

## TRABAJO FINAL DE MÁSTER

---

**Título:** Reservas en seguros no vida: aplicación de distintos métodos actuariales en el cálculo de la reserva IBNR y el Ultimate

**Autoría:** Cristina Peiró Ocón

**Tutoría:** Eva Boj del Val

**Curso académico:** 2023-2024



UNIVERSITAT DE  
BARCELONA

Facultat d'Economia  
i Empresa

Màster  
de Ciències  
Actuarials  
i Financeres

Facultad de Economía y Empresa

Universidad de Barcelona

Trabajo Final de Máster

Máster en Ciencias Actuariales y Financieras

**Reservas en seguros no vida: aplicación  
de distintos métodos actuariales en el  
cálculo de la reserva IBNR y el Ultimate**

Autoría:

Cristina Peiró Ocón

Tutoría:

Eva Boj del Val

El contenido de este documento es de exclusiva responsabilidad del autor, quien declara que no ha incurrido en plagio y que la totalidad de referencias a otros autores han sido expresadas en el texto.

**Resumen:**

La precisión en la estimación de las reservas en una entidad aseguradora es clave para garantizar la solvencia de la compañía. En este trabajo, se estudian cuatro métodos actuariales para calcular posteriormente, en un ejemplo práctico de una aseguradora de automóviles americana, la reserva de siniestros incurridos pero no reportados (IBNR) y el coste total de los siniestros (Ultimate) para cada año de origen. Concretamente, se aplican las técnicas Chain Ladder y una variante de él, Bornhuetter-Ferguson, Expected Claim Method y Cape Cod. Se realiza una comparativa de resultados de las técnicas y se concluye que todas proporcionan resultados parecidos y que Chain Ladder y Cape Cod son los métodos más conservadores para los datos analizados.

**Palabras clave:** Ultimate, IBNR, RBNS, Incurrido y Pagos.

**Abstract:**

The precision in estimating reserves in an insurance entity is key to ensuring the solvency of the company. In this study, four actuarial methods are examined to subsequently calculate, in a practical example of an American auto insurer, the reserves for incurred but not reported (IBNR) claims and the total cost of claims (Ultimate) for each origin year. Specifically, the Chain Ladder and a variant of it, Bornhuetter-Ferguson, Expected Claim Method, and Cape Cod techniques are applied. A comparison of the results of the techniques is carried out, and it is concluded that all provide similar results and that Chain Ladder and Cape Cod are the most conservative methods for the analyzed data.

**Kewywords:** Ultimate, IBNR, RBNS, Incurred and Payments.

# Índice

|           |                                                            |           |
|-----------|------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b>  | <b>Introducción</b>                                        | <b>1</b>  |
| <b>2</b>  | <b>Conceptos clave</b>                                     | <b>5</b>  |
| <b>3</b>  | <b>Base de datos</b>                                       | <b>9</b>  |
| <b>4</b>  | <b>Análisis reserva siniestros no pagados. Metodología</b> | <b>10</b> |
| 4.1       | Chain Ladder Technique . . . . .                           | 10        |
| 4.2       | Expected Claim Technique . . . . .                         | 14        |
| 4.3       | Bornhuetter-Ferguson . . . . .                             | 16        |
| 4.4       | Cape Cod Technique . . . . .                               | 19        |
| <b>5</b>  | <b>Análisis reserva siniestros no pagados. Resultados</b>  | <b>22</b> |
| 5.1       | Chain Ladder Technique . . . . .                           | 22        |
| 5.2       | Expected Claim Technique . . . . .                         | 27        |
| 5.3       | Bornhuetter-Ferguson . . . . .                             | 29        |
| 5.4       | Cape Cod Technique . . . . .                               | 30        |
| <b>6</b>  | <b>Comparativa técnicas aplicadas</b>                      | <b>31</b> |
| <b>7</b>  | <b>Papel del actuario en Reserving</b>                     | <b>37</b> |
| <b>8</b>  | <b>Conclusiones</b>                                        | <b>38</b> |
| <b>9</b>  | <b>Referencias</b>                                         | <b>39</b> |
| <b>10</b> | <b>Anexos</b>                                              | <b>41</b> |
| 10.1      | Código R . . . . .                                         | 41        |

## 1 Introducción

La precisión en la estimación de los siniestros impagados es fundamental para las aseguradoras. A diferencia del resto de empresas, las aseguradoras pueden no conocer el coste real de los bienes vendidos durante un periodo de información financiera hasta varios años después.

La aseguradora se compromete a pagar al tomador del seguro o a su beneficiario en caso de que se produzca un siniestro cubierto por la póliza de seguro.

Para algunos siniestros, el asegurador puede cuantificar los costes exactos de liquidación rápidamente y con gran precisión. Sin embargo, para otros siniestros, a la aseguradora le es imposible conocer el coste final hasta pasados unos años, e incluso décadas. A pesar de no conocer su coste final, la compañía está obligada a informar periódicamente sus resultados financieros (Friedland et al., 2010).

Las reservas para siniestros (también conocidas como provisiones técnicas) representan todas las responsabilidades emanadas de contratos de seguro y reaseguro y constituyen una parte de las deudas de las compañías de seguros y reaseguros, de acuerdo con lo establecido en la Ley 20/2015, de 14 de julio, sobre regulación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras (en adelante, LOSSEAR) en su artículo 69. Su valor se corresponderá a la cuantía actual que las entidades aseguradoras y reaseguradoras tendrían que desembolsar si transfirieran sus responsabilidades de seguros y reaseguros de manera inmediata a otra entidad del mismo sector.

Estas reservas son la estimación de la aseguradora de sus responsabilidades actuales por siniestros ocurridos en la fecha de presentación de los estados financieros o con anterioridad, pero que aún no se han declarado (Friedland et al., 2010). Es por este motivo, que las reservas se convierten en un componente crucial que toda compañía de seguros y de reaseguros debe de gestionar adecuadamente para garantizar la solvencia de la entidad. Normalmente, si es una compañía aseguradora de gran tamaño, existe un departamento propio encargado de realizar todo el procedimiento de cálculo de reservas. A este departamento con todos sus procedimientos para el cálculo de reservas se le denomina “Reserving”. Concretamente, el actuario toma un papel de especial importancia en el proceso de Reserving ya que cuantificará, evaluará y supervisará las estimaciones de siniestros pendientes de pago a partir de su experiencia pasada.

Según Addini et al. (2018), existen dos tipos de reservas: Reported But Not Settled (RBNS) e Incurred But Not Reported (IBNR); y dos tipos de datos: cuantías de siniestros y número de siniestros.

Las técnicas que permiten estimar estas reservas son numerosas, cada una de ellas con sus ventajas e inconvenientes de acuerdo al contexto en que son aplicadas. Según Addini et al. (2018), el método Chain Ladder (CL) es el más usado en Reserving, sin embargo, no es apto para separar estos dos tipos de reservas. En su estudio propone la metodología Double Chain Ladder (DCL) como método sustitutivo y de mejora en el que aplica el algoritmo CL al triángulo de cuantías y frecuencia de siniestros. Concluye que las diferencias en las estimaciones de las reservas de ambos métodos son muy significativas cuando hay muchos zeros en el triángulo de incrementos. Angulo (2018) denota que la reserva total es la suma de las reservas IBNR y RBNS teniendo en

cuenta la inflación y afirma que este hecho causa que sea un valor más ajustado de los pagos futuros. Explica que el modelo DCL sí permite hacer predicciones sobre el IBNR para la cola, es decir predecir más allá de los datos que tenemos en el triángulo, a diferencia de CL que se limita a la dimensión de los datos. Concluye que, para los datos que analiza, la reserva total está formada por un 90 % de la reserva RBNS y un 10 % por la de IBNR. Esto le hace indicar que, en su caso particular, la gran mayoría de los siniestros han sido notificados a la compañía pero hay un retraso en el pago.

Otro tipo de técnica es modelizar los siniestros RBNS e IBNR mediante un proceso Poisson que puede ser pensado como un proceso de riesgo markoviano porque los plazos de notificación y liquidación son exponenciales. Este proceso a su vez se puede transformar en un modelo de flujo de fluidos equivalente cuando los pagos se distribuyen por fases. Como resultado, medidas clásicas como la probabilidad de ruina o, más en general, la función de penalización descontada esperada de Gerber-Shiu, se derivan directamente (Ahn et al., 2017).

La dependencia temporal del proceso de llegada de los siniestros no se refleja en muchos de los modelos actuales, lo que puede afectar a la exactitud de las predicciones de reservas IBNR. Para superar esta deficiencia, Badescu et al. (2015 y 2019) proponen un marked Cox model a través de un algoritmo de maximización de expectativas que garantiza la eficiencia de los estimadores, a diferencia del algoritmo de momentos. Se concluye que el modelo puede proporcionar distribuciones predictivas realistas.

Bastos et al. (2023) sugieren un nuevo enfoque en la estimación de IBNR usando CL mediante Números Fuzzy Gaussianos. Los resultados indican que la adopción del método propuesto ofrece grandes beneficios en comparación con el enfoque tradicional ofertando la posibilidad de seleccionar el nivel de aversión al riesgo proporcionando flexibilidad y permitiendo el ajuste según la situación y la aversión al riesgo de la compañía de seguros en un escenario o periodo específico. Una técnica bastante reciente consiste en ordenar el triángulo de desarrollo por filas y utilizar modelos lineales de espacio de estados para el conjunto de datos con el fin de permitir nuevas posibilidades para las reservas IBNR a corto plazo, así como para mitigar el riesgo de insolvencia (Costa and Pizzinga, 2020). Los resultados indican que esta técnica, en términos de comparaciones fuera de muestra, supera a otros métodos y proporciona unas reservas IBNR más conservadoras que el método original del espacio de estados.

En el campo de la programación, Komaromi (2012), propone el concepto de programación de entropía para modelar las reservas IBNR y concluye que esta programación abre nuevas oportunidades para ampliar las metodologías de cálculo del IBNR.

Ayuso and Santolino (2008) presentan una predicción de reservas individuales por daños corporales pendientes de liquidación mediante un método estadístico en el seguro de automóvil. Se observa una distribución lognormal del coste de compensación para diferentes niveles de gravedad del daño corporal. La provisión se estima asignando el valor esperado de compensación media según la gravedad predicha de la lesión de la víctima, utilizando un modelo heterocedástico de elección múltiple. Se demuestra que esta metodología mejora la precisión en la estimación de las reservas en todas las etapas en comparación con la valoración subjetiva tradicional realizada por los peritos de la compañía.

Otra comparativa frente CL fue realizada por Taylor and Xu (2013), donde quisieron comprobar si los modelos de reserva de siniestros basados en datos de recuento de accidentes pueden producir mejores predicciones que el modelo CL. Se considera que CL puede dar lugar a errores de predicción cuando se aplica a una cartera con cambios importantes a lo largo del tiempo en las tasas de finalización de siniestros. Se aplican dos modelos: el de pagos por siniestro incurrido (PPCI) y el de pagos por siniestro finalizado (PPCF), que se basan en datos de recuento de siniestros. Se justifica en que rara vez CL obtiene buenos resultados y que los modelos PPCI y PPCF producen un rendimiento superior, en términos de error de predicción, el 80 % de las veces.

Especialmente, la reserva IBNR toma una gran importancia en los seguros de responsabilidad civil (Torres, 2019). Estos siniestros son caracterizados por tardar un largo tiempo en liquidarse plenamente, pueden tomar años e incluso décadas. A estos siniestros se les conoce por tener colas largas (Friedland et al., 2010) y la aseguradora no logra conocer su Ultimate (coste total) hasta pasados esos años.

Asimismo a parte de métodos deterministas, Verrall et al. (2010), proponen un método estocástico que considera hipótesis detalladas sobre siniestros individuales que luego es aproximado mediante un modelo de Poisson compuesto. Esta técnica explícitamente considera el retraso entre la ocurrencia y notificación de un siniestro (retraso IBNR) y la demora desde la notificación hasta el pago total (demora RBNS). Estas demoras se estiman por separado, a diferencia de la mayoría de los métodos. Se comparan los resultados con los de CL, concluyendo que este enfoque es más realista y conserva más información útil que la técnica de CL.

Siguiendo con los distintos modelos de asignación de reserva IBNR, Viancha (2018) sostiene que la elección del modelo de asignación de reserva IBNR afecta significativamente al análisis de la siniestralidad en carteras de seguros. Evaluó tres modelos: asignación por nivel de exposición, por nivel de siniestros incurridos y Bornhuetter-Ferguson (BF) modificado. El modelo por nivel de exposición distribuye las reservas según el volumen de negocio, sin considerar las desviaciones de siniestralidad. El modelo por nivel de siniestros incurridos asigna según la siniestralidad observada, pero puede subestimar costos en periodos recientes. Sugiere el modelo BF modificado como solución intermedia, ajustándose a la experiencia de la cartera y ofreciendo resultados más estables y coherentes.

Finalmente, Yulita and Ronnie (2021) introducen el método RCD (Reserving by Detailed Conditioning) y el modelo lineal generalizado (Generalized Linear Model, con siglas GLM en inglés) de distribución de error Gamma para la asignación del IBNR y el RBNS. El enfoque RCD implica un detallado condicionamiento de las características del siniestro y otras variables de fondo. Sin embargo, la estabilidad del resultado se ve comprometida debido a la combinación de múltiples cálculos de cada variable de fondo. Por tanto, proponen la combinación del RCD con el modelo GLM de distribución Gamma utilizando el método “Bootstrapping Individual Claims Histories” como un enfoque eficaz. Los resultados revelan que se obtiene el menor Error Cuadrático Medio de Predicción (MSEP) en comparación con RDC con GLM de distribución Poisson, RDC y CL para los datos analizados. Un menor valor de MSEP indica una aproximación más cercana al valor real de la reserva para siniestros.



Este trabajo tiene como principal objetivo estudiar cuatro métodos actuariales que se aplican muy a menudo en Reserving para obtener las reservas de siniestros pendientes de pago. Para darle un mayor entendimiento a estos métodos, se le da un enfoque práctico mediante los triángulos de desarrollo de los siniestros pagados y los incurridos o reportados. Estos son: CL o Development technique, Expected Claim Technique o Expected Loss Ratio Method, BF Technique y Cape Cod Technique o Standard-Bühlmann Method. De ellos se analiza para qué tipo de líneas de negocio son más indicados y sus ventajas e inconvenientes. Estos métodos están basados en el enfoque que marca Friedland et al. (2010).

El trabajo se estructura de la siguiente manera: la Sección 2 está dedicada a conceptos clave necesarios para el buen seguimiento del trabajo. La Sección 3 a la descripción de la base de datos utilizada para el análisis. Las secciones 4 y 5 se centran en la aplicación de los distintos métodos actuariales que comprenderá primero la metodología (Sección 4) y segundo los resultados (Sección 5). En la Sección 6 se realiza una comparativa de todos los métodos. La Sección 7 se enfoca en el papel que tiene el actuario en Reserving. Por último, la Sección 8 comprende las conclusiones finales de la investigación.

## 2 Conceptos clave

A continuación se definen los conceptos a tener en cuenta para el desarrollo y entendimiento de la investigación.

- **Unpaid claims:** siniestros no pagados por la aseguradora y por tanto, le quedan pendientes de pagar.
- **IBNR:** Incurred But Not Reported. Son los siniestros ocurridos pero no reportados, es decir, siniestros que pueden no haber sido reportados por los asegurados o por otras partes afectadas en el momento en que se está realizando la estimación. La estimación del IBNR es fundamental para que las aseguradoras puedan realizar una evaluación precisa de sus pasivos y reservas, lo que a su vez afecta su situación financiera y su capacidad para cumplir con las obligaciones de pago de las indemnizaciones.
- **RBNS:** Reported But Not Settled o también conocida como case outstanding o unpaid case, son las estimaciones de siniestros impagados para siniestros conocidos y declarados. Representa la cantidad que la aseguradora cree que aún se pagará para liquidar este siniestro concreto.
- **Incurrido:** es la suma de los pagos de siniestros acumulados y la estimación de la reserva RBNS. También conocido como reported claims.
- **Ultimate:** representa el coste total en unidades monetarias una vez liquidados y cerrados todos los siniestros sin posibilidad de reapertura. Su fórmula es:

$$Ultimate = Incurrido + IBNR = Pagos + RBNS + IBNR \quad (1)$$

- **Earned Premium:** Prima devengada. Es un tipo de medida de exposición a siniestros empleado por las aseguradoras. Se refiere a la parte de la prima total de un contrato de seguro que corresponde al período durante el cual el asegurador ha asumido el riesgo. A título informativo, existen otras medidas de exposición como pueden ser la prima emitida (written premium), pólizas en vigor, límites de las pólizas por región (para la estimación anticipada de los siniestros impagados relacionados con una catástrofe natural), el número de vehículos asegurados (para los seguros de automóviles personales) y la masa salarial (para las indemnizaciones por accidentes laborales). La earned premium queda definida de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{Earned Premium} = & \text{Written Premium} \\ & + \text{Beginning Unearned Premium Reserve} \\ & - \text{Ending Unearned Premium Reserve} \end{aligned} \quad (2)$$

En español:

$$\begin{aligned}
 \text{Prima devengada} &= \text{Prima emitida} \\
 &+ \text{Reserva inicial de primas no devengadas} \\
 &- \text{Reserva final de primas no devengadas}
 \end{aligned} \tag{3}$$

- **Triángulo de desarrollo:** Un triángulo de desarrollo es una tabla que muestra los cambios en los accident years (años de accidente) a lo largo del tiempo.

El triángulo de desarrollo se utiliza mucho en la práctica y comprende los periodos de origen/ocurrencia (i) y de desarrollo (j). Puede representar distintas cuantías como por ejemplo: las cuantías pagadas de siniestros, la reserva RBNS, el incurrido, los Ultimates, etc.

A continuación, se muestra un ejemplo en la figura 1:

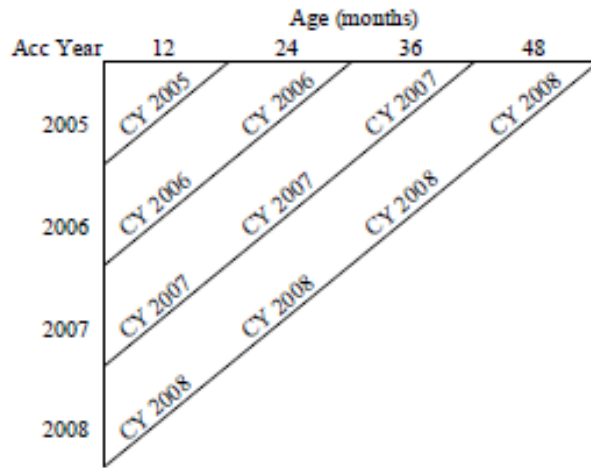


Figura 1: Triángulo teórico. Fuente: Friedland et al., 2010

La primera diagonal del triángulo, partiendo desde la esquina superior izquierda, corresponde a la fecha de valoración del 31 de diciembre de 2005, representando el accidente del año 2005 con un vencimiento de 12 meses. Siguiendo la convención estándar, se cuenta desde el inicio del año del accidente hasta la fecha de valoración. Por lo tanto, el año del accidente 2005, que inicia el 1 de enero de 2005, abarca 12 meses hasta el 31 de diciembre de 2005.

La segunda diagonal del triángulo se ubica en la fecha de valoración del 31 de diciembre de 2006. En este punto, el año del accidente 2005 comprende 24 meses, mientras que el año del accidente 2006 abarca 12 meses. Para calcular estas duraciones, se cuenta el número de meses desde el inicio de cada año del accidente (es decir, el 1 de enero de 2005 y el 1 de enero de 2006) hasta la fecha de valoración del 31 de diciembre de 2006. Este patrón se mantiene para las diagonales siguientes.

Para concluir nuestro ejemplo, la última diagonal del triángulo, correspondiente a la fecha de valoración del 31 de diciembre de 2008, representa los siniestros de los años de accidente:

- 2005, con una duración de 48 meses (desde el inicio del año del accidente, el 1 de enero de 2005,

hasta el 31 de diciembre de 2008) - 2006, con una duración de 36 meses (desde el 1 de enero de 2006 hasta el 31 de diciembre de 2008) - 2007, con una duración de 24 meses (del 1 de enero de 2007 al 31 de diciembre de 2008) - 2008, con una duración de 12 meses (desde el 1 de enero de 2008 hasta el 31 de diciembre de 2008).

Cada columna del triángulo de desarrollo de siniestros corresponde a una edad (o vencimiento) y se relaciona directamente con la combinación del año del accidente (fila) y la fecha de valoración (diagonal) utilizada para construir el triángulo. En nuestro ejemplo, los datos del año del accidente se presentan utilizando valoraciones anuales, lo que significa que las edades en las columnas son de 12 meses, 24 meses, 36 meses y 48 meses. Sin embargo, se pueden ajustar estas edades según sea necesario, por ejemplo, utilizando intervalos de 3 meses (trimestral), 6 meses (semestral), 12 meses (anual), 18 meses, etc.

Otros conceptos interesantes en el mundo del Reserving que vale la pena comentar, son los conceptos de los recuperos (*recoveries*) y Allocated Loss Adjustment Expenses (ALAE) y Unallocated Loss Adjustment Expenses (ULAE) (Friedland et al., 2010).

Los recuperos, hacen referencia a las transacciones de dinero recibidas durante el ciclo de vida del siniestro. Existen numerosos tipos de recuperos a disposición de las aseguradoras que podrían afectar a su experiencia neta de siniestralidad: deducibles, salvamento y subrogación:

- **Los deducibles (franquías):** son los más comunes. El asegurado al ocurrirse el siniestro, reembolsa la franquía a su aseguradora. Las aseguradoras difieren en sus prácticas con respecto a la RBNS para las franquías. Algunas aseguradoras establecen deducir la franquía, mientras que otras aseguradoras no tienen en cuenta la franquía a la hora de determinar la cuantía del siniestro. Incluso dentro de la misma aseguradora, las prácticas pueden variar entre líneas de negocio.
- **Salvamento:** representa cualquier cantidad que la aseguradora pueda recaudar de la venta de los bienes siniestrados. Por ejemplo, el dinero recibido de un vehículo destruido del que la aseguradora puede recuperar parte de su coste vendiendo el vehículo para chatarra.
- **Subrogación:** es el derecho de la aseguradora a recuperar el importe del siniestro de un tercer responsable del daño. Por ejemplo, el dinero que recibe la aseguradora X de la aseguradora Y del conductor culpable para pagar los daños del vehículo.

Es importante que el actuario conozca las prácticas de la aseguradora en materia de deducibles, salvamento y subrogación ya que necesita saber si la aseguradora registra los siniestros pagados netos o brutos de estos recuperos.

En relación con estos recuperos, existen 2 tipos de reservas:

- **Las reservas de cobro:** estiman la cantidad de dinero que se recibirá de futuros cobros.
- **Las reservas de recuperación:** funcionan de forma similar a las reservas de cobro, pero añaden al libro de contabilidad cuánto dinero se estima que se recibirá de una recuperación en lugar de cuánto dinero se estima que se pagará con un cheque.

Estos recuperos los veremos en el estudio práctico que emplearemos más adelante en el que encontraremos algunos IBNR estimados negativos para unos determinados años.

En relación con el ULAE y ALAE, hacen referencia a los ajustes de los gastos de los siniestros (claim adjustment expenses) y gastos relacionados con los siniestros (claim-related expenses). La suma de ULAE y ALAE representa la estimación de la aseguradora del dinero que pagará en concepto de siniestros, además de los gastos asociados a la tramitación de los mismos.

- **Allocated Loss Adjustment Expenses (ALAE):** costes que la aseguradora SÍ puede asignar a un siniestro en particular. Por ejemplo, gastos legales y periciales.
- **Unallocated Loss Adjustment Expenses (ULAE):** costes que la aseguradora NO puede asignar a un siniestro en particular. Por ejemplo, salarios, gastos de los ordenadores para el departamento de siniestros, investigaciones, etc. Para este caso, es necesario constituir una reserva de ULAE donde se proyectará el IBNR y existen diferentes métodos para calcularla.

### 3 Base de datos

Los datos utilizados son de una aseguradora americana y hacen referencia a su seguro de automóvil. La llamaremos a partir de ahora U.S. Industry Auto. La información se ha obtenido de Friedland et al., (2010) y esta búsqueda complementa parte de la investigación.

Los datos corresponden al periodo 1998-2007 y tienen una frecuencia anual expresada en meses. Concretamente, la información necesaria para emplear los métodos de Reserving buscados son:

(a) Triángulo de siniestros incurridos/reportados acumulado:

| Accident<br>Year | Reported Claims as of (months) |            |            |            |            |            |            |            |            |            |
|------------------|--------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|                  | 12                             | 24         | 36         | 48         | 60         | 72         | 84         | 96         | 108        | 120        |
| 1998             | 37,017,487                     | 43,169,009 | 45,568,919 | 46,784,558 | 47,337,318 | 47,533,264 | 47,634,419 | 47,689,655 | 47,724,678 | 47,742,304 |
| 1999             | 38,954,484                     | 46,045,718 | 48,882,924 | 50,219,672 | 50,729,292 | 50,926,779 | 51,069,285 | 51,163,540 | 51,185,767 |            |
| 2000             | 41,155,776                     | 49,371,478 | 52,358,476 | 53,780,322 | 54,303,086 | 54,582,950 | 54,742,188 | 54,837,929 |            |            |
| 2001             | 42,394,069                     | 50,584,112 | 53,704,296 | 55,150,118 | 55,895,583 | 56,156,727 | 56,299,562 |            |            |            |
| 2002             | 44,755,243                     | 52,971,643 | 56,102,312 | 57,703,851 | 58,363,564 | 58,592,712 |            |            |            |            |
| 2003             | 45,163,102                     | 52,497,731 | 55,468,551 | 57,015,411 | 57,565,344 |            |            |            |            |            |
| 2004             | 45,417,309                     | 52,640,322 | 55,553,673 | 56,976,657 |            |            |            |            |            |            |
| 2005             | 46,360,869                     | 53,790,061 | 56,786,410 |            |            |            |            |            |            |            |
| 2006             | 46,582,684                     | 54,641,339 |            |            |            |            |            |            |            |            |
| 2007             | 48,853,563                     |            |            |            |            |            |            |            |            |            |

Figura 2: Triángulo reported claims. Fuente: Friedland et al., 2010

(b) Triángulo de pagos acumulado:

| Accident<br>Year | Paid Claims as of (months) |            |            |            |            |            |            |            |            |            |
|------------------|----------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|                  | 12                         | 24         | 36         | 48         | 60         | 72         | 84         | 96         | 108        | 120        |
| 1998             | 18,539,254                 | 33,231,039 | 40,062,008 | 43,892,039 | 45,896,535 | 46,765,422 | 47,221,322 | 47,446,877 | 47,555,456 | 47,644,187 |
| 1999             | 20,410,193                 | 36,090,684 | 43,259,402 | 47,159,241 | 49,208,532 | 50,162,043 | 50,625,757 | 50,878,808 | 51,000,534 |            |
| 2000             | 22,120,843                 | 38,976,014 | 46,389,282 | 50,562,385 | 52,735,280 | 53,740,101 | 54,284,334 | 54,533,225 |            |            |
| 2001             | 22,992,259                 | 40,096,198 | 47,767,835 | 52,093,916 | 54,363,436 | 55,378,801 | 55,878,421 |            |            |            |
| 2002             | 24,092,782                 | 41,795,313 | 49,903,803 | 54,352,884 | 56,754,376 | 57,807,215 |            |            |            |            |
| 2003             | 24,084,451                 | 41,399,612 | 49,070,332 | 53,584,201 | 55,930,654 |            |            |            |            |            |
| 2004             | 24,369,770                 | 41,489,863 | 49,236,678 | 53,774,672 |            |            |            |            |            |            |
| 2005             | 25,100,697                 | 42,702,229 | 50,644,994 |            |            |            |            |            |            |            |
| 2006             | 25,608,776                 | 43,606,497 |            |            |            |            |            |            |            |            |
| 2007             | 27,229,969                 |            |            |            |            |            |            |            |            |            |

Figura 3: Triángulo paid claims. Fuente: Friedland et al., 2010

(c) Earned Premium:

| Earned premium |                   |
|----------------|-------------------|
| <b>1998</b>    | <b>68.574.209</b> |
| <b>1999</b>    | <b>68.544.981</b> |
| <b>2000</b>    | <b>68.907.977</b> |
| <b>2001</b>    | <b>72.544.955</b> |
| <b>2002</b>    | <b>79.228.887</b> |
| <b>2003</b>    | <b>86.643.542</b> |
| <b>2004</b>    | <b>91.763.523</b> |
| <b>2005</b>    | <b>94.115.312</b> |
| <b>2006</b>    | <b>95.272.279</b> |
| <b>2007</b>    | <b>95.176.240</b> |

Figura 4: Primas consumidas (earned premiums). Fuente: Friedland et al (2010)

## 4 Análisis reserva siniestros no pagados. Metodología

Los métodos actuariales aplicados para obtener la reserva por siniestros no pagados son:

- Chain Ladder Technique, CL
- Expected Claim Technique
- Bornhuetter-Ferguson (BF)
- Cape Cod Technique

### 4.1 Chain Ladder Technique

También conocida como “Development technique”, es una de las técnicas más usadas en Reserving por su fácil aplicación y ventajas que ofrece. Se basa en que los Ultimate de los siniestros se obtienen a partir de los valores registrados, suponiendo que la evolución futura de los siniestros es similar a la de los años anteriores. La información histórica predice el futuro. Este hecho pone de manifiesto que no en todas las líneas de negocio (lobs) de la compañía se puede aplicar este método ya que solo será adecuado para aquellas que tengan un ambiente estable sin grandes cambios. Tampoco es adecuado para lobs inmaduras, es decir, que tengan poca información ya que el pasado no predecirá bien el futuro y será mejor aplicar otros métodos como los que veremos en las próximas secciones.

Cabe decir que el CL se puede combinar con otros métodos estableciendo una ponderación para lograr un mejor ajuste en las reservas.

Según Boj et al. (2020), los datos del triángulo deben ser positivos. Sirve en las situaciones de tasas de inflación constantes. Es un modelo determinista pero aunque no es estocástico, puede considerarse proveniente de modelos estocásticos.

Hipótesis-Estimadores del CL clásico:

- Las columnas del triángulo son proporcionales.
- El estimador del cambio de la columna  $h$  a la  $h + 1$ , también llamado factor de desarrollo, es:

$$\hat{m}_h = \frac{\sum_{i=1}^{k-h-1} C_{i,h+1}}{\sum_{i=0}^{k-h-1} C_{i,h}} \quad \text{entonces} \quad C_{i,h+1} = m_h \cdot C_{i,h} \quad (4)$$

- El estimador de  $C_{ij}$  con  $i, j \in F$  es:

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,k-i} \cdot \prod_{h=k-i}^{j-1} \hat{m}_h \quad (5)$$

En concreto, para este trabajo se desarrollará una variante de CL que luego se utilizará para las otras 3 técnicas. Cabe decir que la variante utilizada es completamente nueva a las variantes que ofrece *provisio* de Claramunt et al. (2017) y a cualquier cálculo incluido en el paquete ChainLadder (Gesmann et al., 2023) de R (Development Core Team, 2024).

Esta variante consistirá en estos seis pasos:

- 1) Calcular los factores de desarrollo  $\hat{m}_h$ .
- 2) Calcular medias de los factores de desarrollo: Una vez completado el triángulo de factores edad-edad, nuestro siguiente paso es calcular las medias de los factores de edad. Los actuarios utilizan una gran variedad de medias para los factores de edad. Algunas de las medias más comunes son:
  - Media simple (o aritmética)
  - Media mediana (media que excluye los valores altos y bajos)
  - Media ponderada por volumen
  - Media geométrica (raíz enésima del producto de  $n$  factores históricos de edad a edad)

En la próxima sección de resultados, calcularemos las siguientes medias de los factores de desarrollo:

- Medias simples de los últimos cinco años y de los últimos tres años. Para el ejemplo práctico, nos quedaremos con el de la media simple y ponderada de los últimos tres años para hacer las proyecciones de reserva IBNR y Ultimate.
  - Promedio medio de los cinco últimos años excluyendo el valor más alto y más bajo (media 5x1).
  - Medias ponderadas por volumen de los cinco últimos años y de los tres últimos años dividiendo el sumatorio de  $t + 1$  entre  $t$ .
  - Media geométrica de los últimos cuatro años como el producto de los últimos 4 años de los factores de desarrollo elevado a 0.25.
- 3) Elegir el factor de desarrollo de las medias más adecuado: los actuarios revisan la siniestralidad pasada teniendo en cuenta estas características:
    - Progresión suave de los factores individuales de edad a edad y de los factores medios a lo largo de los periodos de desarrollo: Lo ideal sería que el patrón mostrara un desarrollo incremental en constante disminución de una valoración a otra (es decir, a medida que nos alejamos del período del accidente), especialmente en las últimas valoraciones.
    - Estabilidad de los factores para el mismo periodo de desarrollo: existe menor varianza en los factores de desarrollo más maduros (lejanos, por ejemplo 24-36 meses) que los inmaduros (próximos por ejemplo 12-24 meses). En los inmaduros no se tiene mucha información del siniestro en sus daños y lesiones potenciales de los reclamantes.
    - Credibilidad de la experiencia: Los actuarios suelen determinar la credibilidad en función del volumen y la homogeneidad de la experiencia para un año de accidente y una edad determinados. Si la experiencia de siniestralidad de la aseguradora tiene una credibilidad limitada debido al escaso volumen de siniestros, a cambios organizativos o a otros factores, puede ser necesario utilizar factores de desarrollo de referencia del sector asegurador.
    - Cambios en los patrones: Los actuarios revisan los factores para identificar patrones sistemáticos que puedan sugerir cambios en las operaciones internas o en el entorno externo.



- 4) Elegir el factor de cola: el actuario debe analizar la evolución hasta el momento en que cesa la evolución (es decir, hasta que los factores de evolución seleccionados sean iguales a 1.000). El número de periodos de desarrollo necesarios varía en función de la línea, la jurisdicción y el tipo de datos.

Para el ejemplo de U.S. Industry Auto, seleccionamos un factor de cola de siniestros reportados de 1.000 para el intervalo de 108 a 120 meses. Esto significa que no esperamos cualquier novedad sobre las reclamaciones reportadas después de 108 meses. Sin embargo, para los siniestros pagados, esperamos un desarrollo futuro más allá de 108 meses; seleccionamos un factor de edad a edad de 1.002 para 108-120 meses.

- 5) Calcular los factores de desarrollo acumulados al Ultimate (Cumulative Claim Development Factors (CDF) to Ultimate): Calculamos los factores acumulativos de evolución de los siniestros mediante multiplicaciones sucesivas empezando por el factor de cola y el factor de edad más antigua. El factor de siniestralidad acumulado proyecta el crecimiento total a lo largo de las valoraciones restantes. La fórmula a seguir es:

$$CDF_{to\ Ult\ t} = CDF_{to\ Ult\ t-1} \cdot Selected_t \quad (6)$$

- 6) Proyección del coste total de los siniestros (Projected Ultimate claims): Los siniestros definitivos son iguales al producto de la última valoración de los siniestros (los importes indicados en la última diagonal de los triángulos de siniestros) y los factores de evolución acumulativa de los siniestros correspondientes. En nuestro ejemplo, la última diagonal del triángulo es la valoración a 31 de diciembre de 2007.

$$Ultimate = CDF_{to\ Ult\ t} \cdot latest \quad (7)$$

- 7) Reserva total: la estimación de los siniestros impagados se calcula como:

$$Reserva\ total = projected\ Ultimate\ claims - actual\ paid\ claims = RBNS + IBNR \quad (8)$$

Concretamente, tendremos una reserva total para los siniestros reportados y los pagados:

$$Reserva\ total\ siniestros\ reportados = RBNS + IBNR\ reported\ claims \quad (9)$$

$$Reserva\ total\ siniestros\ pagados = RBNS + IBNR\ paid\ claims \quad (10)$$

Entonces, el IBNR se obtiene fácilmente como:

$$IBNR = unpaid\ claims\ estimate - RBNS \quad (11)$$

Donde actual paid claims es la ultima diagonal conocida, es decir, el latest. Aplicaremos en la práctica la obtención de las reservas RBNS e IBNR de la siguiente manera:

$$RBNS = reported\ claims - paid\ claims \quad (12)$$

$$\text{IBNR} = \text{projected Ultimate claims} - \text{reported claims} \quad (13)$$

Concretamente, tendremos dos reservas IBNR una para los siniestros reportados y otra para los pagados:

$$\text{IBNR siniestros reportados} = \text{projected reported Ultimate claims} - \text{reported claims} \quad (14)$$

$$\text{IBNR siniestros pagados} = \text{projected paid Ultimate claims} - \text{reported claims} \quad (15)$$

- 8) Cálculo del Reporting and Payment Patterns: El reporting pattern of claims (modelo de notificación de siniestros) es el porcentaje del coste total de los siniestros (Ultimate claims) que son reportados en cada año y el payment pattern of claims (modelo de pago de los siniestros), es el porcentaje del Ultimate claims que son pagados en cada año. Ambos se usan como inputs para otros cálculos actuariales. Por ejemplo, el payment pattern se usa para el discounting, es decir, para obtener el valor presente de los cálculos. El reporting pattern utiliza los reported CDF (Claim Development Factors) y calcula su inversa para obtener el porcentaje de siniestros reportados respecto al Ultimate. Se calcula el incremental y el acumulado. Lo mismo se hace con el payment pattern pero con el paid CDF.

Esta variante da unos resultados similares a CL puro en el que se usan las hipótesis mencionadas al principio. En la parte práctica del trabajo, se calcula el método CL clásico mediante R con el área de trabajo *provisio* y se estima también un GLM con distribución de error Poisson y función de enlace logarítmica con la función *glmReserve* del paquete ChainLadder. Ambos métodos dan resultados muy parecidos como veremos en la próxima sección.

Unas reflexiones que se deducen de este método son:

A mayores años maduros, menor es la estimación de los siniestros impagados porque a medida que van pasando los años, los siniestros se van pagando y esto implica que las reservas IBNR y RBNS van disminuyendo hasta llegar a ser cero. Por el contrario, a periodos inmaduros, es decir, los años de accidente más recientes, encontraremos más reserva IBNR y RBNS.

Los siniestros considerados *large* (siniestros de grandes importes aunque no catastróficos) en colas largas como los seguros de responsabilidad civil en los que se tardan muchos años en cerrarse los siniestros, causan un efecto apalancamiento en los factores de desarrollo de los últimos años de accidente. Esto afecta en las proyecciones de los siniestros que componen el Ultimate porque las hace que sean inrazonables. Sobre todo ocurre esto cuando se utilizan factores de desarrollo de los siniestros pagados muy elevados. Por ejemplo, unos valores de 4 a 10 se consideran muy elevados y se interpretan como que cada euro de los siniestros declarados se multiplica por un factor de 4.00 por ejemplo para determinar la siniestralidad final.

## 4.2 Expected Claim Technique

También llamado Expected Loss Technique o Expected Claim Method, es un método adecuado para nuevas líneas de negocio que tenga la compañía o nuevos territorios donde vaya a entrar para hacer negocio ya que implica que esos periodos que utilice para calcular las reservas serán inmaduros. También se utiliza para cuando hay cambios operacionales o ambientales que hacen que los datos recientes sean irrelevantes para predecir. Además, es una buena solución cuando el CL tiene efecto apalancamiento en sus factores de desarrollo para los periodos inmaduros.

Su hipótesis clave es que los siniestros totales van en función de una estimación a priori: Expected Loss Ratio (ELR) y no de la actividad de siniestros actuales hasta la fecha (latest).

La ventaja que tiene es que ofrece estabilidad en las proyecciones y como inconveniente, muestra una falta de capacidad de respuesta a la experiencia reciente.

Será adecuado cuando los datos no sean viables para otros métodos.

Es un método que se utilizará dentro del BF y del Cape Cod. En el caso de que se utilice para el BF, para la proyección del Ultimate, se utilizará las Earned Premiums (EP) como base de exposición y una ratio de siniestros esperada seleccionada por juicio actuarial que vendrá influida por el Ultimate de CL ajustado a una inflación constante, a cambios legislativos que puedan haber en el entorno y a la EP. De esta manera, el coste histórico de los siniestros estará actualizado a la inflación y a los cambios legales recientes. En nuestro ejemplo práctico no se incluirá la inflación ni tampoco los cambios legales para hacerlo más sencillo.

Para el caso del Cape Cod, en vez de utilizar la EP se utilizará la used up premium que es una proporción de la EP según el porcentaje de Ultimate reportado y pagado. La ELR no se seleccionará a través de un juicio actuarial como sí se hace en el BF, sino que será los siniestros reportados dividida entre su used up premium.

A continuación se desarrollará la técnica ELR enfocada para utilizarla después en el BF. Concretamente, los pasos a seguir para desarrollar este método son los siguientes:

- 1) Calcular los factores de desarrollo de CL y su CDF to Ultimate (véase la sección anterior).
- 2) Calcular el Ultimate de CL para los siniestros incurridos y pagados (véase la sección anterior).
- 3) Calcular la media aritmética de los Ultimates de incurrido y pagos.

$$\text{Ultimate medio} = \frac{\text{Ultimate reportado CL} + \text{Ultimate pagado CL}}{2} \quad (16)$$

Al haber hecho esta media, este método ya no distingue entre siniestros reportados y pagados sino que los unifica en uno solo. De esta forma, solo tendremos una única reserva IBNR, total y Ultimate.

- 4) Obtener la prima consumida para cada año de origen. Esto es un dato externo proporcionado.
- 5) Obtener la inflación y el impacto de cambios legislativos que ajustarán el Ultimate. Esto es un dato externo proporcionado.

6) Calcular el Ultimate ajustado de la siguiente manera:

$$\text{Ultimate ajustado} = \text{Ultimate medio} \cdot \text{tasa inflación} \cdot \text{tasa cambio legislativo} \quad (17)$$

7) Calcular el Expected Loss Ratio (ELR) o Expected Claim Ratio. En español, índice de reclamaciones estimado:

$$\text{ELR} = \frac{\text{Ultimate ajustado}}{\text{EP}} \quad (18)$$

8) Calcular el Ultimate final como:

$$\text{Ultimate final} = \text{Ultimate ajustado} \cdot \text{ELR} \quad (19)$$

9) Igual que antes obtenemos las reservas RBNS, IBNR y totales de esta manera:

$$\text{RBNS} = \text{reported claims} - \text{paid claims} \quad (20)$$

$$\text{IBNR} = \text{projected Ultimate claims} - \text{reported claims} \quad (21)$$

$$\text{Reserva total} = \text{Ultimate final} - \text{actual paid claims} = \text{RBNS} + \text{IBNR} \quad (22)$$

Cabe decir que para el ejemplo desarrollado en la práctica, no se dispone de la inflación y el impacto de los cambios legislativos que hacen ajustar el Ultimate. Por tanto, el Ultimate que se dispone es el de la media de los siniestros incurridos y pagados y se estimará una ELR de la siguiente manera:

$$\text{ELR estimada} = \frac{\text{Ultimate medio}}{\text{EP}} \quad (23)$$

Aunque aún es recomendable revisar los ELR de años anteriores de manera ajustada y en tendencia, muchos actuarios utilizan un juicio significativo al seleccionar los índices de reclamaciones esperadas. En nuestro ejemplo, seleccionamos ELR del 75 % para los años de siniestro de 1998 a 2002 y del 65 % para los años de siniestro de 2003 a 2007. Incorporamos el juicio actuarial al seleccionar dos índices de reclamaciones diferentes para reflejar el cambio en la experiencia que es evidente entre los años de siniestro más antiguos y los más recientes.

### 4.3 Bornhuetter-Ferguson

Este método es muy utilizado como CL. Combina las técnicas de CL y de Expected Claims Technique para aprovechar las ventajas de cada uno y hacer un método todavía más eficiente. Divide el Ultimate de los siniestros pagados y de los incurridos en:

- (a) Siniestros pagados o reportados actuales donde usa la técnica CL.
- (b) Siniestros impagados o no reportados esperados donde usa la técnica Expected Claims.

El BF evita el problema que tiene CL de tener unas proyecciones poco razonables al tener un efecto apalancamiento cuando se utiliza un factor de desarrollo muy elevado. También evita la desventaja del Expected Claim Method ignorando los siniestros reportados y centrándose solo en los pagados para obtener la estimación de los siniestros impagados.

El BF tiene como principal ventaja que las fluctuaciones aleatorias al principio de los años de accidente no distorsionan significativamente las proyecciones. Por ejemplo, si se declaran varios siniestros importantes e inusuales para un año de accidente, la técnica de evolución de los siniestros declarados puede dar lugar a proyecciones demasiado conservadoras. Sin embargo, esta situación no distorsiona gravemente la técnica BF.

Los actuarios utilizan con frecuencia este método para los ramos de cola larga, en particular, para los años más inmaduros, debido a la naturaleza altamente apalancada de los factores de evolución de los siniestros. Los actuarios también pueden utilizar esta técnica si los datos son extremadamente escasos o volátiles, o ambas cosas. Por ejemplo, cuando una aseguradora ha entrado recientemente en un nuevo ramo o en un nuevo territorio y todavía no existe un volumen creíble de experiencia histórica, el actuario podría utilizar el BF. En tales circunstancias, es probable que el actuario tenga que basarse en referencias, ya sea de ramos similares en la misma aseguradora o en la experiencia del sector asegurador.

A medida que el año de accidente va madurando, se le da mayor peso a los pagos y reportes actuales, es decir, mayor peso a CL que al Expected Claims Technique y al revés, a años más inmaduros, mayor peso a los siniestros impagados o no reportados, es decir, mayor peso al Expected Claims Technique.

Brosius (1993), relaciona el método BF con la teoría de la credibilidad en el que reparte el peso de la credibilidad,  $Z$ , entre los dos métodos según hemos comentado antes. De tal forma que se le dará máxima credibilidad a la experiencia actual de siniestros, esto es  $Z=1$ , cuando se use la técnica CL y no se le dará credibilidad, es decir  $Z=0$ , cuando se use el Expected Claims Method. Al revés será para los años inmaduros cuando se use Expected Claims Technique habrá máxima credibilidad:  $Z=1$  y nula  $Z=0$  para CL.

Concretamente, se calcula  $Z$  como el porcentaje de siniestros desarrollados en un estado de madurez en función del CDF. Esto es:

$$Z = \frac{1}{\text{CDF to Ultimate}} \quad (24)$$

Por tanto, la fórmula básica para calcular la credibilidad ponderada del BF es la siguiente:

$$Z \cdot CL + (1-Z) \cdot \text{Expected Claim Method} \quad (25)$$

Donde

- $0 \leq Z \leq 1$
- $Z$  es la credibilidad asignada a CL
- $(1 - Z)$  es el complemento de la credibilidad asignada al Expected Loss Method

Desde un punto de vista teórico, el enfoque de ponderación de la credibilidad del método BF no es válido si el factor de desarrollo acumulativo es inferior a 1.00, ya que el valor asignado a la credibilidad,  $Z$ , es entonces superior a 1.00. Por ejemplo, si el factor de desarrollo acumulado es 0.93, la credibilidad asignada al método de desarrollo es igual a 1.075 ( $1.00 / 0.93$ ). Sin embargo, tal y como se ha definido anteriormente, la credibilidad debe ser un valor comprendido entre 0 y 1. Por lo tanto, un valor de credibilidad de 1.075 está fuera del intervalo aceptable.

Aunque los factores de desarrollo acumulativos inferiores a 1.00 plantean un problema teórico para el uso del método BF, en la práctica, muchos actuarios siguen utilizando este método con dichos factores inferiores a 1.00 combinando esta técnica con otra para estos años en que la siniestralidad final es inferior a 1.00.

Una solución para resolver este problema teórico consiste en limitar los factores de desarrollo acumulativos a un valor mínimo de 1.00.

Los actuarios suelen utilizar el método BF para los ramos de cola larga, sobre todo para los años más inmaduros.

De Ultimates de los siniestros, tendremos dos: uno para los siniestros reportados (reported claims) y otro para los siniestros pagados (paid claims) que serán calculados de las siguientes formas respectivamente:

$$\begin{aligned} \text{Ultimate Reported Claims} &= \text{Actual Reported Claims} \\ &\quad + \text{Expected Unreported Claims} \\ &= \text{Actual Reported Claims} \\ &\quad + \text{Expected Claims} \cdot \% \text{ Unreported} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \text{Ultimate Paid Claims} &= \text{Actual Paid Claims} \\ &\quad + \text{Expected Unpaid Claims} \\ &= \text{Actual Paid Claims} \\ &\quad + \text{Expected Claims} \cdot \% \text{ Unpaid} \end{aligned} \quad (27)$$

A continuación, procedemos a explicar la serie de pasos a seguir para calcular las proyecciones con este método:

- 1) Utilizamos como datos calculados previamente: CDF to Ultimate del CL tanto para los siniestros pagados como para los reportados y el expected Ultimate de la técnica Expected Claim Method.

- 2) Calculamos los porcentajes de no reportados y no pagados mediante la siguiente fórmula:

$$\% \text{ no reportados} = 1 - \frac{1}{\text{CDF to Ultimate reported}} \quad (28)$$

$$\% \text{ no pagados} = 1 - \frac{1}{\text{CDF to Ultimate paid}} \quad (29)$$

- 3) Estos porcentajes los multiplicamos por el Expected Ultimate de la técnica Expected Claim para obtener los siniestros esperados no reportados y no pagados:

$$\text{Siniestros esperados no reportados} = \% \text{ no reportados} \cdot \text{Expected Ultimate using ELR} \quad (30)$$

$$\text{Siniestros esperados no pagados} = \% \text{ no pagados} \cdot \text{Expected Ultimate using ELR} \quad (31)$$

- 4) Obtenemos el coste total de los siniestros o también llamado Ultimate de los siniestros pagados y reportados así:

$$\text{Ultimate Reported Claims} = \text{Siniestros reportados} + \text{Siniestros esperados no reportados} \quad (32)$$

$$\text{Ultimate Paid Claims} = \text{Siniestros pagados} + \text{Siniestros esperados no pagados} \quad (33)$$

- 5) La reserva RBNS, IBNR y reserva total serán calculadas como siempre así:

$$\text{RBNS} = \text{reported claims} - \text{paid claims} \quad (34)$$

$$\text{IBNR siniestros reportados} = \text{projected reported Ultimate claims} - \text{reported claims} \quad (35)$$

$$\text{IBNR siniestros pagados} = \text{projected paid Ultimate claims} - \text{reported claims} \quad (36)$$

$$\text{Reserva total siniestros reportados} = \text{RBNS} + \text{IBNR reported claims} \quad (37)$$

$$\text{Reserva total siniestros pagados} = \text{RBNS} + \text{IBNR paid claims} \quad (38)$$

#### 4.4 Cape Cod Technique

El método Cape Cod también es conocido como el método de Standard-Bühlmann y es muy parecido al método de BF porque combina la metodología de CL con la de Expected Claim.

Al igual que en BF, a mayor madurez tenga el triángulo se le da más peso a CL para predecir, es decir, a los siniestros reportados o pagados y se le da menos peso al Expected Claim, es decir, a los siniestros esperados no reportados o no pagados.

La diferencia principal con BF radica en el cálculo de la ELR ya que el Cape Cod se calcula en base a la experiencia de los siniestros reportados y el BF en base a los Ultimates de los siniestros esperados en los que se aplica después un juicio actuarial.

El juicio actuarial que nos referimos en este trabajo fue en la técnica del Expected Claim donde seleccionamos un ELR del 75 % para los años de siniestro de 1998 a 2002 y del 65 % para los años de siniestro de 2003 a 2007. Son dos índices de reclamaciones diferentes para reflejar el cambio en la experiencia que es evidente entre los años de siniestro más antiguos y los más recientes. Para que quede más claro, las fórmulas para calcular la ELR para los dos métodos son:

- BF:

$$ELR_{BF} = \frac{\text{Average of reported and paid CL Ultimate}}{EP} \quad (39)$$

- Cape Cod:

$$ELR_{Cape\ Cod} = \frac{\text{Reported claims}}{\text{Used Up Premium}} \quad (40)$$

Es necesario introducir un concepto nuevo llamado used up premium que es la proporción de la prima consumida (earned premium EP) respecto al % de Ultimate reportado.

El Cape Cod es una técnica más usada en el reaseguro y sirve tanto para colas largas como cortas y solo se aplica sobre los siniestros reportados, los pagados no.

Por tanto, el Ultimate de los siniestros reportados comprenderá los siniestros reportados actuales hasta la fecha y los esperados no reportados.

Como principal ventaja que también la presenta el BF, es que las variaciones de los siniestros más recientes, distorsionan poco ya que a años más inmaduros se le da menor peso a los siniestros reportados y mayor a los esperados no reportados.

Sin embargo, no es muy apropiado cuando los datos son extremadamente volátiles ya que como hemos dicho antes, los siniestros estimados se obtienen de siniestros reportados y estos deben de proporcionar credibilidad.

El procedimiento a seguir para este método es el siguiente:

- 1) A partir del CDF to Ultimate que tenemos de CL, calculamos el porcentaje de Ultimate reportado haciendo su inversa:

$$\% \text{ Reported Ultimate} = \frac{1}{\text{CDF to reported Ultimate}} \quad (41)$$



También podemos calcular el porcentaje de Ultimate no reportado sencillamente como:

$$\begin{aligned} \% \text{ Unreported Ultimate} &= \\ 1 - \% \text{ Reported Ultimate} &= \\ 1 - \frac{1}{\text{CDF to reported Ultimate}} & \end{aligned} \quad (42)$$

2) Para obtener la ELR primero calculamos la used up premium como:

$$\text{Used Up Reported Premium} = \% \text{ Reported Ultimate} \cdot \text{EP} \quad (43)$$

3) La Estimated Claim Ratio o Expected Loss Ratio (ELR) se calcula diferente respecto al BF, porque ahora el Cape Cod no utilizará una media del Ultimate de siniestros reportados del CL dividido entre la EP sino que será:

$$\text{Estimated Reported Claim Ratio} = \frac{\text{reported claims}}{\text{used up reported premium}} \quad (44)$$

4) La ELR seleccionada para esta técnica será distinta a la de BF porque no es un juicio actuarial ya que para Cape Cod se toma el total de los siniestros reportados y los dividirá por la used up total y justo esta ELR obtenida es la que se usará para todos los años de accidente.

$$\text{Estimated Reported Claim Ratio} = \frac{\text{total reported claims}}{\text{total used up reported premium}} \quad (45)$$

5) Calculamos los siniestros esperados reportados y no reportados como:

$$\text{Expected reported claims} = \text{EP} \cdot \text{ELR reported} \quad (46)$$

$$\text{Expected unreported claims} = \% \text{ Ultimate unreported} \cdot \text{Expected Reported Claims} \quad (47)$$

6) El Ultimate será la suma de los siniestros reportados que conocemos hasta ahora y la estimación de los siniestros no reportados:

$$\text{Reported Ultimate} = \text{Expected unreported claims} + \text{Reported claims} \quad (48)$$

7) La reserva RBNS se calculará igual que en las 3 técnicas anteriores analizadas, es decir, lo que falta por pagar. La conocemos, no hay que estimarla, porque no es más que la diferencia entre lo reportado y lo ya pagado:

$$\text{RBNS} = \text{Reported claims} - \text{Paid claims} \quad (49)$$

8) La reserva IBNR se calculará también igual que en las 3 técnicas anteriores, es decir, el

exceso del Ultimate respecto a lo ya reportado:

$$\textit{Reported IBNR} = \text{Reported Ultimate} - \text{Reported claims} \quad (50)$$

9) Por último, la reserva total será la suma de las dos reservas IBNR y RBNS:

$$\textit{Reserva total reportados} = \text{Reported IBNR} + \text{RBNS} \quad (51)$$

## 5 Análisis reserva siniestros no pagados. Resultados

### 5.1 Chain Ladder Technique

Para desarrollar la variante de CL, se ha utilizado Excel. Para el CL clásico se ha utilizado R, concretamente, la función *ibnrchl* del área de trabajo *provisio* proporcionado en la asignatura Modelos matemáticos para las provisiones no vida cursada en el máster. También se ha calculado la técnica clásica a través de un GLM con distribución de error Poisson y función de enlace logarítmica con la función *glmReserve* que proporciona el paquete ChainLadder de R.

El método desarrollado en Excel muestra lo siguiente:

**Primero**, calculamos los factores de desarrollo de los siniestros reportados y pagados tal y como se ha explicado en la metodología:

| SINIESTROS INCURRIDOS/REPORTADOS |       |       |       |       |       |       |       |        |         |        | SINIESTROS PAGADOS     |       |       |       |       |       |       |       |        |         |        |
|----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|--------|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|--------|
| Factores de desarrollo           |       |       |       |       |       |       |       |        |         |        | Factores de desarrollo |       |       |       |       |       |       |       |        |         |        |
| Año                              | 12-24 | 24-36 | 36-48 | 48-60 | 60-72 | 72-84 | 84-96 | 96-108 | 108-120 | to Ult | Año                    | 12-24 | 24-36 | 36-48 | 48-60 | 60-72 | 72-84 | 84-96 | 96-108 | 108-120 | to Ult |
| 1998                             | 1,166 | 1,056 | 1,027 | 1,012 | 1,004 | 1,002 | 1,001 | 1,001  | 1,000   | 1,000  | 1998                   | 1,792 | 1,206 | 1,096 | 1,046 | 1,019 | 1,010 | 1,005 | 1,002  | 1,002   | 1,002  |
| 1999                             | 1,182 | 1,062 | 1,027 | 1,010 | 1,004 | 1,003 | 1,002 | 1,002  | 1,000   |        | 1999                   | 1,768 | 1,199 | 1,090 | 1,043 | 1,019 | 1,009 | 1,005 | 1,002  |         |        |
| 2000                             | 1,200 | 1,061 | 1,027 | 1,010 | 1,005 | 1,003 | 1,002 |        |         |        | 2000                   | 1,762 | 1,190 | 1,090 | 1,043 | 1,019 | 1,010 | 1,005 |        |         |        |
| 2001                             | 1,193 | 1,062 | 1,027 | 1,014 | 1,005 | 1,003 |       |        |         |        | 2001                   | 1,744 | 1,191 | 1,091 | 1,044 | 1,019 | 1,009 |       |        |         |        |
| 2002                             | 1,184 | 1,059 | 1,029 | 1,011 | 1,004 |       |       |        |         |        | 2002                   | 1,735 | 1,194 | 1,089 | 1,044 | 1,019 |       |       |        |         |        |
| 2003                             | 1,162 | 1,057 | 1,028 | 1,010 |       |       |       |        |         |        | 2003                   | 1,719 | 1,185 | 1,092 | 1,044 |       |       |       |        |         |        |
| 2004                             | 1,159 | 1,055 | 1,026 |       |       |       |       |        |         |        | 2004                   | 1,703 | 1,187 | 1,092 |       |       |       |       |        |         |        |
| 2005                             | 1,160 | 1,056 |       |       |       |       |       |        |         |        | 2005                   | 1,701 | 1,186 |       |       |       |       |       |        |         |        |
| 2006                             | 1,173 |       |       |       |       |       |       |        |         |        | 2006                   | 1,703 |       |       |       |       |       |       |        |         |        |
| 2007                             |       |       |       |       |       |       |       |        |         |        | 2007                   |       |       |       |       |       |       |       |        |         |        |

(a) Factores de desarrollo Incurrido

(b) Factores de desarrollo Pagos

Figura 5: Factores de desarrollo. Fuente: elaboración propia

**Segundo**, calculamos las medias de los factores de desarrollo y su factor acumulado llamado CDF to Ultimate que servirá para proyectar directamente el Ultimate:

| Medias factores de desarrollo incurridos |       |       |       |       |       |       |       |        |         |        | Medias factores de desarrollo pagados |       |       |       |       |       |       |       |        |         |        |
|------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|--------|---------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|--------|
|                                          | 12-24 | 24-36 | 36-48 | 48-60 | 60-72 | 72-84 | 84-96 | 96-108 | 108-120 | to Ult |                                       | 12-24 | 24-36 | 36-48 | 48-60 | 60-72 | 72-84 | 84-96 | 96-108 | 108-120 | to Ult |
| <b>Media simple</b>                      |       |       |       |       |       |       |       |        |         |        | <b>Media simple</b>                   |       |       |       |       |       |       |       |        |         |        |
| ultimos 5                                | 1,168 | 1,058 | 1,027 | 1,011 | 1,004 | 1,003 | 1,002 | 1,000  | 1,000   | 1,000  | ultimos 5                             | 1,712 | 1,189 | 1,091 | 1,044 | 1,019 | 1,010 | 1,005 | 1,002  | 1,002   | 1,002  |
| ultimos 3                                | 1,164 | 1,056 | 1,027 | 1,012 | 1,005 | 1,003 | 1,002 | 1,001  | 1,000   | 1,000  | ultimos 3                             | 1,702 | 1,186 | 1,091 | 1,044 | 1,019 | 1,009 | 1,005 | 1,002  | 1,002   | 1,002  |
| <b>Promedio medio</b>                    |       |       |       |       |       |       |       |        |         |        | <b>Promedio medio</b>                 |       |       |       |       |       |       |       |        |         |        |
| Ultimos 5x1                              | 1,165 | 1,057 | 1,027 | 1,010 | 1,004 | 1,003 | 1,002 | 1,001  | 1,000   | 1,000  | Ultimos 5x1                           | 1,708 | 1,188 | 1,091 | 1,044 | 1,019 | 1,010 | 1,005 | 1,002  | 1,002   | 1,002  |
| <b>Media ponderada</b>                   |       |       |       |       |       |       |       |        |         |        | <b>Media ponderada</b>                |       |       |       |       |       |       |       |        |         |        |
| Ultimos 5                                | 1,168 | 1,058 | 1,027 | 1,011 | 1,004 | 1,003 | 1,002 | 1,001  | 1,000   | 1,000  | Ultimos 5                             | 1,712 | 1,189 | 1,091 | 1,044 | 1,019 | 1,010 | 1,005 | 1,002  | 1,002   | 1,002  |
| Ultimos 3                                | 1,164 | 1,056 | 1,027 | 1,012 | 1,005 | 1,003 | 1,002 | 1,001  | 1,000   | 1,000  | Ultimos 3                             | 1,702 | 1,186 | 1,091 | 1,044 | 1,019 | 1,009 | 1,005 | 1,002  | 1,002   | 1,002  |
| <b>Media geométrica</b>                  |       |       |       |       |       |       |       |        |         |        | <b>Media geométrica</b>               |       |       |       |       |       |       |       |        |         |        |
| Ultimos 4                                | 1,164 | 1,057 | 1,027 | 1,011 | 1,004 | 1,003 | 1,001 | 1,001  | 1,000   | 1,000  | Ultimos 4                             | 1,706 | 1,188 | 1,091 | 1,044 | 1,019 | 1,010 | 1,004 | 1,001  | 1,002   | 1,002  |

| Factores de desarrollo acumulados incurridos (CDF reported) |       |       |       |       |       |       |       |        |         |        | Factores de desarrollo acumulados pagados (CDF paid) |       |       |       |       |       |       |       |        |         |        |
|-------------------------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|--------|------------------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|--------|
|                                                             | 12-24 | 24-36 | 36-48 | 48-60 | 60-72 | 72-84 | 84-96 | 96-108 | 108-120 | to Ult |                                                      | 12-24 | 24-36 | 36-48 | 48-60 | 60-72 | 72-84 | 84-96 | 96-108 | 108-120 | to Ult |
| <b>Seleccionado</b>                                         | 1,164 | 1,056 | 1,027 | 1,012 | 1,005 | 1,003 | 1,002 | 1,001  | 1,000   | 1,000  | <b>Seleccionado</b>                                  | 1,702 | 1,186 | 1,091 | 1,044 | 1,019 | 1,009 | 1,005 | 1,002  | 1,002   | 1,002  |
| <b>CDF to Ultimate</b>                                      | 1,290 | 1,108 | 1,049 | 1,022 | 1,010 | 1,005 | 1,003 | 1,001  | 1,000   | 1,000  | <b>CDF to Ultimate</b>                               | 2,391 | 1,404 | 1,184 | 1,085 | 1,040 | 1,021 | 1,011 | 1,006  | 1,004   | 1,002  |

(a) Medias factores de desarrollo y CDF to Ultimate Incurrido

(b) Medias factores de desarrollo y CDF to Ultimate Pagos

Figura 6: Medias factores de desarrollo y CDF to Ultimate. Fuente: elaboración propia

Para seleccionar la media de factores de desarrollo más adecuada, aplicamos juicio actuarial que será subjetivo y no hay una decisión más correcta que otra. Se basa en ver todas las medias para descartar alteraciones en algunas y también en saber qué media se seleccionó en los años previos para seguir manteniéndola o cambiarla según proceda. En este caso, elegimos el de la media simple y ponderada de los últimos tres años que ambos coinciden. No obstante, cabe decir que todos los tipos de media dan resultados casi idénticos y no habría mucha diferencia en los Ultimates y reservas estimadas.

**Tercero**, obtenemos los rectángulos con las cuantías estimadas mediante multiplicaciones sucesivas de sus factores de desarrollo:

| Rectángulo Incurrido/reportado acumulado Excel |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            |
|------------------------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Año                                            | 12         | 24         | 36         | 48         | 60         | 72         | 84         | 96         | 108        | 120        | to Ult     |
| 1998                                           | 37.017.487 | 43.169.009 | 45.568.919 | 46.784.558 | 47.337.318 | 47.533.264 | 47.634.419 | 47.689.655 | 47.724.678 | 47.742.304 | 47.742.304 |
| 1999                                           | 38.954.484 | 46.045.718 | 48.882.924 | 50.219.672 | 50.729.292 | 50.926.779 | 51.069.285 | 51.163.540 | 51.185.767 | 51.204.671 | 51.204.671 |
| 2000                                           | 41.155.776 | 49.371.478 | 52.358.476 | 53.780.322 | 54.303.086 | 54.582.950 | 54.742.188 | 54.837.929 | 54.869.688 | 54.889.953 | 54.889.953 |
| 2001                                           | 42.394.069 | 50.584.112 | 53.704.296 | 55.150.118 | 55.895.583 | 56.156.727 | 56.299.562 | 56.389.538 | 56.422.196 | 56.443.034 | 56.443.034 |
| 2002                                           | 44.755.243 | 52.971.643 | 56.102.312 | 57.703.851 | 58.363.564 | 58.592.712 | 58.753.841 | 58.847.739 | 58.881.820 | 58.903.567 | 58.903.567 |
| 2003                                           | 45.163.102 | 52.497.731 | 55.468.551 | 57.015.411 | 57.565.344 | 57.828.358 | 57.987.385 | 58.080.059 | 58.113.695 | 58.135.158 | 58.135.158 |
| 2004                                           | 45.417.309 | 52.640.322 | 55.553.673 | 56.976.657 | 57.632.430 | 57.895.751 | 58.054.963 | 58.147.744 | 58.181.420 | 58.202.908 | 58.202.908 |
| 2005                                           | 46.360.869 | 53.790.061 | 56.786.410 | 58.339.697 | 59.011.158 | 59.280.778 | 59.443.799 | 59.538.800 | 59.573.281 | 59.595.283 | 59.595.283 |
| 2006                                           | 46.582.684 | 54.641.339 | 57.694.565 | 59.272.694 | 59.954.892 | 60.228.825 | 60.394.453 | 60.490.973 | 60.526.006 | 60.548.360 | 60.548.360 |
| 2007                                           | 48.853.563 | 56.872.496 | 60.050.394 | 61.692.961 | 62.403.016 | 62.688.134 | 62.860.525 | 62.960.986 | 62.997.450 | 63.020.716 | 63.020.716 |

Figura 7: Rectángulo estimado Incurrido. Fuente: elaboración propia

| Rectángulo Pagos acumulado Excel |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            |
|----------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Año                              | 12         | 24         | 36         | 48         | 60         | 72         | 84         | 96         | 108        | 120        | to Ult     |
| 1998                             | 18.539.254 | 33.231.039 | 40.062.008 | 43.892.039 | 45.896.535 | 46.765.422 | 47.221.322 | 47.446.877 | 47.555.456 | 47.644.187 | 47.739.475 |
| 1999                             | 20.410.193 | 36.090.684 | 43.259.402 | 47.159.241 | 49.208.532 | 50.162.043 | 50.625.757 | 50.878.808 | 51.000.534 | 51.095.693 | 51.197.884 |
| 2000                             | 22.120.843 | 38.976.014 | 46.389.282 | 50.562.385 | 52.735.280 | 53.740.101 | 54.284.334 | 54.533.225 | 54.660.956 | 54.762.945 | 54.872.471 |
| 2001                             | 22.992.259 | 40.096.198 | 47.767.835 | 52.093.916 | 54.363.436 | 55.378.801 | 55.878.421 | 56.145.633 | 56.277.141 | 56.382.146 | 56.494.910 |
| 2002                             | 24.092.782 | 41.795.313 | 49.903.803 | 54.352.884 | 56.754.376 | 57.807.215 | 58.354.350 | 58.633.403 | 58.770.738 | 58.880.395 | 58.998.156 |
| 2003                             | 24.084.451 | 41.399.612 | 49.070.332 | 53.584.201 | 55.930.654 | 56.979.620 | 57.518.922 | 57.793.979 | 57.929.348 | 58.037.435 | 58.153.510 |
| 2004                             | 24.369.770 | 41.489.863 | 49.236.678 | 53.774.672 | 56.132.727 | 57.185.483 | 57.726.733 | 58.002.784 | 58.138.642 | 58.247.120 | 58.363.614 |
| 2005                             | 25.100.697 | 42.702.229 | 50.644.994 | 55.258.390 | 57.681.507 | 58.763.310 | 59.319.495 | 59.603.162 | 59.742.769 | 59.854.239 | 59.973.948 |
| 2006                             | 25.608.776 | 43.606.497 | 51.717.390 | 56.428.474 | 58.902.900 | 60.007.609 | 60.575.571 | 60.865.245 | 61.007.808 | 61.121.639 | 61.243.882 |
| 2007                             | 27.229.969 | 46.350.382 | 54.971.643 | 59.979.166 | 62.609.292 | 63.783.514 | 64.387.214 | 64.695.116 | 64.846.649 | 64.967.643 | 65.097.578 |

Figura 8: Rectángulo estimado Pagos. Fuente: elaboración propia

Podemos observar que la zona azul son las cuantías estimadas.

**Cuarto**, calculamos el Ultimate, las reservas IBNR, RBNS y la reserva total:

| Año accidente | Edad a 31/12/2007 | Siniestros a 31/12/2007 |             | CDF to Ultimate |         | Proyección Ultimate claims |             | RBNS       | IBNR       |            | Reserva Total |            |
|---------------|-------------------|-------------------------|-------------|-----------------|---------|----------------------------|-------------|------------|------------|------------|---------------|------------|
|               |                   | Reportados              | Pagados     | Reportados      | Pagados | Reportados                 | Pagados     |            | Reportados | Pagados    | Reportados    | Pagados    |
| 1998          | 120               | 47.742.304              | 47.644.187  | 1,000           | 1,002   | 47.742.304                 | 47.739.475  | 98.117     | 0          | -2.829     | 98.117        | 95.288     |
| 1999          | 108               | 51.185.767              | 51.000.534  | 1,000           | 1,004   | 51.204.671                 | 51.197.884  | 185.233    | 18.904     | 12.117     | 204.137       | 197.350    |
| 2000          | 96                | 54.837.929              | 54.533.225  | 1,001           | 1,006   | 54.889.953                 | 54.872.471  | 304.704    | 52.024     | 34.542     | 356.728       | 339.246    |
| 2001          | 84                | 56.299.562              | 55.878.421  | 1,003           | 1,011   | 56.443.034                 | 56.494.910  | 421.141    | 143.472    | 195.348    | 564.613       | 616.489    |
| 2002          | 72                | 58.592.712              | 57.807.215  | 1,005           | 1,021   | 58.903.567                 | 58.998.156  | 785.497    | 310.855    | 405.444    | 1.096.352     | 1.190.941  |
| 2003          | 60                | 57.565.344              | 55.930.654  | 1,010           | 1,040   | 58.135.158                 | 58.153.510  | 1.634.690  | 569.814    | 588.166    | 2.204.504     | 2.222.856  |
| 2004          | 48                | 56.976.657              | 53.774.672  | 1,022           | 1,085   | 58.202.908                 | 58.363.614  | 3.201.985  | 1.226.251  | 1.386.957  | 4.428.236     | 4.588.942  |
| 2005          | 36                | 56.786.410              | 50.644.994  | 1,049           | 1,184   | 59.595.283                 | 59.973.948  | 6.141.416  | 2.808.873  | 3.187.538  | 8.950.289     | 9.328.954  |
| 2006          | 24                | 54.641.339              | 43.606.497  | 1,108           | 1,404   | 60.548.360                 | 61.243.882  | 11.034.842 | 5.907.021  | 6.602.543  | 16.941.863    | 17.637.385 |
| 2007          | 12                | 48.853.563              | 27.229.969  | 1,290           | 2,391   | 63.020.716                 | 65.097.578  | 21.623.594 | 14.167.153 | 16.244.015 | 35.790.747    | 37.867.609 |
| Total         |                   | 543.481.587             | 498.050.368 |                 |         | 568.685.953                | 572.135.429 | 45.431.219 | 25.204.366 | 28.653.842 | 70.635.585    | 74.085.061 |

Figura 9: Ultimate y reservas finales. Fuente: elaboración propia

Vemos como a medida que los años son más inmaduros, se requieren mayores reservas RBNS e IBNR. También observamos un pequeño recupero en el año 1998 debido al IBNR negativo de pagos.

**Quinto**, obtenemos las reporting and payment patterns:

| Reporting Pattern |              |                       |                        | Payment Pattern |          |                   |                    |
|-------------------|--------------|-----------------------|------------------------|-----------------|----------|-------------------|--------------------|
| Edad en meses     | CDF reported | Cumulative reported % | Incremental reported % | Edad en meses   | CDF paid | Cumulative paid % | Incremental paid % |
| 12                | 1,290        | 77,5%                 | 77,5%                  | 12              | 2,391    | 41,8%             | 41,8%              |
| 24                | 1,108        | 90,2%                 | 12,7%                  | 24              | 1,404    | 71,2%             | 29,4%              |
| 36                | 1,049        | 95,3%                 | 5,0%                   | 36              | 1,184    | 84,4%             | 13,2%              |
| 48                | 1,022        | 97,9%                 | 2,6%                   | 48              | 1,085    | 92,1%             | 7,7%               |
| 60                | 1,010        | 99,0%                 | 1,1%                   | 60              | 1,040    | 96,2%             | 4,0%               |
| 72                | 1,005        | 99,5%                 | 0,5%                   | 72              | 1,021    | 98,0%             | 1,8%               |
| 84                | 1,003        | 99,7%                 | 0,3%                   | 84              | 1,011    | 98,9%             | 0,9%               |
| 96                | 1,001        | 99,9%                 | 0,2%                   | 96              | 1,006    | 99,4%             | 0,5%               |
| 108               | 1,000        | 100,0%                | 0,1%                   | 108             | 1,004    | 99,6%             | 0,2%               |
| 120               | 1,000        | 100,0%                | 0,0%                   | 120             | 1,002    | 99,8%             | 0,2%               |

Figura 10: Reporting and Payment Patterns. Fuente: elaboración propia

Observamos como en los primeros factores de desarrollo de los primeros años, se concentra más el % de Ultimate que es reportado y pagado.

Los resultados del método clásico mediante R con la función *ibnrchl* como es lógico, son diferentes y no los compararemos puesto que son técnicas diferentes. A continuación, vemos sus factores de desarrollo, los rectángulos de las cuantías estimadas y la reserva IBNR:

| Factores de desarrollo R con función <i>ibnrchl</i> |       |       |       |       |       |       |       |        |         |
|-----------------------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|
|                                                     | 12-24 | 24-36 | 36-48 | 48-60 | 60-72 | 72-84 | 84-96 | 96-108 | 108-120 |
| Incurrido                                           | 1,175 | 1,058 | 1,027 | 1,011 | 1,004 | 1,003 | 1,002 | 1,001  | 1,000   |
| Pagos                                               | 1,734 | 1,192 | 1,091 | 1,044 | 1,019 | 1,010 | 1,005 | 1,002  | 1,002   |

Figura 11: Factores de desarrollo con *ibnrchl*. Fuente: elaboración propia

| IBNR       |            |
|------------|------------|
| Reportados | Pagados    |
| 0          | 98.117     |
| 18.888     | 204.137    |
| 51.998     | 356.728    |
| 143.436    | 564.613    |
| 302.536    | 1.088.051  |
| 549.744    | 2.184.456  |
| 1.179.209  | 4.381.201  |
| 2.750.496  | 8.891.937  |
| 5.982.646  | 17.017.509 |
| 14.840.727 | 36.464.321 |
| 25.819.680 | 71.251.070 |

Figura 12: Reserva IBNR para siniestros reportados y pagados con *ibnrchl*. Fuente: elaboración propia

La reserva IBNR se ha calculado como una resta entre el Ultimate y su latest correspondiente.

| Rectángulo incurrido acumulado R con función <i>ibnrchl</i> |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            |
|-------------------------------------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Año                                                         | 12         | 24         | 36         | 48         | 60         | 72         | 84         | 96         | 108        | 120        |
| 1998                                                        | 37.017.487 | 43.169.009 | 45.568.919 | 46.784.558 | 47.337.318 | 47.533.264 | 47.634.419 | 47.689.655 | 47.724.678 | 47.742.304 |
| 1999                                                        | 38.954.484 | 46.045.718 | 48.882.924 | 50.219.672 | 50.729.292 | 50.926.779 | 51.069.285 | 51.163.540 | 51.185.767 | 51.204.671 |
| 2000                                                        | 41.155.776 | 49.371.478 | 52.358.476 | 53.780.322 | 54.303.086 | 54.582.950 | 54.742.188 | 54.837.929 | 54.869.688 | 54.889.953 |
| 2001                                                        | 42.394.069 | 50.584.112 | 53.704.296 | 55.150.118 | 55.895.583 | 56.156.727 | 56.299.562 | 56.389.538 | 56.422.196 | 56.443.034 |
| 2002                                                        | 44.755.243 | 52.971.643 | 56.102.312 | 57.703.851 | 58.363.564 | 58.592.712 | 58.745.561 | 58.839.446 | 58.873.523 | 58.895.266 |
| 2003                                                        | 45.163.102 | 52.497.731 | 55.468.551 | 57.015.411 | 57.565.344 | 57.816.564 | 57.967.388 | 58.060.030 | 58.093.655 | 58.115.110 |
| 2004                                                        | 45.417.309 | 52.640.322 | 55.553.673 | 56.976.657 | 57.605.721 | 57.857.117 | 58.008.047 | 58.100.754 | 58.134.402 | 58.155.873 |
| 2005                                                        | 46.360.869 | 53.790.061 | 56.786.410 | 58.329.711 | 58.973.714 | 59.231.080 | 59.385.594 | 59.480.502 | 59.514.950 | 59.536.931 |
| 2006                                                        | 46.582.684 | 54.641.339 | 57.823.264 | 59.394.744 | 60.050.506 | 60.312.571 | 60.469.907 | 60.566.548 | 60.601.625 | 60.624.006 |
| 2007                                                        | 48.853.563 | 57.408.632 | 60.751.705 | 62.402.772 | 63.091.745 | 63.367.082 | 63.532.386 | 63.633.921 | 63.670.774 | 63.694.290 |

Figura 13: Rectángulo estimado Incurrido con *ibnrchl*. Fuente: elaboración propia

| Rectángulo pagos acumulados R con función <i>ibnrchl</i> |            |            |            |            |            |            |            |            |            |            |
|----------------------------------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Año                                                      | 12         | 24         | 36         | 48         | 60         | 72         | 84         | 96         | 108        | 120        |
| 1998                                                     | 18.539.254 | 33.231.039 | 40.062.008 | 43.892.039 | 45.896.535 | 46.765.422 | 47.221.322 | 47.446.877 | 47.555.456 | 47.644.187 |
| 1999                                                     | 20.410.193 | 36.090.684 | 43.259.402 | 47.159.241 | 49.208.532 | 50.162.043 | 50.625.757 | 50.878.808 | 51.000.534 | 51.095.693 |
| 2000                                                     | 22.120.843 | 38.976.014 | 46.389.282 | 50.562.385 | 52.735.280 | 53.740.101 | 54.284.334 | 54.533.225 | 54.660.956 | 54.762.945 |
| 2001                                                     | 22.992.259 | 40.096.198 | 47.767.835 | 52.093.916 | 54.363.436 | 55.378.801 | 55.878.421 | 56.145.633 | 56.277.141 | 56.382.146 |
| 2002                                                     | 24.092.782 | 41.795.313 | 49.903.803 | 54.352.884 | 56.754.376 | 57.807.215 | 58.358.074 | 58.637.144 | 58.774.488 | 58.884.152 |
| 2003                                                     | 24.084.451 | 41.399.612 | 49.070.332 | 53.584.201 | 55.930.654 | 56.987.984 | 57.531.037 | 57.806.152 | 57.941.549 | 58.049.659 |
| 2004                                                     | 24.369.770 | 41.489.863 | 49.236.678 | 53.774.672 | 56.135.727 | 57.196.934 | 57.741.978 | 58.018.101 | 58.153.995 | 58.262.501 |
| 2005                                                     | 25.100.697 | 42.702.229 | 50.644.994 | 55.268.036 | 57.694.660 | 58.785.337 | 59.345.517 | 59.629.309 | 59.768.977 | 59.880.496 |
| 2006                                                     | 25.608.776 | 43.606.497 | 51.968.372 | 56.712.217 | 59.202.249 | 60.321.426 | 60.896.244 | 61.187.451 | 61.330.769 | 61.445.202 |
| 2007                                                     | 27.229.969 | 47.203.141 | 56.254.699 | 61.389.814 | 64.085.223 | 65.296.709 | 65.918.938 | 66.234.164 | 66.389.302 | 66.513.174 |

Figura 14: Rectángulo estimado Pagos con *ibnrchl*. Fuente: elaboración propia

Las cuantías estimadas están en color lila.

El Ultimate y el IBNR generados por el modelo GLM con distribución de error Poisson y función de enlace logarítmica para los siniestros reportados y pagados son:

```
> glm_Poisson_logaritmico_incurrido<-glmReserve(triangulo_incurrido_acumulado, mse.method="formula")
> summary(glm_Poisson_logaritmico_incurrido)
```

|       | Latest    | Dev.To.Date | Ultimate  | IBNR     | S.E       | CV         |
|-------|-----------|-------------|-----------|----------|-----------|------------|
| 2     | 51185767  | 0.9996308   | 51204671  | 18904    | 23574.08  | 1.24704166 |
| 3     | 54837929  | 0.9990522   | 54889953  | 52024    | 36317.59  | 0.69809303 |
| 4     | 56299562  | 0.9974581   | 56443034  | 143472   | 55885.17  | 0.38951970 |
| 5     | 58592712  | 0.9948628   | 58895266  | 302554   | 78126.06  | 0.25822187 |
| 6     | 57565344  | 0.9905401   | 58115110  | 549766   | 101953.35 | 0.18544863 |
| 7     | 56976657  | 0.9797232   | 58155873  | 1179216  | 145697.81 | 0.12355481 |
| 8     | 56786410  | 0.9538014   | 59536931  | 2750521  | 221060.33 | 0.08037035 |
| 9     | 54641339  | 0.9013152   | 60624006  | 5982667  | 330967.75 | 0.05532111 |
| 10    | 48853563  | 0.7670007   | 63694290  | 14840727 | 559894.62 | 0.03772690 |
| total | 495739283 | 0.9504949   | 521559134 | 25819851 | 820853.38 | 0.03179156 |

Figura 15: Ultimate e IBNR para GLM Poisson Logarítmico siniestros reportados. Fuente: elaboración propia



```
> glm_Poisson_logaritmico_pagos<-glmReserve(triangulo_pagos_acumulado, mse.method="formula")
> summary(glm_Poisson_logaritmico_pagos)
```

|       | Latest    | Dev.To.Date | Ultimate  | IBNR     | S.E        | CV         |
|-------|-----------|-------------|-----------|----------|------------|------------|
| 2     | 51000534  | 0.9981376   | 51095693  | 95159    | 35018.70   | 0.36800195 |
| 3     | 54533225  | 0.9958052   | 54762945  | 229720   | 51020.76   | 0.22209979 |
| 4     | 55878421  | 0.9910659   | 56382146  | 503725   | 70806.01   | 0.14056481 |
| 5     | 57807215  | 0.9817109   | 58884152  | 1076937  | 99106.50   | 0.09202627 |
| 6     | 55930654  | 0.9634967   | 58049659  | 2119005  | 134451.85  | 0.06345047 |
| 7     | 53774672  | 0.9229723   | 58262501  | 4487829  | 193846.23  | 0.04319376 |
| 8     | 50644994  | 0.8457678   | 59880496  | 9235502  | 285139.18  | 0.03087425 |
| 9     | 43606497  | 0.7096811   | 61445202  | 17838705 | 426846.88  | 0.02392813 |
| 10    | 27229969  | 0.4093921   | 66513174  | 39283205 | 826005.74  | 0.02102694 |
| total | 450406181 | 0.8574658   | 525275969 | 74869788 | 1142210.40 | 0.01525596 |

Figura 16: Ultimate e IBNR para GLM Poisson Logarítmico siniestros pagados. Fuente: elaboración propia

Como podemos ver, son resultados parecidos aunque no idénticos a los del CL puro puesto que es otra técnica con procedimiento diferente.

## 5.2 Expected Claim Technique

Los resultados para esta técnica del Ultimate y reservas son:

| Año<br>accidente | Edad a<br>31/12/2007 | Siniestros a 31/12/2007 |             | CDF to Ultimate CL |         | Proyección Ultimate<br>claims CL |             | Initial<br>Selected<br>Ultimate<br>Claims |
|------------------|----------------------|-------------------------|-------------|--------------------|---------|----------------------------------|-------------|-------------------------------------------|
|                  |                      | Reportados              | Pagados     | Reportados         | Pagados | Reportados                       | Pagados     |                                           |
| 1998             | 120                  | 47.742.304              | 47.644.187  | 1,000              | 1,002   | 47.742.304                       | 47.739.475  | 47.740.890                                |
| 1999             | 108                  | 51.185.767              | 51.000.534  | 1,000              | 1,004   | 51.204.671                       | 51.197.884  | 51.201.278                                |
| 2000             | 96                   | 54.837.929              | 54.533.225  | 1,001              | 1,006   | 54.889.953                       | 54.872.471  | 54.881.212                                |
| 2001             | 84                   | 56.299.562              | 55.878.421  | 1,003              | 1,011   | 56.443.034                       | 56.494.910  | 56.468.972                                |
| 2002             | 72                   | 58.592.712              | 57.807.215  | 1,005              | 1,021   | 58.903.567                       | 58.998.156  | 58.950.861                                |
| 2003             | 60                   | 57.565.344              | 55.930.654  | 1,010              | 1,040   | 58.135.158                       | 58.153.510  | 58.144.334                                |
| 2004             | 48                   | 56.976.657              | 53.774.672  | 1,022              | 1,085   | 58.202.908                       | 58.363.614  | 58.283.261                                |
| 2005             | 36                   | 56.786.410              | 50.644.994  | 1,049              | 1,184   | 59.595.283                       | 59.973.948  | 59.784.616                                |
| 2006             | 24                   | 54.641.339              | 43.606.497  | 1,108              | 1,404   | 60.548.360                       | 61.243.882  | 60.896.121                                |
| 2007             | 12                   | 48.853.563              | 27.229.969  | 1,290              | 2,391   | 63.020.716                       | 65.097.578  | 64.059.147                                |
| Total            |                      | 543.481.587             | 498.050.368 |                    |         | 568.685.953                      | 572.135.429 | 570.410.691                               |

Figura 17: Ultimate y reservas para Expected Claims Technique Parte 1. Fuente: elaboración propia

| EP          | Claim Ratio |          | Expected<br>Ultimate claims | RBNS       | IBNR       | Reserva<br>Total |
|-------------|-------------|----------|-----------------------------|------------|------------|------------------|
|             | Estimated   | Selected |                             |            |            |                  |
| 68.574.209  | 69,6%       | 75,0%    | 51.430.657                  | 98.117     | 3.688.353  | 3.786.470        |
| 68.544.981  | 74,7%       | 75,0%    | 51.408.736                  | 185.233    | 222.969    | 408.202          |
| 68.907.977  | 79,6%       | 75,0%    | 51.680.983                  | 304.704    | -3.156.946 | -2.852.242       |
| 72.544.955  | 77,8%       | 75,0%    | 54.408.716                  | 421.141    | -1.890.846 | -1.469.705       |
| 79.228.887  | 74,4%       | 75,0%    | 59.421.665                  | 785.497    | 828.953    | 1.614.450        |
| 86.643.542  | 67,1%       | 65,0%    | 56.318.302                  | 1.634.690  | -1.247.042 | 387.648          |
| 91.763.523  | 63,5%       | 65,0%    | 59.646.290                  | 3.201.985  | 2.669.633  | 5.871.618        |
| 94.115.312  | 63,5%       | 65,0%    | 61.174.953                  | 6.141.416  | 4.388.543  | 10.529.959       |
| 95.272.279  | 63,9%       | 65,0%    | 61.926.981                  | 11.034.842 | 7.285.642  | 18.320.484       |
| 95.176.240  | 67,3%       | 65,0%    | 61.864.556                  | 21.623.594 | 13.010.993 | 34.634.587       |
| 570.410.691 |             |          | 569.281.839                 | 45.431.219 | 25.800.252 | 71.231.471       |

Figura 18: Ultimate y reservas para Expected Claims Technique Parte 2. Fuente: elaboración propia

Como se ha dicho antes, mediante juicio actuarial, seleccionamos un ELR del 75 % para los años de siniestro de 1998 a 2002 y del 65 % para los años de siniestro de 2003 a 2007. Son dos índices de reclamaciones diferentes para reflejar el cambio en la experiencia que es evidente entre los años de siniestro más antiguos y los más recientes.

Es interesante ver que el IBNR estimado es negativo para los años de siniestro 2000, 2001 y 2003 que están marcados en color naranja. Estos son los llamados recuperos o en inglés *recoveries*. No obstante, para la línea de automóvil que estamos analizando, no es común que existan estos recuperos. Sí es más frecuente que los haya en líneas de seguros de propiedades, responsabilidad civil, marinos, etc. que están sujetos a recuperaciones de salvamento y de subrogación.

Recordemos que el Expected Claims Technique, su suposición clave es que los siniestros totales van en función de una estimación a priori (ELR) y no de la actividad de siniestros actuales hasta la fecha. A veces, esto es una fortaleza del método y, en otras ocasiones, como en este caso,



resulta ser una debilidad del método al dar recuperos en una línea de negocio no común que los de.

El IBNR negativo sugiere que el ELR a priori seleccionado por juicio actuarial puede ser demasiado bajo para ciertos años de siniestro. Un enfoque alternativo que evita en gran medida un IBNR negativo es utilizar el supuesto de ELR del 65 % solo para los años de siniestro de 2005 a 2007 y confiar en los índices de reclamaciones estimados para todos los años anteriores (es decir, años de siniestro de 1998 a 2004). En otras palabras, limitar el uso del método de reclamaciones esperadas (Expected Claims Technique) a los años de siniestro de 2005 a 2007. Dado que los siniestros esperados no reportados y no pagados para los años más antiguos son relativamente bajos, es probable que el método de desarrollo CL sea un método de proyección fiable.

A continuación vemos este ajuste plasmado donde se observa que ya no existen recuperos para los años 2000, 2001 y 2003. Sin embargo, sí que se observa un recupero para el año 1998, igual que pasa en la técnica CL, pero que no le daríamos mucha importancia al ser un año muy antiguo.

| Año accidente | Claim Ratio |          | Expected Ultimate claims | RBNS       | IBNR       | Reserva Total |
|---------------|-------------|----------|--------------------------|------------|------------|---------------|
|               | Estimated   | Selected |                          |            |            |               |
| 1998          | 69,6%       | 69,6%    | 47.740.890               | 98.117     | -1.414     | 96.703        |
| 1999          | 74,7%       | 74,7%    | 51.201.278               | 185.233    | 15.511     | 200.744       |
| 2000          | 79,6%       | 79,6%    | 54.881.212               | 304.704    | 43.283     | 347.987       |
| 2001          | 77,8%       | 77,8%    | 56.468.972               | 421.141    | 169.410    | 590.551       |
| 2002          | 74,4%       | 74,4%    | 58.950.861               | 785.497    | 358.149    | 1.143.646     |
| 2003          | 67,1%       | 67,1%    | 58.144.334               | 1.634.690  | 578.990    | 2.213.680     |
| 2004          | 63,5%       | 63,5%    | 58.283.261               | 3.201.985  | 1.306.604  | 4.508.589     |
| 2005          | 63,5%       | 65,0%    | 61.174.953               | 6.141.416  | 4.388.543  | 10.529.959    |
| 2006          | 63,9%       | 65,0%    | 61.926.981               | 11.034.842 | 7.285.642  | 18.320.484    |
| 2007          | 67,3%       | 65,0%    | 61.864.556               | 21.623.594 | 13.010.993 | 34.634.587    |

Figura 19: Ultimate y reservas para Expected Claims Technique sin recuperos. Fuente: elaboración propia

Finalmente, los rectángulos con las cuantías estimadas de los siniestros reportados y pagados son los mismos que los de CL.

### 5.3 Bornhuetter-Ferguson

Los resultados del Ultimate y reservas para este método son los siguientes:

| Año<br>accidente | Edad a<br>31/12/2007 | Siniestros a 31/12/2007 |                    | CDF to Ultimate CL |         | Porcentaje    |           | Expected<br>Ultimate<br>Claims using<br>ECM (ELR) |
|------------------|----------------------|-------------------------|--------------------|--------------------|---------|---------------|-----------|---------------------------------------------------|
|                  |                      | Reportados              | Pagados            | Reportados         | Pagados | No reportados | Impagados |                                                   |
| 1998             | 120                  | 47.742.304              | 47.644.187         | 1,000              | 1,002   | 0,0%          | 0,2%      | 51.430.657                                        |
| 1999             | 108                  | 51.185.767              | 51.000.534         | 1,000              | 1,004   | 0,0%          | 0,4%      | 51.408.736                                        |
| 2000             | 96                   | 54.837.929              | 54.533.225         | 1,001              | 1,006   | 0,1%          | 0,6%      | 51.680.983                                        |
| 2001             | 84                   | 56.299.562              | 55.878.421         | 1,003              | 1,011   | 0,3%          | 1,1%      | 54.408.716                                        |
| 2002             | 72                   | 58.592.712              | 57.807.215         | 1,005              | 1,021   | 0,5%          | 2,0%      | 59.421.665                                        |
| 2003             | 60                   | 57.565.344              | 55.930.654         | 1,010              | 1,040   | 1,0%          | 3,8%      | 56.318.302                                        |
| 2004             | 48                   | 56.976.657              | 53.774.672         | 1,022              | 1,085   | 2,1%          | 7,9%      | 59.646.290                                        |
| 2005             | 36                   | 56.786.410              | 50.644.994         | 1,049              | 1,184   | 4,7%          | 15,6%     | 61.174.953                                        |
| 2006             | 24                   | 54.641.339              | 43.606.497         | 1,108              | 1,404   | 9,8%          | 28,8%     | 61.926.981                                        |
| 2007             | 12                   | 48.853.563              | 27.229.969         | 1,290              | 2,391   | 22,5%         | 58,2%     | 61.864.556                                        |
| <b>TOTAL</b>     |                      | <b>543.481.587</b>      | <b>498.050.368</b> |                    |         |               |           | <b>569.281.839</b>                                |

Figura 20: Ultimate y reservas para BF parte 1. Fuente: elaboración propia

| Expected claims   |                   | Proyección Ultimate<br>Claims using BF |                    | RBNS              | IBNR              |                   | Reserva total     |                   |
|-------------------|-------------------|----------------------------------------|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| No reportados     | Impagados         | Reportados                             | Pagados            |                   | Reportados        | Pagados           | Reportados        | Pagados           |
| 0                 | 102.656           | 47.742.304                             | 47.746.843         | 98.117            | 0                 | 4.539             | 98.117            | 102.656           |
| 18.980            | 198.163           | 51.204.747                             | 51.198.697         | 185.233           | 18.980            | 12.930            | 204.213           | 198.163           |
| 48.982            | 319.515           | 54.886.911                             | 54.852.740         | 304.704           | 48.982            | 14.811            | 353.686           | 319.515           |
| 138.301           | 593.724           | 56.437.863                             | 56.472.145         | 421.141           | 138.301           | 172.583           | 559.442           | 593.724           |
| 313.589           | 1.199.490         | 58.906.301                             | 59.006.705         | 785.497           | 313.589           | 413.993           | 1.099.086         | 1.199.490         |
| 552.006           | 2.152.707         | 58.117.350                             | 58.083.361         | 1.634.690         | 552.006           | 518.017           | 2.186.696         | 2.152.707         |
| 1.256.661         | 4.689.795         | 58.233.318                             | 58.464.467         | 3.201.985         | 1.256.661         | 1.487.810         | 4.458.646         | 4.689.795         |
| 2.883.327         | 9.515.770         | 59.669.737                             | 60.160.764         | 6.141.416         | 2.883.327         | 3.374.354         | 9.024.743         | 9.515.770         |
| 6.041.517         | 17.834.108        | 60.682.856                             | 61.440.605         | 11.034.842        | 6.041.517         | 6.799.266         | 17.076.359        | 17.834.108        |
| 13.907.247        | 35.986.943        | 62.760.810                             | 63.216.912         | 21.623.594        | 13.907.247        | 14.363.349        | 35.530.841        | 35.986.943        |
| <b>25.160.609</b> | <b>72.592.871</b> | <b>568.642.196</b>                     | <b>570.643.239</b> | <b>45.431.219</b> | <b>25.160.609</b> | <b>27.161.652</b> | <b>70.591.828</b> | <b>72.592.871</b> |

Figura 21: Ultimate y reservas para BF parte 2. Fuente: elaboración propia

En este caso, podemos observar como no hay recuperos en la reserva IBNR.

Finalmente, los rectángulos con las cuantías estimadas de los siniestros pagados y reportados son los mismos que los de CL.

### 5.4 Cape Cod Technique

Los resultados del Ultimate y reservas para los siniestros reportados para esta técnica son los siguientes:

| Año accidente | EP                 | Edad a 31/12/2007 | Siniestros Pagados | Siniestros Reportados | CDF to Ultimate | % Ultimate |            | Used Up Premium       | Estimated Claim Ratios | Expected Claim Ratio |
|---------------|--------------------|-------------------|--------------------|-----------------------|-----------------|------------|------------|-----------------------|------------------------|----------------------|
|               |                    |                   |                    |                       | Reported        | Reported   | Unreported | Reported              | Reported               | Reported             |
| 1998          | 68.574.209         | 120               | 47.644.187         | 47.742.304            | 1,000           | 100,0%     | 0,0%       | 68.574.209,00         | 69,6%                  | 69,5%                |
| 1999          | 68.544.981         | 108               | 51.000.534         | 51.185.767            | 1,000           | 100,0%     | 0,0%       | 68.519.674,85         | 74,7%                  | 69,5%                |
| 2000          | 68.907.977         | 96                | 54.533.225         | 54.837.929            | 1,001           | 99,9%      | 0,1%       | 68.842.667,18         | 79,7%                  | 69,5%                |
| 2001          | 72.544.955         | 84                | 55.878.421         | 56.299.562            | 1,003           | 99,7%      | 0,3%       | 72.360.553,94         | 77,8%                  | 69,5%                |
| 2002          | 79.228.887         | 72                | 57.807.215         | 58.592.712            | 1,005           | 99,5%      | 0,5%       | 78.810.768,36         | 74,3%                  | 69,5%                |
| 2003          | 86.643.542         | 60                | 55.930.654         | 57.565.344            | 1,010           | 99,0%      | 1,0%       | 85.794.301,92         | 67,1%                  | 69,5%                |
| 2004          | 91.763.523         | 48                | 53.774.672         | 56.976.657            | 1,022           | 97,9%      | 2,1%       | 89.830.198,89         | 63,4%                  | 69,5%                |
| 2005          | 94.115.312         | 36                | 50.644.994         | 56.786.410            | 1,049           | 95,3%      | 4,7%       | 89.679.424,10         | 63,3%                  | 69,5%                |
| 2006          | 95.272.279         | 24                | 43.606.497         | 54.641.339            | 1,108           | 90,2%      | 9,8%       | 85.977.637,22         | 63,6%                  | 69,5%                |
| 2007          | 95.176.240         | 12                | 27.229.969         | 48.853.563            | 1,290           | 77,5%      | 22,5%      | 73.780.476,03         | 66,2%                  | 69,5%                |
| <b>TOTAL</b>  | <b>820.771.905</b> |                   | <b>498.050.368</b> | <b>543.481.587</b>    |                 |            |            | <b>782.169.911,50</b> | <b>69,5%</b>           |                      |

Figura 22: Ultimate y reservas con la técnica Cape Cod parte 1. Fuente: elaboración propia

| Expected Claims       |                      | Projected Ultimate Claims | RBNS                 | IBNR                 | Reserva Total        |
|-----------------------|----------------------|---------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| Reported              | Unreported           | Reported                  |                      | Reported             | Reported             |
| 47.647.984,65         | 0,00                 | 47.742.304,00             | 98.117               | 0,00                 | 98.117,00            |
| 47.627.675,91         | 17.583,68            | 51.203.350,68             | 185.233              | 17.583,68            | 202.816,68           |
| 47.879.899,43         | 45.379,76            | 54.883.308,76             | 304.704              | 45.379,76            | 350.083,76           |
| 50.407.010,92         | 128.128,91           | 56.427.690,91             | 421.141              | 128.128,91           | 549.269,91           |
| 55.051.262,66         | 290.524,83           | 58.883.236,83             | 785.497              | 290.524,83           | 1.076.021,83         |
| 60.203.248,70         | 590.084,50           | 58.155.428,50             | 1.634.690            | 590.084,50           | 2.224.774,50         |
| 63.760.807,44         | 1.343.347,58         | 58.320.004,58             | 3.201.985            | 1.343.347,58         | 4.545.332,58         |
| 65.394.920,43         | 3.082.224,66         | 59.868.634,66             | 6.141.416            | 3.082.224,66         | 9.223.640,66         |
| 66.198.825,38         | 6.458.272,80         | 61.099.611,80             | 11.034.842           | 6.458.272,80         | 17.493.114,80        |
| 66.132.093,81         | 14.866.595,59        | 63.720.158,59             | 21.623.594           | 14.866.595,59        | 36.490.189,59        |
| <b>570.303.729,32</b> | <b>26.822.142,32</b> | <b>570.303.729,32</b>     | <b>45.431.219,00</b> | <b>26.822.142,32</b> | <b>72.253.361,32</b> |

Figura 23: Ultimate y reservas con la técnica Cape Cod parte 2. Fuente: elaboración propia

Como podemos ver, no se aprecian recuperos para esta técnica.

Finalmente, los rectángulos con las cuantías estimadas para los siniestros reportados son los mismos que los de CL.

## 6 Comparativa técnicas aplicadas

La comparativa implicará contrastar los resultados del IBNR, Ultimate y de las reservas totales obtenidas mediante las 4 técnicas estudiadas.

**Primero**, se comparan los resultados del CL con los del BF tanto para los siniestros pagados como reportados.

Las tablas donde se recopilan todos los resultados del IBNR, Ultimate y de las reservas totales son las siguientes:

| Años de accidente | IBNR         |                      |              |                      |
|-------------------|--------------|----------------------|--------------|----------------------|
|                   | Reportados   |                      | Pagados      |                      |
|                   | Chain-Ladder | Bornhuetter-Ferguson | Chain-Ladder | Bornhuetter-Ferguson |
| 1998              | 0            | 0                    | -2.829       | 4.539                |
| 1999              | 18.904       | 18.980               | 12.117       | 12.930               |
| 2000              | 52.024       | 48.982               | 34.542       | 14.811               |
| 2001              | 143.472      | 138.301              | 195.348      | 172.583              |
| 2002              | 310.855      | 313.589              | 405.444      | 413.993              |
| 2003              | 569.814      | 552.006              | 588.166      | 518.017              |
| 2004              | 1.226.251    | 1.256.661            | 1.386.957    | 1.487.810            |
| 2005              | 2.808.873    | 2.883.327            | 3.187.538    | 3.374.354            |
| 2006              | 5.907.021    | 6.041.517            | 6.602.543    | 6.799.266            |
| 2007              | 14.167.153   | 13.907.247           | 16.244.015   | 14.363.349           |

(a) IBNR CL vs BF

| Años de accidente | Ultimate     |                      |              |                      |
|-------------------|--------------|----------------------|--------------|----------------------|
|                   | Reportados   |                      | Pagados      |                      |
|                   | Chain-Ladder | Bornhuetter-Ferguson | Chain-Ladder | Bornhuetter-Ferguson |
| 1998              | 47.742.304   | 47.742.304           | 47.739.475   | 47.746.843           |
| 1999              | 51.204.671   | 51.204.747           | 51.197.884   | 51.198.697           |
| 2000              | 54.889.953   | 54.886.911           | 54.872.471   | 54.852.740           |
| 2001              | 56.443.034   | 56.437.863           | 56.494.910   | 56.472.145           |
| 2002              | 58.903.567   | 58.906.301           | 58.998.156   | 59.006.705           |
| 2003              | 58.135.158   | 58.117.350           | 58.153.510   | 58.083.361           |
| 2004              | 58.202.908   | 58.233.318           | 58.363.614   | 58.464.467           |
| 2005              | 59.595.283   | 59.669.737           | 59.973.948   | 60.160.764           |
| 2006              | 60.548.360   | 60.682.856           | 61.243.882   | 61.440.605           |
| 2007              | 63.020.716   | 62.760.810           | 65.097.578   | 63.216.912           |

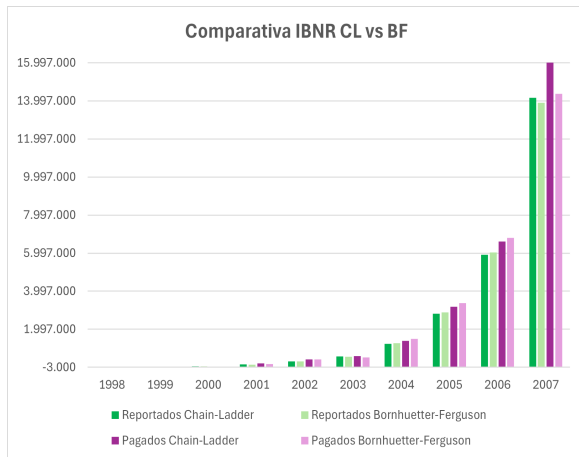
(b) Ultimate CL vs BF

| Años de accidente | Reserva total |                      |              |                      |
|-------------------|---------------|----------------------|--------------|----------------------|
|                   | Reportados    |                      | Pagados      |                      |
|                   | Chain-Ladder  | Bornhuetter-Ferguson | Chain-Ladder | Bornhuetter-Ferguson |
| 1998              | 98.117        | 98.117               | 95.288       | 102.656              |
| 1999              | 204.137       | 204.213              | 197.350      | 198.163              |
| 2000              | 356.728       | 353.686              | 339.246      | 319.515              |
| 2001              | 564.613       | 559.442              | 616.489      | 593.724              |
| 2002              | 1.096.352     | 1.099.086            | 1.190.941    | 1.199.490            |
| 2003              | 2.204.504     | 2.186.696            | 2.222.856    | 2.152.707            |
| 2004              | 4.428.236     | 4.458.646            | 4.588.942    | 4.689.795            |
| 2005              | 8.950.289     | 9.024.743            | 9.328.954    | 9.515.770            |
| 2006              | 16.941.863    | 17.076.359           | 17.637.385   | 17.834.108           |
| 2007              | 35.790.747    | 35.530.841           | 37.867.609   | 35.986.943           |

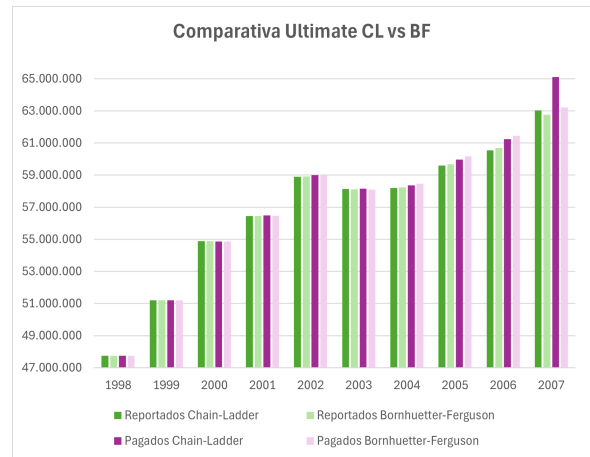
(c) Reservas totales CL vs BF

Figura 24: Tablas comparativas CL vs BF. Fuente: elaboración propia

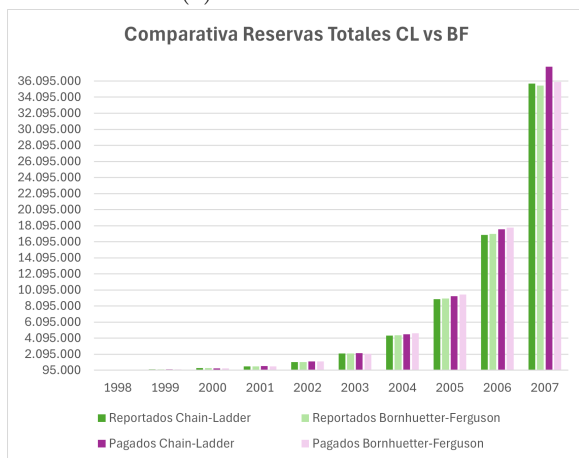
Seguidamente, se muestran los gráficos correspondientes a estas tablas donde podemos ver de forma fácil y visual la comparativa de ambas técnicas:



(a) IBNR CL vs BF



(b) Ultimate CL vs BF



(c) Reservas totales CL vs BF

Figura 25: Gráficos comparativos CL vs BF. Fuente: elaboración propia

Concluimos que las dos técnicas extraen resultados muy parecidos. Los tres gráficos presentan una tendencia creciente hacia los años más recientes. Esta tendencia creciente es lógica ya que contra más inmaduros sean los años, es decir, más recientes, estos periodos tendrán una cola más larga que implicará mayor coste y reserva a estimar para la compañía.

Respecto al IBNR, a años más inmaduros, mayor IBNR de CL y menor de BF debido a que al BF le interviene el ELR que le hace minorar la reserva un poco. A años más maduros, el IBNR es muy similar para ambos métodos. Concretamente, la reserva IBNR de pagos es un poco mayor a la de reportados.

En relación al Ultimate, el de pagos e incurrido son muy semejantes para ambas técnicas excepto en los años más recientes en que el de pagos es un poco superior igual que pasa con el IBNR como hemos comentado.

Por último, para la reserva total, también se cumple que para los años más recientes, la reserva de pagos es mayor que la de reportados.

**Segundo**, se muestra la comparativa que engloba las cuatro técnicas en perspectiva del coste total y reservas.

Cabe decir que la técnica Expected Claim no distingue entre siniestro reportado y pagado y el

Cape Cod solo se aplica al reportado. En cambio, para los métodos CL y BF sí distinguen lo pagado y lo reportado. Entonces para unificar todos los resultados para que sean comparables de alguna forma, se ha hecho una media aritmética en los resultados del CL y BF para unificar en un solo IBNR, el de reportados y el de pagados, y lo mismo se ha hecho para el Ultimate y para la reserva total.

En primer lugar las tablas recopilatorias de los resultados:

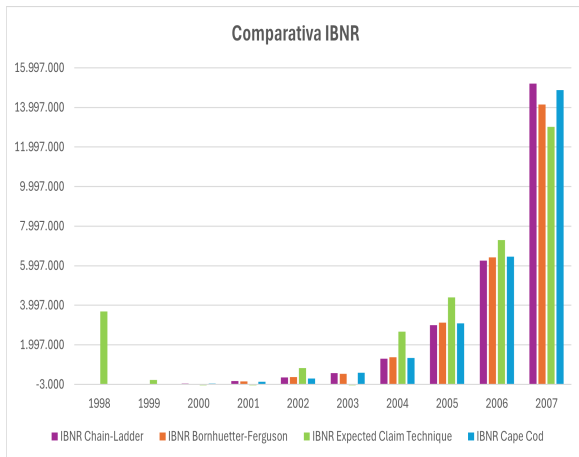
| IBNR              |                   |                      |                          |                   | Ultimate          |                    |                      |                          |                    |
|-------------------|-------------------|----------------------|--------------------------|-------------------|-------------------|--------------------|----------------------|--------------------------|--------------------|
| Años de accidente | Chain-Ladder      | Bornhuetter-Ferguson | Expected Claim Technique | Cape Cod          | Años de accidente | Chain-Ladder       | Bornhuetter-Ferguson | Expected Claim Technique | Cape Cod           |
| 1998              | -1.414            | 2.270                | 3.688.353                | 0,00              | 1998              | 47.740.890         | 47.744.574           | 51.430.657               | 47.742.304,00      |
| 1999              | 15.511            | 15.955               | 222.969                  | 17.583,68         | 1999              | 51.201.278         | 51.201.722           | 51.408.736               | 51.203.350,68      |
| 2000              | 43.283            | 31.897               | -3.156.946               | 45.379,76         | 2000              | 54.881.212         | 54.869.826           | 51.680.983               | 54.883.308,76      |
| 2001              | 169.410           | 155.442              | -1.890.846               | 128.128,91        | 2001              | 56.468.972         | 56.455.004           | 54.408.716               | 56.427.690,91      |
| 2002              | 358.149           | 363.791              | 828.953                  | 290.524,83        | 2002              | 58.950.861         | 58.956.503           | 59.421.665               | 58.883.236,83      |
| 2003              | 578.990           | 535.012              | -1.247.042               | 590.084,50        | 2003              | 58.144.334         | 58.100.356           | 56.318.302               | 58.155.428,50      |
| 2004              | 1.306.604         | 1.372.235            | 2.669.633                | 1.343.347,58      | 2004              | 58.283.261         | 58.348.892           | 59.646.290               | 58.320.004,58      |
| 2005              | 2.998.206         | 3.128.841            | 4.388.543                | 3.082.224,66      | 2005              | 59.784.616         | 59.915.251           | 61.174.953               | 59.868.634,66      |
| 2006              | 6.254.782         | 6.420.392            | 7.285.642                | 6.458.272,80      | 2006              | 60.896.121         | 61.061.731           | 61.926.981               | 61.099.611,80      |
| 2007              | 15.205.584        | 14.135.298           | 13.010.993               | 14.866.595,59     | 2007              | 64.059.147         | 62.988.861           | 61.864.556               | 63.720.158,59      |
| <b>TOTAL</b>      | <b>26.929.104</b> | <b>26.161.131</b>    | <b>25.800.252</b>        | <b>26.822.142</b> | <b>TOTAL</b>      | <b>570.410.691</b> | <b>569.642.718</b>   | <b>569.281.839</b>       | <b>570.303.729</b> |

Figura 26: Tablas comparativas IBNR y Ultimate de las cuatro técnicas. Fuente: elaboración propia

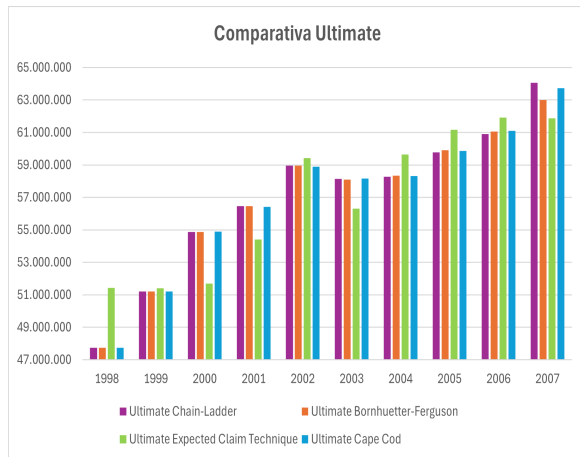
| Reservas totales  |                   |                      |                          |                   |
|-------------------|-------------------|----------------------|--------------------------|-------------------|
| Años de accidente | Chain-Ladder      | Bornhuetter-Ferguson | Expected Claim Technique | Cape Cod          |
| 1998              | 96.703            | 100.387              | 3.786.470                | 98.117,00         |
| 1999              | 200.744           | 201.188              | 408.202                  | 202.816,68        |
| 2000              | 347.987           | 336.601              | -2.852.242               | 350.083,76        |
| 2001              | 590.551           | 576.583              | -1.469.705               | 549.269,91        |
| 2002              | 1.143.646         | 1.149.288            | 1.614.450                | 1.076.021,83      |
| 2003              | 2.213.680         | 2.169.702            | 387.648                  | 2.224.774,50      |
| 2004              | 4.508.589         | 4.574.220            | 5.871.618                | 4.545.332,58      |
| 2005              | 9.139.622         | 9.270.257            | 10.529.959               | 9.223.640,66      |
| 2006              | 17.289.624        | 17.455.234           | 18.320.484               | 17.493.114,80     |
| 2007              | 36.829.178        | 35.758.892           | 34.634.587               | 36.490.189,59     |
| <b>TOTAL</b>      | <b>72.360.323</b> | <b>71.592.350</b>    | <b>71.231.471</b>        | <b>72.253.361</b> |

Figura 27: Tabla comparativa Reservas totales de las cuatro técnicas. Fuente: elaboración propia

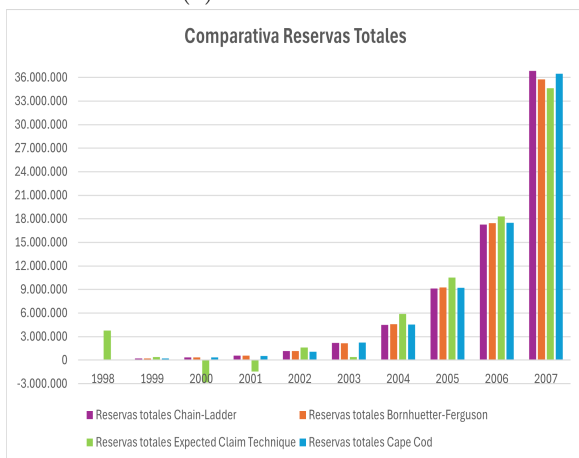
En segundo lugar, los gráficos generados a partir de las tablas son los siguientes:



(a) IBNR cuatro técnicas



(b) Ultimate cuatro técnicas



(c) Reservas totales cuatro técnicas

Figura 28: Gráficos comparativos de las cuatro técnicas. Fuente: elaboración propia

En general, se observa un comportamiento muy similar en todas las técnicas.

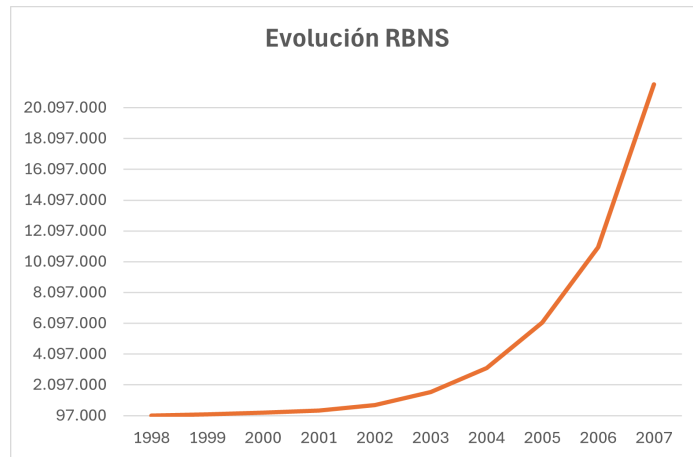
Se detecta un valor atípico para el año 1998 en todos los gráficos correspondiente a la técnica del Expected Claim. Este valor atípico es debido a que el Ultimate para este año se diferencia un poco a su latest (último valor conocido acumulado), y esto causa, por ende, que el IBNR, que es la resta de este Ultimate con su latest, sea elevado. Como el IBNR es un componente de la reserva total, esta reserva se ve afectada también.

Podemos extraer la conclusión que para los años más recientes, el método CL y el Cape Cod son los que más reserva IBNR estiman. Es decir, son los métodos más conservadores. En consecuencia, es lógico que también sus reservas totales sean las más elevadas. Por el contrario, los métodos Expected Claim y BF serían los menos conservadores porque estiman menor IBNR, Ultimate y reserva total.

**Tercero**, la reserva RBNS como ya sabemos, es la misma para todas las técnicas y aquí podemos ver su evolución a lo largo de los años de accidente:

| Años de accidente | RBNS       |
|-------------------|------------|
| 1998              | 98.117     |
| 1999              | 185.233    |
| 2000              | 304.704    |
| 2001              | 421.141    |
| 2002              | 785.497    |
| 2003              | 1.634.690  |
| 2004              | 3.201.985  |
| 2005              | 6.141.416  |
| 2006              | 11.034.842 |
| 2007              | 21.623.594 |

(a) Tabla RBNS



(b) Gráfico RBNS

Figura 29: Evolución reserva RBNS. Fuente: elaboración propia

Se observa claramente una tendencia creciente hacia los años más recientes. Esto es lógico ya que en los años recientes, muy pocos siniestros están pagados y la reserva para los siniestros reportados pero no pagados deberá ser mayor.

**Por último**, es interesante ver qué peso de la reserva total se le da al RBNS y al IBNR para cada una de las técnicas. En las siguientes tablas se muestran año a año los pesos en porcentajes de cada reserva:



| Chain Ladder      |                   |                   |                   |            |            |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------|------------|
| Años de accidente | RBNS              | IBNR              | Reserva Total     | Peso RBNS  | Peso IBNR  |
| 1998              | 98.117            | -1.414            | 96.703            | 101%       | -1%        |
| 1999              | 185.233           | 15.511            | 200.744           | 92%        | 8%         |
| 2000              | 304.704           | 43.283            | 347.987           | 88%        | 12%        |
| 2001              | 421.141           | 169.410           | 590.551           | 71%        | 29%        |
| 2002              | 785.497           | 358.149           | 1.143.646         | 69%        | 31%        |
| 2003              | 1.634.690         | 578.990           | 2.213.680         | 74%        | 26%        |
| 2004              | 3.201.985         | 1.306.604         | 4.508.589         | 71%        | 29%        |
| 2005              | 6.141.416         | 2.998.206         | 9.139.622         | 67%        | 33%        |
| 2006              | 11.034.842        | 6.254.782         | 17.289.624        | 64%        | 36%        |
| 2007              | 21.623.594        | 15.205.584        | 36.829.178        | 59%        | 41%        |
| <b>TOTAL</b>      | <b>45.431.219</b> | <b>26.929.104</b> | <b>72.360.323</b> | <b>63%</b> | <b>37%</b> |

(a) CL

| Expected Claim Method |                   |                   |                   |            |            |
|-----------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------|------------|
| Años de accidente     | RBNS              | IBNR              | Reserva Total     | Peso RBNS  | Peso IBNR  |
| 1998                  | 98.117            | 3.688.353         | 3.786.470         | 3%         | 97%        |
| 1999                  | 185.233           | 222.969           | 408.202           | 45%        | 55%        |
| 2000                  | 304.704           | -3.156.946        | -2.852.242        | -11%       | 111%       |
| 2001                  | 421.141           | -1.890.846        | -1.469.705        | -29%       | 129%       |
| 2002                  | 785.497           | 828.953           | 1.614.450         | 49%        | 51%        |
| 2003                  | 1.634.690         | -1.247.042        | 387.648           | 422%       | -322%      |
| 2004                  | 3.201.985         | 2.669.633         | 5.871.618         | 55%        | 45%        |
| 2005                  | 6.141.416         | 4.388.543         | 10.529.959        | 58%        | 42%        |
| 2006                  | 11.034.842        | 7.285.642         | 18.320.484        | 60%        | 40%        |
| 2007                  | 21.623.594        | 13.010.993        | 34.634.587        | 62%        | 38%        |
| <b>TOTAL</b>          | <b>45.431.219</b> | <b>25.800.252</b> | <b>71.231.471</b> | <b>64%</b> | <b>36%</b> |

(b) Expected Claim Method

| Bornhuetter-Ferguson |                   |                   |                   |            |            |
|----------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------|------------|
| Años de accidente    | RBNS              | IBNR              | Reserva Total     | Peso RBNS  | Peso IBNR  |
| 1998                 | 98.117            | 2.270             | 100.387           | 98%        | 2%         |
| 1999                 | 185.233           | 15.955            | 201.188           | 92%        | 8%         |
| 2000                 | 304.704           | 31.897            | 336.601           | 91%        | 9%         |
| 2001                 | 421.141           | 155.442           | 576.583           | 73%        | 27%        |
| 2002                 | 785.497           | 363.791           | 1.149.288         | 68%        | 32%        |
| 2003                 | 1.634.690         | 535.012           | 2.169.702         | 75%        | 25%        |
| 2004                 | 3.201.985         | 1.372.235         | 4.574.220         | 70%        | 30%        |
| 2005                 | 6.141.416         | 3.128.841         | 9.270.257         | 66%        | 34%        |
| 2006                 | 11.034.842        | 6.420.392         | 17.455.234        | 63%        | 37%        |
| 2007                 | 21.623.594        | 14.135.298        | 35.758.892        | 60%        | 40%        |
| <b>TOTAL</b>         | <b>45.431.219</b> | <b>26.161.131</b> | <b>71.592.350</b> | <b>63%</b> | <b>37%</b> |

(c) BF

| Cape Cod          |                   |                   |                   |            |            |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------|------------|
| Años de accidente | RBNS              | IBNR              | Reserva Total     | Peso RBNS  | Peso IBNR  |
| 1998              | 98.117            | 0                 | 98.117            | 100%       | 0%         |
| 1999              | 185.233           | 17.584            | 202.817           | 91%        | 9%         |
| 2000              | 304.704           | 45.380            | 350.084           | 87%        | 13%        |
| 2001              | 421.141           | 128.129           | 549.270           | 77%        | 23%        |
| 2002              | 785.497           | 290.525           | 1.076.022         | 73%        | 27%        |
| 2003              | 1.634.690         | 590.085           | 2.224.775         | 73%        | 27%        |
| 2004              | 3.201.985         | 1.343.348         | 4.545.333         | 70%        | 30%        |
| 2005              | 6.141.416         | 3.082.225         | 9.223.641         | 67%        | 33%        |
| 2006              | 11.034.842        | 6.458.273         | 17.493.115        | 63%        | 37%        |
| 2007              | 21.623.594        | 14.866.596        | 36.490.190        | 59%        | 41%        |
| <b>TOTAL</b>      | <b>45.431.219</b> | <b>26.822.142</b> | <b>72.253.361</b> | <b>63%</b> | <b>37%</b> |

(d) Cape Cod

Figura 30: Pesos reserva IBNR y RBNS de las cuatro técnicas. Fuente: elaboración propia

Se concluye que, para estos datos, la repartición entre los dos tipos suele ser de un 63 % para las reservas RBNS y un 37 % en las IBNR. Esto implica que la mayoría significativa de los siniestros ya han sido reportados a la compañía, aunque existe un retraso en los pagos.

## 7 Papel del actuario en Reserving

La existencia de varias técnicas de cálculo de reservas en el mercado implica que los actuarios deben de valorar qué método se ajusta mejor a los datos y que ofrezca una mayor credibilidad. Si se dispone de un historial de siniestralidad suficiente, la comprobación retroactiva del método es una solución para evaluar la capacidad predictiva e idoneidad de una técnica concreta para estimar los siniestros pendientes de pago.

A veces será necesario utilizar más de una técnica y otras veces tan solo una pero todo con el fin de producir la mejor estimación posible.

Cualquier buen actuario querrá utilizar el mayor número posible de métodos para los que disponga de información razonablemente buena y comparar y contrastar las estimaciones de cada uno de ellos. Luego deberá de explicar las diferencias significativas entre las proyecciones de esos métodos.

También en algunas situaciones, prevalecerá la credibilidad en el proceso de selección de la técnica. Sin embargo, en otras ocasiones, prevalecerá el juicio actuarial.

Para concluir, el actuario debe revisar las proyecciones para comprobar si son razonables desde la perspectiva de los cambios interanuales que se puedan haber producido en la compañía, los conocimientos adquiridos en las reuniones con la dirección y el conocimiento y situación que tenga del sector asegurador en general. Como resultado de esta revisión, el actuario debería tener una mayor confianza en la estimación de los siniestros pendientes de pago o que se le llevase a buscar información adicional antes de llegar a una conclusión determinada.

## 8 Conclusiones

Como hemos podido ver a lo largo del trabajo, existen numerosas técnicas para la estimación de la reserva IBNR y para la estimación del Ultimate de los siniestros. Concretamente, hemos analizado cuatro métodos: CL, BF, Expected Claim y Cape Cod pero existen muchos más en la industria.

Podemos resaltar estos puntos como conclusiones principales del trabajo a partir de la aplicación con el triángulo de datos en estudio:

- Hemos distinguido entre siniestros pagados y reportados. Esto causa que podamos calcular la reserva RBNS y que podamos distinguir el IBNR y el Ultimate entre los que corresponden a siniestros pagados y los que corresponden a siniestros reportados.
- El modelo CL tiene una conexión directa con las demás técnicas ya que es usada en todas.
- En general, todos los métodos proporcionan resultados similares.
- Los métodos más conservadores son CL y Cape Cod al proporcionar mayor reserva IBNR y Ultimate. Por el contrario, los menos conservadores son BF y Expected Claim.
- En la estimación de las reservas totales, el 63 % lo compone la reserva RBNS y el 37 % la IBNR. Esto implica que la mayoría significativa de los siniestros ya han sido reportados a la compañía, aunque existe un retraso en los pagos.

Para finalizar, enfatizar que el papel del actuario es crucial para la buena estimación de las provisiones técnicas de la aseguradora y garantizar su solvencia.

## 9 Referencias

- [1] ADDINI, F.F., NURROHMAH, S. and FITHRIANI, I., 2021. *Prediction of the reported but not settled (RBNS) claims reserves and the incurred but not reported (IBNR) claims reserves using the double CL method*. *Journal of physics*. Conference series, vol. 1725, no. 1, pp. 12103-. ISSN 1742-6588. DOI 10.1088/1742-6596/1725/1/012103.
- [2] AHN, S., BADESCU, A.L., CHEUNG, E.C.K. and KIM, J.-R., 2018. *An IBNR–RBNS insurance risk model with marked Poisson arrivals*. *Insurance, mathematics & economics*, vol. 79, pp. 26–42. ISSN 0167-6687. DOI 10.1016/j.insmatheco.2017.12.004.
- [3] ANGULO, C., 2018. *Análisis y aplicación del modelo Double CL.*. Depósito Digital de la Universidad de Barcelona <http://hdl.handle.net/2445/124785>
- [4] AYUSO, M. M. and SANTOLINO M., 2008. *Prediction of individual automobile reported but not settled claim reserves for bodily injuries in the context of Solvency II*. *Revista de metodos cuantitativos para la economia y la empresa*, vol. 6. ISSN 1886-516X.
- [5] BADESCU, A.L., X SHELDON LIN and TANG, D., 2015. *A Marked Cox Model for IBNR Claims: Model and Theory*. arXiv.org, ISSN 2331-8422. DOI 10.48550/arxiv.1512.06273.
- [6] BADESCU, A.L., CHEN, T., LIN, X.S. and TANG, D., 2019. *A Marked Cox Model for the number of IBNR Claims: Estimation and application*. *ASTIN bulletin*, vol. 49, no. 3, pp. 709–739. ISSN 0515-0361. DOI 10.1017/asb.2019.15.
- [7] BASTOS, I.S., VANA, L.B. and NOVO, C.C., 2023. *Estimating IBNR claim reserves using Gaussian Fuzzy Numbers*. *Contextus (Fortaleza)*, vol. 21, no. esp.1, pp. e83343-. ISSN 1678-2089. DOI 10.19094/contextus.2023.83343.
- [8] BOJ, E., CLARAMUNT, M. M. and COSTA, T., 2020. *Tarificación y provisiones (tercera edición)*. Depósito Digital de la Universidad de Barcelona, colección OMADO. <http://hdl.handle.net/2445/149241>
- [9] BROSIUS, E., 1993. *Loss Development Using Credibility*. Casualty Actuarial Society. Retrieved from [https://www.casact.org/sites/default/files/database/studynotes\\_brosius6.pdf](https://www.casact.org/sites/default/files/database/studynotes_brosius6.pdf)
- [10] CLARAMUNT, M. M., COSTA, T. and BOJ, E., 2017. *provisio: Área de trabajo en lenguaje R para el cálculo de provisiones técnicas en seguros no de vida con métodos deterministas*. Depósito digital de la Universidad de Barcelona, colección de investigación-software. <http://hdl.handle.net/2445/106653>
- [11] COSTA, L. and PIZZINGA, A., 2020. *State-space models for predicting IBNR reserve in row-wise ordered runoff triangles: Calendar year IBNR reserves and tail effects*. *Journal of forecasting*, vol. 39, no. 3, pp. 438–448. ISSN 0277-6693. DOI 10.1002/for.2638.
- [12] FRIEDLAND, J., 2010. *Estimating unpaid claims using basic techniques*. Casualty Actuarial Society. Retrieved from [https://www.casact.org/sites/default/files/database/studynotes\\_friedland\\_estimating.pdf](https://www.casact.org/sites/default/files/database/studynotes_friedland_estimating.pdf)

- 
- [13] GESMANN M., MURPHY D., ZHANG Y., CARRATO A., CRUPI G., DUTANG C, LA-COUME A, CHARPENTIER A, WUTHRICH M, CONCINA F. and DAL E., 2023. *Statistical Methods and Models for Claims Reserving in General Insurance*. Package ChainLadder <https://mages.github.io/ChainLadder/>
- [14] KOMAROMI, E., 2012. *Entropy programming modeling of IBNR claims reserves*. Annals of operations research, vol. 200, no. 1, pp. 93–108. ISSN 0254-5330. DOI 10.1007/s10479-011-0882-7.
- [15] R Development Core Team, 2024. *R: A language and environment for statistical computing*. Vienna. <http://www.R-project.org/>
- [16] TAYLOR, G. and XU, J., 2013. *An empirical investigation of the value of finalisation count information to loss Reserving*. SSRN Electronic Journal. DOI 10.2139/ssrn.2613255.
- [17] TORRES, M., 2019. *Los siniestros IBNR y el seguro de responsabilidad civil*. Depósito Digital de la Universidad de Barcelona <http://hdl.handle.net/2445/139637>
- [18] VERRALL, R., NIELSEN, J.P. and JESSEN, A.H., 2010. *Prediction of RBNS and IBNR Claims using Claim Amounts and Claim Counts*. ASTIN bulletin, vol. 40, no. 2, pp. 871–887. ISSN 0515-0361. DOI 10.2143/AST.40.2.2061139.
- [19] VIANCHA, J.C., 2018. *El modelo BF modificado para la asignación de la reserva IBNR: Estudio de caso para una compañía de seguros colombiana*. Depósito Digital de la Universidad de Barcelona <http://hdl.handle.net/2445/125460>
- [20] YULITA, T. and EFFENDIE, A.R., 2022. *Estimation of IBNR and RBNS reserves using RDC Method and Gamma Generalized Linear Model*. Media statistika (Online), vol. 15, no. 1, pp. 24–35. ISSN 1979-3693. DOI 10.14710/medstat.15.1.24-35.

## 10 Anexos

### 10.1 Código R

```

1  install.packages("ChainLadder")
2  library(ChainLadder)
3
4  setwd("C:/Users/PC/Desktop/MÁSTER CAF/2º año/2º semestre/TFM/metodos")
5  load("provisio.RData")
6
7  # Base de datos acumulada y no acumulada
8
9  ##### ACUMULADA #####
10
11  #Triángulo incurrido acumulado
12  c0i <- c(37017487,43169009,45568919,46784558,47337318,47533264,47634419,
13  47689655,47724678,47742304)
14  c1i <- c(38954484,46045718,48882924,50219672,50729292,50926779,51069285,
15  51163540,51185767)
16  c2i <- c(41155776,49371478,52358476,53780322,54303086,54582950,54742188,
17  54837929)
18  c3i <- c(42394069,50584112,53704296,55150118,55895583,56156727,56299562)
19  c4i <- c(44755243,52971643,56102312,57703851,58363564,58592712)
20  c5i <- c(45163102,52497731,55468551,57015411,57565344)
21  c6i <- c(45417309,52640322,55553673,56976657)
22  c7i <- c(46360869,53790061,56786410)
23  c8i <- c(46582684,54641339)
24  c9i <- 48853563
25
26  #Triángulo pagos acumulados
27  c0p <- c(18539254,33231039,40062008,43892039,45896535,46765422,47221322,
28  47446877,47555456,47644187)
29  c1p <- c(20410193,36090684,43259402,47159241,49208532,50162043,50625757,
30  50878808,51000534)
31  c2p <- c(22120843,38976014,46389282,50562385,52735280,53740101,54284334,
32  54533225)
33  c3p <- c(22992259,40096198,47767835,52093916,54363436,55378801,55878421)
34  c4p <- c(24092782,41795313,49903803,54352884,56754376,57807215)
35  c5p <- c(24084451,41399612,49070332,53584201,55930654)
36  c6p <- c(24369770,41489863,49236678,53774672)
37  c7p <- c(25100697,42702229,50644994)
38  c8p <- c(25608776,43606497)

```

```

39 c9p <- 27229969
40
41 ##### NO ACUMULADA #####
42
43 #Triángulo incurrido no acumulado
44 c0ii <- c(37017487,6151522,2399910,1215639,552760,195946,101155,
45 55236,35023,17626)
46 c1ii <- c(38954484,7091234,2837206,1336748,509620,197487,142506,
47 94255,22227)
48 c2ii <- c(41155776,8215702,2986998,1421846,522764,279864,159238,
49 95741)
50 c3ii <- c(42394069,8190043,3120184,1445822,745465,261144,142835)
51 c4ii <- c(44755243,8216400,3130669,1601539,659713,229148)
52 c5ii <- c(45163102,7334629,2970820,1546860,549933)
53 c6ii <- c(45417309,7223013,2913351,1422984)
54 c7ii <- c(46360869,7429192,2996349)
55 c8ii <- c(46582684,8058655)
56 c9ii <- 48853563
57
58 #Triángulo pagos no acumulado
59 c0pp <- c(18539254,14691785,6830969,3830031,2004496,868887,455900,225555,
60 108579,88731)
61 c1pp <- c(20410193,15680491,7168718,3899839,2049291,953511,463714,253051,
62 121726)
63 c2pp <- c(22120843,16855171,7413268,4173103,2172895,1004821,544233,248891)
64 c3pp <- c(22992259,17103939,7671637,4326081,2269520,1015365,499620)
65 c4pp <- c(24092782,17702531,8108490,4449081,2401492,1052839)
66 c5pp <- c(24084451,17315161,7670720,4513869,2346453)
67 c6pp <- c(24369770,17120093,7746815,4537994)
68 c7pp <- c(25100697,17601532,7942765)
69 c8pp <- c(25608776,17997721)
70 c9pp <- 27229969
71
72
73 #CL
74
75 #CL con función ibnrchl del workspace provisio en cuantías no acumuladas:
76 incurridoCL<-ibnrchl(c(c0ii,c1ii,c2ii,c3ii,c4ii,c5ii,c6ii,c7ii,c8ii,c9ii))
77 pagosCL<-ibnrchl(c(c0pp,c1pp,c2pp,c3pp,c4pp,c5pp,c6pp,c7pp,c8pp,c9pp))
78
79

```

```

80  #CL con funcion glmReserve del paquete ChainLadder--> GLM Poisson
    ↪ logarítmico sobre cuantías acumuladas:
81
82  #INCURRIDO
83  # 1 Crear una lista con todos los vectores
84  vector_list_i <- list(c0i, c1i, c2i, c3i, c4i, c5i, c6i, c7i, c8i,
85  c9i)
86
87  # 2 Obtener la longitud máxima
88  max_length_i <- max(lengths(vector_list_i))
89
90  # 3 Rellenar los vectores con NA para igualar la longitud
91  filled_vectors_i <- lapply(vector_list_i, function(x) { length(x) <-
    ↪ max_length_i; x })
92
93  # 4 Crear la matriz triangular de desarrollo incurrido acumulado
94  matriz_triangulo_incurrido_acumulado <- do.call(rbind, filled_vectors_i)
95
96  # 5 Darle formato de triángulo a la matriz de incurrido con periodos
97  triangulo_incurrido_acumulado
    ↪ <-as.triangle(matriz_triangulo_incurrido_acumulado)
98
99  # 6 Mostrar la matriz
100 print(triangulo_incurrido_acumulado)
101
102 glm_Poisson_logaritmico_incurrido<-
103
104 glmReserve(triangulo_incurrido_acumulado, mse.method="formula")
105 summary(glm_Poisson_logaritmico_incurrido)
106
107 #PAGOS
108 # 1 Crear una lista con todos los vectores
109 vector_list_p <- list(c0p, c1p, c2p, c3p, c4p, c5p, c6p, c7p, c8p,
110 c9p)
111
112 # 2 Obtener la longitud máxima
113 max_length_p <- max(lengths(vector_list_p))
114 # 3 Rellenar los vectores con NA para igualar la longitud
115 filled_vectors_p <- lapply(vector_list_p, function(y) { length(y) <-
    ↪ max_length_p; y })
116

```



```
117   # 4 Crear la matriz triangular de desarrollo incurrido acumulado
118   matriz_triangulo_pagos_acumulado <- do.call(rbind, filled_vectors_p)
119
120   # 5 Darle formato de triangulo a la matriz de incurrido con periodos
121   triangulo_pagos_acumulado <-as.triangle(matriz_triangulo_pagos_acumulado)
122
123   # 6 Mostrar la matriz Incurrido
124   print(triangulo_pagos_acumulado)
125
126
127   glm_Poisson_logaritmico_pagos<-glmReserve(triangulo_pagos_acumulado,
128   ↪   mse.method="formula")
   summary(glm_Poisson_logaritmico_pagos)
```