat. Per tant, el logos dels alumnes amb aquestes restriccions queda molt reduït.

Anàlisi de de la sessió 1 del *Taller Pensem* de Cicle Superior impartida pel docent 6

Aquesta sessió no es va dedicar íntegrament a les matemàtiques, només la primera part. A la segona part els alumnes varen fer una activitat de Scratch que en aquesta tesi no s'analitza. L'activitat proposada és dir totes les matemàtiques que els alumnes veuen en una imatge d'un quadern d'activitats de l'editorial Barcanova (Coloma et al., 2017b). Concretament, la làmina número 16 on es poden veure tres representacions del sistema solar.

L'estructura de la classe és la següent:

1. El docent planteja l'activitat i els alumnes tenen uns minuts pe a pensar-la de forma individual
2. Es fa un debat on cada alumne aporta les seves idees
3. Els alumnes de forma individual posen per escrit les idees que han sorgit durant el debat

   El docent revisa el treball dels alumnes i els dona el vistiplau si tot està correcte.

A continuació es detallen els moments d'estudi de la sessió (Chevallard, 1999) de cadascuna de les parts de la classe en l'ordre en què apareixen.

1. Moment del primer encontre amb l'activitat
2. Com que els alumnes han d'identificar en les imatges qüestions relatives a les

matemàtiques, es produeix un moment exploració de la tasca-tècnica i d'aplicació del bloc tecnològic-teòric dels alumnes. No han de construir-lo sinó que han d'aplicar el que ja saben. Es produeix també un moment de treball de la tècnica.

3. A continuació, com que l'activitat es posa en comú i el professor l'avalua en tot moment, es produeix un moment d'avaluació on s'avaluen moments del treball de la tècnica i també del bloc tecnològic-teòric, ja que el docent els demana justificacions.

Es tracta doncs d'una activitat d'aplicació del que ja saben. Han de recuperar tècniques ja conegudes i mostrades per la institució i relacionar-les amb les imatges. Els alumnes no revisen ni avaluen les seves respostes sinó que qui ho fa és el docent. Per tant bàsicament el que fan és aplicar tècniques.

El nombre de tècniques usades pel docent tenint en compte si són tècniques mesogenètiques, topogenètiques o cronogenètiques (Chevallard, 2011) es poden veure a les Taules 6.153, 6.154 i 6.155 s'hi detallen respectivament les tècniques mesogenètiques, cronogenètiques i topogenètiques identificades.

Taula 6.153:

Tècniques mesogenètiques usades pel docent

● Introduir alguna informació o qüestió rellevant pel que s'està treballant	6
● Presentar una restricció respecte el format que ha de tenir la resposta.	2
● Presenta una restricció sobre com s'han d'organitzar els alumnes.	2
● Enunciar el problema o tasca que es planteja als alumnes	1
● Introduir ostensius (material, taula...)	1
	12

Taula 6.154:

Tècniques cronogenètiques usades pel docent

● Determinar si una resposta, una tasca o part d'una tasca és o no correcte.	12
● Demanar als alumnes que facin les coses més ràpid	1
	1

Taula 6.155:

Tècniques topogenètiques usades pel docent

●↑ Assumir la resposta a una pregunta que el propi docent mestra ha plantejat als alumnes	2
●↑ Assumir la compleció d'una resposta.	1
● Demanar una justificació a alguna afirmació o pas que han fet els alumnes a l'hora de resoldre una tasca	7
●↓ Formular una pregunta de resposta tancada	6
●↓ Relacionar una resolució, contingut... amb alguna cosa treballada prèviament que no és rellevant per a la resolució de la tasca i no afecta el medi	4
●↓ Respondre un dubte dels alumnes fent un aclariment o explicació	3
●↓ Demanar algun aclariment sobre la tasca o alguna part de la tasca.	2
●↓ Demanar la resposta a una part de la tasca o a una subtasca	2
●↓ Formular una conclusió respecte al que han dit prèviament els alumnes	2
●↓ Demanar als alumnes que revisin una resposta o part d'una tasca sense dir-los quin és el problema (hi ha un error, és incompleta...)	1
●↓ Formular una pregunta per a saber què saben els alumnes d'un tema o qüestió	1
●↓ Formular una pregunta on la resposta només pot ser sí o no.	1
	32

El docent comença la sessió usant tècniques mesogenètiques, ja que enunciant la tasca i explicant com s'organitzarà l'activitat, que serà individual, però que després faran un debat comú. També resol un dubte d'un alumne (tècnica topogenètica).

Accelera el temps didàctic dient-los que els deixa només dos minuts més. El docent demana respostes parcials, els alumnes responen i el docent les valida (tècnica cronogenètica). Com que han d'aportar idees, de vegades volen parlar tots alhora i usa tècniques mesogenètiques per a organitzar el torn de paraula.

Pel que fa a les tècniques topogenètiques, en sorgeixen diverses. Com que són temes força oberts, sovint el docent completa la resposta (tècnica topogenètica), ja que no saben quines paraules usar i també introdueix informació que moltes vegades no és de la disciplina de les matemàtiques sinó de les ciències, però que en quatre ocasions sí que és de l'àmbit matemàtic, per tant, provoca una acceleració del temps didàctic, perquè potser sense el seu comentari els temes haurien trigat molt més a sorgir. Això passa en sis ocasions. I de vegades són un combinat ciències-matemàtiques. Per a parlar dels moviments dels planetes, introdueix ostensius, que són els mateixos alumnes. Els organitza per a reproduir i poder visualitzar millor un determinat concepte, en aquest cas, els moviments dels planetes.

També formula preguntes, totes elles tancades del tipus si/no. Demana aquestes

justificacions, ja que per exemple els alumnes diuen "simetria" i no ho veu clar. I aleshores és quan demana que ho justifiquin. En aquest cas l'alumne respon que veu una simetria a saturn, perquè els anells parteixen el planeta en dues parts simètriques. També cal assenyalar que algunes de les preguntes que formula, les respon el propi docent. Pel que fa a l'atenció individualitzada quan revisa les tasques, actua de forma similar, fent preguntes tancades o bé de sí/no i demanant justificacions. Si creu que l'alumne ha de revisar, li diu que torni al seu seient i ho revisi i li ho torni a mostrar. Durant aquesta atenció individualitzada, els alumnes formen una cua i esperen a que el docent els revisi l'activitat.

A les taules Taula 6.153 i Taula 6.155 s'han assenyalat de color gris, els gests dels docents que limiten més el topos de l'alumne, en aquest cas, representen un 26% de les tècniques, però cal tenir en compte que moltes de les preguntes tancades que representen el 17% de les tècniques i determinar si una aportació, resposta o part d'una activitat que representa un 35% de les tasques també guia. La resta de tècniques només representen un 22% entre les quals no hi ha formular preguntes que fomentin el raonament. Per tant, aquesta és una activitat d'aplicació de les tècniques i bloc tecnològic-teòric ja conegut per l'alumne i el docent no fomenta el raonament, per tant, el logos de l'alumne queda condicionat tant pel format de l'activitat com pels gests del docent.

6.2. Anàlisi de les entrevistes

En aquest apartat s'analitzen les entrevistes fetes als docents (1, 2, 4, 5, 6, 7 i 8). L'anàlisi s'ha fet agrupant les respostes dels docents segons el model proposat per Margolinas et al. (2005) on es distingeixen quatre nivells per a descriure l'acció docent (veure apartat 2.4.2.3 del capítol del marc teòric i metodològic). Per cadascun d'aquests nivells, s'han classificat les respostes segons temàtica de la pregunta i els nivells de codeterminació (Chevallard, 2002).

6.2.1. Anàlisi del Nivell +3: Valors i concepcions sobre l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques

A continuació es detalla la classificació dels fragments de les respostes a cadascuna de les preguntes realitzades segons els nivells de codeterminació de Chevallard (2002). Primer es detalla la pregunta i a continuació, la classificació de les respostes.

Classificació de les respostes segons la pregunta i el nivell de codeterminació

Pregunta 1. Quines diferències metodològiques hi ha a l'hora de treballar les matemàtiques en una aula multigrau?

Nivell escola:

- Tens més feina a l'hora de preparar les activitats (docent 1) (docent 2)

Nivell pedagogia:

- Et limita degut al nivell de maduresa dels alumnes, ja que és diferent (docent 1)
- Es generen moltes més oportunitats d'aprenentatge entre iguals, es fa més fàcil treballar en grups cooperatius (docent 7)
- Abans els alumnes només tenien un model de treball, ja que només tenien un sol professor i ara tenen molts més models, els models dels altres professors i els models dels les ajudes entre iguals (docent 7)
- Has de fer parelles amb un alumne de cada curs per tal que s'ajudin (docent 1) (docent 2) (docent 5) (docent 8)

Nivell matemàtiques:

- No és fàcil dissenyar activitats matemàtiques per tal que les puguin fer tots dos cursos (docent 1)
- Les propostes matemàtiques han de ser més obertes i flexibles, la qual cosa és un repte (docent 4) (docent 8)
- Cal buscar activitats matemàtiques en les que es pugui treballar el mateix contingut a diferents nivells, per tal que tothom les pugui fer (docent 1) (docent 5) (docent 8)
- Has de planificar la programació de matemàtiques amb molta antelació (docent 5)
- Ara no es treballen les matemàtiques de forma tant tradicional (docent 5)
- Has d'espaiar una mica més els conceptes matemàtics, deixar més temps per tal que ho madurin (docent 6)
- Cal fer més activitats matemàtiques de reflexió i auto-avaluació, perquè vagin veien què aprenen i què no (docent 6)
- No s'aprofundeix tant en els continguts matemàtics (docent 8)

Nivell domini-sector-tema-qüestió:

- Als problemes aritmètics amb els de 1r curs els has de llegir el problema i amb els de 2n curs no és tant necessari, a més a més els has de donar alguna ajuda (docent 1).
- Als problemes aritmètics has de demanar coses diferents (docent 1).
- Abans es parlava de les característiques d'una figura geomètrica i s'experimentava i ara és al revés, primer s'experimenta i al final deduïm les característiques. Els continguts es fan al final (docent 2).
- Ara al càlcul, si s'agrupen els alumnes i s'ajuden, tots acaben les operacions que abans n'hi havia que no les acabaven (docent 7).
- No resulta fàcil programar activitats de geometria per tots dos cursos (docent 8).

Pregunta 2. Quines avantatges té treballar de forma multigrau per al professor?

Nivell escola:

- A nivell d'escola va molt bé treballar així, és molt enriquidor i els resultats són molt positius (docent 2)

Nivell pedagogia:

- És una feina més agraïda ja que els alumnes estan més motivats i és més fàcil treballar (docent 1).
- Les ajudes entre iguals ajuden molt al docent (docent 1) (docent 6) (docent 7) (docent 8).
- Pots delegar feines als alumnes més grans (docent 2).
- Sorgeixen més situacions no previstes de les quals en pots aprendre molt, és un avantatge(docent 4).

Nivell matemàtiques:

- Aprens molt sobre ensenyar matemàtiques ja que fas tres vegades el taller pensem (docent 6)
- Pots veure com un evoluciona un concepte matemàtic al tenir més diversitat a l'aula (docent 4)

Pregunta 3. Quines avantatges té per als alumnes?

Nivell pedagogia:

- Els alumnes més grans se senten més motivats ja que poden ajudar als més petits els millora l'autoestima (docent 1) (docent 2) (docent 8).
- Els alumnes no se senten sols, se senten més acompanyats (docent 4).
- Els alumnes petits escolten molt als grans (docent 8).
- És avantatjós pels alumnes petits que són més talentosos, ja que se senten molt realitzats (docent 5).
- Ja que ara tot és més vivencial (docent 6).
- Aprenen més els uns dels altres (docent 7).

Nivell matemàtiques:

- Els alumnes més petits és senten motivats ja que poden fer continguts matemàtics més avançats (docent 2).

Pregunta 4. Quins inconvenients té per al professor?

Nivell societat:

- Com que els materials estan pensats per un sol curs, els docents han de crear o adaptar tot el material (docent 1)

Nivell escola

- El volum de feina, hi ha molta feina (docent 1) (docent 2) (docent 4).
- Cal més temps per a preparar les classes (docent 4).

Nivell pedagogia:

- S'ha de ser més flexible, preveure moltes coses i ser més àgil (docent 4).
- Dificultats per a avaluar als alumnes més petits (docent 6).
- Es perd més el temps, ja que el procés és més lent i no s'aprofundeix tant (docent 7)
- Cal tenir molt clar què cal que sàpiguen a cada curs (docent 5)

Nivell matemàtiques:

- Quan els alumnes fan dues tasques matemàtiques diferents alhora tens la sensació de desatendre'ls, estaria bé ser dos docents a l'aula (docent 1).
- Cal ser molt creatiu per a buscar activitats matemàtiques adients per als dos cursos alhora. (docent 1).
- Cal tenir molt coneixement per a crear activitats matemàtiques (docent 5).

Cal destacar que el docent 7 no hi troba cap inconvenient

Pregunta 5. Quines inconvenients té per als alumnes?

Nivell pedagogia:

- Els alumnes més petits aprenen conductes dels de 4t curs que per edat no els tocaria aprendre (docent 4),
- Als alumnes més petits que van més fluixos els costa més seguir en general amb tot (docent 5),
- No beneficia als alumnes grans que tenen més nivell (docent 6),
- Els alumnes perden més temps ja que el procés és més lent (docent 8).

Nivell pedagogia:

- Tenir tants professors, potser fa que els alumnes vagin una mica perduts, ja que de vegades no recorden amb qui han treballat un determinat contingut matemàtic (docent 5).

Ni el docent 1 ni el docent 2 ni el docent 7 hi veuen inconvenients per als alumnes

Pregunta 6. Quan s'usa un currículum rotatiu és el mateix en l'ordre en què com a alumne et toca treballar les activitats? Per què?

Nivell matemàtiques:

- Sí, però cal fer molt bé la programació, cal que hi hagi relació entre el continguts matemàtics de cada trimestre. Tot i que hi pot haver continguts de més dificultat a cada trimestre, és procura anar en compte el primer trimestre. És important que les activitats entre els diferents trimestres estiguin connectades. (docent 8).
- Sí perquè les làmines del llibre (es refereix a les activitats a partir de fotografies de l'editorial Barcanova) no estan ordenades per dificultat, ja que la dificultat la posa el docent i depèn dels coneixements matemàtics previs (docent 6).

Nivell domini-sector-tema-qüestió:

- Sí perquè com el material pera treballar els problemes i el càlcul te'l fas tu, ja el dissenyes de forma adequada (docent 1).
- Sí perquè es procura que el llibre que s'usa per a dos anys, no es parteixi de tal

manera que un any facin geometria i l'altre mesura, sinó que el que es fa és barrejar-ho i tenir en compte també de posar reptes fàcils i difícils a cada any, així queda compensat. Per tant es procura repartir-lo e forma adequada. (es refereix al llibre d'aventures d'Innovamat). (docent 2)

- Sí perquè tal i com són les activitats no importa l'ordre en què les facis, aquest any fem àrees i perímetres i l'altre any farem mesura (docent 4).
- Sí perquè els problemes aritmètics serveixen d'un any per l'altre, la única cosa que cal tenir en compte és no repetir-los quan es treballa en equips multigrau (docent 7)

El docent 5 ha estat de baixa un temps i no pot parlar amb perspectiva ja que és el primer any que fa matemàtiques multigrau.

Quantificació i resultats de l'anàlisi del Nivell +3

A la Taula 6.156, s'hi pot observar que gairebé la meitat de qüestions sorgeixen del nivell de la pedagogia i un 42% del nivell de la disciplina o inferior i que les qüestions relatives a la societat i escola són minoritàries i les d'escola sorgeixen sobretot respecte als inconvenients en fe de professor en una aula multigrau. A la Taula 6.156 també s'hi pot veure que els avantatges tant pel docent com per als alumnes són gairebé tots a nivell pedagògic. A nivell matemàtic no hi ha cap inconvenient pels alumnes i en canvi sí que n'hi ha pels docents. El currículum rotatiu consideren que no té afectació i les raons que donen són a nivell de domini ja que ho argumenten en relació al taller que imparteixen.

Taula 6.156:

Nombre de respostes segons el nivell de codeterminació

	Societat	Escola	Pedagogia	Disciplina:	Domini, sector, tema o qüestió	
Diferències metodològiques	-	1	7	11	5	24
Avantatges professor	-	1	6	1	-	8
Avantatges alumnes	-		8	1		9
Inconvenient professor	1	4	4	3	-	12
Inconvenients alumnes	-	-	5	-	-	5
Curriculum rotatiu	-	-	-	2	4	6
	1	6	30	18	9	64

Pel que fa a les diferències metodològiques, els docents assenyalen el temps a l'hora de preparar les classes com a una restricció a nivell d'escola. A nivell pedagògic, més condicions que no pas restriccions. A nivell pedagògic, creuen que es generen oportunitats tant d'aprenentatge pels alumnes, ja que hi ha més interacció entre iguals i a l'organitzar l'ensenyament amb tallers, tenen més models de professor i consideren que tenir en una mateixa aula nivells de maduresa diferents és una restricció. L'afectació que té això en les matemàtiques és que no és fàcil dissenyar activitats matemàtiques per a tots dos cursos i han de ser propostes obertes i flexibles no tradicionals on es treballi el mateix contingut a diferents nivells i es promogui la reflexió. Per això cal planificar la programació amb molta més antelació i espaiar molt més els conceptes matemàtics a treballar i una restricció és que no s'hi acaba aprofundint tant. Quan concreten respecte determinats continguts és que als alumnes de 1r curs els has de llegir l'enunciat dels problemes i als de 2n curs no caldria i a més a més els has d'oferir més ajudes i, per tant, els has de demanar coses diferents. Una altra diferència és que abans en geometria el contingut es treballava de forma més expositiva i ara s'explora i al final es detallen els continguts geomètrics. Un avantatge és que ara els alumnes acaben les operacions, ja que entre ells s'ajuden.

Els avantatges pel docent a nivell d'escola són que és molt enriquidor, i els resultats són molt positius i a nivell pedagògic és que els alumnes estan més motivats, les ajudes entre iguals faciliten la docència i als més grans els pots delegar tasques i es pot aprendre molt de les oportunitats que sorgeixen. També és una font d'aprenentatge en relació a les matemàtiques

haver de fer el taller tres vegades i pots veure com evoluciona un concepte matemàtic.
Per a l'alumne els avantatges són principalment a nivell pedagògic, ja que els millora l'autoestima, no es senten tan sol, els petits escolten molt als grans, tot és més vivencial i aprenen els uns dels altres. A més consideren que és especialment avantatjós pels alumnes talentosos de menys edat. A nivell matemàtic els alumnes de menys edat poden fer continguts matemàtics més avançats.
Els inconvenients pel professor a nivell de societat que els materials estan pensats per curs i cal fer adaptacions constants, la qual cosa té una afectació a nivell d'escola amb un increment de les hores de treball. Per tant, a nivell pedagògic cal ser més flexible, i hi ha més dificultats per a avaluar els més petits, el procés és més lent i cal tenir molt clar què és el que han de saber a cada curs. Pel que fa a les matemàtiques, quan els alumnes fan dues tasques diferents es té la sensació de desatendre'ls, cal ser molt creatiu i tenir molts coneixements matemàtics per buscar tasques matemàtiques adequades. Cal destacar que hi ha un docent que no hi troba cap inconvenient i només hi veu oportunitats.
Els inconvenients o restriccions per als alumnes són totes a nivell pedagògic, excepte una. Els inconvenients són deguts a la diversitat de nivells, ja que als de menys edat que van més fluixos els costa seguir i no beneficia als més grans que tenen més nivell i tot és més lent. I a nivell de les matemàtiques, els alumnes de vegades no recorden amb qui han treballat un determinat contingut i es fan un embolic. Cal destacar que hi ha dos docents que no hi veuen cap inconvenient per als alumnes.
Els docents creuen que el fet d'aplicar un currículum rotatiu no té cap efecte i totes les raons que donen són de nivell matemàtic. Consideren que com que fan una programació adequada, i les activitats estan ben seqüenciades no hi ha d'haver cap problema i en el cas del taller resolem, és indiferent en quin ordre facis les làmines, ja que no estan ordenades per nivell.

6.2.2. Anàlisi del Nivell +2: Projecte didàctic global

A continuació es detalla la classificació dels fragments de les respostes a cadascuna de les preguntes realitzades segons els nivells de codeterminació de Chevallard (2002). Primer es detalla la pregunta i a continuació, la classificació de les respostes.

Classificació de les respostes segons la pregunta i el nivell de codeterminació

Pregunta 1. Abans no tenies alumnes de dos cursos en una aula, ara què fas diferent?

Nivell pedagogia:

- Es treballava més individualment i ara en canvi, es treballa més cooperativament (docent 1)
- Buscar més les ajudes entre els alumnes fent parelles multigrau (docent 4)
- He potenciat molt el diàleg, ja que no és el mateix que jo els ho expliqui, que ho escoltin d'algú altre o que ho verbalitzin ells mateixos. Faig que els de tercer m'ajudin a explicar-ho als de quart (docent 6)
- El docent no pot ajudar tant perquè els alumnes s'ajuden entre ells, els grans estiren els petits.(docent 7)

Nivell matemàtiques:

- Adaptar les tasques matemàtiques a dos nivells exigint més a uns i menys a els altres depenent del curs (docent 2)
- Has de deixar més temps per a fer les activitats, sobretot si hi ha molts coneixements matemàtics nous, per tal que tothom assoleixi el mínim, perquè els ritmes són molt diferents (docent 6)
- Abans s'aprofundia més en els continguts matemàtics o es treballaven continguts matemàtics més difícils. Ara no s'arriba tan lluny (docent 8)

Nivell domini-sector-tema-qüestió:

- Abans feien una estona de problemes i una estona de geometria. Ara fan, hores de nivell i els tallers. Abans parlaven primer de les característiques de les figures geomètriques, les observaven i després experimentàvem. Ara és al revés, primer experimentem i al final veiem el contingut. (docent 5)

Pregunta 2. Abans no tenies alumnes de dos cursos en una aula, ara què fas exactament igual?

Nivell matemàtiques:

- L'essència del treball matemàtic és la mateixa (docent 4).

Nivell domini-sector-tema-qüestió:

- La manera de treballar i les ajudes que dono són les mateixes. S'acaba preparant la mateixa quantitat de material, ja que serveix per a dos anys. Els problemes aritmètics d'un any no serveixen per al curs següent (docent 7).
- Per a treballar la numeració, com que cada alumne fa el llibre d'Innovamat que li toca per curs (Calvo, 2022a, 2022b, 2022c, 2022d, 2022e, 2022f), per tant no ha canviat gaire res (docent 2).

El docent 1 diu que és la primera vegada que dona classe de matemàtiques i que no pot respondre, tot i que ha respost la pregunta de què fas diferent, el que ha dit és del nivell de pedagogia, treballar en grup, però no pot dir què fa igual a matemàtiques ja que no en feia.
El docent 5 no se li acut res que faci exactament igual.
El docent 8 amb el que diu no respon a la pregunta.

Pregunta 3. Hi ha algun contingut matemàtic que només es treballi a les sessions de nivell? En cas que la resposta sigui afirmativa preguntar de quins continguts es tracta i per què es treballen només a les sessions de nivell

Nivell matemàtiques:

- No no sé, em sembla que no. Em sembla que com a continguts matemàtics no. (docent 4)
- No hi ha cap contingut matemàtic que es faci exclusivament a les sessions de nivell (docent 6) (docent 7).

Nivell domini-sector-tema-qüestió:

- El que és càlcul, la numeració bàsicament, pura i dura sí que es fa més allà. Les estratègies de càlcul també. (docent 2)
- Fan els continguts de numeració i càlcul mitjançant els quaderns d'Innovamat ((Calvo, 2022a, 2022b, 2022c, 2022d, 2022e, 2022f). En les sessions de nivell fan les coses bàsiques que després apliquen als tallers (docent 5).
- Al taller connectem només fem els continguts de geometria, mesura de perímetres, àrees, volums i angles. La resta (numeració, estadística, i la resta de mesura) es fa a les sessions de nivell. A les sessions de nivell fem ordenar nombres a la recta numèrica, els decimals més petits de 0 i 1, les gràfiques i la seva interpretació. També

les fraccions, els percentatges i el mínim comú múltiple. (docent 8)

Com que el docent 1 no fa les sessions de nivell, no pot respondre a la pregunta plantejada, diu que les sessions de nivell les fan els docents 2 i 3. Només de vegades fa algunes de les sessions, quan els alumnes de 1r curs van a la piscina.

Pregunta 4. Hi ha algun contingut que treballis al taller que consideris que seria millor treballar-lo per nivell? Per què?

Nivell societat:

- No, no cal ja que, queda tot molt ben repartit i cobert, s'acaba fent tot el temari de matemàtiques de cicle (docent 2)

Nivell escola:

- De vegades hi ha alguna falta de sincronització entre els professors, però fàcilment es troba una solució (docent 7).

Nivell matemàtiques:

- Tots els continguts matemàtics es poden treballar de forma multigrau, si un alumne és de 1r curs i tira molt li pots donar material de 2n curs i al revés, si un alumne de 2n curs veus que encara va just, li pots donar material de 1r curs. No hi ha cap contingut problemàtic que caldria treballar per nivell (docent 1)
- No perquè si algú de 5è curs no ho veu clar, es torna a repetir el contingut matemàtic en qüestió (docent 7).

Nivell domini-sector-tema-qüestió:

- No teníem clar on posar el càlcul, havíem intentat posar-lo a les sessions de nivell, però va tornar a les sessions de nivell per falta de temps, ja que, Innovamat ocupava tot el temps. (docent 4).
- No, ja que està força ben organitzat en aquest sentit. Potser algun contingut de geometria. (docent 5).
- Tot i que tot funciona molt bé, potser el contingut de coordenades es podria lligar millor amb les sessions de nivell, ja que té relació per exemple amb els itineraris o amb els punts cardinals. (docent 8)

El docent 6, no ho sap però creu que no.

Pregunta 5. Per què heu escollit aquest llibre? Què té de bo? Quines mancances hi trobes? Per què?

Nivell pedagogia:

- La mancança és que Barcanova és un llibre pensat per a treballar individualment no està pensat per a treballar en grup i es treballa més en grup que no pas individualment (docent 7).

Nivell matemàtiques:

- Va descobrir Innovamat durant el confinament. Considera que ella, de petita estudiava unes matemàtiques molt mecàniques, en canvi Innovamat fa reflexionar, fa pensar i entendre el que estàs treballant (docent 4)
- No ha participat en l'elecció d'Innovamat, però creu que encaixa força amb la manera que tenen d'entendre les matemàtiques (docent 5)
- El llibre penso de Barcanova (Coloma et al., 2017a i 2017b) pensa que és interessant ja que no cada làmina no diu de quins continguts matemàtics cal parlar, sí que la guia del docent ho diu, però no hi ha cap indicació per als alumnes. De tota manera, en fa un seguiment per tal que vagin sortint tots els continguts que el docent considera clau (docent 6).
- El llibre de Barcanova, el varen triar conjuntament amb el docent 7 i ho varen fer perquè era molt visual, té molts exemples i dibuixos, perquè els exercicis del quadern estan bé i s'adeqüen als continguts matemàtics que es treballen a l'aula. A més a més, com que a les sessions de nivell, que també fa el docent, només tenen 45 minuts, necessita un llibre que estigui ben resumit, ben distribuït, que sigui visualment atractiu i que serveixi per a repassar (docent 8).

Nivell domini-sector-tema-qüestió:

- No ha triat Innovamat, se l'ha trobat i li agrada a l'hora de treballar. En alguns aspectes troba que hi ha temes que van massa lents, per exemple la numeració a primer només s'arriba fins al 50 i a segon fins al 100 quan es podria fer més. El docent pel seu compte ho complementa i treballen nombres més grans sinó a tercer hi ha un salt massa gran. I d'altres on es va massa ràpid, es salta d'una estratègia de càlcul sense aprofundir-ne. Caldria dedicar més sessions a una estratègia abans de passar a la següent. A més a més, a segon, que es comença a descompondre segons el valor de posició i després de cop i volta es passa a una recta numèrica, per tant és un

salt gran, caldria aturar-se. Diu que passa a la següent sessió però que després tornen a treballar el valor de posició, per tant ho adapten. (docent 2)

- Innovamat té de bo que encaixa amb el que fan ja que fa un temps ja havien fet una formació i ja havien canviat la manera tradicional de resoldre les operacions, verbalitzant molt més tot el procés (docent 5).
- El llibre de Barcanova ens agrada ja que és dels llibres que reciclen, és a dir, no es fa un tema matemàtic i es tanca, sinó que a cada tema hi ha coses dels temes anteriors. Quan eren monograu sempre acabaven els llibres i ara no, cal que tot sigui més esponjat, que no sigui tant atapeït, per a poder-ho adaptar. A més a més, l'editorial disposa d'una bona plataforma amb força activitats i materials per a treballar. (docent 7).

El docent 1, amb el que diu no respon a la pregunta.

Pregunta 6. Hi ha alguna estratègia metodològica que usis a matemàtiques i que no usis a la resta d'assignatures?

Nivell pedagogia:

- L'estratègia del llapis al mig només la usa a les classes de matemàtiques (docent 2).
- És l'assignatura on més fa servir les estratègies de treball cooperatiu (docent 7).
- Fer un projecte a partir d'un repte (docent 5).

Nivell matemàtiques:

- Demanar constantment els processos de resolució, com ho has fet? Com has arribat aquí? Quina estratègia has seguit? (docent 4).
- Fer servir molt material i fer activitats matemàtiques basades en la realitat (docent 8).
- No és possible que descobreixin tant, ja que no estan prou madurs per a descobrir-ho per ells mateixos i cal ajudar-los posant alguna paraula. Diu " jo soc molt de que vagin descobrint, però aquí en matemàtiques sí que poso directe alguna paraula i els ho explico jo i a partir d'aquí continuo, i ho intentem relacionar amb el que saben" (es refereix a les làmines de penso de Barcanova de Coloma et al. 2017a i Coloma et al., 2017b) (docent 6).

El docent 1 diu que no pot respondre ja que només fa les matemàtiques i la música i que, per tant no pot comparar amb la resta d'assignatures.

El docent 5 amb el que diu no respon a la pregunta.

Pregunta 7. Com distribuïu els alumnes en els dos grups? Quin criteri useu? Són els mateixos grups per a totes les assignatures o bé per a matemàtiques és diferent?

Nivell pedagogia:

- Són els mateixos grups per llengua que per a matemàtiques. A cadascun dels tres grups (resolem, connectem i pensem) s'hi posen grups cooperatius de 3r curs i de 4t curs, d'aules diferents, però principalment es tenen en compte incompatibilitats entre alumnes, que no poden estar junts. (docent 4) (docent 5) (docent 7)
- No ha participat en la distribució de grups. Ho fan els tutors. El criteri ha estat fer grups equilibrats per a assolir el rendiment màxim. També per a separar els alumnes conflictius, per tal que hi hagi un bon clima (docent 6).
- Que siguin grups rotatius per tal que es coneguin tots (docent 8).

Als docents 1 i 2 de cicle inicial no se'ls planteja la pregunta ja que, a cicle inicial no fan tres grups sinó que totes les hores de matemàtiques són amb el grup classe.

Pregunta 8. A les classes he vist que de vegades els alumnes resolen la mateixa tasca i de vegades cada curs fa una tasca diferent. Quan els fas fer una cosa o l'altra? Per què?

Nivell de societat:

- Meitat i meitat, però depèn del trimestre i del nombre de setmanes (docent 7).

Nivell pedagogia:

- Fa tant una cosa com l'altra. És enriquidor que s'escoltin tots, així agafen idees. El problema d'això és que de vegades hi ha alumnes que poden desconnectar (docent 5).

Nivell matemàtiques:

- Quan s'introdueix un contingut matemàtic nou per als de 2n curs, ja que, potser els continguts són més específics de 2n curs, els de 1r curs treballen amb l'aplicació d'Innovamat (docent 1).
- Encara que hagin fet activitats matemàtiques diferents sí que ho posem en comú, així els de 1r curs també escolten què han fet els de 2n curs. Pels de 2n curs és més fàcil que entenguin els de 1r curs. Als de 1r curs de vegades els costa una mica més d'entendre, però no hi ha tanta diferència (docent 1).
- En el cas de les aventures (taller connectem) tots fan la mateixa activitat matemàtica i

es posa en comú (docent 2).

- De vegades els de 3r curs fan una tasca matemàtica i els de 4t curs en fan una altra. En altres ocasions fan tasques tots junts. Però corregeixen tots junts "A mi m'agrada corregir tots junts, perquè encara que tu no hagis fet la tasca, pots aportar coses, ja sigui parlant o d'aprendre. Però sí que es fa una mica feixuc, segons què, que demanar que tingui l'atenció d'estar corregint una cosa que no han fet. Llavors de vegades sí i de vegades no (docent 4).
- Sempre fa la mateixa activitat matemàtica i sempre ho posen en comú (docent 6).
- Sempre fa la mateixa tasca matemàtica per a tothom, sempre es pot trobar una tasca matemàtica per a tothom, que puguin col·laborar tots (docent 8).

Nivell domini-sector-tema-qüestió:

- Normalment si treballem problemes, tots treballem problemes i treballem el mateix, però ho presentem diferent variant la dificultat (docent 1).
- El problema són les activitats de càlcul de volums, que de vegades no les pot fer tothom, però llavors per tal que col·laborin els dius que busquin les mesures (docent 8).

Resultats de l'anàlisi del Nivell +3

Per tant, a la Taula 6.157, es pot veure que en aquest nivell, on els docents expliquen com és el seu projecte matemàtic global sorgeixen més qüestions de nivells específics de la disciplina matemàtica, que no pas a nivells genèrics, com ara a nivell pedagògic, escolar i social. Les qüestions emergides a nivell de la societat i escola són minoritàries.

Taula 6.157:

Nombre de respostes segons el nivell de codeterminació

	Societat	Escola	Pedagogia	Disciplina: matemàtiques	Domini, sector, tema o qüestió	
Què fas diferent	-	-	4	3	1	8
Què fas igual	-	-	-	1	2	4
Contingut només a nivell	-	-	-	2	3	5
Contingut seria millor a nivell	1	1	2	3	-	7
Elecció llibre	-	-	1	4	3	8
Estratègies metodològiques	-	-	3	3	-	6
Com feu els grups	-	-	5	-	-	5
Mateixa activitat o diferent	1	-	1	6	-	8
	2	1	16	22	9	50

El que els docents fan diferent, si es compara amb el que feien quan eren una escola monograu, és a nivell pedagògic, treballar més en grup, aprofitar més les ajudes entre iguals i potenciar més el diàleg. Pel que fa a les matemàtiques, la diferència és que cal adaptar les activitats a dos nivells, has de deixar més temps per a fer les activitats especialment si involucra continguts nous i abans s'aprofundia més en els conceptes. A més a més, abans feien una estona de problemes i una estona de geometria en una mateixa sessió de classe i ara, en canvi, fan els tallers i tota la sessió tracten o bé un bloc de contingut o bé l'altre.

El que és igual és l'essència de les matemàtiques i a nivell de domini, els problemes aritmètics són els mateixos, l'única cosa és que els has de repartir en dos anys. I també assenyalen que a les sessions de nivell i en algunes sessions del taller resolem de cicle inicial i mitjà treballen amb el llibre d'Innovamat així que no ha canviat gaire res. Hi ha dos docents que no poden valorar aquesta qüestió, ja que un va estar de baixa i tot just comença amb el multigrau i no té perspectiva per a valorar-ho i l'altre abans només feia música i tampoc ho pot valorar.

Alguns diuen que no hi ha cap contingut matemàtic que es treballi només a les sessions de nivell i d'altres que la numeració la fan a la sessió de nivell i que al taller el que fan és aplicar-ho. I a cicle superior al taller connectem no fan tota la mesura, geometria, estadística i probabilitat com fan a cicle inicial i mitjà, sinó que només fan geometria, mesura de

perímetres, àrees, volums i angles i que pel que fa a la numeració, al taller pensem només fan resolució de problemes i càlcul, la resta es fa a les sessions de nivell.

Consideren que no hi ha cap contingut que s'hagi de treballar específicament a les sessions de nivell. Les raons són, a nivell de societat, ja que s'acaba fent to el que marca el currículum i es detecta una restricció a nivell d'escola per la falta de coordinació entre el professorat, però que té fàcil solució. A nivell de matemàtiques creuen que tots els continguts matemàtics es poden treballar de forma multigrau i si un alumne no ho veu clar, el contingut es torna a repetir.

L'elecció del llibre és per raons matemàtiques encara que al llibre de cicle superior li detecten una mancança pedagògica, ja que està pensat per a treballar individualment i no en grup. Les raons matemàtiques que els ha portat a escollir els llibres i materials són: que fa reflexionar, encaixa amb la manera d'entendre les matemàtiques, és molt visual, hi ha exemples i dibuixos i els exercicis estan bé i hi ha molt material addicional a la web de l'editorial. I el llibre de les làmines l'han escollit, ja que a l'enunciat no diu de quins continguts matemàtics cal parlar, només ho diu la guia del docent. També hi veuen restriccions a nivell de domini en avall, com que passa de nombres relativament petits a cicle inicial a nombres més grans a cicle mitjà, però això ho adapten. També perquè la forma de treballar les operacions s'adequa a una formació que varen rebre i perquè un domini, sector o tema no es tracta només en un capítol sinó que es tracta al llarg de tot el llibre, és a dir, es van repetint.

Pel que fa a les estratègies que només usin a matemàtiques a nivell pedagògic són estratègies de treball cooperatiu i a nivell matemàtic demanar recurrentment com el procés de resolució, usar material i que no és possible que descobreixin tant, cal explicar més. Hi ha un docent que diu que no pot respondre, ja que només fa música i matemàtiques.

Per a distribuir els alumnes en els tres tallers només hi ha raons pedagògiques, que no tenen res a veure amb el nivell dels alumnes, sinó que té a veure amb incompatibilitats i conflictes entre alumnes.

De vegades fan la mateixa tasca per a tothom i de vegades no, les raons són del nivell de societat, és que depèn del nombre de setmanes del trimestre. Les raons pedagògiques per fer més o menys treball en grup és que si són tasques diferents a la posada en comú els alumnes poden desconnectar. I raons de nivell matemàtic, quan s'introdueix un contingut nou a només un curs, hi ha la necessitat que facin activitats diferents. Es fa molt treball en grup, ja que el llibre i activitats són les mateixes per a tothom i, per tant, es treballa en grup. Tot i fer tasques diferents es posa en comú, ja que així els alumnes van escoltant continguts més avançats i poden aprendre.

6.2.3. Anàlisi del Nivell +1: Projecte didàctic local

En aquest apartat no s'han classificat les respostes segons el nivell de codeterminació ja que, la majoria del què indiquen es pot situar a nivell disciplinar . Aquí de vegades repeteixen alguna qüestió que ja s'ha dit al projecte global i que ja ha quedat analitzada al nivell anterior.

1. Docent 1 (taller resolem de cicle inicial)

Com s'estructuren les teves classes?

- Comença amb el càlcul ja que estan més frescos i més tard fan problemes. Després es resolen problemes seguint el procés que es segueix a l'escola. Al final de la classe els alumnes han d'inventar problemes tots junts.

Quan tu fas les activitats d'Innovamat, en fas alguna adaptació o fas el que diu la guia allà?

- Fa el que diu la guia del docent ja que està molt ben estructurada
- A taller es treballen els problemes i el càlcul, la resta es fa a les hores de nivell.
- Algunes activitats se les salta per falta de temps. Les activitats d'escalfament no se solen fer per falta de temps.
- Apliquen totes les estratègies de càlcul que s'aprenen amb Innovamat al taller
- No usa la proposta de problemes d'Innovamat, sinó que la proposta és seva
- Sí que usen els materials manipulables d'Innovamat al taller com ara les monedes i bitllets i cubs encastables
- L'únic material comercial que fa servir al taller és el del Quinzet.

Feu sempre les mateixes activitats?

- Normalment els alumnes fan la mateixa activitat, tot i que s'adapta la manera de presentar-la.
- De vegades dona alguna activitat als alumnes de 2n curs que són més autònoms per estar més pels alumnes de 1r curs, diu que per exemple els dona un full de sumes.
- Quan ha de treballar amb els de 2n curs, perquè és un contingut nou i és per a 2n curs als de primer els fa treballa amb l'aplicació d'Innovamat, però a la inversa no ho fa mai.
- Proposa activitats del mateix contingut però amb diferent grau de dificultat per a 1r

curs i per a 2n curs.

Quines estratègies de càlcul feu servir a cicle inicial?

- Usen les estratègies que hi ha al llibre d'Innovamat i les apliquen al taller.
- La proposta de problemes és del propi docent.
- Proposa activitats de dobles i meitats.
- De material comercial només usa el *Quinzet*
- Demana als alumnes que s'inventin problemes aritmètics.
- La suma i la resta es treballa tant a 1r curs com a 2n curs. Troba que es absurd separar-ho, cal treballar-ho junt
- De 1r curs a 2n curs només canvia la proposta d'activitats i material, però no pas la metodologia.
- S'usen les mateixes estratègies de càlcul a tots dos cursos
- Les estratègies no es treballen de forma mecànica sinó que es vol que ho sàpiguen per què ho fan.
- A 1r curs es treballen les parelles del 10 (trobar el número que sumat al número donat suma 10) i a 2n curs es reforça, i s'amplia a parelles del 20 i del 100.
- Es treballen els dobles i les meitats. Als de 1r curs al principi els costa
- Les propostes d'activitats són més o menys les mateixes però adaptades per tal que no hi hagi repetició.

Això que em dius amb material?

- S'usen materials ja que resulta més entenedor per als alumnes. Per exemple per a visualitzar que si vols sumar 13 més 9, el 13 li deixa una unitat al 9 per a convertir-lo en un 10. Usen material cubs encastables per a treballar les unitats i desenes
- Fan representacions de les operacions amb els mateixos nens de la classe, un va cap aquí, un altre cap allà, per a visualitzar que per exemple per a restar 21, primer pots restar 20 i després 1 més.
- El context dels caramels per als problemes aritmètics creu que és molt adequat, ja que als nens els agrada i s'entén millor. Així no és tant abstracte.
- Cal treballar de forma no tant abstracte per tal que els alumnes ho entenguin

2. Docent 2 (taller connectem de cicle inicial)

Com s'estructuren les teves classes?

- Planteja un repte, els passen el vídeo explicatiu de l'editorial o diapositives. El procés és anar descobrint, experimentant i deduint. A continuació hi ha una fase manipulable i després una d'escrita amb una fitxa. Finalment hi ha una cloenda on es posa en comú el que han fet

Les activitats del llibre d'Innovamat les feu totes? per les aventures les fas totes?

- És un material molt ben pensat per a treballar tot el que cal fer a cada cicle.
- Intenten fer-les totes però de vegades se'n salten alguna, especialment dels reptes recordem (cada 4 reptes n'hi ha un de repàs).
- De vegades fan el repte e 1r curs i després del de 2n curs
- Aquest curs han hagut de fer adaptacions ja que tenen un grup amb dificultats

Quines activitats fas al taller que no siguin d'Innovamat? Perquè les has afegit?

- De vegades hi afegeixen alguna activitat pròpia creada pels docents
- Les adaptacions són perquè als alumnes els costa seguir

Quines són les claus per treballar la geometria i la mesura?

- Manipulant i experimentant moltíssim
- Mètode de l'aprenentatge a partir de l'assaig i l'error .
- Les classes s'estructuren de la següent manera: primer es planteja el repte amb un vídeo de l'editorial, i es demana què és el que cal fer. Després van descobrint i deduint i finalment hi ha una part de manipular. Manipules quan ho has fet i després passen una mena de test fent la fitxa." És a dir, "les fases són aquestes: plantegem repte, experimentem, manipulem i finalment fem l'escrit i per últim, cloenda amb el vídeo final i posem en comú el que hem fet."

Quines estratègies de càlcul feu servir a cicle inicial?

- El càlcul es treballa exclusivament a les sessions de nivell. La numeració pura i dura i les estratègies de càlcul també: fer deus, recta numèrica, descomposició a 2n curs, cuc de boles a 1r curs.
- Al taller resolem també es fa càlcul però on s'incideix més és al grup de nivell.

Després això ho apliquen al taller resolem.

3. Docent 4 (taller resolem de cicle mitjà)

Com s'estructuren les teves classes?

- Primer veig què saben cadascú, demana els coneixements previs i presenta l'objectiu de la sessió. Després treballen amb l'activitat que sigui, i al final es raona sobre què ha passat, què han après, com ho han connectat amb el que ja sabien o què ha canviat del que pensaven. I es reflexiona sobre el tema.

Les activitats del llibre d'Innovamat les feu totes? per les aventures les fas totes?

- Sí perquè són només 5 per trimestre. Encara que aquest curs se n'han saltat una perquè han necessitat hores del taller de matemàtiques per acabar el projecte o per dedicar més temps al tema d'estadística.

Feu alguna adaptació?

- La guia del professor proposa algunes adaptacions i de vegades les fan però no sempre

Les activitats que feu en el taller de Resolem, com les escolliu, quin és el criteri i què han de complir aquestes activitats?

- Juntament amb el docent 5, busquen les preguntes, treballen les dades i creen el material i les activitats. D'aquesta manera creen una mena de banc de problemes de numeració i que tractin les operacions que després demanaran als alumnes.
- Estan molt condicionats per unes proves finals, que venen donades per l'escola, on l'alumne ha de demostrar que sap trobar dades, que sap fer planificació a partir d'esquemes.
- A cicle mitjà no sempre resolen el problema sencer, sinó que de vegades, es dediquem a identificar les preguntes, d'altres a formular les preguntes. E treballa a poc a poc, fins que ja ho fan tot.
- Però com que no hi ha res, no hi ha cap material, són els docents els que pensen les activitats.

En el taller de Resolem fan tots la mateixa activitat?

- A vegades fan tots la mateixa activitat o d'altres vegades les fan per curs, està bastant equilibrat, un 50% de cada cosa.

Tu què fas més geometria, o mesura? O vas canviant?

- Treballen de tot a cada trimestre. El primer trimestre es va treballar volum i ara els queden les unitats de mesura i la geometria. "En aquest trimestre sí que he fet àrees, perímetres, hem après a descriure figures… Que sàpigues descriure parlant de vèrtex, angles i costats, perquè he fet figures planes. Que sàpiguen el nom." "I després les àrees, com el que he dit abans, al final era com omplir una figura i perímetres també vam fer. Aquest trimestre hem fet això, hem fet mosaics (és a dir, amb unitats de mesura no estàndard) també." **"**El primer trimestre va fer volum, i ara el que queda és que les unitats de mesura i que surti geometria."

Quines estratègies de càlcul treballeu a cicle mitjà?

- El càlcul el fan al taller resolem, " Llavors el que fem es, el fem al taller. Llavors és igual si som 3r i 4t curs, posem diferents operacions i al final cada alumne en tria dues. I d'aquestes dues fan la que trien. Llavors es corregeixen totes. Llavors si que ho fem des del taller, i el que fem és explicar la mateixa estratègia de càlcul."
- Els alumnes quan inicien el cicle mitjà ja saben usar la recta numèrica i fer descomposicions de nombres. Aprenen a sumar descomponent.
- A cicle mitjà s'aprèn a fer sumes compensant o fent deus, a fer deus i a restar usant l'estratègia de les diferències constants encara que no l'entenen gaire ja que ho fan en una recta i que si aquest avanço…però després tothom ho aplica
- Per la resta fan com a cicle inicial, descomponen quan la uniat és més petita que la desena i si hi ha una unitat més petita que l'altra ho giren. Aleshores el que fan es descompondre només el segon número. Els expliquen tota la història, que és un xef, una cuina. El primer número. El que canvia són els ingredients que hi ha darrere. Com que els alumnes no sempre ho entenien, aleshores varen optar per la tècnica del mirall "Quan jo avanço, ell també... una mica vivenciat,…el que es fa aquí llavors ell ho repeteix." Per descompondre fan servir el símil del xef que vol cuinar una paella "El primer número és la paella, i els altres són ingredients que cadascú el trenca com pot."

4. Docent 5 (taller connectem de cicle mitjà)

Com s'estructuren les teves classes?

- Primer presenta el repte, després veuen el vídeo de l'editorial. Es comenten els coneixements previs i a continuació treballen en grups cooperatius o en parelles depenent del repte. Finalment es comenta el resultat i en una segona sessió es comenten les idees.

Les activitats aquestes del llibre d'Innovamat, les feu totes? O n'hi ha alguna que no la feu?

- En principi les programen per fer-les totes.

En fas alguna adaptació alguna vegada?

- Diu que fa adaptacions: "Llavors tu l'adaptes perquè toqui als teus grups. Llavors aquí és posar-hi molta imaginació i buscar això, no? Tenir molt clar què hem de saber a 3r curs, què hem de saber a 4t curs, per no acabar proposant la mateixa activitat per tots dos. Llavors hi hagi una mica de graduació. I això és 3r curs, això és 4t curs. No puc passar tots pel mateix sedàs."
- En algunes ocasions el docent va al llibre de 3r curs i mira a veure què hi ha i de vegades en fa alguna part.
- De vegades al taller no només fan el que hi ha a Innovamat sinó que també hi afegeixen activitats pròpies i de vegades ho relacionen amb el projecte que estiguin fent en aquell moment. Posa dos exemples: a part del que s'havia treballat sobre gràfiques, varen proposar una activitat amb gràfics sobre la població on està ubicada l'escola. El segon exemple que posa és sobre les unitats de capacitat. Si els interessa treballar les unitats de capacitat, potser parteixen del llibre de tercer, fan una petita explicació, potser també es fa el que hi ha al llibre de 4t curs i després a la següent sessió ho relacionen amb dades que han agafat els docents sobre l'aigua.

Seguiu la guia del professor d'Innovamat? Està bé?

- Segueixen les orientacions de la guia del docent, tot i que les organitzen a la seva manera sense seguir estrictament el que s'hi proposa.

Com treballes la geometria? Que consideres que és molt important de la geometria o de la numeració?

- Considera que el més important és que sigui vivencial, que ho puguin experimentar i tocar. No té cap sentit fer-ho de forma memorística. Sinó la geometria seria només explicar les característiques i atributs de les figures geomètriques i aquí es perden. No té cap sentit fer una cosa memorística, el que cal és observar les formes, crear tot el que ells puguin manipular.

Quines estratègies de càlcul treballeu al cicle mitjà? Que us venen sabent les coses i potser no ho feu tot, o sí, i deixeu coses per cicle superior, Quina és la part que feu més forta?

- Amb la suma i la resta treballen la descomposició, ho han de dibuixar i després han de fer tots els passos, van sumant les centenes, les desenes i les unitats, també usen la recta numèrica.
- Amb la suma també treballen l'estratègia de compensar que els docents anomenen "fer la pedreta" (un número li llança o li tira unes unitats a l'altre) i fer arrodoniments.
- Amb la resta treballen els salts a la recta numèrica.
- Al cas de la resta usen l'estratègia de mantenir la diferència constant a la que diuen mirall (cal modificar els dos nombres de forma igual, com al mirall).
- També usen dobles i meitats i transformen les operacions en altres més senzilles
- Amb la multiplicació descomponen, amb la capseta (vol dir amb la representació d'àrea) , descomponent només un dels factors, fent dues multiplicacions més senzilles.
- Amb la multiplicació també treballen fer el doble i fer la meitat i transformar-ho en operacions més senzilles.
- Amb la divisió, que ho han iniciat justament al moment de l'entrevista, fan repartiments, amb columnes i van repartint. També usen la multiplicació per a resoldre divisions. També han vist com transformar una divisió multiplicant un factor i dividint l'altre.
- Amb la divisió també han vist que poden fer una divisió més complicada i convertir-la en dues divisions més fàcils que ells puguin obtenir el resultat directe.
- Valora molt positivament el treball de cicle inicial.
- Valora les famílies que ajuden en la mateixa línia, que no ensenyen de la manera tradicional ja que ells no treballen els algorismes tradicionals. A les entrevistes amb pares, els comenta que a l'escola es valora molt més el procés. Es valora més que el resultat final, encara que el resultat també és important.
- Valoren que sàpiguen identificar centenes, desenes i que sàpiguen fer salts endavant,

endarrere i no fan la manera tradicional ja que es perd molta cosa.

5. Docent 6 (taller pensem de cicle mitjà i superior)

Com s'estructuren les teves classes?

- Primer els demana quines matemàtiques hi veuen a la làmina, després deixa uns 5 minuts per tal que pensin individualment, després fan un debat entre tots i finalment ho posen per escrit de forma individual (docent 6).

Com treballes les làmines?

- Intenta relacionar les imatges amb les matemàtiques, els pregunta "per què aquesta làmina? per què aquest dibuix?"
- El tema de relacionar les matemàtiques amb una imatge donada habitualment no és als llibres de text, però ell considera que és molt important per relacionar les matemàtiques amb la vida real.
- Per al docent l'objectiu del taller és que assoleixin una sèrie de conceptes i que els relacionin amb la realitat.

I les làmines sempre fas la part de la fotografia i la part de darrere, la del problema, la fas sempre o la fas de vegades?

- Aquesta la fem sempre, per mecanitzar conceptes, per no fer faltes d'ortografia, per reflexionar sobre el que hem vist, la del darrera no massa.

Respecte si ha hagut de fer adaptacions.

- La majoria de les adaptacions metodològiques que ha hagut de fer ha estat pel ritme, però no pels que coneixements. Quan varen començar amb els grups multigrau va ser un impacte tenir alumnes d'edats diferents aprenent el mateix. Però ara veu que no hi ha cap problema la única cosa és el ritme d'aprenentatge.

I després sempre acabes que t'ho han d'escriure, que això que feu oral, després fan un registre escrit?

- És de la opinió que cal recordar les paraules que s'han treballat. Durant la posada en comú, el que fa és escriure les paraules i conceptes matemàtics que van sorgint de la làmina a la pissarra. Però després les borra i les han de tornar a escriure al quadern. Diu que és un doble procés de memorització i que a més a més aprofiten per a

treballar les faltes d'ortografia.

6. Docent 7 (taller resolem de cicle superior)

Com s'estructuren les teves classes?

Pel que fa al càlcul fa el full giratori, després algun joc com ara el digiparty. Després una estona de quadern individual ja que així tothom va al seu ritme i els problemes els treballa amb l'estratègia de grup cooperatiu del llapis al mig. Cada quinze dies es valora com ha anat el taller al final de la sessió.

Els alumnes de cicles superiors ja coneixen les totes estratègies de càlcul?

- No, no sempre. Aquest curs s'han trobat que els alumnes de 5è curs varen començar el curs sense saber dividir, i per tant han hagut de començar el càlcul de divisions de zero.
- Diu que també cal introduir alguna estratègia per a calcular amb decimals, que sigui adequada. Posa d'exemple les operacions que calen fer quan has de multiplicar 4 per 29,98, que ella anomena operacions de les rebaixes. Els alumnes tenen tendència a descompondre, i és clar, s'acaben equivocant. Els ensenyen l'estratègia d'arrodonir el 29,98 a 30, multiplicar i després restar. Això ho introdueixen sobre la marxa.
- Es troba al quadern de problemes (que fan de forma individual si ja han acabat els problemes aritmètics del dia que han de resoldre en grups cooperatius, és a dir, de nivell) hi ha operacions de divisions molt llargues, en canvi als problemes que els proposa el docent, es poden fer amb càlcul mental. Posa d'exemple que precisament avui al matí, abans de l'entrevista un nen havia de fer quatre mil tres-cents i …. (no ho recorda), dividit entre dotze. Hem introduït alguna estratègia per a fer aquesta divisió diferent de com la fan mentalment, ja que aquesta cal fer-la per escrit. S'introdueixen les estratègies a mesura que es van necessitant. Els alumnes saben estratègies, es pot dir que el 80% en saben d'estratègies però encara n'afegeixen alguna. Això passa tant amb els alumnes de 5è curs com amb els alumnes de 6è curs.

Quins tipus de problemes feu?

- Comença plantejant problemes que es puguin resoldre fent 2 operacions tant a 5è curs com a 6è curs i als de 6è curs els en posa de tres o fins i tot de quatre operacions.
- Amb els alumnes de 5è curs, es treballen molt les fraccions.
- Amb els de 6è curs es treballen percentatges i fraccions més complicades

- Els alumnes de 5è curs fan sumes i restes amb decimals i els de 6è curs ja fan multiplicacions i divisions amb decimals.
- Treballen també amb els preus, posa d'exemple el preu d'1 kg de pomes, 1kg de peres, si 1 kg val tant, 2 kg quant valdran. Per anar introduint els decimals i fer multiplicacions amb decimals, sumes i restes amb decimals.
- Els problemes aritmètics proposats són contextualitzats
- Disposa d'una banc de problemes que han anant fent amb els anys, classificats per colors i segons creu en tria uns o altres. Els classifica per trimestres i no repetir-los.
- Els primers anys era una mica estressant perquè calia crear el banc de problemes i de vegades els proposava algun problema que ja havien resolt, però ara que ja està fet i estructurat, és més difícil que passi, però encara passa.

I els quaderns individuals, com ho feu? Són per curs?

- Al principi, quan varen començar estaven ordenats, conforme els quaderns de Teide que fan de forma individual (el quadern 7 pels nens de 5è curs, el quadern 8 pels de 6è curs) però ara, els tenen barrejats (hi ha nens que fan el 6 i altres que fan el 9), coneixent els alumnes, els va agafant per dificultat.

Jo quan els vaig mirar el llistat de problemes aritmètics que em vares passar, de percentatges, crec que n'hi havia un o dos només.

- Diu que no n'hi havia gaires de percentatges a la llista, però que no l'ha canviada. A vegades n'afegeix sobre la marxa. Diu que agafa d'aquí i d'allà o se n'inventa segons les necessitats.

Segons necessitats del nivell, per exemple, dels alumnes, que vegis que tirem més i tirem menys?

- Comenta que a vegades hi ha trimestres curts o més llargs, en aquest últim cas, ha d'anar afegint més problemes al final de major dificultat.

7. Docent 8 (taller connectem de cicle superior)

Com s'estructuren les teves classes?

- Al principi del taller els dona una fitxa en blanc i allà dibuixen o apunten les coses importants a aprendre durant la sessió que són els objectius, el què cal saber. Intenta

fer una presentació atractiva per tal que els cridi l'atenció. La presentació de vegades és amb vídeo i de vegades amb material. Després es posen a treballar en grups. Fan el tancament del taller amb una pluja d'idees del què han entès i com ho han vist, què han après, què els falta per a millorar. (docent 8)

Quan fas les activitats del llibre, les fas tal com diu el llibre o fas algunes adaptacions?

- El llibre només és un reforç i sí que fa adaptacions. El llibre és més una eina de consulta. Busca activitats que siguin més interessants i que motivin més.
- Busca materials, en fa i usa els de l'escola.
- L'activitat d'Euler l'ha descartat per massa dificultat.
- També ha descartat les mesures amb decimals, només n'ha fet d'enteres. Només va donar algun decimal als de 6è curs.
- Només fa àrea un curs, bé de fet els dos cursos, però un amb profunditat i l'altre molt per sobre. El mateix passa amb el volum. Per això cal triar molt bé quins continguts i activitats fer per tal que tinguin alguna relació i poder recuperar el que s'ha treballat el curs anterior.
- Fa moltes activitats fora de l'aula que estiguin relacionades amb la vida real. Posa d'exemple el mínim comú múltiple i el màxim comú divisor.

Perquè els alumnes que tenen, el quadern del seu curs? i si han de fer alguna cosa de l'altre curs, què fas?

- Diu que cada alumne té el quadern del seu curs i si han de fer alguna cosa de l'altre curs fa fotocòpies.
- D'altres vegades els mateixos alumnes s'ajuden, uns fan de Docents i uns altres d'alumnes. És molt efectiu ja que s'ho prenen amb molta responsabilitat i estan molt atents.

La geometria com la treballes?

- La treballa de manera molt manipulable amb molts exercicis de grup i amb material.
- Disposa de tots els cossos geomètrics i aprofita per baixar al pati i mesurar els edificis, el volum per exemple.
- Posa un exemple de l'aigua, amb la sequera va aprofitar per a treballar el volum de les piscines per a relacionar-ho. I varen investigar mirant imatges de satèl·lit, quin tipus de piscines hi ha a la zona, com són, quan mesuren, quanta aigua poden gastar aquestes piscines de la zona.

- També han treballat els metres quadrats del pati. I han dissenyat una casa, baixant al pati i usant guixos.

O sigui, mesura en àrea, perímetre, angles. Això és el que fas, no? Longitud també ho fas?

- També fa longitud i fa més perímetre que àrea.
- Li agrada relacionar conceptes que ha treballat anteriorment, com polígons, poliedres… ara fa polígons inscrits en una circumferència, és la manera de recordar els polígons. Es la manera de posar el contingut de formes diferents en els dos cursos.
- Al fer aquest currículum cíclic, el docent diu que si no diguessis per exemple heptàgon i hexàgon durant un curs no ho veurien. Així si fas polígons inscrits en una circumferència, un any veuen això i el curs següent ja treballaran els polígons. Així ja els sona una mica. Aquesta és la manera de treballar el mateix contingut dos cursos i no fer repeticions.

El teu taller, el de geometria, feu sempre les mateixes activitats per a uns i pels altres?

- Sempre. Per això cal pensar molt bé com calibrar el tema dels diferents nivells dels alumnes.
- Per això fa activitats més generals i lúdiques, que siguin més fàcils d'entendre.
- Si una activitat és més difícil, s'ha d'intentar que els de 6è curs ajudin als de 5è curs.
- El problema és que demanes als alumnes si ho han entès, diuen que sí però després això no és així.
-

Et guardes els més difícils pels últims semestres?

- No, diuen que van fent. Van combinant. Cada trimestre té algun punt de dificultat. Sempre hi ha algun aprenentatge o algun contingut que és més difícil. Tot i així, considera que va rebaixant una mica el nivell.
- Hi ha coses puntuals que no les fa.

Per exemple?

- L'activitat d'Euler Doncs per exemple, aquest any no l'ha fet i el curs passat sí. Trobar les la relació entre nombre de cares i vèrtexs aquest any ni se li ha passat pel cap fer-ho.
- Ja n'hi ha prou en fer els políedres i les seves característiques i tot i així s'emboliquen. El salt que hi ha de cicle mitjà a superior es nota.

6.2.4. Anàlisi del Nivell 0: Acció didàctica

A continuació es detalla la classificació dels fragments de les respostes a cadascuna de les preguntes realitzades per nivells de codeterminació. Primer es detalla la pregunta i a continuació, la classificació de les respostes.

Pregunta 1. Quin tipus d'interacció intentes establir amb els alumnes?

Nivell pedagogia:

- Interacciona amb els alumnes fent-los preguntes per tal que reflexionin i raonin sobre la tasca que estan fent. Posa com a exemple preguntar si una cosa està bé o no i per què no està bé (docent 5) (docent 6)
- Va passant per les taules i va mirant, interaccionant fent-los preguntes. També fa un debat grupal de cada làmina (docent 5)
- Preguntant molt durant tot el procés (docent 1) (docent 2) (docent 4).
- Preguntant molt i especialment al final on es fa una pluja d'idees (docent 8)

Pregunta 2. Quan un alumne no sap resoldre una activitat què fas? Quines estratègies uses? Fas el mateix si treballen en grups per curs o si treballen en grups multigrau?

Nivell pedagogia:

- Quan un alumne s'encalla l'atén de forma individualitzada (docent 1) (docent 2) (docent 4) (docent 5) (docent 7)
- En cas que sigui de primer fa que un alumne de 2n curs l'ajudi (docent 1).
- A vegades ha fet un grup amb els que els costa més però no n'és gaire partidari (docent 1).
- Si estan treballant en grup intenta que s'ajudin entre ells (docent 2) (docent 4) (docent 5). El docent 5 diu que hi ha alumnes que tenen molt clar que no poden donar la resposta sinó que han de donar estratègies o exemples.
- Deixar la tasca i passar a la següent (docent 5)
- No passar a la següent tasca si no s'ha entès (docent 7).
- Tornar enrere i després tornar cap endavant (docent 6).
- Instrucció directa individualitzada, explicar-ho (docent 6) (docent 7)
- Si és un dubte general, explicar-ho a tothom (docent 7).

Nivell matemàtiques:

- Usant material per a visualitzar el concepte matemàtic (docent 1) (docent 2) (docent 4) (docent 8).
- Intentar donar pistes (docent 4).

Nivell domini-sector-tema-qüestió:

- A l'hora de fer esquemes, la complexitat és diferent per a 1r curs que per a 2n curs i per això faig atenció personalitzada (docent 1).
- Si no sap què és un cub, doncs anem enrere, saps què és un quadrat?, quantes cares té? Intentar anar enrere o fins i tot ensenyar què és un cub (docent 6).

Pregunta 3. Què proposes més, treball individual, en grup o per parelles? Hi ha diferències segons el tema que estàs treballant?

Nivell pedagogia:

- Meitat treball individual i meitat treball en grup. El treball en grup ha guanyat molt de pes (docent 1).
- El treball en parelles de vegades és per curs i de vegades en grups multigrau (docent 1) (docent 8).
- En parelles multigrau (docent 5)
- En parelles de forma estratègica per tal que siguin equilibrades i es puguin ajudar (docent 1) (docent 2).
- En parelles i poques vegades les proposa el docent. Els dona les condicions, per exemple, un de cada curs o amb algú amb qui no hagis treballat mai. (docent 4).
- Quan es treballa en grup s'han de pensar molt bé els grups i costa més gestionar-ho (docent 4).
- Individual (docent 6)
- Amb parelles poques vegades (docent 7)
- Treball en grup (docent 8)

Nivell matemàtiques:

- Depenent del contingut matemàtic a treballar les parelles les poden triar ells o no (docent 8).

Nivell domini-sector-tema-qüestió:

- Individual quan fan el quadern de problemes (docent 7)
- Les sessions de problemes amb grup cooperatiu ja que va millor (docent 5) (docent 7).

El docent 8 diu que els fa treballar en parelles per tal que s'ajudin

Resultats de l'anàlisi del Nivell 0

Per tant, tal i com es pot veure a la Taula 6.158, les raons que majoritàriament es donen són totes qüestions que es poden situar a nivell pedagògic, que podrien ser aplicades a les diverses disciplines escolars, es detallen poques qüestions específicament relacionades amb els nivells específics de la disciplina matemàtica, i no en sorgeixen a nivell de societat o escola

Taula 6.158:

Nombre de respostes segons el nivell de codeterminació

	Societat	Escola	Pedagogia	Disciplina: matemàtiques	Domini, sector, tema o qüestió	
Interaccions amb els alumnes	-	-	7	-	-	7
Ajudes quan no saben resoldre una tasca	-	-	16	5	2	23
Tipus de treball que es proposa	-	-	11	1	3	15
			34	6	5	45

Les interaccions amb els alumnes és fer-los preguntes, alguns docents detallen quan fan aquestes preguntes, per exemple, durant tot el procés o al final, o amb quina finalitat les fan, per exemple per tal que reflexionin. Les ajudes, a nivell pedagògic són atendre a l'alumne de forma individualitzada, fer que s'ajudin entre ells o tornar enrere. Respecte a la naturalesa d'aquestes ajudes, alguns reporten que de vegades són més directes i cal explicar-ho. També es fan explicacions per a tot el grup o deixar la tasca i passar a una altra o ben al contrari, tornar enrere per després anar cap endavant. A nivell matemàtic, usar material (ho diuen 4 dels 7 professors) i intentar donar pistes. I més concretament a nivell de domini cap avall, atenció personalitzada per a fer l'esquema i planificació d'un problema, ja que pot ser

complex pels més joves i si no sap una definició geomètrica, tornar enrere o bé facilitar la definició.

El treball que proposen més els docents d'aquesta escola és el treball en parelles, de vegades parelles del mateix curs i de vegades no. Les raons que donen són de tipus pedagògic i organitzatiu, només un docent diu que això depèn del contingut matemàtic que es treballa i un altre diu que depèn del material que usin (quadern de problemes o bé sessions de problemes).

6.2.5. Anàlisi del Nivell -1: Observació de l'acció dels alumnes

A continuació es detalla la classificació dels fragments de les respostes a cadascuna de les preguntes realitzades segons els nivells de codeterminació (Chevallard, 2002). Primer es detalla la pregunta i a continuació, la classificació de les respostes.

Pregunta 1. Com observes el treball dels alumnes, tens una mena de registre?

Nivell escola:

- Seguint els criteris d'avaluació de centre (docent 5).

Nivell pedagogia:

- Registres del rendiment amb notes qualitatives durant les classes (docent 1) (docent 2)(docent 4) (docent 6) (docent 7)
- Registres del rendiment amb notes qualitatives especificant que ho fan fora d'hores de classe (docent 2) (docent 7) (docent 8).
- Registre del rendiment amb notes quantitatives (docent 5).
- Registre del rendiment amb una fletxa cap amunt, de costat o cap avall per anotar el nivell de coneixement sense anotar comentaris qualitatius (docent 8)
- Registre de la participació (docent 6).
- Registrar qui necessita ajuda (docent 1)
- Fent-los moltes preguntes (docent 4).
- Observant (docent 4) (docent 8)

Nivell matemàtiques:

- Registres quan comenta el dossier de matemàtiques amb els alumnes (docent 1).
- Fent observacions i anotacions al quadern d'activitats de l'alumne (docent 2).
- Registre del que han dit, registre de les paraules que han sorgit durant la correcció de la làmina, si ha sorgit o no un determinat contingut matemàtic i unes determinades paraules importants (docent 6).
- Corregint tasques dels alumnes (docent 4) (docent 7).
- Amb una fitxa que els alumnes fan a l'inici de cada classe on anoten els conceptes clau que cal aprendre i els objectius (docent 8).

Nivell domini:

- Registres de si fan bé l'esquema i la planificació. Al començament registrar si són capaços de passar les dades a l'esquema i l'esquem a la planificació. I Els càlculs no cal, ja els fan bé. A final de curs registrar més si expliquen bé el procés de resolució i en justifiquen la validesa (docent 7).
- Observant si durant un examen de geometria els cal o no usar materials (docent 8).

Pregunta 2. Com t'ajuden aquestes observacions en l'avaluació? I en la planificació de les activitats a l'aula?

Nivell escola:

- A coordinar-se millor amb els altres docents que imparteixen els tallers per a treballar alhora un contingut i així reforçar conceptes (docent 6)

Nivell matemàtiques

- Ajuda a decidir què fer a la següent classe de matemàtiques (docent 1) (docent 4) (docent 8).
- Ajuda a saber el seu grau de comprensió dels conceptes matemàtics (docent 2).
- Ajuda a poder decidir els deures de matemàtiques (docent 1).
- Ajuda a saber quins continguts matemàtics ja s'han treballat a classe (docent 2).
- Ajuda a que els alumnes vagin millorant els coneixements matemàtics (docent 2)
- Ajuda a saber quan has de repetir un contingut matemàtic (docent 4).
- Ajuda a saber com resolen les activitats, quin procés fan (docent 5).

Nivell domini-sector-tema-qüestió:

- Ajuda a decidir si saltar-se o no un dels problemes aritmètics del banc de problemes. (docent 7).
- Ajuda a saber si els alumnes arriben al cicle prou preparats per a fer l'esquema i la planificació dels problemes (docent 7).

Pregunta 3. Quines activitats d'avaluació fas? Per què?

Nivell escola:

- Les proves trimestrals d'escola que les fa tothom, de 1r a 6è curs. Son exàmens estandarditzats amb adaptacions per a alumnes amb plans individualitzats (docent 1) (docent 2) (docent 4) (docent 7)

Nivell matemàtiques

- Fotos de les tasques matemàtiques resoltes pels propis alumnes i les comenta amb els alumnes veient-les a la pissarra digital (docent 2)
- Fent que resolguin una activitat matemàtica similar a les ja fetes a classe i recollint les produccions (docent 4)
- Fent que proposin una activitat d'una làmina similar a les que fan proposant-los un tema (docent 6)
- Amb un examen del taller dissenyat pel propi docent (docent 2) (docent 5) (docent 8)
- Considera que totes les activitats que es fan a les classes de matemàtiques són activitats d'avaluació (docent 2)

Nivell domini-sector-tema-qüestió:

- Un dossier de problemes (docent 1).
- Posa d'exemple una activitat on hi havia dictats geomètrics, com que ho feien individualment, veien el full de cadascú ja veies si ho havien entès i fe bé. (docent 2).
- A través d'una checklist de figures geomètriques on han d'anar buscant les figures geomètriques a l'edifici o el pati de l'escola (docent 6)
- Al taller de geometria avalua amb observació directa veient com manipulen el material (docent 8).

Com que es treballa molt en grup calen proves individuals

A l'examen (docent 8) hi ha una part que fa tothom i una altra que és voluntària, que són coses que s'han anat dient però no s'hi ha insistit tant

Resultats de l'anàlisi del Nivell -1

Per tant, a la Taula 6.159 mostra quines han estat les qüestions i temes que han emergit de l'observació i discussió sobre l'acció del alumnes.

Taula 6.159:

Nombre de respostes segons el nivell de codeterminació

	Societat	Escola	Pedagogia	Disciplina: matemàtiques	Domini, sector, tema o qüestió	
Com observes	-	1	15	6	2	24
Com t'ajuden les observacions	-	1	-	9	2	12
Activitats d'avaluació	-	4	-	7	4	15
	-	6	15	22	8	51

Els docents observen els alumnes a nivell d'escola usant els criteris d'avaluació de centre. A nivell pedagògic usen estratègies que es poden usar en qualsevol domini com ara notes qualitatives i quantitatives o amb fletxes cap amunt, cap avall o horitzontals durant les classes. Registren el rendiment, però també el comportament. També fan observacions i més concretament de matemàtiques, registres al dossier de matemàtiques, observacions al quadern de l'alumne i correcció de tasques. Un docent també usa un registre d'una fitxa que fan els alumnes a l'inici de classe on anoten conceptes clau. Més específicament de matemàtiques, registren si han fet bé parts concretes de la resolució de problemes i observant si els alumnes a l'hora de resoldre un examen de geometria els cal o no usar material.

Les observacions bàsicament els ajuden a nivell d'escola a coordinar-se millor per no repetir continguts i reforçar els que cal i a nivell de matemàtiques a decidir què fer a la següent sessió de classe, a decidir els deures, a saber el grau de comprensió d'un determinat concepte, a ajudar a millorar els coneixements matemàtic s dels alumnes, a saber quins processos de

resolució fan i a saber quan repetir un contingut matemàtic. A nivell de domini en avall, els ajuda a decidir si saltar-se o no un determinat problema aritmètic i saber si arriben al cicle amb prou habilitats per a fer l'esquema i la planificació d'un problema.

Les activitats d'avaluació que fan són les activitats trimestrals a nivell d'escola que fa tothom i respecte a les matemàtiques un docent fa fotografies de resolucions d'algun alumne i les posa a la pissarra digital, fent que resolguin una activitat matemàtica similar a les que ja s'han fet, un examen dissenyat pel mateix tutor i hi ha un docent que considera que qualsevol tasca feta a classe forma part de l'avaluació. Del nivell de domini en avall, avaluen el dossier de problemes, activitats de geometria que es fan a classe, llistes de figures geomètriques que han de buscar a l'edifici de l'escola i el pati i amb l'observació directa veient com manipulen el material de geometria.

Capítol 7

Resultats obtinguts i conclusions

En aquest capítol s'elaboren les conclusions en relació a les tres preguntes de recerca plantejades que recordem que eren:

PR1. Quins són els principals temes investigats en relació amb l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques a escoles multigrau? Quins són els objectius i resultats principals d'aquests estudis?
Quines condicions es detecten en aquests estudi sobre l'aprenentatge i l'ensenyament de les matemàtiques en escoles multigrau i quines restriccions revelen? En quins nivells de l'escala de codeterminació matemàtic-didàctica (segons Chevallard, 2002) es poden situar aquest conjunt de condicions i restriccions?

PR2. Quin tipus de dificultats o restriccions posen de manifest els docents d'educació infantil i primària d'escoles multigrau, quan són interrogats en primera persona? En quins termes formulen aquestes dificultats i en quins nivells de codeterminació matemàtic-didàctica es poden situar?

PR3. Situant-nos en una escola multigrau concreta, amb certes condicions que aquesta institució estableix, quines característiques tenen les organitzacions matemàtiques que es proposen per a ser ensenyades al llarg de tota l'etapa de primària? Quines formes d'ensenyar es planifiquen per a les aules multigrau? Més concretament, quines praxeologies matemàtiques i didàctiques es proposen en relació a les matemàtiques a ser ensenyades a llarg de primària d'aquesta escola multigrau?

Que s'han concretat en els següents objectius:

O1. Conèixer i analitzar la recerca feta en els últims 10 anys en relació a l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques en aules multigrau i identificar quins elements o condicions de l'aprenentatge i l'ensenyament de les matemàtiques s'analitzen en aquests estudis per situar a quin nivell de codeterminació matemàtic-didàctica de pertanyen.

O2. Conèixer i identificar les dificultats i problemes que tenen els docents d'escoles multigrau per a ensenyar matemàtiques i a quin nivell de codeterminació matemàtic-didàctic apareixen.

O3. Seleccionar una escola multigrau i descriure i analitzar les praxeologies matemàtiques i didàctiques que s'hi proposen al llarg de tota l'etapa de primària.

Passem ara a elaborar les conclusions per a cadascun d'aquests objectius.

7.1. Conclusions relatives del primer objectiu

De la cerca sistemàtica realitzada se'n pot concloure que els temes més investigats en l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques són el rendiment acadèmic dels alumnes i les pràctica d'aula puntuals o de curta durada. A les escoles multigrau se les veu com a "diferents" i hi ha la preocupació de si aquesta diferència afecta o no el rendiment dels alumnes. Tal és la preocupació que més de la meitat dels estudis en relació al rendiment comparen aquest rendiment amb el rendiment dels alumne que assisteixen a aules monograu usant dades oficials dels tests que normalment fan els ministeris d'educació dels diferents països. En alguns casos, també s'analitzen els mecanismes pels quals les aules multigrau afecten l'èxit escolar, però la majoria només analitzen dades dels nivells superiors de codeterminació de Chevallard (2002). Del nivell de la disciplina matemàtica només en un cas s'inclouen les notes que atorguen els docents i quants alumnes arriben al nivell mínim, però en cap cas s'analitzen el tipus d'activitat matemàtica i didàctica que s'hi proposa i gestiona. Com a molt s'avalua l'impacte de la formació i experiència del docent i no hi ha conclusions clares al respecte.

N'hi ha que reporten diferències a favor de les escoles multigrau (Capellán et al, 2022, Munser i Kiefer et al., 2022), d'altres en contra (Ansari, 2017, Khudadad i Mickelson, 2021, Cecchi i Paola, 2018; Khudadad i Mickelson, 2021; Vásquez, 2012 i Zúniga,) i d'altres no hi identifiquen cap diferència (Quail i Smyth, 2014 i Thomas, 2012). S'evidencien restriccions a l'hora d'estudiar el rendiment, ja que les escoles són molt diverses. No només són de diferents països sinó que tot i trobar-se en un mateix país els entorns són molt diferents. Les mostres inclouen escoles urbanes i rurals, públiques i privades, d'entorns precaris i no precaris, amb alumnes de tots el cursos en una mateixa aula o alumnes de només dos cursos o d'altres combinacions. El que en un lloc s'identifica com a beneficiós, en un altre no té cap efecte o fins i tot té un efecte negatiu, és a dir, el que en un lloc és una condició en l'altre és una restricció, la qual cosa podria ser deguda a aquesta diversitat en les mostres i contextos. Però, inclús si tots dos països són europeus, i s'investiga el mateix cicle de primària els

estudis arriben a conclusions dispars. Per exemple, a cicle mitjà els resultats dels alumnes d'Itàlia va ser negatiu (Checchi i De Paola, 2017) mentre que a Irlanda no s'hi varen detectar diferències (Quail i Smith, 2014). Encara més, no són concloents ni que siguin del mateix país i usin la mateixa base de dades. Als Estats Units, es va investigar a alumnes e 1r curs en un cas i a alumnes de 5 anys en l'altre, usant la mateixa base de dades del Departament d'Educació, obtenint que per una banda no hi ha repercussió (Thomas, 2017) i per l'altra que té un impacte negatiu (Ansari, 2017).

També es posa de manifest que hi ha molts factors que poden afectar el rendiment acadèmic. Factors que en alguns casos s'estudien i es tenen en compte, i en d'altres no, com són el gènere o la composició de la classe tant pel que fa a l'edat dels alumnes de la classe, com pel nombre d'alumnes per aula o el docent. Però de nou els resultats no són concloents la mida de la classe pot tenir alguna repercussió (Capellán et al., 2022) o no tenir-ne (Checci i De Paola, 2018). L'experiència del docent pot tenir un paper important (Checci i De Paola, 2017) o bé tenir escassa repercussió (Vásquez, 2012). I passa el mateix si s'analitza si la repetició de continguts beneficia els alumnes de més edat, pot ser beneficiós (Capellán et al., 2022) o pot ser perjudicial (Munser-Kiefer et al., 2022).

Els estudis que profunditzen més en els factors que afecten el rendiment, són els que no fan una comparativa amb les aules monograu. Principalment es pregunten per l'impacte de la composició de l'aula, de tenir el mateix docent dos cursos, de l'experiència i formació del docent i de qüestions socials com ara l'entorn familiar. En aquests casos, la diferència és que el rendiment escolar no es mesura amb tests dels Departaments d'Educació dels respectius països. Igual que en els casos anteriors, les dades que s'analitzen deixant de banda del test per a mesurar el rendiment acadèmic, són dades dels nivells superiors de l'escala de codeterminació de Chevallard (2002), però sí que inclouen dades del nivell de pedagogia que mesuren el nivell de la qualitat de l'aula pel que fa al suport emocional, l'ensenyament que els docents ofereixen als alumnes i l'organització de l'aula. Però com abans no s'analitzen ni els ostensius que s'usen per a ensenyar matemàtiques ni la praxis i el logos dels docents i alumnes. Sí que s'analitza l'impacte d'una formació multigrau, formació de la qual no se'n donen detalls. Com en el cas anterior, no hi ha consens en les conclusions.

Un estudi fet als Estats Units conclou que és perjudicial pel alumnes més grans (Ansari, 2016, Ansari i Purtell, 2017 i Purtell i Ansari, 2018) i en canvi un altre, també fet als Estats Units, conclou que no hi ha cap relació (Bell et al., 2013). Una diferència significativa és que mentre el primer estudi usa tests estandarditzats, el segon usa qualificacions dels docents. Per tant, tot i que els docents valoren el rendiment dels alumnes mitjançant un test, aquestes

valoracions podrien no ser del tot objectives i estar influenciades per les seves percepcions. A més a més, les mostres preses presenten diferències que no les fan del tot comparables. Per acabar-ho de complicar, aquests dos estudis addueixen motius contraposats com a possibles explicacions als seus resultats. Mentre que el que conclou que és perjudicial ho relaciona amb el fet que els docents presten més atenció als alumnes més petits, el que conclou que no hi ha diferències, ho atribueix a prestar més atenció als alumnes més petits. En el que sí que coincideixen és que ell docent no tenen cap repercussió (Ansari, 2016, Ansari i Purtell, 2017, Purtell i Ansari, 2018 i Bell et al., 2013).

Un altre factor, que assenyalen aquest tipus d'estudis és el fet de ser multigrau per decisió o per imposició. Si una escola és multigrau per imposició, perquè així ho decideixen les instàncies administratives, aleshores, pot ser que no tothom es mostri tant predisposat a aquest tipus d'ensenyament i s'apliqui la reforma de formes molt desigual. Això és el que va passar a Berlín (Thoren el al., 2019), quan les instàncies educatives varen obligar a les escoles a ser multigrau a cicle inicial. Això porta de nou a qüestions no investigades per tots els estudis, quin impacte tenen la praxis del professor i els dispositius didàctics que s'usen a l'aula en el rendiment dels alumnes? Aquesta és una qüestió que no s'estudia en cap dels estudis revisats i analitzats.

On sí que s'analitza la praxis del professor i dades del nivell de la disciplina matemàtica, és en el la segona tipologia d'estudis més nombrosos, els que analitzen una pràctica d'aula. En aquest cas hi ha molta diversitat, tant pel que fa a les activitats que s'investiguen com pel que fa als objectius d'estudi. Els objectius d'estudi són tant diversos com, estudiar les interaccions que tenen lloc a l'aula, el rendiment dels alumnes, l'opinió dels alumnes, pares i professors sobre diversos aspectes de l'activitat matemàtica, el rol de la llengua materna en la construcció de coneixement matemàtic i com els alumnes resolen un problema financer que combina les matemàtiques amb aspectes socials entre d'altres. El subgrup més nombrós és el grup que estudien interaccions a l'aula, algunes vegades entre el docent i els alumnes i d'altres entre alumnes. Són estudis que es realitzen en una única aula i són de curta durada, d'una o bé dues sessions d'aula. Els que són de llarga durada són els que de nou, es centren en el rendiment dels alumnes, i en aquest cas, les activitats són de resolució de problemes o bé combinen les matemàtiques amb d'altres àrees. En alguns casos també s'analitzen les opinions dels alumnes sobre les matemàtiques i el propi aprenentatge i les emocions que provoquen les activitats realitzades. En aquests casos el docent que imparteix les sessions generalment no és el docent de referència del grup, sinó que és l'investigador o bé l'investigador i el docent habitual de l'aula. Perquè com que se'n vol valorar l'impacte, es vol

garantir i controlar que es fa d'una determinada manera i per això, els investigadors hi tenen un paper actiu, són investigacions-acció. I en alguns, també s'inclou la participació de pares i membres de la comunitat educativa.

Les interaccions en una aula multigrau són moltes i molt diverses , ja que el docent pot adreçar-se a tot el grup classe o bé només a un curs. Les ajudes que majoritàriament ofereix el docent són indirectes (Block et al., 2015), en les quals no assumeix la part essencial de la tasca, i les directes només es produeixen per falta de temps o estan dirigides als alumnes de menys edat. Per contra les ajudes entre alumnes sí que són majoritàriament directes siguin espontànies o a demanda del docent (Block et al., 2015) a no ser que s'indiqui com donar-les. Quan són a demanda del docent, es produeixen quan aquests es veuen sobrepassats per a poder atendre de forma adequada la diversitat ja que sovint els alumnes necessiten que el docent els validi constantment les tasques (Block et al, 2015). En una aula multigrau també es produeixen ajudes silencioses pel sol fet d'escoltar què diuen els companys més grans metre aquests fan d'altres tasques (Block et al, 2015). Quan es treballa un mateix tema, tot i que es realitzin tasques diferenciades, sí que es fa un discussió final (Block et al., 2019). En canvi, si els alumnes fan tasques diferents, això dificulta i en algunes ocasions impossibilita poder realitzar una discussió final i en aquest cas el docent acaba mantenint diàlegs simultanis i intercalats sobre diferent temes per a poder atendre a tothom (Block et al, 2019). Si els alumnes treballen un mateix tema amb tasques diferenciades per curs, aleshores, el docent passa la major part del temps amb els alumnes de menys edat (Block et al, 2019), ja que els de més edat són més autònoms. En canvi, si els grups de treball són multigrau, el docent ofereix menys ajudes i passa per tots els equips. En aquest cas, en alguns casos són els alumnes més grans els que exerceixen un rol de lideratge i assumeixen les tasques més difícils però en altres casos tots els alumnes tenen un rol actiu i participen de forma activa en la construcció de coneixement matemàtic. Per tant, s'evidencia que hi poden haver diverses maneres interaccionar amb el docent, però això també passa entre alumnes (Friesen i Shüte, 2018 i 2020 i Friesen et al., 2019) i interaccionar dins els grups multigrau. Els alumnes se senten especialment empesos a participar activament quan es produeix una contradicció forta, o bé quan detecten un error i en canvi, no s'hi senten obligats quan una afirmació la consideren, certa ja que no es veuen la necessitat de justificar-la (Friesen i Shüte, 2018).

Una altra qüestió a tenir en compte és el vocabulari a usar quan s'imparteixen classes en una aula multigrau, ja que el vocabulari que dominen i coneixen els alumnes dels diferents cursos no és ni de bon tros el mateix. El llenguatge matern i el vocabulari són elements claus alhora de construir significat (Williams et al, 2011). Un altre bloc d'estudis són els que analitzen un

canvi metodològic introduint activitats que normalment no es fan a l'aula. S'introdueixen la resolució de problemes (Hayden, 2018, Russo i Hopkins, 2019), problemes financers amb un component social (Sawatsky i Sullivan, 2017), problemes de context real com ara la cura d'un hort (Williams et al, 2021), una activitat de fitodepuració (Magallanes et al., 2020), una de robòtica (Ma et al, 2020) i una literatura infantil i matemàtiques (Myre-Brisaillon et al. 2017). En tots ells es constata l'efecte beneficiós que tenen aquest tipus d'activitats en els coneixements matemàtics dels alumnes i en algunes (Hayden, 2018, Ma et al., 2020 i Myre-Brisaillon et al., 2017) fins i es constata un impacte emocional positiu. Els resultats indiquen que en alguns casos com el de l'activitat financera (Sawatsky i Sullivan, 2017), això suposa una oportunitat però també una restricció per als alumnes, ja que, al no estar avesats a aquest tipus d'activitats, no interpreten correctament les qüestions socials en termes matemàtics, més concretament, no interpreten l'equitat com un repartiment equitatiu.

També hi ha uns quants estudis que investiguen als docents, sobretot de primària, però en cap d'ells es fan observacions d'aula per tant els resultats es basen en qüestionaris. L'objectiu dels estudis és descriure les opinions del docents en relació a l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques en una aula multigrau i/o les seves pràctiques educatives. Es constata un clar predomini de la instrucció tradicional i dirigida pel docent (Brunner, 2017; Brunner i Imhof, 2017), que limita molt el logos dels alumnes i no s'evidencien diferències amb les escoles monograu. Es treballa majoritàriament de forma individual i per curs, especialment per a treballar l'aritmètica. Es descriuen diferents formes d'organitzar els alumnes i estructurar la classe, des d'iniciar-la amb un discussió conjunta i treballar en grups multigrau fins a treballar del començament fins al final per cursos. Respecte a les seves opinions, els docents opinen que fer classe en una aula multigrau és més difícil que fer classe en una aula monograu (Brunner, 2017, Friesen et al., 2018 i Luschei i Zubaidah, 2012) i que a més a més no condueix a un rendiment més alt (Brunner, 2017). Tot i això, els docents tenen una actitud positiva i hi veuen oportunitats especialment en relació a les ajudes entre iguals (Friesen et al., 2018).

A la cerca també hi ha un estudi que té per objectiu problematitzar la relació de les famílies en relació amb els deures (Knijnik i Wanderer, 2014). Les famílies valoraven positivament poder ajudar els seus fills amb els deures fins i tot si els resulta difícil i el docent proposa deures per raons acadèmiques però també per tal que les famílies puguin veure què es fa a l'escola i es millori la relació escola-família. Quatre estudis més analitzen documentació. En un cas s'analitza la part d'estadística en els llibres de text usats en escoles multigrau, i s'hi constata la manca d'activitats on calgui fer diverses distribucions (. També s'analitzen les

matemàtiques de dos projectes pedagògics antagònics per a escoles multigrau (knijnik i Wanderer, 2015) i en dos més es compren i analitzen documents i mètodes teòrics en relació a la resolució de problemes (Rivero 2018 i 2019).

Per tant, ara ja estem en disposició de contestar **PR1.** Quins són els temes investigats en relació amb l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques a escoles multigrau? Quins són els objectius i resultats principals d'aquests estudis?

Quines condicions es detecten en aquests estudi sobre l'aprenentatge i l'ensenyament de les matemàtiques en escoles multigrau i quines restriccions releven? En quins nivells de l'escala de codeterminació matemàtic-didàctica (segons Chevallard, 2002) es poden situar aquest conjunt de condicions i restriccions?

Per tant, podem concloure que els estudis es centren majoritàriament en estudiar del rendiment acadèmic dels alumnes o bé una pràctica d'aula puntual o de curta durada. En el cas dels estudis sobre el rendiment acadèmic no són concloents possiblement per la diversitat de països, de contextos i de dades que es recullen. Apart dels test que s'administren als alumnes només es tenen en compte condicions i restriccions dels nivells superiors de l'escala de codeterminació de Chevallard (2002). Cap d'ells té en compte cap dels components de les praxeologies didàctiques o matemàtiques. Pel que fa als estudis que investiguen pràctiques d'aula descriuen praxeologies matemàtiques i didàctiques molt puntuals que no permeten saber com aquestes s'articulen en OM locals. Si es centren en les interaccions entre alumnes i docent, aleshores la majoria investiguen com a molt dues sessions d'aula i el docent és l'habitual de l'aula, però en els altres casos, o bé el docent és el propi investigador, o bé són l'investigador i el docent conjuntament, o bé hi intervenen pares i voluntaris, la qual cosa, pot fer que les tècniques i tasques que s'usin no siguin les habituals de la institució sinó que siguin d'altres tasques i tècniques proposades pels investigadors. També hi ha uns quants estudis que investiga el logos i la praxis dels docents, però sempre es fa exclusivament a través de qüestionaris.

7.2. Conclusions relatives al segon objectiu

A continuació es detallen primer les conclusions del qüestionari administrat a 82 docents d'educació primària i després les conclusions de l'entrevista als docents de l'escola on s'han recollit les dades de l'estudi de cas i en relació a la següent pregunta plantejada "Quins inconvenients té l'ensenyament multigrau per al professor?" per així poder-ne comparar els resultats.

Com a resum de l'anàlisi del qüestionari, la restricció principal que han manifestat aquests docents és com atendre la diversitat de l'aula i com adaptar metodologies ja existents al context multigrau, totes dues a nivell pedagògic i com pal·liar la manca de materials a nivell d'escola. Aquestes restriccions es plantegen als nivells més genèrics, és a dir, no són restriccions exclusives de les matemàtiques, estan relacionades amb diverses disciplines. La dificultat principal és si minimitzar l'heterogeneïtat de l'aula intentant que s'assembli al màxim a una escola ordinària proposant continguts o activitats diferents, o si, per contra, intentar aprofitar i potenciar aquesta heterogeneïtat. A més, derivada d'aquesta manera de treballar, apareix una altra restricció molt comentada, el temps, "com atendre tots els alumnes si cadascú realitza una tasca diferent?". A nivell de disciplina, és a dir, de la matemàtica el que preocupa més els docents és la resolució de problemes i la metodologia per treballar amb alumnes amb nivells molt dispars i el càlcul. Complementant tot això, hem de destacar que hem trobat, en diferents ocasions, que els docents descrivien certes restriccions que per a altres eren una bona oportunitat, o condició a ser creades. Per exemple, alguns docents consideren restricció important, el fet d'haver de treballar amb llibres de text mentre que un docent manifesta que no tenir llibre de text els suposa una gran dificultat.

Una altra qüestió important per subratllar és que, encara que es demanava plantejar problemes de l'àrea de matemàtiques, igual que en la investigació de Cirade (2006), són les poques qüestions i dificultats plantejades als *nivells més específics de la matemàtica a ensenyar*. I, es pot afegir que són pràcticament inexistents les relacionades amb un contingut matemàtic concret (només 8 de 218) i que totes són de càlcul. Tot i que aquestes problemàtiques existeixen, per exemple, un docent es pregunta si realment cal dedicar tant de temps a les taules de multiplicar i a la divisió entre dues xifres. Cal assenyalar que el desenvolupament dels coneixements matemàtics dels docents és un element clau perquè liderin una millora en l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques (Ball, 2003).

Per altra banda, pel que fa als docents de l'escola multigrau analitzada, les restriccions que assenyalen són les següents: a nivell de societat diuen que com que els materials estan dissenyats per a un sol curs han d'estar constantment fent adaptacions, la qual cosa té conseqüències a nivell d'escola, ja que els genera molta més feina i els cal més temps per a preparar les classes. A nivell pedagògic, els limita els diferents graus de maduresa dels alumnes, ja que els suposa haver de ser més flexible i preveure moltes més coses. Els implica més dificultats per a avaluar els alumnes de menys edat, i diuen que es perd molt temps ja que el procés és molt lent. També assenyalen que cal tenir molt clar què cal que sàpiguen a cada cur i cal recórrer a fer parelles multigrau per tal que s'ajudin. A nivell matemàtic, quan els alumnes fan dues tasques matemàtiques diferents, tenen la sensació de no atendre'ls de forma adequada. Cal ser molt creatiu i tenir molts coneixements matemàtics per a crear activitats, i a més s'han de planificar amb molta antelació i no es pot aprofundir tant en els continguts. Pel que fa als nivells de domini en avall sovint cal proposar problemes aritmètics diferents degut a la diversitat de nivells, i a cicle inicial, als de 1r curs cal llegir-los l'enunciat mentre que per als alumnes de 2n curs no caldria.

Per tant si comparem els dos resultats, hi ha similituds. Les similituds són tant a nivell pedagògic, com a nivell matemàtic. En tots dos caos atendre la diversitat, la falta de materials, haver-los d'adaptar i la restricció del temps són percebuts com una restricció. I a més en tots dos casos es menciona la resolució de problemes com a contingut clau. Com que als docents de l'escola també se'ls va demanar pels avantatges, al igual que en el cas del qüestionari es varen poder detectar qüestions que són percebudes com una restricció però també com una oportunitat. Per una banda els docents diuen que la diversitat de nivells limita i per l'altra banda diuen que poden delegar tasques als alumnes més grans i que les ajudes entre iguals els ajuden en la seva tasca docent. Cal subratllar doncs la doble interpretació de la noció de restricció ja que, per una banda, el que es reconeix com una restricció és, alhora, una condició desitjable de ser creada i, per tant, ens aporta molta informació sobre les qüestions "vives " de la professió que tindria sentit situar al punt de partida d'una eventual formació per a aquests docents.

En relació doncs a la **PR2** sobre *quin tipus de dificultats o restriccions posen de manifest els docents d'educació infantil i primària d'escoles multigrau, quan són interrogats en primera persona? En quins termes formulen aquestes dificultats i en quins nivells de codeterminació matemàtic-didàctica es poden situar?* podem breument resumir que les principals dificultat que els docents posen de manifest són les de poder atendre la diversitat de l'aula i com

adaptar metodologies ja existents al context multigrau i com pal·liar la manca de materials i la falta de temps per assumir totes les adaptacions del material nivell d'escola i la manca de materials pensat per a multigrau a nivell de societat. A nivell de de l'ensenyament de les matemàtiques, el tema que més preocupa és com plantejar la resolució de problemes per a atendre a les condicions d'alumnat de diferents edats a l'aula i ajustar les propostes didàctiques a poder ser guiades dins l'aula a diferents ritmes, amb diferents coneixements previs i possiblement diferents objectius matemàtics i didàctics.

7.3. Conclusions relatives al tercer objectiu

En aquest apartat es fa un resum dels resultats principals derivats de l'anàlisi de les praxeologies matemàtiques i didàctiques que es proposen al llarg de la primària a l'escola multigrau escollida. Al primera apartat es descriuran les característiques de les organitzacions matemàtiques que es proposen per a ser ensenyades a l'escola multigrau i, al segon apartat, la OM-OD descrivint el *logos didàctic* dels docents. Primer es descriurà la praxis i en segon lloc el component tecnològic-teòric que sustenta aquesta praxis.

Descripció de les OM que es proposen per a ser ensenyades al llarg de tota l'etapa de primària

La OM proposada en l'escola seleccionada com a estudi de cas, a les hores que es treballa de forma multigrau, a cicle inicial i tres tallers a cicle mitjà i superior. A cicle mitjà i superior s'hi suma el *Taller Pensem* on els alumnes han de relacionar unes imatges (Coloma et al., 1017a, Coloma et al. 2017b) amb continguts matemàtics. Els dos tallers que s'imparteixen a tots tres cicles són el *Taller Resolem* on es treballen els càlculs i problemes aritmètics, i el *Taller Connectem* on es treballen continguts que no siguin del bloc de numeració. Si bé aquests tallers són comuns a tots tres cicles, entre un cicle i un altre hi ha diferències. En aquest apartat es descriuran les característiques i diferències de cadascun dels tallers al llarg dels cicles i s'analitzarà la completesa de la OM plantejada tenint en compte l'anàlisi feta de cadascun dels tallers a cada cicle i la completesa de la OML de cada cicle.

Els problemes aritmètics del taller resolem es poden resoldre amb les 4 operacions bàsiques: suma, resta multiplicació i divisió. Són problemes, que sorgeixen de l'àmbit acadèmic, ja que

en molts casos no són gaire realistes, és a dir, plantegen situacions que no es donen a la vida real com per exemple comptar cireres en lloc de pesar-les, o bé els nombres no són adequats per exemple la quantitat proposada no és suficient per al nombre de gent que es diu que hi ha al problema o bé els nombres estan "triats" de tal manera que el resultat sigui exacte. De les situacions plantejades en algunes el que es busca no té gens d'interès, per exemple saber l'àrea de la meitat d'una cartolina. Per tant, els problemes apareixen a nivell temàtic per a treballar les operacions bàsiques, amb la qual cosa les tasques perden la raó de ser (Chevallard, 2007), és a dir l'única raó per a resoldre-les és que a la institució li interessa treballar les operacions bàsiques, ja que és un contingut obligatori al currículum oficial. A cicle inicial són de suma i resta i els que es plantegen de multiplicació i divisió s'espera que els alumnes els resolguin sumant o restant. Els docents de l'escola han acordat que per a resoldre un problema matemàtic els alumnes han de seguir el següent procés:

1. Identificar la pregunta
2. Identificar les dades que calen per a resoldre el problema sense tenir en compte les dades sobrants
3. Fer un dibuix o esquema de la situació descrita al problema
4. Pensar quines operacions cal fer per a resoldre el problema (planificació)
5. Justificar quines operacions cal fer per a resoldre el problema (justificació de la planificació)
6. Realitzar els càlculs
7. Respondre a la pregunta

El procés és el mateix per a tots tres cicles però amb algunes diferències. La primera diferència és que cicle inicial a l'hora de justificar quina operació o operacions cal fer cal escollir entre les opcions d'una llista. La segona és que a superior els alumnes han de realitzar el procés sencer, i, en canvi, a cicle inicial i mitjà de vegades només cal que se centrin en una part: determinar quina és la pregunta o fer l'esquema. o una combinació de les dues opcions: fer les parts 1, 2 i 3, escollir la planificació entre unes opcions i no acabar de resoldre el problema. Una altra diferència entre cicles és que a cicle inicial tots els problemes són diferents per a un curs i un altre, a cicle mitjà n'hi ha de diferents segons el curs, però se'n plantegen una quarta part per tots dos cursos i a cicle superior tots els problemes són per curs excepte 8 problemes que corresponen a dues sessions de classe la meitat dels quals són al llistat de 5è curs i l'altra meitat als de 6è curs.

Pel que fa al tipus d'accions que involucren els problemes segons la classificació de Carpenter et al. (1999), a cicle inicial es plantegen problemes de suma o resta i alguns de multiplicació o divisió que s'espera que els alumnes resolguin sumant o restant. A cicle mitjà i superior ja hi ha problemes només de suma o resta, problemes, només de multiplicació i divisió i problemes que combinen suma o resta i multiplicació i divisió, encara que per a 3r curs són molt minoritaris tant si els han de resoldre per curs o amb els companys de 4t curs. Per tant, és a partir de 4t curs i sobretot a cicle superior on aquest tipus de problemes tenen més protagonisme. A tots tres cicles l'acció de suma i resta és més nombrosa, i amb clara diferència respecte als altres tipus, és la que hi ha dos conjunts que s'uneixen per a formar el total (parts-total). Pel que fa a les multiplicacions, a cicle inicial el tipus més habitual més o menys per igual són els problemes on hi ha grups iguals i els problemes on es fa una comparació multiplicativa. A cicle mitjà, els més habituals són els problemes on hi ha grups iguals i en menys quantitat els problemes on hi ha alguna proporció i es fa alguna comparació multiplicativa. A cicle superior als problemes majoritàriament hi ha grups iguals o bé proporcions. Cal destacar que de comparacions multiplicatives pràcticament no n'hi ha, ja que només n'hi ha dos a cada curs. Pel que fa a la incògnita, en el cas dels problemes de suma pràcticament sempre estan al lloc més fàcil pels alumnes (Carpenter et al., 1999), car a cicle inicial això passa en un 78% dels casos, a cicle mitjà en un 73% i a cicle superior en un 74%. I en el cas dels problemes de multiplicació o divisió, en un 85% dels casos a cicle inicial, un 70% a cicle mitjà i un 74% a cicle superior cal multiplicar. També cal destacar que en tots tres cicles només es planteja un únic problema d'àrea per a 6è curs, un únic problema on hi hagi files i columnes per a 4t curs i dos problemes on la multiplicació és del tipus producte cartesià per a 3r i 4t curs. Per tant, tot i que les propostes de problemes van més enllà de treballar la multiplicació més enllà de la suma iterada, cal tenir en compte que les representacions en files i columnes ajuden a comprendre la multiplicació sobretot als alumnes amb un baix rendiment (Saleh et al., 2010) i a més a més és molt útil per a fer càlculs i proporciona un vincle teòric amb les propietats de la multiplicació (Barmby et al., 2009).

El fet de proposar problemes diferents per curs estaria justificat en el cas de cicle inicial i mitja perquè sí que s'observen diferències significatives entre una proposta i l'altra, però en el cas de cicle superior amb l'anàlisi feta no s'han evidenciat diferències entre la proposta per un curs i per l'altre ni pel que fa al tipus de nombres de l'enunciat, ni pel nombre d'operacions a realitzar ni pel tipus de problemes que es plantegen. A cicle inicial, la diferència entre la proposta per a 1r i 2n curs és que per als alumnes de 1r curs es proposen majoritàriament problemes de suma o resta on cal fer només una operació amb nombres d'una xifra o bé una

xifra i dues xifres. En canvi, pels alumnes de 2n curs hi ha problemes que es resolen amb una operació la meitat dels quals es resolen amb una suma o resta i l'altra meitat amb una multiplicació o una divisió, i d'altres amb dues operacions. Els nombres involucrats en el cas de 2n curs tenen una o dues xifres i quan són de dues xifres només cal resoldre una única operació. I a cicle mitjà, que és el cicle on s'introdueix el càlcul de les multiplicacions usant les taules de multiplicar, la diferència és que, mentre a 3r curs es plantegen sobretot problemes on només cal resoldre una operació amb nombres de 3 o 4 xifres quan l'operació és una suma o una resta i amb nombres de com a molt dues xifres quan l'operació és una multiplicació o una divisió, a 4t curs es plantegen problemes de fins a dues operacions de com a molt 3 xifres perquè cal multiplicar o dividir més que no pas sumar i restar. En el cas de 4t curs a més quan són problemes de dues operacions el que cal fer majoritàriament és sumar o restar i multiplicar o dividir.

Al taller resolem també es treballa el càlcul. A l'únic cicle on s'han pogut analitzar aquests càlculs és a cicle inicial. La proposta també és diferent per curs, per a primer es proposen sumes amb un nombre d'una xifra més un nombre de com a molt dues xifres amb un resultat inferior a 20 i restes amb nombres d'una xifra, per a 2n curs es proposen sumes amb nombres de dues xifres amb resultats fins a 100 essent les més nombroses les que tenen un resultat entre 50 i 100 i restes amb un o tots dos nombres de dues xifres i la majoria sense portar. A cicle inicial també s'hi proposen reptes que involucren continguts que no són de càlcul com ara alguns d'àlgebra i de geometria, que als altres cicles es treballen al taller connectem.

Al taller connectem, que es proposa a tots tres cicles, les activitats sempre són les mateixes per tots els alumnes, no es planteja cap activitat per curs en cap dels cicles. A cicle inicial i mitjà s'usen els materials d'Innovamat (Morera, 2022a, 2022b) i a cicle superior els quaderns de Barcanova (Ballaró i Almonacid, 2022a, 2022b). A cicle inicial i mitjà s'usen els llibres de 2n i 4t curs respectivament on mig llibre es fa un curs i l'altre mig el curs següent. En canvi, a cicle superior cada alumne té el llibre del seu curs. En el cas de cicle superior, el docent tria quines activitats es fan un curs i quines es fan el següent independentment de si són del llibre de 5è curs o de 6è curs, i el que fa és fer fotocòpies pels alumnes de l'altre curs. A cicle inicial i mitjà s'hi treballen continguts de geometria, mesura, estadística, probabilitat i àlgebra i a cicle superior només s'hi treballen continguts de geometria i de mesura, però en el cas de la mesura, només aquells continguts que estan relacionats amb perímetre, àrea, volum i angles. En el cas de cicle superior els continguts d'estadística, probabilitat, i la resta de continguts de mesura es treballen a les hores de nivell. Si es recuperen els gràfics de les Figures 5.21, 5.44 i 5.61, es pot veure que en tots tres cicles els principals continguts són la geometria, la mesura

i l'àlgebra amb algunes diferències importants entre cicles. A cicle inicial i mitjà l'àlgebra té un pes molt important, ja que representa respectivament un 28% i un 37%, en canvi, a cicle superior només representa un 2%. El bloc de contingut amb més percentatge de tasques a resoldre en tots tres casos és la geometria. La numeració no és central al cicle superior, pel fet que només és una eina per a fer càlculs i recomptes en algunes tasques geomètriques i de mesura. En canvi, a cicle inicial i mitjà de vegades és el contingut central. Ho és en tasques on es treballen les monedes i bitllets a cicle inicial o la combinatòria tant a cicle inicial com mitjà. I és un contingut lligat a l'àlgebra en tasques com ara treballar les sèries numèriques, descobrir com funcionen altres sistemes de numeració diferents del nostre i transformar nombres segons una regla que aplica una màquina a cicle mitjà.

Una altra diferència important entre els cicles la trobem en els continguts geomètrics que es treballen, tal com es pot veure als gràfics de les Figures 5.25, 5.48 i 5.63. A cicle inicial i mitjà les tasques geomètriques on cal localitzar i descriure relacions espacials i transformacions representen un 70% i un 57% respectivament. Per contra, a cicle superior les tasques més nombroses són les tasques on es descriuen les característiques i propietats de les figures geomètriques o bé cal representar (amb material, amb dibuixos o mentalment) les figures geomètriques que representen un 35% i les seves representacions un 53%. A més a més, a cicle superior es treballen més les figures de tres dimensions que no pas les de dues dimensions i a cicle inicial i mitjà a la inversa. Les figures que s'usen per a treballar les figures de dues dimensions a cicle inicial i mitjà són el tangram, els blocs lògics i els pattern blocks i el geoplà per a representar-hi triangles, en canvi, a cicle superior hi ha una varietat més gran de figures geomètriques de dues dimensions. Una altra diferència és que a cicle superior hi ha tasques que es repeteixen diverses vegades i, en canvi, no hi ha aquesta repetició als altres cicles. Els reptes d'Innovamat (Morera, 2022a, 2022b) són molt variats i hi ha molt poques tasques que es repeteixin d'un repte a un altre. Es pot dir que cada repte és independent l'un de l'altre i no necessàriament cal treballar-los de l'1 al 28, la qual cosa facilita als docents la tasca d'haver de repartir els reptes en dos cursos. Malgrat que a cicle superior es treballin més les figures geomètriques, les activitats que es proposen són majoritàriament identificar les figures, representar-les o comptar els seus elements. I a més a més, no es proposen activitats on calgui formular i comprovar relacions entre propietats geomètriques i no es demanen justificacions de forma explícita. Tampoc es demana elaborar definicions sinó que es donen totes i després, com ja s'ha dit cal identificar les figures segons aquestes definicions. De fet, les definicions es proporcionen a tots els cicles i les que es proporcionen no respecten les inclusions entre els conjunts de figures. Amb aquestes

definicions el que passa és que per exemple un quadrat no és ni un tipus especial de rectangle ni un tipus especial de rombe (cicle superior) ni un rectangle és un paral·lelogram (cicle inicial i mitjà). Tampoc es demana trobar les semblances i diferències de figures en cap dels cicles. A cicle mitjà, com que es demana classificar triangles, cal fer-ho per a poder determinar un criteri, però no es demana de forma explícita. Sí que a cicle inicial i mitjà es demana trobar l'intrús d'una sèrie d'objectes i, per tant, cal comparar-los, però no sempre les diferències es basen en criteris geomètrics sinó que també hi ha criteris numèrics, qualitatius o de mesura.

Si ens fixem ara en les tasques de mesura, n'hi ha moltes més a cicle superior que no pas altres cicles i de nou, com en el cas de la geometria són molt diferents. A cicle superior estan centrades a calcular perímetres, àrees i volums sobretot usant unitats de mesura estàndard i usant tècniques conegudes pels alumnes. Per a fer els càlculs en la majoria dels casos es donen les mesures necessàries i, per tant, no cal mesurar. En canvi, als altres cicles, només al cicle mitjà cal calcular l'àrea de triangles en un geoplà i les tasques més freqüents són mesurar longituds i fer estimacions. Tot i així, a cicle inicial i mitjà no hi ha gaire reptes dedicats a la mesura. A cicle inicial només hi ha un repte de longitud, un de pes i un de temps, però els reptes de pes i temps plantegen qüestions molt algebraiques com deduir pesos en una sèrie balances que estan equilibrades tot fent deduccions i deduir l'hora que marca un rellotge digital si hi ha alguns segments dels números que han caigut. I a cicle mitjà n'hi ha un de capacitat on sí que cal mesurar i fer estimacions i un de temps on cal fer prediccions i comprovacions de la durada de diferents esdeveniments. Per tant, la mesura no té gaire pes a cicle inicial i mitjà, només representa un 12% i un 8% de les tasques respectivament. Pel que fa a les tasques d'àlgebra, a cicle superior cal buscar relacions entre el perímetre i l'àrea, el nombre d'arestes i vèrtexs més cares als polígons platònics i entre el diàmetre i la longitud de la circumferència. En canvi a cicle inicial i mitjà es treballen les sèries (numèriques, geomètriques de creixement o d'atributs), algorismes de programació, variants del sudoku on intervenen qüestions geomètriques, màquines que transformen números i trobar totes les solucions a un problema de combinatòria entre d'altres.

Pel que fa a les accions que cal fer per a dur a terme les tasques, a cicle inicial i mitjà també hi ha diferències. A cicle inicial i a cicle mitjà hi ha un percentatge més gran de tasques on segur que cal raonar, un 20% i un 17% respectivament. En canvi, a cicle superior només és en un 7% de les tasques. Les següents accions més freqüents, després de les que impliquen raonar són determinar, descriure, identificar i interpretar a cicle inicial, descriure, determinar, calcular, aplicar i identificar a cicle mitjà i calcular, dibuixar, identificar i determinar a cicle

superior. Per tant, a cicle superior és el cicle on més cal identificar. Per tant, la conclusió seria que no es treballen els mateixos continguts als tres cicles i encara que un contingut es treballi a tots tres cicles no es fa de la mateixa manera ni amb el mateix èmfasi.

Al taller pensem, que només es proposa a cicle mitjà i superior, els alumnes han de dir quines matemàtiques veuen en unes làmines de l'editorial Barcanova (Coloma et al., 2022a, 2022b) on en cadascuna d'elles hi ha una o diverses imatges o fotografies. En aquestes làmines els continguts principals són els geomètrics, de mesura i de numeració, encara que també hi ha una mica d'estadística i probabilitat a cicle mitjà i estadística a cicle superior. No s'hi pot treballar cap contingut d'àlgebra. A cicle mitjà cal resoldre moltes més tasques de numeració que no pas a cicle superior, perquè a cicle mitjà hi ha una imatge dedicada a cadascun dels tipus de problemes de multiplicació i divisió (Carpenter et al., 1999). En canvi, a cicle superior estan estretament lligades a tasques de mesura i/o estadística. Les imatges de cicle mitjà majoritàriament es poden relacionar amb qüestions relacionades amb la numeració, la geometria i la mesura o bé la mesura i la numeració. I a cicle superior amb qüestions de geometria, mesura i numeració, de geometria i mesura o bé de mesura i numeració. El cas més habitual en aquest tipus de làmines són les que hi ha imatges hi ha figures geomètriques o objectes que es poden relacionar amb figures geomètriques, que es poden combinar amb alguna qüestió de mesura que depenent del cas es poden o no quantificar. Per tant, de geometria el que és més freqüent és poder identificar figures geomètriques o relacionar objectes amb figures geomètriques i dir-ne el nom i les seves característiques encara que també es poden identificar girs i simetries. Les menys freqüents són les tasques on cal representar alguna figura, ja que l'activitat que es proposa amb relació a la làmina no dona peu a dibuixar o representar figures amb material, com a molt es pot fer una representació mental, per exemple en una làmina on hi ha desplegaments plans d'algunes figures. De mesura sobretot es poden identificar les magnituds a mesurar i relacionar-les amb les seves unitats de mesura i instruments per a mesurar els quals apareixen en diverses fotografies tant a cicle inicial com a cicle superior. També es poden identificar angles en ambdós cicles i calcular perímetres, angles i volums a cicle superior. No es poden fer mesures directes, per tant, les mesures per a realitzar aquests càlculs cal deduir-les de la informació de la imatge, però sí que es poden fer estimacions que després només es podran comprovar si es disposa físicament d'un objecte o element similar al de la fotografia. Les tasques on més es pot raonar són les d'estadística, ja que tot i que no es recullen les dades sinó que es faciliten, es pot discutir quin tipus de gràfic és el més adient per a representar-les o bé se'n poden extreure conclusions, i si es dona el gràfic, també se'n poden extreure conclusions.

L'acció que més es pot fer fent aquestes activitats tant de cicle mitjà com superior és identificar. A cicle mitjà cal fer-la en un 30% del total de tasques i a cicle superior en un 52%. Les següents accions que cal realitzar amb ordre de freqüència són relacionar, calcular i determinar a cicle mitjà i calcular, relacionar i determinar a cicle superior. Per tant, es tracta de les mateixes accions, l'única diferència és la seva freqüència. En ser unes imatges preparades, estan dissenyades per a identificar i parlar de certs continguts matemàtics, fer determinats càlculs i relacions i determinar la fracció d'una representació o un rang de dades entre d'altres. Això sovint fa que siguin artificials, en el sentit que hi ha fotografies a diferents escales i són muntatges que de vegades inclouen números o determinats elements amb una intencionalitat.

Aquesta qüestió de la artificialitat de les tasques també ha sorgit abans en relació als problemes aritmètics. I és que tant les activitats amb les imatges com els problemes aritmètics són situacions que només viuen dins les matemàtiques, apareixen a nivell temàtic. De fet no hi ha cap qüestió que es plantegi a nivell de societat en cap dels tallers i cicles que calgui estudiar des d'un punt de vista matemàtic. Quan es en una institució *I* es genera un sistema didàctic $S(X, Y; \heartsuit)$ format pels alumnes $x \in X$, els professors $y \in Y$ i la qüestió d'estudi en joc ♥. La qüestió en joc inicialment és una pregunta *Q* com ara com classificar les lletres de l'abecedari segons les seves simetries (activitat proposada al taller connectem de cicle mitjà) que requereix una tècnica com a resposta. Així es pot considerar que el currículum *P* de la institució I és de la forma $P = (Q_i\ ;\ R_i)_{1 \leq i \leq n}$. L'estudi de *Q* conduirà a una resposta *R* validada per la cultura, per la societat i per l'escola, procés que Chevallard (2007) escriu com a $S\ (X,\ \{\ y\ \};\ Q\ ) \rightarrow R$. El que sovint acaba passant és que estudiar *Q* es veu com un sinònim d'aprendre *R* i és aleshores les preguntes s'esvaeixen i en comptes d'estudiar *Q* el que es fa es aprendre *R*. D'aquesta manera es perd la raó de ser, ja no se sap ni perquè ni per a què s'estudia un determinat contingut. En aquestes circumstàncies el currículum escolar esdevé una sèrie d'obres a estudiar $R_1,\ R_2, \ldots, R_n$ on l'obra *R* es considera en si mateixa i no com una conseqüència de *Q*. Aquestes obres són les que es consideren imprescindibles des la la institució escolar *I*. És el que Chevallard (2007) anomena la monumentalització del saber. En el cas de l'exemple de la simetria, tot i que es plantegi aquesta qüestió el que es vol és que els alumnes classifiquin les figures segons el nombre d'eixos de simetria tal com indica la guia del professor i no es discuteix perquè cal fer aquesta classificació ni per a què. Tot i que es plantegi la pregunta, aquesta és l'excusa per a visitar un determinat contingut. La guia especifica que cal que tots els alumnes acabin usant

el mateix criteri i que el més idoni és el de considerar el nombre d'eixos de simetria però no diu perquè. Tot i així, algunes de les activitats plantejades podrien partir d'una qüestió rellevant a nivell de societat que en justifiqués el treball. Per exemple, en el cas del treball amb coordenades, es parteix d'un robot que ha de recollir llaunes al qual només se li poden donar 10 instruccions indicant la longitud del desplaçament i el punt cardinal, en lloc d'això es podria partir d'alguna situació rellevant del nivell de societat. Un altre exemple, en aquest cas del taller connectem de cicle superior. La tasca de geometria més freqüent a cicle superior és dibuixar un polígon que compleixi unes determinades condicions on el polígon és o bé un triangle o un quadrilàter. Si analitzem basant-nos en Gascón (2004) el tractament dels quadrilàters que fa el llibre de text de cicle superior, veiem que la classificació és una qüestió que sorgeix a nivell temàtic a la qual li manca sentit. Com en els casos exposats anteriorment es tracta d'una qüestió tancada en si mateixa en la que s'ignora el perquè i per a què s'estudia. Gascón (2004) proposa relacionar la classificació dels quadrilàters amb els moviments del pla i el canvi de forma de les figures per a donar sentit a la classificació, però el llibre de text no fa cap connexió entre aquests sabers. Per tant, la classificació és una cosa que es dona ja feta, que cal memoritzar (no es promouen relacions) i que cal aplicar identificant figures i dient-ne el nom. Com conclou Gascón (2004), tot lo descrit respon o es conseqüència d'un fenomen important que caracteritza com "autisme temàtic", és a dir, tot queda reclòs a nivell temàtic i és precisament això és el que provoca la desaparició de la raó de ser (el perquè i el per a què) de la matemàtica que es ensenyada. Per tant, amb tots aquests exemples podem concloure que les activitats es presenten desconnectades de les situacions que els podrien donar sentit. Una altra prova d'això és que, tot i la rellevància de les tasques d'àlgebra en alguns dels tallers, només hi ha una tasca del boc "usar models matemàtics per a representar i comprendre relacions quantitatives" i es tracta d'organitzar les probabilitats de diferents esdeveniments en una taula, esdeveniment que consisteix fer extraccions d'una bossa que conté cubs blancs i negres.

Completesa de les OM que es proposen per a ser ensenyades al llarg de tota l'etapa de primària

L'anàlisi que s'ha fet de la completesa de les OM de cada cicle s'ha realitzat considerant principalment els indicadors de completesa que proposen Bosch et al. (2004) i podem extreure algunes conclusions importants sobre l'OM proposada en aquesta escola. Segons la descripció feta, les activitats proposades als diferents tallers tenen poca relació entre elles, les

úniques relacions son la repetició d'algunes activitats d'un taller a un altre, com per exemple que als tallers connectem i pensem cal fer alguns càlculs i resoldre alguns problemes aritmètics, que és precisament el que cal fer al taller resolem. I al taller resolem de cicle infantil es proposen alguns reptes que involucren tasques d'àlgebra i geometria que també cal dur a terme al taller connectem i el mateix passa amb el taller pensem, que s'hi repeteixen algunes de les tasques que es fan als altres dos tallers. Tot i així, no es pot dir que hi hagi cap tecnologia comuna als tallers proposats. Per tant la OM és una unió de OM puntuals, poc articulades entre elles, ja que gairebé no hi ha relació entre els tres tallers. De fet, ni tant sols es pot parlar de coordinació entre les OM de cada taller. Com hem vist, no hi ha una continuïtat massa clara entre els continguts al llarg dels tres cicles al taller connectem. Es passa de treballar molt els moviments, localitzacions i desplaçaments i treballar poc les figures geomètriques a cicle inicial i mitjà a treballar molt les figures geomètriques i poc els moviments, localitzacions i desplaçaments a cicle superior. I les tasques que es proposen o bé contenen continguts d'un tipus o de l'altre. Per tant, fins i tot dins d'un mateix taller, les OM puntuals estan poc coordinades

Tots els enunciats estan fixats a priori i no cal buscar o indagar sobre cap qüestió ja que sempre es faciliten totes les dades. I malgrat al taller connectem de cicle inicial i mitjà hi ha més marge per a raonar i deduir, no hi ha possibilitats de generar una diversitat de tècniques per a resoldre una mateixa activitat, ja que o bé la tècnica a usar és coneguda a priori o bé com que les tasques estan força pautades, degut a que es faciliten alguns passos i preguntes intermèdies com ara omplir una taula o respondre un seguit de preguntes, tot plegat porta als alumnes a desenvolupar la mateixa tècnica. Per exemple en una activitat del taller connectem de cicle inicial cal programar un robot, potser els alumnes no han realitzat mai aquesta tasca, puix el treball amb Scratch no s'inicia fins a cicle mitjà, però no es dona llibertat de decidir com programar el robot sinó que a l'enunciat ja es dona un codi incomplet per a completar a mode d'exemple. En conseqüència, tots els alumnes acaben donant les instruccions al robot de la mateixa manera. Això pot donar als alumnes la falsa sensació que hi ha una única manera d'abordar les tasques. El cas del taller resolem n'és un altre exemple, cal que els alumnes resolguin problemes, però el procés està absolutament pautat, cal seguir tots els passos marcats, per tant, els alumnes tenen poc marge de generar tècniques diferents, només en tenen al fer el dibuix o esquema del problema, ja que les tècniques de càlcul que usen són les validades per la institució.

A més a més aquestes tècniques que tots els alumnes o bé coneixen o acaben generant de forma més o menys igual, només serveixen per a resoldre un tipus concret de tasques, no són

flexibles. No s'usen ni es generen tècniques de caràcter general que es puguin aplicar a més d'un tipus de problemes. La tècnica més general identificada és dur a terme un procés d'ordenació i sistematització de les solucions d'un problema per a trobar-les totes, però aquesta tècnica és poc aplicable a la OM plantejada ja que la majoria de tasques tenen solució única i perquè encara que tinguin més d'una solució només es demanen totes les solucions en el cas dels problemes de combinatòria plantejats al taller connectem. Per tant els alumnes poc acostumats a haver de trobar totes les solucions, es poc probable que ho facin per iniciativa pròpia ja que la institució no els ho sol demanar. Així doncs, la incidència dels elements tecnològics vers la pràctica és poca, ja que la tecnologia creada no permet una construcció progressiva de diferents tipus de tasques i tècniques.

Tornant al nombre de solucions, els únics tallers on hi ha tasques amb més d'una solució són els tallers connectem de cicle inicial i mitjà. Al taller resolem tots els problemes aritmètics, càlculs i reptes plantejats tenen una única solució i al taller pensem de cicle mitjà i superior, les imatges de les làmines són el que són i alumnes diferents identifiquen i es fixen en continguts matemàtics diferents, els continguts a relacionar amb la imatge són els que són. Pel que fa al taller connectem, així com a cicle inicial i mitjà hi ha un gruix important de tasques amb més d'una solució, i això a la guia del docent s'hi insisteix molt, a cicle superior això no és així, les tasques són majoritàriament de solució única. De tasques inverses però si que n'hi ha a tots tres tallers i cicles. Al taller resolem la suma i la resta són inverses l'una de l'altra igual que la multiplicació i la divisió. I als problemes de suma, per exemple en els de tipus canvi es pot donar la situació inicial i el canvi i preguntar per la situació final o a la inversa es pot donar el canvi i la situació final i demanar el canvi. En els de multiplicació es canvien per a tenir la mateixa situació amb una divisió. Però com s'ha vist a la descripció de la OM això es demana poc. Al taller connectem a l'anàlisi ja s'ha constatat que hi ha moltes tasques que tenen tasca inversa com un camí en uns eixos de coordenades perquè sempre es pot fer el camí invers o determinar les vistes parcials d'una figura ja que sempre ens poden donar les vistes i haver de determinar la figura. Al taller pensem també hi ha tasques amb tasca inversa com identificar el desplegament pla d'una figura ja que ens podrien donar la figura i haver de determinar el desplegament. Per tant malgrat que no totes les tasques tenen tasca inversa, n'hi ha força que sí que en tenen especialment als tallers connectem de cicle inicial i mitjà. Tot i existir tasques inverses només se'n demanen algunes al taller connectem de cicle inicial i mitjà però no totes les que es podrien demanar.

Una cosa que sí que es demana al taller resolem és justificar perquè cal fer les operacions indicades, és a dir no només cal dir quines operacions cal fer pe a resoldre el problema sinó

que també cal dir perquè les hem de fer. Al taller connectem de cicle inicial i mitjà també es demanen de forma explícita força justificacions. On no es demana explícitament amb tanta freqüència és al taller connectem de cicle superior i al taller pensem. Al taller pensem al ser una tasca tant genèrica dependrà de si el docent que imparteix la classe ho demana o no ho demana però en tot cas majoritàriament seran justificacions sobre continguts matemàtics identificats. Per tant els tallers on cal interpretar el resultat d'aplicar tècniques i avaluar-ne la validesa i fiabilitat analitzant si són o no pertinents són els tallers resolem i connectem de cicle inicial i mitjà.

En relació a la **PR3** sobre *quines característiques tenen les organitzacions matemàtiques que es proposen per a ser ensenyades al llarg de tota l'etapa de primària*, podem resumir breument, després de tot allò exposat que les OM que es proposen per a ser ensenyada en aquesta escola és una OM formada per OM força puntuals, força rígides i poc articulades entre sí. Els tres tallers contenen tasques i tècniques que no estan relacionades per cap tecnologia comuna. De fet, no es pot dir que dins dels tallers connectem i pensem s'hi desenvolupi un treball comú en les mateixes o similars OM que permeti construir una *praxis* i un *logos* comuns per a ambdós tallers. El taller resolem se centra en la resolució de problemes, i el càlcul, en el que es plantegen problemes aritmètics gairebé tots per curs, de solució única amb enunciats fixats a priori on es donen totes les dades necessàries. Al taller connectem, s'evidencia una discontinuïtat en els continguts ja que no s'hi treballen els mateixos dominis a tots els cicles i inclús dins d'un mateix domini a cicle inicial es fa èmfasi en uns sectors i d'altes queden oblidats, a cicle superior els oblidats passen a ser els centrals i vice-versa. I, mentre a cicle superior hi ha una repetició en les tasques a cicle inicial i mitjà, les tasques proposades són força diferents les unes de les altres ja que l'anàlisi ha demostrat que hi ha poques tasques que s'hagin de realitzar a més d'una activitat. A les activitats de cicle inicial i mitjà d'aquest taller hi ha un alt percentatge de tasques d'àlgebra fet que fa que siguin les tasques on es puguin fer més raonaments no només del taller sinó de tota la OM proposada. Al taller pensem, que només es realitza a cicle mitjà i superior, els alumnes han de dir quines matemàtiques veuen en unes imatges. Les imatges més freqüents són les que estan relacionades amb la geometria i la mesura. Són activitats on hi ha molt poc raonament i el que cal fer bàsicament és identificar, relacionar, calcular i determinar. Totes les tasques que es plantegen en aquesta OM són tasques que neixen i viuen dins de les matemàtiques, és a dir són situacions preparades per a treballar determinats continguts, i que per tant han perdut la seva raó de ser (Chevallard, 2007). Tot i així, especialment al taller connectem de cicle inicial

i mitjà, algunes d'elles es podrien reformular per tal que partissin d'una qüestió rellevant a nivell de societat que permetés als alumnes un procés d'indagació. A més a més, són tasques de solució única on totes les dades estan fixades a priori amb la qual cosa, no permeten generar una diversitat de tècniques ja que o bé les tècniques ja són conegudes a priori o bé el propi enunciat de la tasca facilita alguns passos o indica com procedir, escriure, i per tant això porta als alumnes a desenvolupar la mateixa tècnica i al proposar un procés tant pautat no permeten crear un bloc-tecnològic divers. A més a més les tècniques que acaben generant o aplicant els alumnes no són flexibles, és a dir, només serveixen per a resoldre un sol tipus de tasca.

Descripció de la *praxis* dels docents a les aules multigrau

Gràcies a la descripció i anàlisi de les 10 sessions observades, s'han identificat diverses formes d'organitzar els alumnes, les quals es poden veure sintetitzades a la Taula 7.160. Només hi ha dues sessions observades on no es realitzi cap mena de treball individual, però quan es fa treball individual també es fa treball en grup. Si es treballa amb tot el grup classe o bé en grups multigrau l'activitat és la mateixa per a tothom. En canvi, quan es treballa en grups cooperatius, que són per nivell l'activitat és diferent segons el curs. El docent 1 de cicle inicial també usa molt l'estratègia de fer preguntes de forma individual als alumnes, preguntant a tota la classe un per un. Quan ho fa, pregunta el mateix contingut a tota la classe, per exemple, en la classe observada va preguntar les descomposicions del 10, però sovint fa preguntes diferents segons el curs, per exemple a l'altra sessió observada a 1r curs els va demanar les descomposicions del 10 i als de 2n curs les del 100. Un cas especial és quan es plantegen càlculs a cicle mitjà. En aquest cas, el docent posa un llista d'operacions a la pissarra que contenen sumes, restes i multiplicacions. D'aquest llistat els alumnes han de triar la quantitat de sumes i restes que indiqui el docent i les multiplicacions són per a 3r curs, però qui vulgui de 4t curs també les pot fer. Encara que no tots els alumnes hagin efectuat les mateixes operacions totes es corregeixen en grup. Per tant, l'organització dels alumnes ve condicionada per si resolen o no la mateixa tasca. Als tallers connectem i pensem, els alumnes tenen el mateix llibre i sempre resolen les mateixes activitats, s'usa un currículum cíclic, un curs es fa la meitat del llibre i l'altre curs l'altra meitat. En canvi, al taller resolem no sempre usen els mateixos materials, però així i tot proposen activitats per a tot el grup i activitats per curs a cicle inicial i mitjà.

Taula 7.160:

Organització dels alumnes a cada sessió

		Individual	Preguntes individuals en grup classe		Treball en grups de nivell	Grups classe	Grups multigrau
Resolem	CI docent1 sessió 1		✓	✓		✓	
	CI docent1 sessió 2		✓		✓	✓	
	CM docent 4 sessió 1				✓	✓	
	CM docent 4 sessió 2	✓					✓
	CS docent 7				✓		
Connectem	CI docents 2 i 3	✓					✓
	CM docent 5 sessió 1					✓	✓
	CM docent 5 sessió 2	✓				✓	✓
	CS docent 8	✓					
Pensem	CS docent 6	✓				✓	

On el color verd indica que els alumnes realitzen la mateixa activitat
On el color vermell indica que els alumnes no realitzen la mateixa activitat
On el color blau indica que la proposta és la mateixa però els alumnes han de triar

L'estructura de les classes observades als tallers és la següent, el càlcul en cas de fer-ne (sessió 2 del docent 1 i sessió 2 del docent 5) es fa a l'inici de la classe. Al taller resolem, tan el docent 1 com el docent 4 combinen estones de treball individual amb treball en grup i estones de resolució de problemes de forma conjunta amb tota la classe i en el cas del docent 4 també hi ha estones de resolució de problemes en parelles. El docent 1 finalitza la classe demanant als alumnes que inventin un problema i el docent 4 els demana què han après. El docent 7, en canvi, treballa tota l'estona en grups cooperatius i es resolen 4 problemes i també finalitza la sessió demanant què han après. Al taller connectem de cicle inicial i mitjà la classe comença parlant del que s'havia fet el dia anterior i segueix amb l'explicació del vídeo de l'editorial el qual explic què es farà a la sessió. El vídeo en les sessions observades proposa resoldre una activitat que es fa de forma conjunta i després els alumnes resolen l'activitat que s'hi proposa en parelles i en el cas de cicle inicial, acaben fent una fitxa de forma individual. El docent 8, per la seva banda, va iniciar la sessió amb una repàs del contingut essencial per a la sessió i continuació va proposar una activitat al pati. Per a la segona activitat, prèviament els va mostrar la tècnica a usar amb explicacions i exemplificacions. Aquesta part de la classe, va ser la més tradicional de totes les observades.

Després va fer una segona activitat en grup amb més material i va finalitzar la sessió amb una fitxa que els alumnes havien de resoldre de forma individual. Al taller pensem, s'inicia la sessió demanant als alumnes que pensin individualment quines matemàtiques hi veuen a la imatge. A continuació pensen la resposta de forma individual, fan una discussió amb tota la classe i finalment individualment ho posen per escrit.

Pel que fa als moments didàctics (Chevallard, 1999), hi ha molts moments d'avaluació per part del professor, revisa i valida durant pràcticament totes les sessions. Els moments en què no avalua és quan els alumnes estan resolent de forma individual els càlculs plantejats, aquí sí que deixa els alumnes molt lliures i no és fins a la posada en comú que sí que avalua. Només s'atenen dubtes a petició dels alumnes, si no que intervé. En els altres casos, tant si els alumnes treballen de forma individual com grupal de forma autònoma, es formen llargues cues per tal que el docent els revisi la tasca, això s'ha observat en sessions totes de cicle superior amb els docents 6, 7 i 8. El docent 7, fins i tot, impossibilita poder fer la següent activitat si no s'ha revisat.

En canvi, no s'han observat situacions en les quals els alumnes revisin i validin les seves respostes. A totes les sessions s'han observat diversos moments del primer encontre i de l'exploració de la tasca-tècnica i de la tècnica i moments d'institucionalització on principalment es van recordant continguts i tècniques per part del professor o bé després de fer l'activitat es formulen conclusions sobre la tasca a tenir en compte, és a dir, s'insisteix en aquelles qüestions que després la institució demanarà als alumnes. Només s'ha observat el moment de construcció del bloc tecnològic-teòric en els tallers resolem durant la resolució de problemes, ja que els alumnes han de planificar quines operacions han de fer abans de fer-les i han de justificar per què les fan. Al resoldre els problemes, primer exploren la tasca-tècnica identificant les dades, la pregunta i fent l'esquem que representa la situació descrita pel problema. A continuació hi ha un moment on es combina el moment d'exploració de la tasca-tècnica amb la construcció del bloc tecnològic-teòric ja que elaboren la planificació a partir de l'esquema. Després hi ha un moment d'exploració de la tècnica combinat amb exploració de la tasca-tècnica ja que han de recuperar les dades del problema per a poder fer el càlcul i finalment el moment de la tècnica per a respondre a la pregunta. A la resta de sessions observades, aquest moment no ha aparegut ja que els alumnes només havien d'aplicar una tècnica ja coneguda prèviament que fins i tot, en algunes sessions el docent s'encarregava de recordar, o bé es resolia en grup un exemple pràcticament igual al que els alumnes havien de resoldre a posteriori de forma autònoma. I en cas que la tècnica no fos coneguda s'introduïa durant la sessió com en el cas de mesurar angles amb un transportador d'angles del docent 8

tal com es pot veure a la Taula 7.161. Això limita molt el logos dels alumnes, ja que els dona poc marge per a crear, desenvolupar i avaluar un bloc tecnològic-tèoric. Per què desenvolupar-lo si la institució ja te'n facilita un que només has d'aplicar?

Taula 7.161:

Mostra d'exemples, resolució d'activitats

		El docent mostra exemples	Es resol un exemple en grup pràcticament igual que el que hauran de resoldre els alumes	Recordar una tècnica
Taller Resolem	CI docent1 sessió 1	✓		✓
	CI docent1 sessió 2	✓		✓
	CM docent 4 sessió 1		✓	
	CM docent 4 sessió 2	✓		✓
	CS docent 7			
Taller Connectem	CI docents 2 i 3	✓		
	CM docent 5 sessió 1		✓	
	CM docent 5 sessió 2		✓	✓
	CS docent 8	✓		✓
Taller Pensem	CS docent 6			

A la Taula 7.161 també s'hi pot veure que no només els docents 6 i 7 de cicle superior no guien en aquest sentit, és a dir no mostren cap exemple, no resolen cap exemple similar ni recorden una tècnica. Això és degut a que el docent 6, és l'encarregat de gestionar l'activitat amb el material de l'editorial Teide (Coloma et al., 2017b) on cal identificar qüestions matemàtiques en unes imatges, per tant, es fa difícil poder facilitar una estratègia. I en el cas del docent 7, es tracta d'una sessió de resolució de problemes on els alumnes treballen en grups cooperatius, és a dir per nivell, i el docent va passant per les taules a revisar-los la feina feta. Però tot i que no introdueixi una tècnica ni es resolgui cap exemple guia molt als alumnes tal com s'ha vist a l'anàlisi i es recull a la Taula 7.162.

Taula 7.162:

Mostra d'exemples, resolució d'activitats

		Pregunta que demana què cal fer donant opcions	Introduir informació rellevant per a resoldre la tasca	Formula una pregunta que condueix a la solució	Assumeix una tasca	Suggereix alguna cosa
Taller Resolem	CI docent1 sessió 1	-	-	6	11	-
	CI docent1 sessió 2	-	-	9	8	-
	CM docent 4 sessió 1	2	-	3	2	-
	CM docent 4 sessió 2	1	-	6	11	2
	CS docent 7	-	-	34	65	-
Taller Connectem	CI docents 2 i 3	-	-	3	2	1
	CM docent 5 sessió 1	-	2	-	3	-
	CM docent 5 sessió 2	3	-	8	12	16
	CS docent 8	-	-	1	11	5
Taller Pensem	CS docent 6	-	6	-	3	-

A la sessió del docent 7, es produeixen moltes interaccions personalitzades, ja que com s'ha dit els alumnes resolen els problemes en grups cooperatius. En 65 ocasions assumeix alguna de les tasques que han de fer els alumnes que són les subtasques que han de fer per a resoldre'l, i en 35 formula una pregunta que porta a la solució correcta única. En el cas del docent 6, la tècnica que usa és la d'introduir informació rellevant per a identificar matemàtiques a la imatge.

Els docents durant la seva acció didàctica, usen diverses tècniques, a l'anàlisi se n'han identificat 112 de les quals 75 són topogenètiques, 21 són mesogenètiques i 14 són cronogenètiques. De tot el registre fet de les tècniques identificades a l'anàlisi, les cinc tècniques topogenètiques més freqüents són formular una pregunta de resposta tancada, formular un pregunta que porta a una resposta correcta, demanar per una resposta parcial, formular una pregunta per a saber què saben els alumnes i assumir part de la tasca. Les cinc mesogenètiques més freqüents són enunciar la tasca, organitzar els alumnes, recordar alguna dada o la pregunta de l'activitat a resoldre, gestionar ostensius i formular alguna restricció respecte a la resolució de la tasca. Les cinc cronogenètiques més freqüents són determinar si una resposta o tasca realitzada és o no correcta, recordar una tècnica, suggerir alguna idea, dada o tècnica que ajuda a resoldre el problema, resoldre un exemple i no tenir

en compte la idea d'algun alumne. A més a més, si es considera la freqüència de les tècniques, un 27% corresponen a tècniques cronogenètiques, de les quals totes acceleren el temps didàctic excepte dues que representen un 0,002% de les tècniques detectades i analitzades.

Per tant, per tot el que s'ha descrit es pot dir que els docents observats limiten molt el logos dels alumnes que s'acaba reduint a resoldre les activitats aplicant una tècnica ja apresa, sota la direcció del docent. Les úniques tres preguntes que es formulen per a fomentar el raonament les formula el docent 5, però això passa durant una resolució en grup i un alumne respon ràpidament, la qual cosa fa que molts alumnes no hagin tingut ni temps de pensar-ho, aleshores el docent formula una conclusió i acaba aquí la discussió, a la següent activitat només han d'aplicar la conclusió que ha dit el docent i que els recorda durant la resolució. El mateix docent desaprofita dues situacions més per a fomentar el treball autònom i fer que els alumnes construeixin el bloc tecnològic-teòric. En una d'elles els alumnes han de trobar totes les solucions a una activitat, el docent demana durant la resolució com ho han de fer per a trobar-les totes, però ningú respon, van trobant solucions i passen per alt aquesta qüestió. En una altra, discuteixen quins eixos de simetria tenen els rectangles, els alumnes donen una solució incorrecta i és ella qui mostra com comprovar-ho amb un full de paper. En comptes d'això podria haver deixat que els alumnes investiguessin. Per tant, el docent que més situacions genera en les que els alumnes podrien construir el bloc tecnològic-teòric és el docent 5, però no aprofita les ocasions.

Es tracta doncs d'un ensenyament amb forces característiques monumentalistes, on l'activitat matemàtica de l'alumne es veu afectada per les decisions i instruments que el professor proporciona. En el sistema didàctic *S (X, Y;Q)* que es genera, i que està format pels alumnes *X*, el professorat *Y* , la qüestió *Q* a ser estudiada, la resposta $R^{\heartsuit}$ a la pregunta *Q* és el resultat d'una amalgama de respostes prefabricades $R_i^{\diamondsuit} \quad 1 \leq i \leq n$ que proporciona la institució. Per tant, la resposta de l'alumne acaba essent de la forma $R^{\heartsuit} = \bigoplus_i R_i^{\diamondsuit}$. Aquest procés es pot descriure com:

$$\left(S\,(X,\,Y;Q) \rightarrow R_1^{\diamondsuit}\,,\,R_2^{\diamondsuit}\,,\,\ldots,R_n^{\diamondsuit}\right) \rightarrow = \bigoplus_i R_i^{\diamondsuit}$$

Quan el que seria desitjable fora prendre de la cultura d'altres obres $O_{n+1},\,\ldots,\,O_m$ i produir nosaltres mateixos la resposta $R^{\heartsuit}$ tenint en compte tant les respostes $R_i^{\diamondsuit} \quad 1 \leq i \leq n$ proporcionades per la institució com aquestes altres obres (Chevallard, 2008), és a dir, seria desitjable seguir la dinàmica representada pel següent diagrama:

$$\left(S\,(X,\,Y;Q)\rightarrow R_1^{\Diamond}\,,\,R_2^{\Diamond}\,,\,\ldots,R_n^{\Diamond},\,O_{n+1},\,\ldots,\,O_m\right)\rightarrow=\bigoplus_i\,R_i^{\Diamond}$$

En aquestes observacions es produeix una situació, una altra vegada amb el docent 5, on planteja la següent qüestió *Q* sobre "com ens podem orientar si anem al bosc i ens hi perdem sense tenir mòbil o google maps? I si no tinguéssim ni brúixoles? I si estiguéssim al mig del mar?". La seva investigació podria portar a una dinàmica d'indagació i estudi molt més rica, però no es permet als alumnes accedir a altres obres $O_{n+1},\,\ldots,\,O_m$ desconegudes per a ells, amb la qual cosa, només poden recórrer a les respostes $R_i^{\Diamond}\quad 1\leq i\leq n$ proporcionades pel docent i acceptades dins de la institució o a altres O_j ja conegudes.

Descripció del logos didàctic

Descriurem els resultats principals del logos del professor seguint els nivells proposat per Margolinas et al. (2005).

Nivell +3

El nivell +3 correspon als *valors i concepcions sobre l'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques en una aula multigrau*. Es va preguntar als docents quines diferències metodològiques hi ha a l'hora de treballar les matemàtiques en una aula multigrau, els avantatges i inconvenients tant per al professor com per a l'alumne, si quan s'usa un currículum rotatiu i si l'ordre en què els alumnes els toca treballar les activitats pot afectar en algun sentit.

Pel que fa a les diferències metodològiques, la quantitat de temps que cal per a preparar les activitats és una restricció força comentada a nivell de l'escola. A nivell pedagògic, assenyalen moltes més condicions que no pas restriccions, ja que, creuen que és una oportunitat d'aprenentatge tant pel docent com per a l'alumne és una oportunitat d'aprenentatge. Les restriccions més comentades apareixen a nivell de de la disciplina, la matemàtica en el nostre cas, i dominis de la matemàtica, en relació a les dificultats de planificar activitats matemàtiques adequades, ja que cal ser creatiu, flexible i cal fer-ho amb molta antelació i que no es possible aprofundir tant en els conceptes.

En relació a les condicions i restriccions pel professor tant s'hi destaquen restriccions com condicions i, per a l'alumnat, majoritàriament hi veuen moltes més condicions que no pas restriccions. Les restriccions pels docents, ja s'han presentat a l'apartat 4 d'aquesta memòria, aquí perquè només es detallarem breument les principals condicions que han destacat. Com a condicions creuen que és enriquidor i dona molt bons resultats a nivell d'escola, el fet de

poder delegar tasques als alumnes de més edat i de les ajudes entre iguals els suposa una descàrrega en el volum de feina per al docent. Per a l'alumnat la millora de l'autoestima, més motivació i les ajudes entre iguals fan que aprenguin els uns dels altres i, en particular, a nivell matemàtic els alumnes de menys edat poden treballar continguts de més complexitat que per edat no els tocaria. El fet d'aplicar un currículum rotatiu consideren que no té cap incidència en l'aprenentatge dels alumnes perquè, a nivell pedagògic, és a dir, d'organització de les diferents disciplines per al seu ensenyament, els docents tenen cura de dissenyar en col·laboració una programació ben seqüenciada entre cursos.

Nivell +2

El nivell +2 correspon al *projecte didàctic global*. Es va demanar als docents què feien d'igual i de diferent comparant-ho amb quan feien classes monograu, si algun contingut matemàtic només es treballa a les sessions de nivell i si hi ha algun contingut que s'hauria de treballar només a les sessions de nivell, per què han escollit els materials comercials que han escollit i què tenen de bo o de dolent, si hi ha alguna estratègia metodològica que només usin a matemàtiques, com distribueixen els alumnes de les dues classes en els tres grups pel taller i quan fan la mateixa tasca o tasques diferents.

En les explicacions dels docents en aquest nivell apareixen moltes més qüestions específiques a nivell de a disciplina que no pas dels nivells pedagògic o superior.

Amb relació al que fan diferent a nivell pedagògic, destaquen que treballen més en grup i aprofiten més les ajudes entre iguals. A nivell de l'ensenyament de les matemàtiques, destaquen la necessitat d'adaptar les activitats i deixar més temps per a resoldre les tasques. No hi ha cap contingut matemàtic que es treballi només a les sessions de nivell, el que els docents tendeixen a ser és que el què s'aprèn a les sessions de nivell després s'aplica a les sessions de tallers. I consideren que no hi ha cap contingut que s'hagi de treballar exclusivament a les sessions de nivell.

L'elecció dels llibres és per raons matemàtiques i de suport a l'alumnat, sobre els que destaquen una restricció important que és que la majoria de llibres estan pensats per a treballar individualment, i no pas en grup. En alguns hi detecten mancances, però les supleixen afegint o modificant activitats. Una estratègia didàctica molt pròpia de matemàtiques es tracta de planificar treball cooperatiu i de preguntar de forma recurrent i donar rutines que pugui guiar més fàcilment el procés de resolució de problemes. La distribució dels alumnes en els tres grups és per raons d'incompatibilitat entre alumnes o per a

separar alumnes conflictius i, en cap cas, és pel nivell acadèmic dels alumnes.

Els docents dels tallers connectem i pensem sempre fan la mateixa tasca per a tots els alumnes i, en canvi, els docents dels tallers resolem diuen que tant fan tasques per a tothom com tasques per nivell. Tot i proposar una tasca per nivells ho posen en comú amb tot el grup encara que hi ha el risc que alguns alumnes desconnectin.

Nivell +1

El nivell +1 correspon al *projecte didàctic local*. Es va preguntar als docents pels continguts que treballen al taller que imparteixen i, en particular, quines estratègies de càlcul s'ensenyen a l'escola i com treballen la geometria, l'estructura de les seves classes i si fan adaptacions dels materials que usen. Per tant, aquesta informació s'ha pogut contrastar amb l'anàlisi de la OM i l'anàlisi de les observacions. En aquest sentit, no s'hi detecta cap discrepància pel que fa al contingut treballat i les estructures de les classes. Les entrevistes permeten ampliar la informació en les següents qüestions. Pel que fa a les adaptacions, al taller connectem de cicle inicial i mitjà, tot i els docents 2 i 5 es miren i tenen en compte la guia d'Innovamat, si ho consideren oportú en fan adaptacions. També en algunes ocasions, en comptes de començar pel repte de 4t curs comencen pel repte del llibre de 3r curs, que és exactament el que es va poder observar a la sessió 1 del docent 5. I a cicle superior el docent només usa el llibre de text com a reforç i sempre proposa alguna activitat amb material, que és exactament el que es va poder observar a la sessió analitzada. A la sessió analitzada de fet, el llibre de text, no es va usar, es varen fer activitats amb material dissenyats pel docent i es va fer una fitxa. També, a cicle inicial i mitjà, intenten que un contingut que es treballa al taller després s'usi en algun dels projectes que es fan a l'escola. Pel que fa a les estratègies de càlcul, no usen l'algorisme tradicional sinó estratègies més flexibles com ara descompondre els nombres segons el seu valor de posició, fer deus o compensar entre d'altres. En aquest sentit, el que s'ha observat també coincideix amb el que diuen els docents, que tendeixen a convertir aquestes estratègies en rutines, anomenant-les "fer la pedreta" o "fer el mirall", i indicant les accions a fer, per tant, molts alumnes se les saben de memòria i no poden justificar per què fan el que fan. El docent 4 diu que primer els explicaven una història d'un xef quan es tracta d'una resta portant-ne i volien aplicar la tècnica de compensar, com que no ho entenien varen optar per canviar la història a la del mirall. A les classes observades no es demanaven justificacions i els docents anaven recordant la història de la pedreta per la suma (un número li "llança" unes unitats a l'altre), o bé la del "mirall" per la resta (on es modifiquen tots dos

nombres per igual per a transformar la resta en una resta més senzilla).
La geometria tots coincideixen a dir que la treballen de forma molt manipulable. A totes les classes de geometria s'han usat materials.

Nivell 0

El nivell 0 que correspon a la *interacció amb els alumnes*, les quals també s'han pogut contrastar amb les observacions realitzades. Es va preguntar als docents quin tipus d'interacció establien amb els alumnes, què fan quan un alumne no sap resoldre una activitat i si proposen més treball individual, en grup o en parelles. Els docents diuen que principalment formulen preguntes per tal que els alumnes reflexionin, però reconeixen que de vegades calen ajudes més directes, cal explicar-ho o donar pistes. A les observacions, com ja s'ha detallat prèviament, no s'han identificat moments on es fomenti el raonament i sí molta instrucció directa, assumint en moltes ocasions la tasca assignada a l'alumne.
Pel que fa al treball en grup, no s'han detectat discrepàncies entre el que diuen els docents i el que s'ha observat, per tant, ja ha quedat detallat a la descripció de les observacions.

Nivell -1

El nivell -1 correspon a l'*observació dels estudiants per part dels docents* i la *regulació del seu treball*. Es va demanar als docents, com observaven els alumnes, com els ajudaven aquestes observacions i quines activitats d'avaluació fan. En aquest cas, els docents observen els alumnes usant certs criteris de seguiment i avaluació que posteriorment, es transformen en qualificacions i valoracions qualitatives o quantitatives. Aquestes observacions els ajuden a coordinar-se millor a nivell d'escola, per no repetir continguts i reforçar-ne d'altres i a nivell de disciplina a decidir què fer a la propera sessió, a decidir els deures i a conèixer millor el grau de comprensió dels diferents continguts matemàtics per part dels alumnes. Les activitats d'avaluació per una part hi ha les que es fan a nivell d'escola, que els ha de fer tothom i no les dissenyen els docents, ho fa la institució escolar i, per altra banda, les que plantegen personalment a nivell matemàtic que són els exàmens, revisió de les seves produccions escrites, o activitats fetes durant les sessions que les consideren avaluatives.

En relació a la **PR3** sobre *quines característiques tenen les praxeologies didàctiques en la institució docent analitzada al llarg de tota l'etapa de primària*, podem resumir breument que, després de tot allò exposat en l'anàlisi de les OD que es proposen, es treballa

majoritàriament en grups o parelles, i durant les sessions es combinen estones de treball en grup amb estones de treball individual. Quan es treballa el càlcul mental sempre es fa l'inici de la sessió i les operacions que es proposen són les mateixes per a tothom. Els alumnes no han de fer tots els càlculs proposats sinó que n'han de triar el nombre que els indica el docent. Al taller resolem a cicle superior gairebé sempre es treballa en grups cooperatius per nivell i la resolució dels problemes no es posa en comú. A cicle inicial i mitjà es combinen les tasques per nivell amb les tasques per a tot el grup de les quals algunes es resolen en grup. Al taller connectem de cicle inicial i mitjà es recorda la sessió anterior, es mira el vídeo de l'editorial per a introduir la tasca, si el vídeo proposa una tasca es resol en grup i posteriorment es resol la tasca assignada en parelles i a cicle inicial es finalitza resolent una fitxa de forma individual. A cicle superior es combinen moments més expositius d'informació amb activitats a fora el pati i activitats amb material. Al taller pensem la sessió s'inicia demanant als alumnes quines matemàtiques veuen a les imatges, ho pensen durant uns minuts de forma individual, després es posa en comú i finalment ho posen per escrit de forma individual.

Pel que fa als moments didàctic de Chevallard (1999), com que els docents avaluen de forma constant, hi ha molts moments d'avaluació per part del docent. A més a més com que es promou això, els alumnes, al igual que en la investigació de Block et al. (2015) senten la necessitat que els docents avaluïn el seu progrés de forma constant i sovint es els alumnes formen llargues cues esperant que el docent els revisi la tasca. No s'han observat moments d'avaluació per part dels alumnes ja que en cap moment revisen o avaluen el treball fet, no els ho demanen ni els docents ni els enunciats dels ostensius usats. Al taller resolem com que els alumnes han d'identificar les dades del problema, identificar la pregunta, representar la situació descrita pel problema en un esquema, planificar quines operacions cal fer i per què cal fer-les i respondre a la pregunta, la resolució del problema s'inicia amb un moment del primer encontre amb la tasca i el moment d'exploració de la tasca, a continuació es construeix el bloc tecnològic-teòric en combinació amb el bloc d'exploració de la tasca-tècnica ja que per a dir quines operacions es faran i per què cal tornar a l'esquema que necessàriament ha de contenir les dades ja que es una restricció que imposen els docents. A continuació hi ha el moment de la tècnica que de vegades es combina amb el moment d'exploració de la tasca-tècnica si l'alumne no recorda la pregunta. Els docents donen molta importància a l'ordre en què els alumnes han de resoldre el problema. No poden fer les operacions si no han fet la planificació i donen molta importància a aquest moment, però tot i així no es tractaria d'una OD constructivista (Bosch i Gascón, 2002) ja que malgrat que es

combinen moments tecnològic-teòrics amb moments exploratoris, no contextualitzen l'activitat de resolució de problemes en una activitat més àmplia de construcció del coneixement, ja que les els problemes que es proposen són problemes de context artificial en molts casos i que estan "preparats" per tal que els alumnes resolguin les quatre operacions bàsiques.

En el cas de tots els altres tallers, com abans, les activitats comencen amb el moment del primer encontre i de l'exploració de la tasca-tècnica, però a continuació ja hi ha el moment de la tècnica. Això és degut a què o bé la tècnica ja era coneguda a priori per l'alumne, o bé s'introdueix abans de l'activitat o bé l'activitat està pautada de tal forma que tots els alumnes construeixen la mateixa tècnica. Així doncs, o bé no hi ha la necessitat de construir el bloc tecnològic-teòric, o bé hi ha molt poca llibertat per a construir-lo. Per tant es tractaria d'una OD empirista (Bosch i Gascón, 2002) ja que s'integren les fases de treball exploratori i treball de la tècnica. Aquest tipus de OD atribueixen un caràcter preponderant a la resolució de problemes com a motor del procés didàctic i per considera que l'aprenentatge de les matemàtiques és un procés inductiu basat en la imitació i la pràctica. També sorgeixen diversos moments d'institucionalització. En sorgeixen de dos tipus, uns al mig de la resolució per a recordar alguna tasca, tècnica o informació per a resoldre la tasca i al final de la realització d'una tasca per a concloure quins són els elements que la institució considera importants i que posteriorment es demanarà als alumnes que els recordin i els apliquin. Tot això limita molt el logos de l'alumne, i és que de fet les tècniques usades pels docents guien molt els gests dels alumnes.

Entre les cinc tècniques *topogenètiques* més usades hi ha formular una pregunta de resposta tancada, formular una pregunta que porta a una resposta correcta, i assumir part de la tasca. Amb aquesta acció didàctica per part del professor, a més a més s'accelera molt el temps didàctic com evidencia que entre les cinc tècniques més usades hi hagi determinar si una resposta o tasca realitzada és o no correcta, recordar una tècnica, suggerir alguna idea, dada o tècnica que ajuda a resoldre el problema, resoldre un exemple i no tenir en compte la idea d'un alumne. Per tant això difereix de Block et al. (2015) on les ajudes eren parcials i indirectes. Les tècniques *mesogenètiques* de gestió del medi consisteixen en, per exemple, enunciar una tasca, recordar alguna dada o la pregunta de l'activitat a resoldre, gestionar ostensius i formular alguna restricció en la resolució de la tasca com que la que s'ha explicat més amunt de no poder fer els càlculs del problema si no s'ha fet la planificació. A més a més, també s'ha observat que han sorgit ocasions on s'hagués pogut deixar explorar lliurament als alumnes creant moments adidàctics per tal que poguessin crear el bloc

tecnològic-teòric, però s'han desaprofitat. Tot i que els docents diuen que promouen el raonament això només s'ha pogut observar en 3 de les 263 preguntes identificades en es observacions. Els docents reconeixen en les entrevistes que sovint cal ser més directe i donar més pistes.

Per tant, per tot el que s'ha dit, estaríem d'avant d'un ensenyament monumentalista (Chevallard, 1999), on l'activitat matemàtica es basa en construir la resposta a les activitats plantejades a partir de respostes validades per la institució i conegudes pels alumnes ja que és ell qui les proporciona.

Pel que fa les concepcions dels docents sobre l'ensenyament multigrau, tot i que hi veuen restriccions com ja s'ha comentat a la segona pregunta de recerca també ho veuen com una font d'aprenentatge i en fan valoracions positives tant pel professorat com per a l'alumnat. Això pot ser degut a que, quan l'educació multigrau s'implementa per elecció pedagògica de l'escola, sovint es basa en la creença que suposa una avantatge (Little, 2006; Stone,2010). Els canvis que els ha suposat passar de treballar de forma monograu a forma multigrau són que ara fan més treball en grup, aprofiten més les ajudes entre iguals, els ha calgut adaptar les activitats, han de deixar més temps per a resoldre les tasques i no poden aprofundir tant en els continguts. Els materials docents els escullen per raons de validesa matemàtica i ajust didàctic a les propostes existents de l'escola, i els adapten ja que en la seva majoria no estan pensats per a multigrau, ni per a treballar en grup amb múltiplexs edats i nivells. Les adaptacions són per a suplir mancances, per raons de calendari o de diversitat de nivells. Als tallers on tots els alumnes fan la mateixa tasca, el currículum és cíclic i en el cas de cicle inicial i mitjà es treballen els llibres de 2n i 4t curs respectivament i mig llibre es fa un curs i l'altre mig el següent. A cicle superior, el llibre només és un suport, bàsicament es fan activitats amb material proposades pel docent i els continguts dels dos llibres es reparteixen en dos anys de tal manera que un curs es treballi de forma principal, per a introduir coneixement, i l'altre de forma secundària, és a dir, per a que l'alumnat hi pugui recórrer quan necessita revisar, recordar o validar algun saber, contingut o resposta preexistent.

Capítol 8

Referències bibliogràfiques

Alexander, P. (2020). Methodological Guidance Paper: The Art and Sciene of Quality Systematic Reviews. *Review of Educational Research, 90*(1), 6-23. https://doi.org/10.3102/0034654319854352

Ansari, A. (2017). Multigrade kindergarten classrooms and children's academic achievement, executive function, and socioemotional development. *Infant and Child Development, 26*(6). https://doi.org/10.1002/icd.2036

Ansari, A., Purtell, K., i Gershoff, E. (2016). Classroom Age Composition and the School Readiness of 3- and 4-Year-Olds in the Head Start Program. *Psychological Science, 27*(1), 53 – 63. https://doi.org/10.1177/0956797615610882

Ansari, A., i Purtell, K. M. (2018). Continuity and changes in classroom age composition and achievement in Head Start. *Journal of Applied Developmental Psychology, 58*, 86–95. https://doi.org/10.1016/j.appdev.2018.07.002

Azril, H., Shafril, M., Samsuddin, S.F., i Samah, A.A. (2020). The ABC of systematic literature review: the basic methodological guidance for beginners. *Qual Quant 55*, 1319–1346. https://doi.org/[10.1007/s11135-020-01059-6] (https://link.springer.com/article/10.1007/s11135-020-01059-6)

Ballaró, M, i Almonacid, A. (Eds.) (2022a). *Matemàtiques 5è. Programa Enginy*. Barcanova

Ballaró, M, i Almonacid, A. (Eds.) (2022b). *Matemàtiques 6è. Programa Enginy*. Barcanova

Bell, E. R., Greenfield, D. B., i Bulotsky-Shearer, R. J. (2013). Classroom age composition and rates of change in school readiness for children enrolled in Head Start. *Early Childhood Research Quarterly, 28*(1), 1–10. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2012.06.00

Blanco, A., Chueca, A., López-Ruiz, J. A. y Mora, S. (2020). *Informe España 2020*. Universidad Pontificia Comillas Cátedra J. M. Martín Patino.

Block, D., Ramírez, M., i Reséndiz, L. (2015). Las ayudas personalizadas como recurso de enseñanza de las matemáticas en un aula multigrado: Un estudio de caso. *Revista Mexicana de Investigacion Educativa, 20*(66), 711–735. https://www.scielo.org.mx/pdf/rmie/v20n66/v20n66a3.pdf

Block, D., Ramírez, M., i Résendiz, L. R. (2019). ¿cuánto pesa?, Cuánto Mide?: Una experiencia didáctica en una escuela primaria unitaria. *Revista Mexicana de Investigacion Educativa, 24*(81), 537–564. https://www.scielo.org.mx/pdf/rmie/v24n81/1405-6666-rmie-24-81-537.pdf

Boaler, J. (2001). Mathematical modelling and new theories of learning. *Teaching Mathematics and its Applications, 20*(3), 121-127. https://doi.org/10.1093/teamat/20.3.121

Boix, R., y Bustos, A. (2014). La enseñanza en las aulas multigrado: Una aproximación a las

actividades escolares y los recursos didácticos desde la perspectiva del profesorado. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, *7*(3), 29-43.

Bongala, J. V., Bobis, V. B., Castillo, J. P. R., i Marasigan, A. C. (2020). Pedagogical strategies and challenges of multigrade schoolteachers in Albay, Philippines. *International Journal of Comparative Education and Development, 22*(4), 299–315. https://doi.org/10.1108/IJCED-06-2019-0037

Bosch, M., Espinoza, L., i Gascón, J. (2003). El profesor como director de procesos de estudio: análisis de organizaciones didácticas espontáneas. *Récherches en Didactique des Mathématiques*, *23*(1), 79-136.

Bosch, M., Fonseca, C. i Gascón, J. (2004). Incompletitud de las organizaciones matemáticas locales en las instituciones escolares. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 24*, 205-250.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemátic*a. Sociedad Andaluza de Eudación Matemática Thales.

Bosch, M. i Gascón, J. (2002). Organiser l'étude. 2. Théories et empiries, Dins Dorier J.-L. et al. (Eds.), *Actes de la 11 e École d'Été de didactique des mathématiques*-Corps-21–30 Août 2001, La Pensée Sauvage, Grenoble, p. 23–40.

Bosch, M. i Gascón, J. (2006). Twenty-five years of the didactic trans position. *ICMI Bulletin, 58*, 51-56.

Braun, V. i Clarke, V. (2012) Thematic analysis. Dins H. Cooper, P. M. Camic, D. L. Long, A. T. Panter, D. Rindskopf, i K. J. Sher (Eds), *APA handbook of research methods in psychology, Vol. 2: Research designs: Quantitative, qualitative, neuropsychological, and biological* (pp. 57-71). American Psychological Association.

Briggs, A.J. R., i Coleman, M. (2007). *Research Methods in Educational Leadership and Management*. Sage.

Brunner, E. (2017). Mathematics Teaching in Multi-Grade Classes of Primary School: A Description Related to Various Design Elements and the Teachers' Convictions. *Journal Fur Mathematik-Didaktik, 38*(1), 57–91. https://doi.org/10.1007/s13138-016-0109-1

Brunner, E., i Imhof, A. (2017). Gestaltungsmuster des Mathematikunterrichts in Jahrgangs- und Mehrjahrgangsklassen. Zwei Kantone im Vergleich [Patrones de diseño de la enseñanza de las matemáticas en clases anuales y plurianuales. Dos cantones comparados]. *Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften 39* (2), p. 353-374. https://sjer.ch/article/view/5015/7306

Bustamante-Valdés, M., Díaz-Levicoy, D., i Cañete, J. P. (2021). Actividades con tablas

estadísticas en los libros de texto de matemática para la enseñanza rural multigrado chilena. *Revista Fuentes*, *3*(23), 376–389. https://doi.org/10.12795/REVISTAFUENTES.2021.14154

Bustos, A. B. (2010). Aproximación a las aulas de escuela rural: Heterogeneidad y aprendizaje en los grupos multigrado. *Revista de Educación*, *352*, 353–378. https://www.educacionyfp.gob.es/dam/jcr:734562c8-c0e2-4566-8700-b80784f582d9/re35216-pdf.pdf

Calvo. C. (2022a). *Laboratori dels nombres 3. Quadern de l'alumnat 1r trimestre*. Innovamat Education, SL.

Calvo. C. (2022b). *Laboratori dels nombres 3. Quadern de l'alumnat 2n trimestre*. Innovamat Education, SL.

Calvo. C. (2022c). *Laboratori dels nombres 3. Quadern de l'alumnat 3r trimestre*. Innovamat Education, SL.

Calvo. C. (2022d). *Laboratori dels nombres 4. Quadern de l'alumnat 1r trimestre*. Innovamat Education, SL.

Calvo. C. (2022e). *Laboratori dels nombres 4. Quadern de l'alumnat 2n trimestre*. Innovamat Education, SL.

Calvo. C. (2022f). *Laboratori dels nombres 4. Quadern de l'alumnat 3r trimestre*. Innovamat Education, SL.

Capellan Ureña, D. A. C., Osuna, J. M. B., i Requena, B. E. S. (2022). Efectos de la agrupación multigrado y el tamaño del aula en los resultados de aprendizaje de estudiantes de Educación Primaria. Evidencia de escuelas multigrado del sistema educativo de la República Dominicana. *Estudios Sobre Educacion*, *42*, 241–262. https://doi.org/10.15581/004.42.011

Carpenter, T. P., Fennema, E., Loef Franke, M., Levi, L., i Empson, S. (1999). *Children's Mathematics. Cognitively Guided Instruction*. Heinemann.

Casserly, A. M., Tiernan, B., i Maguire, G. (2019). Primary teachers' perceptions of multi-grade classroom grouping practices to support inclusive education. *European Journal of Special Needs Education*, *34*(5), 617–631. https://doi.org/10.1080/08856257.2019.1580835

Chaachoua, H. (2018). T4TEL, un cadre de référence didactique pour la conception des EIAH. Dins J. Pilet et C. Vendeira (Eds.), *Actes de séminaire de didactique des mathématiques* 2018 (p. 8- 25). IREM de Paris - Université Paris Diderot.

Checchi, D., i De Paola, M. (2018). The effect of multigrade classes on cognitive and non-

cognitive skills. Causal evidence exploiting minimum class size rules in Italy. *Economics of Education Review*, *67*, 235–253. https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2018.10.003

Chevallard Y. (1992), Concepts fondamentaux de la didactique : Perspectives apportées pau une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 12*(1), 73-112.

Chevallard, Y. (1999) El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19* (2), 221-266.

Chevallard, Y. (2000), La recherche en didactique et la formation des professeurs : problématiques, concepts, problèmes. Dins Bailleul M. (Ed) Actes de la *Xe École d'été de didactique des mathématiques* (Houlgate, 18-25 août 1999) (p. 98-112). ARDM et IUFM de Caen.

Chevallard, Y. (2001). Aspectos problemáticos de la formación docente. *Boletín del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las matemáticas*, 12.

Chevallard, Y. (2002) Organiser l'étude. 3. Écologie i regulation. Dins J.-L. Dorier et al., (Eds.), Actes *11ème École d'Été de Didactique des Mathématiques* (pp. 41-56). Grenoble: La Pensée sauvage.

Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la Théorie Anthropologique du Didactique. Dins L. Ruiz-Higueras, A. Estepa i F.J. García (Eds.) *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico* (TAD) (p. 705-746). Publicaciones de la Universidad de Jaén.

Chevallard, Y. (2008). Un concept en émergence : la dialectique des médias et des milieux. Dins G. Gueudet, Y. Matheron (Eds.). *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2007* (p. 344-366). IREM de Paris 7 et ARDM.

Chevallard Y. (2011). La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD. Dins C. Margolinas, M. AbboudBlanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gibel, F. Vandebrouck i F. Wozniak (Eds.), *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (p. 81-108). La Pensée Sauvage éditions.

Civil, M. (2007). Building on community knowledge: An aventue to equity in mathematics education. Dins N. S. Nasir i P. Cobb (Eds.), *Improving access to mathematics: Diversity and equity in the classroom* (p. 105-117). Teachers College Press.

Coladarci, T. (2007). Improving the Yeld of Rural Education Research: An Editor's Swan Song. *Journal of Research in Rural Education*, *22*(3), 1-9.

https://jrre.psu.edu/sites/default/files/2019-08/22-3.pdf

Coloma, E., Nadal, A., Sarrà, A., Rius, P. (2017a). *Axioma. Penso 3r. Quadern de l'alumne*. Barcanova.

Coloma, E., Nadal, A., Sarrà, A., Rius, P. (2017b). *Axioma. Penso 5è. Quadern de l'alumne*. Barcanova.

Cornish, L. (2006). What is multigrade teaching?. Dins L. Cornish (Ed) *Reaching EFA through multigrade teaching: issues, contexts and practices* (p.9-26). Kardoorair Press.

DeWalt, K. M. i DeWalt, B. R. (2011). *Participant observacions. A guide for fieldworkers*. AltaMira Press.

Friesen, R.-A. (2017). Collaborative learning in multigrade mathematics education at primary level. Dins T. Dooley i G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the 10th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME10)* (p. 1581–1582). https://hal.science/hal-01937314/document

Friesen, Rachel-Ann. (2020). Partizipation an kollektiven Lernsituationen in jahrgangsgemischtem Unterricht – eine mathematikdidaktische Perspektive. [Participació en situacions d'aprenentatge col·lectiu en l'ensenyament multigrau - una perspectiva didàctica de les matemàtiques]. Dins N. Skorsetz, M. Bonanati, D. Kucharz (Eds). *Diversität und soziale Ungleichheit. Herausforderungen an die Integrationsleistung der Grundschule*. (p. 265-270). Springer VS.

Friesen, R.-A., Ludes-Adamy, P. i Schütte, M. (2018). Jahrgangsgemischter Mathematikunterricht - Einstellungen und Konzepte von Lehrkräften und Studierenden in Sachsen [Enseñanza mixta de las matemáticas: actitudes y conceptos de profesores y alumnos en Sajonia]. Dins Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Ed.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (p. 2073 - 2074). WTM-Verlag. https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/37335/1/BzMU18_FRIESEN_JaMu.pdf

Friesen, R.-A, i Ludes-Adamy, P. (2019). "Bin ich dafür ausgebildet genug?" Lehramtsstudierende auf ein Unterrichten in jahrgangsgemischten Lerngruppen vorbereiten ["Estic suficientment capacitat per a això?". Preparant als estudiants de magisteri per a l'ensenyament de grups d'aprenentatge de graus mixtes]. Disponible a: https://junger-slv.de/bin-ich-dafuer-ausgebildet-genug/

Friesen R.-A, i Schütte, M. (2018, Mar). Pupils' participation in collective argumentation within multiage mathematics education at primary level. *Proceedings of the IV ERME Topic Conference 'Classroom-based research on mathematics and language'* (p. 65-72). Dresden, Germany. https://hal.science/hal-01856478/document

Friesen R.-A, i Schütte, M. (2020, Feb 18-21). Interactional obligations within collaborative learning situations bringing forth deeper collective argumentation. *Seventh ERME Topic Conference on Language in the Mathematics Classroom*. Montpellier, France. https://hal.science/hal-02970540v2/document

Friesen R. A., Schütte, M., i Jung, J. (2019). Solving problems collaboratively in multi-age classes – a possibility for learning? Dins U. T. Jankvist, M. Van den Heuvel-Panhuizen, i M. Veldhuis, M. (Eds.). *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11, February 6 – 10, 2019)* (p. 1664-1671). Freudenthal Group i Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME. https://wwwold.mathematik.tu-dortmund.de/~prediger/ERME/CERME11_Proceedings_2019.pdf

Friesen R.-A, i Schütte, M. (2020). Interactional obligations within collaborative learning situations bringing forth deeper collective argumentation. Dins J. Ingram, K. Erath, F. Rønning i A. Schüler-Meyer (Eds.), *Seventh ERME Topic Conference on Language in the Mathematics Classroom* (p. 147-154). Disponible a https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02970540

García, F.J., Pozuelos, F.J., y Álvarez-Álvarez, C. (2017). Uso de los libros de texto en la educación rural en españa. Sinéctica. *Revista electronica de educación, 49,* 1-18.

Hargreaves E., Montero C., Chau, N., Sibli, M., i Thanh, T. (2001). Multigrade teaching in Peru, Sri Lanka and Vietnam: an overview. *International Journal of Educational Development 21,* 499–520. https://doi.org/10.1016/S0738-0593(01)00013-X

Hayden, L. A. (2018). Exploring the benefits of reform mathematics: Goals in becoming mathematically literate. Dins J. Calder, J. Foletta (Eds.), *(Participatory) Action Research: Principles, Approaches and Applications* (p. 1-55). Nova Science Publishers, Inc.

Hernández, R., Fernández, C., i Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación*. Mc Graw Hill.

Hernandez Padilla, E. H. (2018). El aprendizaje en escuelas multigrado mexicanas en la prueba planea. *REICE. Revista Iberoamericana Sobre Calidad, Eficacia y Cambio En Educacion*, *16*(3), 123–138. https://doi.org/10.15366/reice2018.16.3.007

Howley, A., Showalter, D., Howley, M. D., Howley, C. B., Klein, R., i Johnson, J. (2011). Challenges for place-based mathematics pedagogy in rural schools and communities in the United States. *Children, Youth and Environments, 21*(1), 101-127.

Hyry-Beihammer, E. K., i Hasher, T. (2015a). Multigrade Teaching in Primary Education as

a Promising Pedagogy for Teacher Education in Austria and Finland. Dins Cheryl J. Craig , Lily Orland-Barak (Eds.) *International Teacher Education: Promising Pedagogies (Part C) (Advances in Research on Teaching, Volume 22C)* (p. 89-113). Emerald Group Publishing Limited.

Hyry-Beihammer, E. K., i Hasher, T. (2015b). Multi-grade teaching practices in Austrian and Finish primary schools. *International Journal of Educational Research, 74*, 104-113.

Jiménez, J. (2014). Escuela rural: ¡Aquí no se acaba nunca! *Cuadernos de Pedagogía, 451*, 70-73.

Jiménez, A., i Riaño, I. E. (2019). Lengua Materna y Comunicación en la Construcción del Pensamiento Matemático. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, *33*(63), 248–268. https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a12

Khudadad, N., i Mickelson, R. A. (2021). School built environment, gender, and student achievement in Pakistan. *International Journal of Educational Development, 87,* Article 102503. https://doi.org/10.1016/j.ijedudev.2021.102503

Knijnik, G., i Junges, D. D. L. V. (2014). A relação família-escola e a prática do "dever de casa" de matemática: Um estudo sobre seus tensionamentos [La relació família-escola i la pràctica dels "deures" de matemàtiques: un estudio sobre les seves tensions]. *Bolema - Mathematics Education Bulletin, 28*(49), 662–681. https://doi.org/10.1590/1980-4415v28n49a10

Knijnik, G., i Wanderer, F. (2015). Mathematics Education in Brazilian Rural Areas: An analysis of the Escola Ativa public policy and the Landless Movement Pedagogy. *Open Review of Educational Research*, *2*(1), 143–154. https://doi.org/10.1080/23265507.2015.1052009

Kratz, L., Evangelou, D., i Hartman, J. (1990). *The case for miexed-aged grouping in early childhood*. National Association for the Education of Young Children, Office of Educational Research and Improvement.

Kuckartz (2014). *Qualitative Text Analysis. A guide to methods, practice and using software*. SAGE Publications.

Lataille-Démoré, D. (2008). Quelles practiques privilégier dans les classes a annés múltiples. *McGill Journal of Education, 43*(3), 351-370. https://doi.org/10.7202/029703ar

LeCompte, M. and Preissle, J. (1993) *Ethnography and Qualitative Design in Educational Research* (second edition). Academic Press Ltd.

Lindström, E.-A., i Lindahl, E. (2011). The effect of mixed-age classes in Sweden.

Scandinavian Journal of Educational Research, *55*(2), 121–144. https://doi.org/10.1080/00313831.2011.554692

Lissabet Rivero, J. L. (2018). Caracterización gnoseológica del proceso de enseñanza-aprendizaje de la assignatura Matemática en la escuela multigrado cubana. *Dilemas Contemporáneos-Educación Política y Valores*, *5*(2). Disponible a https://www.dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/index.php/dilemas/article/view/333/449

Lissabet Rivero, J. L. (2019). El enfoque axiológico del proceso de enseñanza-aprendizaje de la assignatura Matemática en la escuela multigrado cubana. *Dilemas Contemporáneos-Educación Política y Valores*, *7*(1). Disponible a https://www.dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/index.php/dilemas/article/view/1604

Little, A. (1999). Education for all: multigrade realities and histories. Dins A. Little (Ed.). *Education for All and Multigrade Teaching. Challenges and Opportunities*. Springer.

Little, A. W. (2001). Multigrade teaching: towards an international research and policy agenda. *International Journal of Educational Development 21*, 481–497. https://doi.org/10.1016/S0738-0593(01)00011-6

Little, A.W. (2004). Learning and Teaching in Multigrade Settings, background paper for the Global Monitoring Report, UNESCO (2004). Disponible a: www.unescoefareport.unesco.org

Lloyd, L. (1999). Multi-Age Classes and High Ability Students. *Review of Educational Research*, *69*(2), 187-212. https://doi.org/10.3102/00346543069002187

Luschei, T. F., i Zubaidah, I. (2012). Teacher training and transitions in rural Indonesian schools: A case study of Bogor, West Java. *Asia Pacific Journal of Education*, *32*(3), 333–350. https://doi.org/10.1080/02188791.2012.711241

NCTM (2003). Principios y Estándares para la Educación Matemática. Sevilla: SAEM Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics*. New York, USA: Routledge.

Ma, H.-L., Wang, X.-H., Zhao, M., Wang, L., Wang, M.-R., i Li, X.-J. (2020). Impact of robotic instruction with a novel inquiry framework on primary schools students. *International Journal of Engineering Education*, *36*(5), 1472–1479.

Magallanes, L. A., Gutierrez, J. O., Tincopa, J. C., Bendezú, J. L., i Saavedra, B. O. (2020). Water Reuse Strategy through Phyto-purification for Experiential Learning in a Rural School. In *ACM International Conference Proceeding Series* (p. 102–107). Association

for Computing Machinery. https://doi.org/10.1145/3439147.3439174

Margolinas, C. i Coulange, L. i Bessot, A. (2005). What Can the Teacher Learn in the Classroom?. *Educational Studies in Mathematics 59*(1-3), 205-234. https://doi.org/10.1007/s10649-005-3135-3

Mason, D.A., Burns, R.B. (1995). Teachers' views of Combination Classes. *Journal of Educational Research*, 89(1), 36-45. https://doi.org/10.1080/00220671.1995.9941191

Mason, D. A., i Burns, R. B. (1997). Reassessing the Effects of Combination Classes. *Educational Research and Evaluation, 3*(1), 1-53. https://doi.org/10.1080/1380361970030101

Monney, N. (2011). *L'utilisation du matériel pédagogique en classe multiâge. Quelles utilisations, quelles stratégies? Réponses d'einsegnants en classe multiâge*. Éditions universitàries européennes.

Morera, L. (2022b). *Aventures 4. Quadern de l'alumne. 1era part*. Innovamat Education, SL.

Morera, L. (2022c). Aventures 4. *Quadern de l'alumne. 2ona part*. Innovamat Education, SL

Moyles, J. (2002) Observation as a research tool. Dins M. Coleman and A. J. Briggs (Eds.) *Research Methods in Educational Leadership*. (p. 172-191). Paul Chapman Publishing.

Mulryan-Kyne, C. (2007). The preparation of teachers for multigrade teaching. *Teaching and Teacher Education, 23*(4), 501–514. https://doi.org/10.1016/j.tate.2006.12.003

Munser-Kiefer, M., Martschinke, S., Lindl, A., i Hartinger, A. (2022). Leistungsentwicklung in jahrgangsgemischten und jahrgangshomogenen dritten und vierten Klassen [Evolució del rendiment en tercer i quart curs o curs mixte i homogeni]. *Unterrichtswissenschaft, 50*, 453–478. https://doi.org/10.1007/s42010-021-00132-9

Myre-Bisaillon, J., Rodrigue, A., i Beaudoin, C. (2017). Situations d'enseignement-apprentissage multidisciplinaires à partir d'albums de littérature jeunesse : une pratique littératiée contextualisée [Situacions d'ensenyament i aprenentatge multidisciplinàries a partir dels àlbums de literatura juvenil: un procediment d'alfabetització contextualitzada]. *Education et Francophonie*, *45*(2), 151–171. https://doi.org/10.7202/1043533ar

Page, M. J., McKenzie, J. E., Bossuyt, P. M., Boutron, I., Hoffmann, T. C., Mulrow, C. D., Shamseer, L., Tetzlaff, J. M., Akl, E. A., Brennan, S. E., Chou, R., Glanville, J., Grimshaw, J. M., Hróbjartsson A., Lalu, M. M., Li, T., Loder, E. W., Mayo-Wilson, E., McDonald, S., … y Moher, D. (2021). The PRISMA 2020 statement: An updated guideline for reporting systematic reviews. *Systematic Reviews, 10*(1), 1-11. https://doi.org/10.1186/s13643-021-01626-4

Petticrew M, Roberts H. (2006). *Systematic reviews in the social sciences: A practical guide*. Blackwell Publishing.

Pianta, R. C., i Hamre, B. K. (2009). Conceptualization, measurement, and improvement of classroom processes: Standardized observation can leverage capacity. *Educational Researcher, 38*, 109–119. https://doi.org/10.3102/0013189X09332374

Purtell, K. M., i Ansari, A. (2018). Classroom Age Composition and Preschoolers' School Readiness: The Implications of Classroom Quality and Teacher Qualifications. *AERA Open*, *4*(1), 1-13. https://doi.org/10.1177/2332858418758300

Quail, A., i Smyth, E. (2014). Multigrade teaching and age composition of the class: The influence on academic and social outcomes among students. *Teaching and Teacher Education, 43*, 80–90. https://doi.org/10.1016/j.tate.2014.06.004

Ruiz-Higueras, L., i García, F.J. (2011). Análisis de praxeologías didácticas en la gestión de procesos de modelización matemática en la escuela infantil. *Revista Lationoamericana de Investigación Matemática Educativa, 14*(1), 41-70.

Ruiz, N., Ruiz-Gallardo, J.R. (2017). Colegios rurales agrupados y formación universitaria. *Revista de Currículum y Formación del Profesorado, 21*(4), 215-240. Disponible a https://recyt.fecyt.es/index.php/profesorado/article/view/62502

Russo, J., i Hopkins, S. (2019). Teaching primary mathematics with challenging tasks: How should lessons be structured?. *Journal of Educational Research, 112*(1), 98–109. https://doi.org/10.1080/00220671.2018.1440369

Saldaña, J., i Omasta, M. (2018). *Qualitative Research. Analysing life*. SAGE Publications.

Sawatzki, C., i Sullivan, P. (2018). Shopping for Shoes: Teaching Students to Apply and Interpret Mathematics in the Real World. *International Journal of Science and Mathematics Education, 16*(7), 1355–1373. https://doi.org/10.1007/s10763-017-9833-3

Sempe, L. N. (2015). Appraisal of a Learning Coaching Strategy in Rural Areas of Peru in a Results-based Budgeting Rationality. *Reice-Revista Iberoamericana Sobre Calidad Eficacia y Cambio en Educación, 13*(4), 35–60. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=55141403004

Showalter, D.A. (2013). Place-Based Mathematics Education: A Confflated Pedagogy? *Journal of Research in Rural Education,, 28*(6). Disponible a: http://jrre.psu.edu/articles/28-6.pdf.

Smit, R., i Engeli, E. (2014). An empirical model of mixed-age teaching. *International Journal of Educational Research, 74*, 136–145. https://doi.org/10.1016/j.ijer.2015.05.004

Smit, R., Hyry-Beihammer, E.K., i Raggl, A. (2015). Teaching and learning in small, rural schools in four European countries: Introduction and synthesis of mixed-/multi-age approaches. *International Journal of Educational Research*, *74*, 97-103. https://doi.org/10.1016/j.ijer.2015.04.007

Spradley, J. P. (1980) *Participant Observation*. Holt, Rinehart i Winston.

Stone, S. (2010). Multiage a model of educational reform—Or invention? *Journal of Multiage Education, 4*(1), 13–18.

Terry, G., i Hayfield, N. (2021). *Thematic Analysis*. Amerian Psychological Association.

Thomas, J. L. (2012). Combination classes and educational achievement. *Economics of Education Review*, *31*(6), 1058–1066. https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2012.07.013

Thoren, K., Hannover, B., i Brunner, M. (2019). Empirische Arbeit: Welche Schulen machen mit beim Jahrgangsübergreifenden Lernen? Demografische und leistungsbezogene Merkmale unterschiedlich reformbereiter Grundschulen in Berlin [Treball empíric: ¿Quines escoles participen en l'aprenentatge entre cursos? Característiques demogràfiques i de rendiment de les escoles de primària de Berlín amb diferents nivells de preparació per a la reforma]. *Psychologie in Erziehung und Unterricht, 66*(1), 19–32. https://doi.org/10.2378/peu2019.art03d

Vásquez, W. F. (2012). Supply-side interventions and student learning in Guatemala. *International Review of Education*, *58*(1), 9–33. https://doi.org/10.1007/s11159-012-9263-y

Veenman, S. (1995). Cognitive and Noncognitive Effects of Multigrade and Multi-Age Classes: A Best-Evidence Synthesis. *Review of Educational Research, 65*(4), 319-381. https://doi.org/10.3102/00346543065004319

Webel i Conner (2017). Using Simulated Teaching Experiences to Perturb Preservice Teacher's Mathematics Questioning Practices. *Mathematics. Teacher Educator*, *6*(1), p. 9-26.

Williams, P., Morton, J. K., i Christian, B. J. (2021). Mathematics from the ground up: an emerging model for enriching mathematical learning for children aged 4–12 using a school garden program. *Education 3-13, 51*(5), 740-753. https://doi.org/10.1080/03004279.2021.2007159

Winey, T., Howe, J., i Fogarty, I. (2015). One Million Lights: Solve Authentic Problems Through Multi-age Student Collaboration, Innovative Engineering and Humanity Merge to Make a World a Brighter Place. Dins L. G. Chova, A. L. Martinez, i I. C. Torres

(Eds.), *INTED2015: 9th International Technology, Education and Development Conference* (p. 6475–6481).

Wood, K., Frid, S. (2005). Early Childhood Numeracy in a Multiage Setting. Mathematics *Education Research Journal, 16*(3), p. 80-99.

Zúniga Alvarez, L. (2018). Learning outcomes in the census evaluations of second grade students in elementary school in multigrade single-teacher educational institutions of Cusco region (Peru). *Foro Educacional*, *31*, 69–97. https://doi.org/10.29344/07180772.31.1830