

## Grau en Estadística

---

**Títol:**

**La formació del futur professorat com a element clau per formar un alumnat competent en estadística i en probabilitat a l'ensenyament obligatori.**

**Autora: Aránzazu Aráiztegui Bacigalupe**

**Directora: Lourdes Roderó De Lamo**

**Departament:**

**Convocatòria: Juny 2024**



UNIVERSITAT DE  
BARCELONA<sub>0</sub>



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA  
BARCELONATECH

Facultat de Matemàtiques i Estadística

## RESUMEN

És un fet que una ciutadania competent en estadística i probabilitat és cada vegada més important al món actual. Per assegurar aquesta competència, cal un professorat d'educació primària i secundària amb una sòlida formació quant a conceptes i didàctica d'aquestes matèries. Això permetrà a aquests docents transmetre conceptes de forma clara i efectiva, i els ajudarà a dissenyar activitats i projectes que fomentin el pensament crític i l'anàlisi de dades en l'alumnat. És important incloure en els currículums del grau de formació del professorat de primària i en el màster de formació del professorat de secundària cursos específics en estadística i probabilitat que ajudin al professorat a identificar i corregir errors conceptuals comuns entre l'alumnat i invertir en cursos de formació continua i d'actualització de continguts per docents en actiu ja que la qualitat de la educació depèn en gran mesura de la preparació i competència d'aquests docents.

## ABSTRACT

In present society it is increasingly important that current citizens are competent in statistics and probability in order to understand today's world and successfully cope with contemporary requests. To ensure that the citizenry acquires these competences, the education system must rely on primary and secondary education teachers with solid training in terms of statistics and probability. This will allow these teachers to convey concepts clearly and effectively, and will help them to design activities and projects that encourage critical thinking and data analysis in students.

It is essential that a master's degree in secondary teacher training curriculum includes specific courses on statistics and probability that will help teachers identify and correct common conceptual errors among students. It is also a major issue to invest in continuous training and content update for active teachers, since the quality of education depends to a large extent on the preparation and competence of these teachers.

## PALABRAS CLAVE

Educació, PISA, Competència Estadística, Formació Professorat

## CLASIFICACIÓN AMS

|       |                         |       |                                 |
|-------|-------------------------|-------|---------------------------------|
| 62-07 | Data analysis           | 62J05 | Linear regression               |
| 62-09 | Graphical methods       | 62P25 | Applications to social sciences |
| 62F03 | Hypothesis testing      | 62Q05 | Statistical tables              |
| 62H20 | Measures of association |       |                                 |

# Índex

|                                                                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Introducció                                                                                                 | 3  |
| 2. De l'alfabetització estadística a la competència estadística                                                | 5  |
| 2.1. L'estadística i la probabilitat als currículums dels ensenyaments obligatoris: el cas de Catalunya.       | 5  |
| 2.2. La competència estadística al nou currículum català després de la LOMLOE                                  | 8  |
| 2.3. Competències clau i perfil competencial de sortida de l'alumnat al final de l'educació bàsica obligatòria | 8  |
| 3. Factors que influeixen al rendiment acadèmic en matemàtiques entre els alumnes de primària i de secundària  | 11 |
| 4. La idoneïtat didàctica a la formació del professorat per ensenyar estadística: marc teòric                  | 16 |
| 4.1. Accés a la carrera docent de primària i de secundària                                                     | 16 |
| 4.2. Marcs teòrics en educació matemàtica                                                                      | 17 |
| 4.2.1 Model MKT                                                                                                | 17 |
| 4.2.2. El model MKT aplicat a l'ensenyament de la probabilitat i estadística: el model MSKT                    | 18 |
| 4.2.3. El model CCDM                                                                                           | 19 |
| 5. Metodologia                                                                                                 | 20 |
| 5.1. Definició del marc teòric aplicat a la creació del qüestionari                                            | 20 |
| 5.2. Disseny del qüestionari                                                                                   | 20 |
| 5.2.1. Definició de les variables                                                                              | 21 |
| 5.2.2. Creació d'un banc d'ítems                                                                               | 21 |
| 5.2.3. Criteris d'inclusió dels diferents ítems al qüestionari i elaboració del qüestionari final              | 22 |
| 5.3. Validació del qüestionari definitiu                                                                       | 24 |
| 6. Aplicació del qüestionari en la població pilot                                                              | 26 |
| 6.1. Puntuacions sobre 10 per grups                                                                            | 27 |
| 6.1.1. Diferències per sexe                                                                                    | 30 |
| 6.1.2. Diferències per etapa a la que es dirigeix                                                              | 31 |

|                                                                                                                                                   |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 6.1.3. Diferències per titulació d'accés als estudis que habiliten per a la carrera docent                                                        | 32        |
| 6.2. Anàlisi de resultats per preguntes                                                                                                           | 33        |
| 6.2.1. Pregunta 1                                                                                                                                 | 34        |
| 6.2.2. Pregunta 2                                                                                                                                 | 35        |
| 6.2.3. Pregunta 3                                                                                                                                 | 36        |
| 6.2.4. Pregunta 4                                                                                                                                 | 37        |
| 6.2.5. Pregunta 5                                                                                                                                 | 38        |
| 6.2.6. Pregunta 6                                                                                                                                 | 39        |
| 6.2.7. Pregunta 7                                                                                                                                 | 39        |
| 6.2.8. Pregunta 8                                                                                                                                 | 40        |
| 6.2.9. Pregunta 9                                                                                                                                 | 41        |
| 6.2.10. Pregunta 10                                                                                                                               | 42        |
| 6.2.11. Pregunta 11                                                                                                                               | 43        |
| 6.3. Valoració global                                                                                                                             | 44        |
| 7. El treball per projectes a l'ensenyament de l'estadística i la probabilitat a secundària. El planter de sondeigs: la meva experiència personal | 46        |
| 7.1. Una experiència personal                                                                                                                     | 46        |
| 8. Conclusions finals                                                                                                                             | 48        |
| 9. Bibliografia                                                                                                                                   | 49        |
| 10. Webgrafia                                                                                                                                     | 52        |
| <b>QÜESTIONARI SOBRE COMPETÈNCIA ESTADÍSTICA AL FUTUR PROFESSORAT</b>                                                                             | <b>53</b> |
| <b>QÜESTIONARI SOBRE COMPETÈNCIA EN CONEIXEMENT I DIDÀCTICA DE L'ESTADÍSTICA I LA PROBABILITAT AL FUTUR PROFESSORAT DE SECUNDÀRIA</b>             | <b>61</b> |

# 1. Introducció

És un fet que vivim en una societat marcada, cada vegada amb més intensitat, per la gran quantitat de dades que generem i la informació que ens arriba des de diferents mitjans lligats amb aquestes dades. Com a conseqüència, la ciutadania necessita dominar uns coneixements mínims que la capaciti per llegir e interpretar les diferents dades i la informació que ens envolta avui dia. D'altra banda, un gran nombre de persones no arriba a cursar estudis especialitzats en matèria d'estadística i de probabilitat, de manera que hauria de ser a l'educació obligatòria on adquirissin aquests tipus de destreses.

Els últims resultats a diferents proves de caràcter internacional, com ara les proves PISA, han posat de manifest una davallada en la competència matemàtica i estadística de l'alumnat de tots els països europeus. Cal destacar el cas de Catalunya, on aquesta davallada als resultats ha fet saltar totes les alarmes en institucions com el Departament d'Ensenyament. Els factors que influeixen en la competència de l'alumnat dels nivells obligatoris són diversos, però un d'ells és la formació del professorat en la matèria que imparteix.

Donada la importància de dotar la població general d'uns mínims coneixements sobre estadística i probabilitat i que és a les etapes d'educació obligatòria on moltes d'aquestes persones obtenen aquests coneixements, seria desitjable que el professorat implicat tingués una bona formació en aquestes disciplines i en la seva didàctica.

Nombrosos estudis se centren en la competència del professorat en matemàtiques, i més concretament en l'ensenyament de l'estadística i la probabilitat; tanmateix, són molts els problemes i les mancances observades en el perfil professional del docent de matemàtiques.

Pel que fa a l'etapa de secundària obligatòria i partint de la inexistència del docent especialista en estadística i probabilitat, es van celebrar les *Jornadas sobre el perfil profesional del docente de matemáticas* a Castro-Urdiales el 2022. A diferents ponències es va posar de manifest la manca de professorat especialista en aquestes àrees provinent dels graus de matemàtiques i d'estadística per l'escàs atractiu que senten els titulats procedents d'aquests estudis envers aquesta sortida professional. Les causes són diverses: d'una banda, la poca orientació que es dona als estudis de grau respectius cap a la carrera docent i, d'altra, l'alt nivell d'empleabilitat a l'empresa privada que actualment demana professionals especialistes en aquests àmbits oferint un bon nivell d'ingressos econòmics. També es va assenyalar com a factor important la impossibilitat de trobar una sortida directa al món laboral, ja que cal cursar el màster de formació del professorat d'un any de duració. A més, a les citades jornades, es va apuntar la dificultat per oferir una formació competencial de qualitat al màster de secundària de la especialitat de matemàtiques pel fet d'incloure un alumnat procedent de branques tan diverses com les enginyeries o l'administració d'empreses.

Pel que fa als docents d'educació primària diversos estudis assenyalen la necessitat de millorar, en general, la formació d'aquest col·lectiu en matemàtiques i, més específicament, en els camps de l'estadística i la probabilitat.

Els objectius d'aquest treball són:

- Donar una visió general dels resultats de Catalunya en la matèria de matemàtiques a les proves de l'informe PISA.
- Elaborar un instrument per tal de poder avaluar la formació del futur professorat tant de secundària com de primària pel que respecta a la competència estadística i probabilística.
- Aplicar l'instrument en una mostra de professors de primària i secundària amb l'objectiu de detectar errors en la interpretació de problemes i enunciats d'estadística i probabilitat i proposar millores pel que fa a la formació inicial d'aquests futurs docents de l'educació obligatòria.
- Analitzar iniciatives concretes per tal d'impulsar l'alfabetització estadística de l'alumnat de secundària.

No voldria acabar aquesta introducció sense agrair a totes les persones que han confiat en mi i m'han donat suport en aquesta tasca i durant tots els meus estudis. Agraïixo a tot el professorat de la UB i la UPC amb que he coincidit aquests anys a classe per la seva dedicació, professionalitat i comprensió. A Víctor, Pau e Iratxe per les hores de dedicació a aquest projecte i que han suposat molts canvis en les dinàmiques familiars. Als amics i amigues que m'han animat a continuar en els moments de desànim. I sobretot un agraïment especial a Lourdes Roderó per haver acceptat aquest treball tan "atípic" i haver estat donant-me suport fins a l'últim moment.

## 2. De l'alfabetització estadística a la competència estadística

L'evolució de l'alfabetització estadística cap a la competència estadística reflecteix un canvi en la concepció de com interacciona la societat amb la informació i les dades. L'alfabetització tradicional es relacionava amb l'ensenyament de conceptes i càlculs bàsics com el càlcul de probabilitats i mesures de tendència central, o l'ensenyament de tècniques de realització de gràfics i taules per representar les dades (del Mas, 2002). A més, cal recordar que per tenir èxit en aquest procés d'alfabetització és necessari estimular les habilitats bàsiques de lectura i de comprensió (Sharma, 2017), imprescindibles per arribar a un millor domini de l'estadística i que serà fonamental per arribar a la competència estadística.

La competència estadística, segons diferents autors, va més enllà de la simple comprensió de conceptes i tècniques: implica la capacitat de pensar de forma crítica les dades, d'avaluar la validesa i la fiabilitat de les fonts d'informació, i de fer servir mètodes estadístics per extreure una informació significativa d'aquestes dades. Tot això inclou la comprensió de la incertesa inherent a les dades i la variabilitat d'aquestes, la capacitat per reconèixer biaixos i errors en l'anàlisi, i l'habilitat per comunicar de forma eficaç els resultats obtinguts a diferents tipus d'audiències.

A l'era de la informació, on la quantitat de dades disponibles és aclaparadora, la competència estadística esdevé essencial per prendre decisions informades i resoldre problemes complexos en tots els àmbits de la vida. A banda de les estadístiques oficials, que ens proporcionen informació sobre una situació puntual o sobre l'evolució en el temps d'aspectes relacionats amb la població, l'economia i la societat, l'estadística és una ciència fonamental per a d'altres disciplines com ara la política, la biologia, l'economia, la medicina, la física, la geografia, l'enginyeria, el periodisme o la educació.

Per tant, que la ciutadania pugui assolir un mínim nivell de competència estadística no resulta una tasca trivial, sinó que requereix d'un enfocament educatiu que vagi més enllà de fórmules i tècniques. Així, cal promoure des dels diferents ensenyaments el pensament crític i la resolució de problemes per part de l'alumnat, i la formació contínua per part del professorat per tal de mantenir-se actualitzat quant als avanços en el camp de l'estadística i de la ciència de dades.

### 2.1. L'estadística i la probabilitat als currículums dels ensenyaments obligatoris: el cas de Catalunya.

Resulta evident que si volem una ciutadania amb sentit crític i amb capacitat de prendre decisions, cal desenvolupar el sentit estocàstic des dels primers anys de la seva formació acadèmica. Al llarg dels últims anys, les diferents lleis educatives han donat més pes als continguts en estadística i probabilitat tant al currículum d'educació infantil com al de primària i al de secundària.

En aquest capítol es pretén estudiar els diferents plans d'estudi per a ensenyaments obligatoris en l'àmbit matemàtic: des de la LOGSE (1990), que va ser la primera llei que va modificar l'edat obligatòria d'escolarització al nostre país fixant en 15 anys l'edat mínima per abandonar l'escolarització obligatòria, fins l'actual LOMLOE (2023), que ha situat l'avaluació de competències al centre dels currículums educatius.

A la taula 1 es fa una comparació dels diferents currículums quant a competències, objectius, continguts i metodologies a les diferents lleis d'educació de les últimes dècades. A nivell específic, pel que fa a l'estadística i la probabilitat els canvis més importants han estat els següents:

#### **LOGSE (1990-2006)**

- *Educació Primària*: Introdueix conceptes bàsics d'estadística descriptiva com gràfics i mesures de centralització.
- *Educació Secundària Obligatòria*: Presenta continguts d'estadística descriptiva i de probabilitat bàsica, incloent experiments aleatoris, freqüència, probabilitat i distribució de dades.
- *Batxillerat*: Aprofundiment en probabilitat i estadística amb estudis sobre distribucions de probabilitat, variables aleatòries i inferència estadística.

#### **LOE ( 2006 - 2013)**

- *Educació Primària*: Continuïtat de l'ensenyament de conceptes bàsics de descriptiva.
- *Educació Secundària Obligatòria*: Ampliació de continguts de probabilitat i d'estadística de forma més formal.
- *Batxillerat*: Similar a la LOGSE.

#### **LOMCE ( 2013 - 2020)**

- *Educació Primària*: Manté els continguts d'estadística descriptiva i introdueix elements de probabilitat elemental.
- *Educació Secundària Obligatòria*: Reforç i ampliació de conceptes de probabilitat i estadística. Inclou l'anàlisi de dades i les distribucions de probabilitat com la Normal.
- *Batxillerat*: Major especialització en probabilitat i estadística, amb continguts de distribucions de probabilitat i tècniques d'inferència estadística.

#### **LOMLOE ( 2020 - actualitat)**

- *Educació Primària*: Continuïtat dels continguts bàsics amb un enfocament cap a la interpretació i la representació de les dades.
- *Educació Secundària Obligatòria*: Enfocament en l'anàlisi de dades, la resolució de problemes reals i l'ús de eines tecnològiques.
- *Batxillerat*: Enfocament més pràctic i aplicat a situacions reals, inclusió de software específic estadístic i tècniques més avançades d'anàlisi de dades.

|                          | LOGSE<br>(1990- 2006)                                                                                                                                                                                                                                | LOE<br>(2006 – 2013)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | LOMCE<br>(2013 – 2020)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | LOMLOE<br>(2020 – actualitat)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Competències Clau        | <ul style="list-style-type: none"> <li>– No fa servir aquest terme.</li> <li>– Enfocament integral de l'educació parlant tan de coneixements bàsics com habilitats pràctiques.</li> </ul>                                                            | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Comunicació lingüística.</li> <li>– Competència matemàtica.</li> <li>– Competència en el coneixement i interacció amb el món físic.</li> <li>– Competència social i ciutadana.</li> <li>– Competència cultural i artística.</li> <li>– Competència per aprendre a aprendre.</li> <li>– Autonomia i iniciativa personal.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Comunicació lingüística.</li> <li>– Competència matemàtica.</li> <li>– Competència en ciència i tecnologia.</li> <li>– Competència digital.</li> <li>– Aprendre a aprendre.</li> <li>– Competència social i cívica.</li> <li>– Sentit de la iniciativa i l'esperit emprenedor.</li> <li>– Consciència i expressions culturals.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Comunicació lingüística.</li> <li>– Competència plurilingüe.</li> <li>– Competències en matèries STEM.</li> <li>– Competència digital.</li> <li>– Competència personal, social i d'aprendre a aprendre.</li> <li>– Competència ciutadana.</li> <li>– Competència emprenedora.</li> <li>– Competència en consciència i expressió cultural.</li> </ul>                                                                                                                |
| Objectius d'aprenentatge | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Desenvolupar activitats en diferents àrees del coneixement.</li> <li>– Promoure la formació integral de l'alumnat.</li> <li>– Fomentar el pensament crític i la capacitat per resoldre problemes</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Desenvolupar competències bàsiques que permetin l'alumnat integrar-se de forma activa a la societat.</li> <li>– Promoure l'equitat i la inclusió educativa.</li> <li>– Preparar l'alumnat per a la vida adulta i l'exercici d'una ciutadania responsable.</li> </ul>                                                               | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Millorar la qualitat i els resultats educatius.</li> <li>– Reduir les taxes d'abandonament escolar.</li> <li>– Augmentar l'empleabilitat i la capacitat emprenedora de l'alumnat.</li> <li>– Integrar les TIC dins del procés educatiu.</li> </ul>                                                                                        | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Garantir una educació inclusiva, equitativa i de qualitat.</li> <li>– Fomentar el desenvolupament sostenible i la ciutadania global.</li> <li>– Potenciar el desenvolupament integral de l'alumnat en totes les seves dimensions.</li> <li>– Adaptar l'educació als reptes del segle XXI, incloent-hi la transformació digital i els canvis socials.</li> </ul>                                                                                                     |
| Continguts acadèmics     | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Ampliació de matèries, posant èmfasi en l'aprenentatge progressiu i acumulatiu.</li> <li>– Introdueix conceptes bàsics de probabilitat i estadística en secundària.</li> </ul>                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Currículum estructurat en àrees de coneixement amb definició d'objectius i de continguts per a cada etapa educativa.</li> <li>– Major importància de l'ús de les tecnologies de la informació i la comunicació.</li> </ul>                                                                                                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Enfocament en matèries troncales i específiques amb més flexibilitat al disseny dels currículums.</li> <li>– Reforç a les àrees de matemàtiques i ciències, incloent-hi la probabilitat a secundària i batxillerat.</li> </ul>                                                                                                            | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Currículum centrat en el desenvolupament de les competències clau amb continguts actualitzats i adaptats a la realitat social.</li> <li>– Èmfasi en la probabilitat i l'estadística a l'ESO i Batxillerat amb un enfocament pràctic i aplicat.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                           |
| Metodologia educativa    | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Enfocament constructivista que promou l'aprenentatge actiu i la participació.</li> <li>– Avaluacions contínues.</li> <li>– Importància de l'atenció a la diversitat.</li> </ul>                             | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Enfocament competencial que promou el desenvolupament d'habilitats, a més de coneixements.</li> <li>– Fomenta el treball col·laboratiu i les activitats interdisciplinars.</li> </ul>                                                                                                                                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Orientació als resultats i a la millora contínua.</li> <li>– Avaluacions externes estandarditzades per mesurar el rendiment acadèmic.</li> <li>– Promoció del aprenentatge basat en projectes i en la resolució de problemes.</li> </ul>                                                                                                  | <ul style="list-style-type: none"> <li>– Enfocament interdisciplinari i competencial.</li> <li>– Integració de les TIC i d'eines digitals al procés formatiu.</li> <li>– Especificació dels sabers per competències i formulació de situacions d'aprenentatge.</li> <li>– Foment de la creativitat, el pensament crític i l'aprenentatge autònom.</li> <li>– Avaluació formativa i sumativa, amb especial atenció a la personalització de l'aprenentatge i l'atenció a la diversitat.<sup>1</sup></li> </ul> |

<sup>1</sup> Taula de comparació de metodologies segons les diferents lleis d'educació.

## 2.2. La competència estadística al nou currículum català després de la LOMLOE

La transferència de competències educatives a Catalunya es va produir el 1980, després de l'aprovació de l'Estatut d'Autonomia de Catalunya el 1979, que va establir el marc jurídic per a la descentralització de algunes competències del govern central cap a la Generalitat de Catalunya, inclosa l'educació. Aquest fet li ha permès al govern de la Generalitat desenvolupar el currículum d'una forma singular, tot i tenir com a referència les respectives lleis orgàniques educatives estatals.

Els elements del nou currículum a Catalunya són, com a la resta d'Espanya:

- **les competències clau i el perfil competencial de sortida:** són les competències bàsiques imprescindibles perquè l'alumnat pugui progressar amb garanties d'èxit dins del seu itinerari formatiu, i afrontar els principals reptes i desafiaments globals i locals.
- **les competències específiques de les àrees o matèries:** les accions que l'alumnat ha de poder desenvolupar per dur a terme activitats fent servir els sabers propis d'un àrea o un àmbit determinat.
- **els criteris d'avaluació:** referents que indiquen els nivells de desenvolupament esperats en l'alumnat en les situacions o activitats a què es refereixen les competències específiques de cada àrea en un moment determinat.
- **els sabers:** integren el conjunt de coneixements, destreses i actituds dissenyats en torn al desenvolupament evolutiu de l'alumnat.
- **les situacions d'aprenentatge:** situacions i activitats que impliquen accions on es puguin aplicar els sabers associats a les competències clau i específiques, i que contribueixen a l'adquisició i al desenvolupament d'aquestes.

Un aspecte important a destacar del nou currículum és la vinculació directa entre els criteris d'avaluació i les competències específiques de les àrees i les matèries. Aquests criteris indiquen l'assoliment dels aprenentatges de l'alumnat desenvolupats en les diferents situacions d'aprenentatge i esdevenen el referent de l'avaluació.

## 2.3. Competències clau i perfil competencial de sortida de l'alumnat al final de l'educació bàsica obligatòria

Dins de les competències incloses al currículum es presenta la competència matemàtica com a part de les competències del àmbit STEM i dins de l'anomenada CMCCTE (Competència matemàtica i competència en ciència, tecnologia i enginyeria).

La competència matemàtica i competència en ciència, tecnologia i enginyeria comporta la comprensió del món utilitzant els mètodes científics, el pensament i la representació matemàtics, la tecnologia i els mètodes de l'enginyeria per transformar l'entorn de forma compromesa, responsable i sostenible.

La competència matemàtica permet desenvolupar i aplicar la perspectiva i el raonament matemàtics per resoldre diversos problemes en diferents contextos. La competència en ciència comporta la comprensió i l'explicació de l'entorn natural i social utilitzant un conjunt de coneixements i metodologies, incloses l'observació i l'experimentació, per plantejar preguntes i extreure'n conclusions basades en proves per poder interpretar i transformar el món natural i el context social. La competència en tecnologia i enginyeria comprèn l'aplicació dels coneixements i metodologies propis de les ciències per transformar la nostra societat d'acord amb les necessitats o desitjos humans en un marc de seguretat, responsabilitat i sostenibilitat.

### **El currículum d'Educació Primària i de Secundària Obligatòria**

En aquest apartat la llei indica que s'han d'incloure els següents aspectes com a elements de la competència matemàtica: sentit numèric, sentit de la mesura, sentit espacial, sentit algebràic i sentit estocàstic.

El sentit estocàstic és el que s'orienta cap al raonament i la interpretació de dades, la valoració crítica i la presa de decisions a partir d'informació estadística, a més de la comprensió i la comunicació de fenòmens aleatoris en situacions de la vida quotidiana.

En finalitzar les diferents etapes de l'educació obligatòria l'alumnat hauria d'haver assolit aquests aspectes relatius al sentit estocàstic:

| <b>EDUCACIÓ PRIMÀRIA</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <b>EDUCACIÓ SECUNDÀRIA OBLIGATÒRIA</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Distribució: criteris per organitzar les dades</b></li> <li>- Representació gràfica i interpretació de les dades recollides (tenint en compte la classificació de les dades, la durada de la recollida i el context).</li> <li>- Representació de dades amb eines digitals, entre d'altres.</li> <li>- Interpretació de la freqüència absoluta, la moda, la mitjana i la mediana de la situació a analitzar.</li> <li>- Descripció, interpretació i anàlisi crítica de conjunts de dades i gràfics estadístics de la vida quotidiana.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>● <b>Distribució: criteris per organitzar les dades</b></li> <li>- Anàlisi i interpretació de taules i gràfics estadístics de variables qualitatives, quantitatives discretes i quantitatives contínues.</li> <li>- Recollida i organització de dades de situacions contextualitzades, incloent la vida quotidiana, que requereixen una sola variable.</li> <li>- Generació de representacions gràfiques adequades mitjançant diferents tecnologies (calculadora, full de càlcul, apps...) per esbrinar com es distribueixen les dades, interpretar-les i obtenir conclusions raonades.</li> </ul> |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Mesures de centralització i dispersió: interpretació i càlcul.</li> <li>- Comparació de dos conjunts de dades ateses les mesures de centralització i dispersió.</li> <li>- Reconeixement que les mesures de dispersió descriuen la variabilitat de les dades.</li> <li>- Càlcul, amb suport tecnològic, i interpretació de les mesures de centralització i dispersió en situacions reals.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Inferència: recollir dades per resoldre preguntes</b></li> <li>- Reconeixement i formulació de preguntes en situacions properes que es resolen recollint dades.</li> <li>- Organització i estratègies per a la recollida de dades.</li> <li>- Presa de decisions a partir de les dades, tenint en compte la mesura de la mostra.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Inferència: recollir dades per resoldre preguntes</b></li> <li>- Formulació de preguntes adequades per conèixer les característiques d'interès d'una població.</li> <li>- Presentació de dades rellevants per donar resposta a qüestions plantejades a recerques estadístiques.</li> <li>- Obtenció de conclusions raonables a partir dels resultats obtinguts amb la finalitat d'emetre judicis i prendre decisions adequades.</li> <li>- Ús de dades estadístiques al llarg de la història a la construcció de censos de població.</li> <li>- Usos de dades estadístiques a la medicina actual (CoVid 19) i a la història: el cas de Florence Nightingale.</li> </ul> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Predictibilitat i incertesa: atzar i probabilitat</b></li> <li>- Descripció d'esdeveniments i discussió del seu grau de probabilitat.</li> <li>- Realització de prediccions i discussió sobre la concordança dels resultats obtinguts amb les prediccions.</li> </ul>                                                                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Predictibilitat i incertesa: atzar i probabilitat</b></li> <li>- Identificació de fenòmens deterministes i aleatoris.</li> <li>- Interpretació de la probabilitat com a mesura associada a la incertesa d'experiments aleatoris.</li> <li>- Planificació i realització d'experiències senzilles per analitzar el comportament de fenòmens aleatoris.</li> <li>- Assignació de la probabilitat a partir de l'experimentació i el concepte de freqüència relativa.</li> <li>- Anàlisi de l'origen de la teoria de la probabilitat (Fermat i Pascal) al context dels jocs d'atzar.</li> <li>- Assignació de probabilitats mitjançant la regla de Laplace.</li> </ul>       |

### 3. Factors que influeixen al rendiment acadèmic en matemàtiques entre els alumnes de primària i de secundària

Com ja he comentat a la introducció, són nombrosos els treballs d'investigació sobre els factors que influeixen al rendiment acadèmic en matemàtiques entre els alumnes de primària i de secundària.

El nombre de llibres a casa, el nivell educatiu de la família i l'àrea on es troba el centre educatiu influeixen al rendiment matemàtic dels escolars de primària (Ortega-Rodríguez, Pablo. 2023). Els mateixos autors identifiquen tres factors importants que també condicionen aquest rendiment: l'actitud, l'ansietat i l'autoeficàcia en matemàtiques, i suggereixen la necessitat de fer nous estudis sobre aquests factors en funció de la titularitat dels centres. D'altra banda, també abunden els treballs que assenyalen la formació del professorat com a factor rellevant per a aquest rendiment. Les revistes orientades al professorat d'estadística esdevenen un indicador de l'existència d'una problemàtica docent i d'un interès del mateix professorat per millorar la seva acció com a ensenyants (Batanero, 2000).

#### 3.1. Treball amb la base de dades PISA 2024

Per tal de poder fer una anàlisi més acurada de la situació actual s'ha consultat la base de dades en obert relatives a l'informe PISA de 2024, que defineix la competència matemàtica i estadística de la següent manera:

*La competència matemàtica és la capacitat personal de raonar matemàticament i de formular, emplenar i interpretar les matemàtiques per resoldre problemes en una ampla varietat de contextos de la vida real. Això inclou conceptes, procediments, dades i eines per poder descriure, explicar i predir fenòmens. Ajuda a les persones a conèixer el paper que tenen les matemàtiques al món i a fer els judicis i prendre decisions ben fonamentades que necessiten els ciutadans reflexius, constructius i compromesos del segle XXI.*

De les 1280 variables del fitxer s'han seleccionat només 29 relatives a característiques com gènere, nivell econòmic, país de naixement, i altres relatives a les puntuacions en matemàtiques, lectura, ciència i les diferents subescales de matemàtiques.

El total de casos analitzats és de 30.800 i el resultat de la selecció de variables és el que es recull al quadre següent:

| REGION      | REGION                                                                                                                 |
|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ST004DOTT   | Student (Standardized) Gender                                                                                          |
| EFFORT1     | How much effort did you put into this test? (after cognitive assessment)                                               |
| IMMIG       | Index on immigrant background (OECD definition)                                                                        |
| COBN_S      | Student's county of birth                                                                                              |
| REPEAT      | Grade repetition                                                                                                       |
| EXPECEDU    | Highest expected educational level                                                                                     |
| MATHPREF    | Preference of Math over other core subjects                                                                            |
| MATHEASE    | Perception of Mathematics as easier than other subjects                                                                |
| MATHMOT     | Motivation to do well in mathematics                                                                                   |
| RELATST     | Quality of student-teacher relationships (WLE)                                                                         |
| FAMSUP      | Family support (WLE)                                                                                                   |
| TEACHSUP    | Mathematics Teacher Support (WLE)                                                                                      |
| ANXMAT      | Mathematics Anxiety (WLE)                                                                                              |
| HISCED      | Highest level of education of parents (ISCED)                                                                          |
| PAREDINT    | Index highest parental education (international years of schooling scale)                                              |
| HISEI       | Highest parental occupational status (ISEI) based on 4-digit human coded ISCO                                          |
| ESCS        | Index of economic, social and cultural status                                                                          |
| PV_MeanMATH | Plausible Value Mean in Maths                                                                                          |
| PV_MeanREAD | Plausible Value Mean in Reading                                                                                        |
| PV_MeanSCIE | Plausible Value Mean in Science                                                                                        |
| PV_MeanCCR  | Plausible Value Mean in Content Subscale of Mathematics - Change and Relationships                                     |
| PV_MeanCQN  | Plausible Value Mean in Content Subscale of Mathematics - Quantity                                                     |
| PV_MeanCSS  | Plausible Value Mean in Content Subscale of Mathematics - Space and Shape                                              |
| PV_MeanCUD  | Plausible Value Mean in Content Subscale of Mathematics - Uncertainty and Data                                         |
| PV_MeanMPEM | Plausible Value Mean in Process Subscale of Mathematics - Employing Mathematical Concepts, Facts, and Procedures       |
| PV_MeanMPFS | Plausible Value Mean in Process Subscale of Mathematics - Formulating Situations Mathematically                        |
| PV_MeanMPIN | Plausible Value Mean in Process Subscale of Mathematics - Interpreting, Applying, and Evaluating Mathematical Outcomes |
| PV_MeanMPRE | Plausible Value Mean in Process Subscale of Mathematics - Reasoning                                                    |

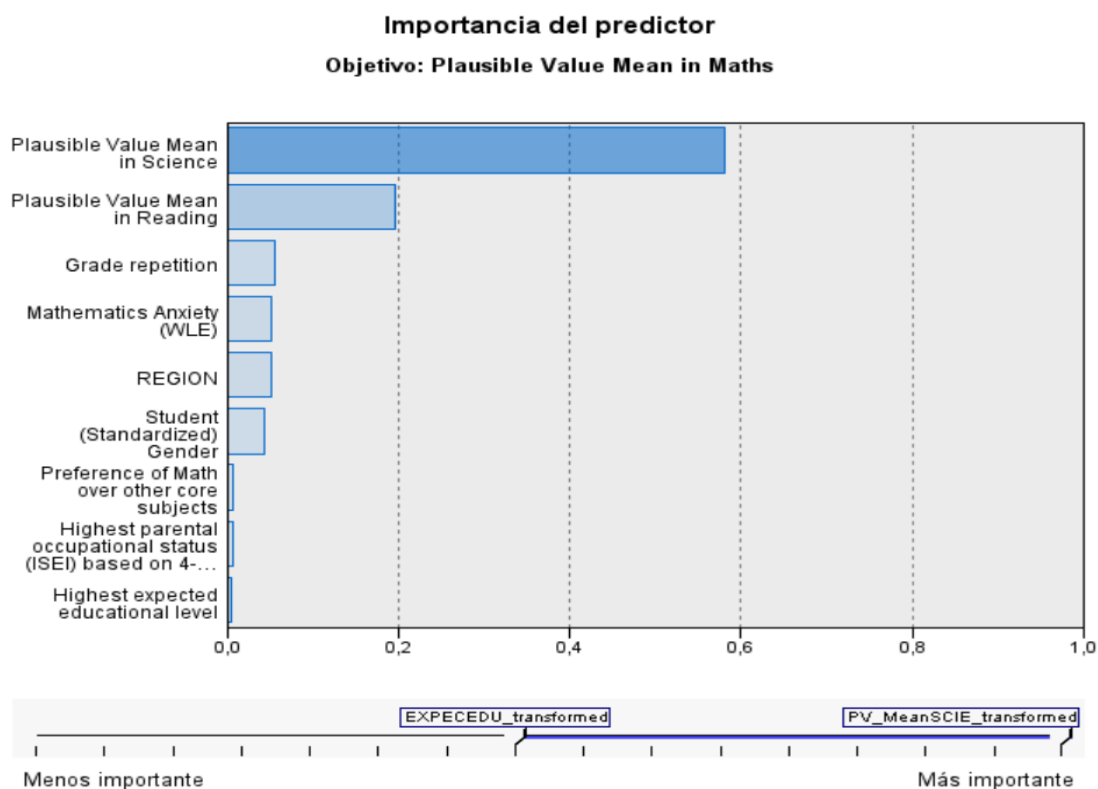
De totes les variables s'ha procedit a una primera anàlisi descriptiva de les puntuacions en matemàtiques per comunitats. Els resultats es recullen a la taula següent:

|                      | N    | Media  | Desv.<br>Estàndar | Min    | Max    | Rango<br>intecuartil |
|----------------------|------|--------|-------------------|--------|--------|----------------------|
| Andalusia            | 1707 | 461,57 | 80,95             | 251,19 | 699,44 | 110,52               |
| Aragon               | 1420 | 490,33 | 79,29             | 257,73 | 704,23 | 110,99               |
| Asturias             | 1724 | 500,27 | 80,03             | 259,98 | 714,41 | 109,73               |
| Balearic Islands     | 1576 | 475,26 | 77,41             | 233,70 | 702,10 | 109,76               |
| Canary Islands       | 1686 | 450,42 | 75,92             | 245,70 | 693,00 | 205,44               |
| Cantabria            | 1677 | 498,96 | 77,24             | 266,13 | 773,46 | 106,55               |
| Castile and Leon     | 1733 | 503,32 | 77,77             | 277,38 | 737,57 | 105,74               |
| Castile-La Mancha    | 1671 | 466,71 | 74,65             | 246,40 | 661,76 | 103,85               |
| Catalonia            | 1597 | 471,20 | 83,35             | 236,81 | 714,26 | 118,54               |
| Extremadura          | 1685 | 473,76 | 77,65             | 261,28 | 698,41 | 105,57               |
| Galicia              | 1824 | 490,21 | 75,16             | 255,42 | 691,22 | 104,78               |
| La Rioja             | 1394 | 495,45 | 82,05             | 274,42 | 725,98 | 117,90               |
| Madrid               | 2138 | 497,22 | 79,67             | 233,05 | 719,98 | 110,50               |
| Murcia               | 1669 | 470,33 | 79,68             | 241,41 | 696,09 | 112,52               |
| Navarre              | 1826 | 495,63 | 78,64             | 276,16 | 729,34 | 111,91               |
| Basque Country       | 3244 | 487,68 | 77,31             | 201,89 | 717,63 | 107,19               |
| Comunidad Valenciana | 1625 | 477,65 | 78,66             | 251,90 | 738,38 | 111,98               |
| Ceuta                | 345  | 413,40 | 77,55             | 205,05 | 617,61 | 112,27               |
| Melilla              | 259  | 417,06 | 81,19             | 245,73 | 673,44 | 122,51               |
| Media Nacional       |      | 475,60 |                   |        |        |                      |

Es pot observar que les comunitats amb major puntuació son Castella-Lleó i Astúries; en canvi, Catalunya apareix per sota de la mitjana nacional.

S'ha buscat els factors que podrien tenir més importància en un hipotètic model de predicció i, a través de les opcions de regressió en SPSS, s'ha provat un modelat lineal automàtic per a la puntuació en matemàtiques.

El resultat es pot observar al següent gràfic:



Com a predictors importants apareixen els resultats mitjans en ciències i lectura, el grau de repetició, l'ansietat matemàtica, l'índex econòmic, social i cultural, el lloc de naixement de l'estudiant, la regió a la qual pertany, el nivell educatiu esperat, la percepció que es té de la matèria de matemàtiques i el nivell educatiu dels pares. Per tant, es decideix provar un model lineal amb aquestes variables.

A continuació es va realitzar una anàlisi de regressió múltiple amb les variables anteriors. El model teòric que es fa servir és del tipus

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon$$

on  $\beta_j = \text{magnitud de l'efecte que } X_j \text{ té sobre } Y$

$\beta_0 = \text{terme constant}$

$\varepsilon = \text{residus (perturbacions aleatòries)}$

El resum dels resultats obtinguts pel model es detallen a continuació:

| Resumen del modelo <sup>b</sup>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                   |            |                     |                                 |               |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|------------|---------------------|---------------------------------|---------------|
| Modelo                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | R                 | R cuadrado | R cuadrado ajustado | Error estándar de la estimación | Durbin-Watson |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | ,924 <sup>a</sup> | ,853       | ,853                | 29,57530                        | 1,877         |
| a. Predictores: (Constante), Plausible Value Mean in Science, Preference of Math over other core subjects, REGION, Student (Standardized) Gender, Highest expected educational level, Highest parental occupational status (ISEI) based on 4-digit human coded ISCO, Mathematics Anxiety (WLE), Grade repetition, Plausible Value Mean in Reading |                   |            |                     |                                 |               |
| b. Variable dependiente: Plausible Value Mean in Maths                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                   |            |                     |                                 |               |

Es pot observar que el model explicaria el valor de la puntuació mitjana en matemàtiques en un 85,3% amb les variables escollides.

Per contrastar la hipòtesi de si les variables explicatives aporten informació en la explicació de la variable resposta, el programa fa un ANOVA on la hipòtesi nul·la és que  $R=0$  (totes les  $\beta_j = 0$ ) i la hipòtesi alternativa és que  $R \neq 0$ , que voldria dir que alguna de les  $\beta_j \neq 0$ . El resultat per a aquest ANOVA és el següent:

| ANOVA <sup>a</sup>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |           |                   |       |                  |           |                    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-------------------|-------|------------------|-----------|--------------------|
| Modelo                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |           | Suma de cuadrados | gl    | Media cuadrática | F         | Sig.               |
| 1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Regresión | 124397000,540     | 9     | 13821888,949     | 15801,888 | <,001 <sup>b</sup> |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Residuo   | 21400375,192      | 24466 | 874,699          |           |                    |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Total     | 145797375,732     | 24475 |                  |           |                    |
| a. Variable dependiente: Plausible Value Mean in Maths                                                                                                                                                                                                                                                                                            |           |                   |       |                  |           |                    |
| b. Predictores: (Constante), Highest parental occupational status (ISEI) based on 4-digit human coded ISCO, Student (Standardized) Gender, REGION, Preference of Math over other core subjects, Highest expected educational level, Mathematics Anxiety (WLE), Grade repetition, Plausible Value Mean in Reading, Plausible Value Mean in Science |           |                   |       |                  |           |                    |

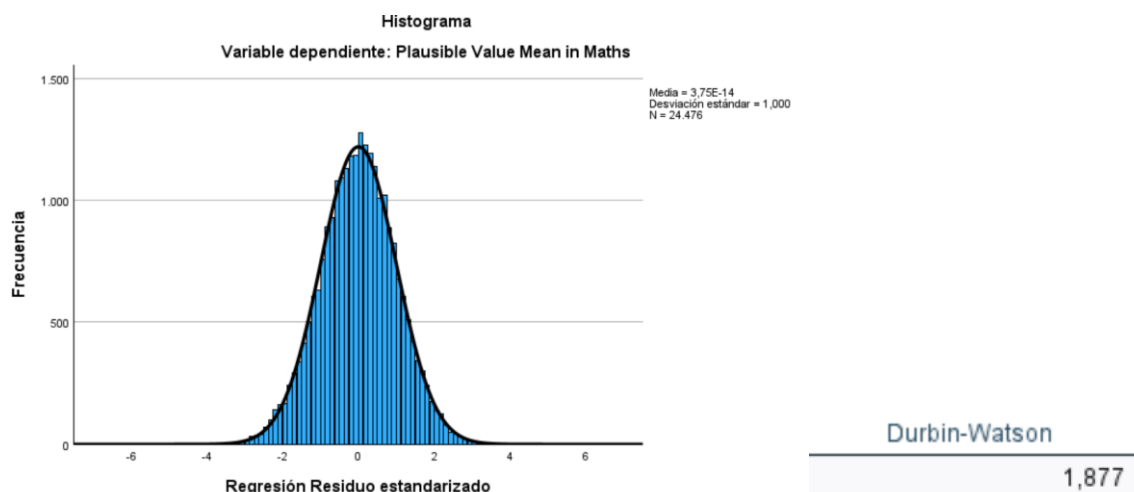
Al 5% no s'accepta la hipòtesi nul·la i, per tant, suposem que les variables explicatives influeixen de forma conjunta sobre la variable puntuació mitjana en matemàtiques.

La estructura del model amb el pes de cadascuna de les variables explicatives queda de la següent manera:

| Coeficientes <sup>a</sup>                              |                                                                               |                                |             |                             |       |
|--------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|-------------|-----------------------------|-------|
| Modelo                                                 |                                                                               | Coeficientes no estandarizados |             | Coeficientes estandarizados | Sig.  |
|                                                        |                                                                               | B                              | Desv. Error | Beta                        |       |
| 1                                                      | (Constante)                                                                   | -32485,472                     | 2718,484    |                             | <,001 |
|                                                        | REGION                                                                        | ,449                           | ,038        | ,029                        | <,001 |
|                                                        | Grade repetition                                                              | -19,534                        | ,585        | -,093                       | <,001 |
|                                                        | Plausible Value Mean in Reading                                               | ,295                           | ,005        | ,310                        | <,001 |
|                                                        | Plausible Value Mean in Science                                               | ,537                           | ,005        | ,555                        | <,001 |
|                                                        | Mathematics Anxiety (WLE)                                                     | -7,149                         | ,189        | -,100                       | <,001 |
|                                                        | Student (Standardized) Gender                                                 | 13,612                         | ,412        | ,088                        | <,001 |
|                                                        | Preference of Math over other core subjects                                   | 8,950                          | ,546        | ,041                        | <,001 |
|                                                        | Highest expected educational level                                            | ,644                           | ,102        | ,016                        | <,001 |
|                                                        | Highest parental occupational status (ISEI) based on 4-digit human coded ISCO | ,127                           | ,008        | ,039                        | <,001 |
| a. Variable dependiente: Plausible Value Mean in Maths |                                                                               |                                |             |                             |       |

Les variables amb més pes al model serien la puntuació mitjana en ciències, la puntuació mitjana en lectura, l'ansietat matemàtica, la repetició, el gènere, la preferència de les matemàtiques sobre altres matèries, l'estatus professional dels pares, la regió i les expectatives que l'individu té sobre la seva formació. Tots els coeficients són significatius amb un nivell del 5%.

S'ha fet una anàlisi de la normalitat dels residus i s'ha calculat també l'estadístic de Durbin-Watson per analitzar l'autocorrelació. El resultat és que podem suposar normalitat per als residus i absència d'autocorrelació  $d > 1,4$ .



Amb la finalitat de contrastar una de les idees inicials que van sorgir des del Departament d'Educació de Catalunya assenyalant la immigració com a possible factor dels baixos resultats de Catalunya, s'han assajat altres models que inclouen l'índex de immigració de l'alumnat que marca la OCDE com a possible factor explicatiu, sense trobar que fos significatiu al 5% en cap d'ells, com es mostra a l'exemple:

| Coeficientes <sup>a</sup> |                                                 |                                |             |                             |         |       |
|---------------------------|-------------------------------------------------|--------------------------------|-------------|-----------------------------|---------|-------|
| Modelo                    |                                                 | Coeficientes no estandarizados |             | Coeficientes estandarizados | t       | Sig.  |
|                           |                                                 | B                              | Desv. Error | Beta                        |         |       |
| 1                         | (Constante)                                     | -35271,421                     | 2599,218    |                             | -13,570 | <,001 |
|                           | Index of economic, social and cultural status   | 4,396                          | ,210        | ,054                        | 20,928  | <,001 |
|                           | Mathematics Anxiety (WLE)                       | -7,230                         | ,178        | -,099                       | -40,702 | <,001 |
|                           | Grade repetition                                | -19,201                        | ,551        | -,093                       | -34,828 | <,001 |
|                           | Index on immigrant background (OECD definition) | -,786                          | ,379        | -,005                       | -2,072  | ,082  |
|                           | REGION                                          | ,488                           | ,036        | ,032                        | 13,595  | <,001 |
|                           | Student (Standardized) Gender                   | 13,361                         | ,394        | ,085                        | 33,917  | <,001 |
|                           | Plausible Value Mean in Reading                 | ,293                           | ,004        | ,311                        | 67,977  | <,001 |
|                           | Plausible Value Mean in Science                 | ,536                           | ,004        | ,554                        | 119,884 | <,001 |

a. Variable dependiente: Plausible Value Mean in Maths

## 4. La idoneïtat didàctica a la formació del professorat per ensenyar estadística: marc teòric

Malgrat que són diversos els factors que influeixen al rendiment acadèmic en matemàtiques i, conseqüentment, en estadística i probabilitat (Ortega-Rodríguez, 2023), en aquest treball s'analitzarà únicament la formació del professorat pel que fa a coneixement dels continguts.

### 4.1. Accés a la carrera docent de primària i de secundària

Abans de tot farem una breu descripció de les actuals vies d'accés a la funció docent al nostre país i la formació quant a coneixements i didàctica de les matemàtiques que es requereix.

Un dels factors diferenciadors dels docents de primària i secundària és la titulació que dona accés a la docència en cadascú dels nivells.

Els requisits previs per accedir al màster de formació de professorat de secundària dona només la possibilitat d'exercir a titulats de graus de la branca tecnològica i matemàtica com son enginyeries, arquitectura, ciències físiques, ciències químiques o geològiques, finances i comptabilitat, economia, administració i direcció d'empreses, estadística i matemàtiques. En pràcticament tots els graus, excepte en els relacionats amb l' economia, l'accés a la universitat s'ha fet des de l'itinerari científic-tecnològic, que atorga un pes important a la competència matemàtica i als sabers implicats, però no a la seva didàctica, aspecte que es treballa amb més profunditat al màster de formació del professorat.

Al grau de primària, en canvi, l'accés és majoritàriament des de la branca d'humanitats, que no dona el mateix pes als coneixements matemàtics. De fet, tal i com afirma l'article de premsa del diari El País del 20 de febrer de 2024<sup>2</sup>, “només un 25% dels futurs mestres van cursar batxillerat tecno-científic i molts no han cursat la matèria de matemàtiques des de quart curs d'ESO”. Aquest fet, unit a que als graus d'Educació Infantil i Primària el contingut en conceptes i didàctica de la Matemàtica són escassos —només un 2.5% del total de crèdits en mitjana (Rodríguez-Muñoz (2020)—, comporta que pugui haver importants diferències entre el professorat dels diferents nivells i que la competència matemàtica entre el professorat de primària s'hagi de treballar amb profunditat.

---

<sup>2</sup> [Solo un 25% de los futuros maestros cursó el bachillerato tecno-científico, y se refleja en su docencia | Educación | EL PAÍS \(elpais.com\)](https://elpais.com/educacion/2024/02/20/solo-un-25-de-los-futuros-maestros-cursó-el-bachillerato-tecnológico-y-se-refleja-en-su-docencia.html)

## 4.2. Marcs teòrics en educació matemàtica

### 4.2.1 Model MKT

El model MKT (Mathematical Knowledge for Teaching), traduït a l'espanyol com Coneixement Matemàtic per a l'Ensenyament, és un marc teòric desenvolupat al camp de l'educació matemàtica per comprendre i millorar l'ensenyament de les matemàtiques. Va ser proposat per Deborah Ball i el seu equip de la Universitat de Michigan a la dècada dels 90.

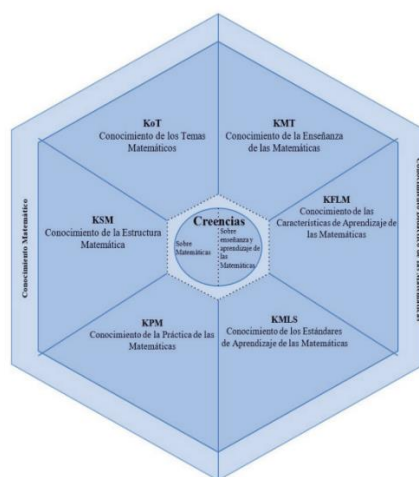


Figura 1. Modelo del Conocimiento Especializado del Profesorado de Matemáticas (Carrillo *et al.*, 2018)

Aquest model se centra en la idea que, per ensenyar matemàtiques de forma eficaç, el professorat necessita, a més d'un sòlid coneixement matemàtic, un domini profund i específic sobre com ensenyar aquesta disciplina de forma efectiva. Aquest coneixement es divideix en tres components principals:

1. Coneixement comú de la matèria. Es refereix al coneixement de les matemàtiques i, per tant, de l'estadística en si mateix: conceptes, procediments i teories. Inclou també estructures i connexions dins les matemàtiques i estratègies per resoldre problemes matemàtics.
2. Coneixement especialitzat en l'ensenyament de les matemàtiques i l'estadística. Es refereix a com s'ensenyen matemàtiques de forma efectiva. Inclou estratègies de didàctica, comprensió d'errors de l'alumnat, adaptació de materials curriculars i comprensió dels estàndards i objectius d'aprenentatge.
3. Coneixement del contingut matemàtic per a l'ensenyament. Aquest component combina el coneixement essencial amb l'especialitzat respecte a l'ensenyament de les matemàtiques. Es refereix a com el professorat comprèn i representa els conceptes matemàtics per a l'estudiant, identifica diferents enfocaments per ensenyar un mateix concepte, anticipa dificultats de l'alumnat i dissenya activitats i exemples per facilitar l'aprenentatge.

El model MKT ha estat fonamental per millorar la preparació de mestres i professors i per actualitzar els currículums docents en educació matemàtica.

## 4.2.2. El model MKT aplicat a l'ensenyament de la probabilitat i estadística: el model MSKT

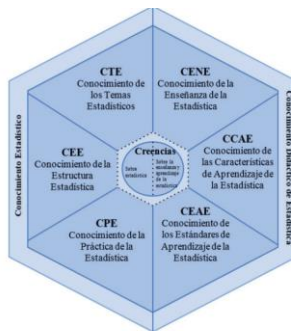


Figura 2. Adaptación del Modelo MKT a la enseñanza de la Estadística.

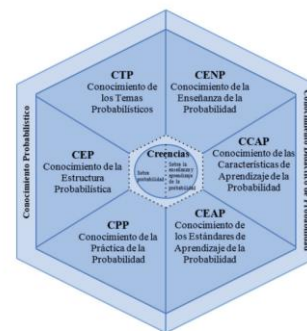


Figura 3. Adaptación del Modelo MKT a la enseñanza de la Probabilidad.

Si apliquem el model MKT a l'ensenyament de l'estadística i la probabilitat, tindrem un model específic MTSK (Carrillo et al., 2018), basat en aquests tres punts fonamentals:

### 1. *Coneixement comú de la matèria:*

- El professorat ha de tenir una sòlida comprensió dels conceptes fonamentals de la probabilitat i l'estadística, com la teoria de la probabilitat, les distribucions de dades, les mesures de tendència central i dispersió, les correlacions i les regressions, i d'altres.
- A més, ha de comprendre les connexions entre diferents conceptes dins la probabilitat i l'estadística, així com la seva rellevància a la vida quotidiana i a les diferents ciències.

### 2. *Coneixement especialitzat en l'ensenyament de les matemàtiques:*

- El professorat ha d'estar familiaritzat amb estratègies d'ensenyament efectiu per a l'estadística i la probabilitat, com és l'ús de casos pràctics, activitats interactives, projectes de recerca, tecnologies educatives i diferents materials.
- També ha de ser capaç d'identificar i abordar possibles dificultats de l'alumnat pel que fa a la comprensió d'aquests conceptes i de resoldre malentesos, errors de raonament i interpretació correcta dels resultats.

### 3. *Coneixement del contingut matemàtic per a l'ensenyament:*

- El professorat ha de ser capaç de representar conceptes de probabilitat i estadística de forma accessible i comprensible per a l'alumnat, fent servir exemples rellevants i aplicacions pràctiques.
- Ha de ser capaç de dissenyar activitats i avaluacions que permetin l'alumnat desenvolupar una comprensió profunda i duradora de l'estadística adaptant-se al seu nivell maduratiu.

### 4.2.3. El model CCDM

El model CCDM (en anglès Concepts, Contexts, Data and Models, traduït com Conceptes, Contextos, Dades i Models) és un marc teòric que es fa servir a l'ensenyament de l'estadística i la probabilitat i que articula les nocions de competència en anàlisi didàctic i coneixement didàctic-matemàtic del professorat de matemàtiques (Godino, et al, 2016).

Aquest model, desenvolupat per Joan Garfield i Dani Ven-Zvi, se centra en quatre components principals que es consideren fonamentals per a una comprensió profunda i significativa de l'estadística i la probabilitat i que es descriuen a continuació:

1. *Conceptes (Concepts)*: Aquest és un component referit als conceptes fonamentals i específics de l'estadística i la probabilitat com la variabilitat, les mesures de centralització, la correlació, les distribucions de la probabilitat, la inferència estadística, etc. Pretén assegurar que l'alumnat pugui assolir els conceptes clau i les seves definicions, així com els elements que els relacionen.
2. *Contextos (Context)*: En aquest component s'emfatitza la importància de relacionar i connectar els conceptes estadístics amb situacions del món real o contextos rellevants per l'alumnat. Pretén que es pugui entendre com s'apliquen aquests conceptes estadístics en contextos com la salut, l'economia, la ciència, les xarxes socials, les intel·ligències artificials o l'enginyeria.
3. *Dades (Data)*: Aquí es fa rellevant l'ús de dades reals o generades per l'alumnat per poder explorar i analitzar els conceptes estadístics. Es promou l'experiència pràctica amb la recol·lecció, l'organització, la representació i l'anàlisi de dades, fent servir eines i tecnologies estadístiques apropiades.
4. *Models (Models)*: Aquest component se centra en l'ús de models estadístics per a comprendre i fer inferències sobre les dades. S'ensenya l'alumnat a construir i avaluar els models estadístics, així com a interpretar els resultats obtinguts a partir d'aquests models.

El model CCDM reconeix la importància d'integrar aquests quatre components de manera equilibrada a l'ensenyament de l'estadística i la probabilitat amb l'objectiu de desenvolupar en els estudiants una comprensió profunda i significativa dels conceptes estadístics i la seva aplicació en diversos contextos. En proporcionar experiències d'aprenentatge que involucren conceptes, contextos, dades i models, es pretén promoure l'alfabetització estadística i capacitar els estudiants perquè puguin prendre decisions en un món cada vegada més condicionat per les dades.

## 5. Metodologia

L'objectiu principal del treball és avaluar el nivell de competència del futur professorat de primària i de secundària per tal de determinar les necessitats que té aquest col·lectiu en els àmbits de la probabilitat i la estadística, i d'aportar dades concretes que ajudin a l'elaboració de plans d'estudi de cursos o màsters de formació específica per als futurs docents en la didàctica d'aquestes matèries.

El treball consistirà, en primer lloc, a dissenyar un instrument per avaluar la competència estadística del futur professorat i, en segon lloc, a aplicar aquest instrument per tal de donar una visió acurada de la situació actual tant pel que fa a l'educació primària com a la secundària.

### 5.1. Definició del marc teòric aplicat a la creació del qüestionari

Per avaluar el nivell de competència del futur professorat de primària i de secundària s'ha procedit a fer un qüestionari tenint en compte les característiques dels models teòrics presentats en el capítol anterior i l'estructura de les preguntes a les proves PISA ja comentades anteriorment.

En aquestes proves es fan servir les competències segons els processos cognitius, els sabers i els contextos. A l'edició de 2022 es va introduir per primera vegada el raonament matemàtic centrat en la capacitat per resoldre problemes complexos del món real. Va ser també en aquest any que es va incloure el procés cognitiu raonament, tant el raonament matemàtic (deductiu) com el raonament estadístic (inductiu).

Al nostre cas al qüestionari només es faran servir processos de tipus interpretatiu i avaluatiu per tal d'estudiar els continguts relatius a la incertesa i les dades. Respecte al context s'ha intentat que als enunciats apareguin preguntes relatives a diferents contextos propers al col·lectiu docent, entenent com a context situacions de la vida real en què s'ubiquen les preguntes.

### 5.2. Disseny del qüestionari

Per a la construcció del qüestionari es van tenir en compte els sabers associats al sentit estocàstic del nou currículum de primària i secundària de Catalunya i es va seguir un procediment basat en diferents etapes (Batanero, 2023) que es descriuen a continuació:

- Definició de les variables.
- Estudi d'altres instruments de mesura.

- Creació d'un banc d'ítems.
- Criteris d'inclusió dels diferents ítems al qüestionari.
- Revisió del qüestionari per part dels experts.
- Validació del qüestionari.
- Estudi pilot.
- Aplicació del test.
- Conclusions finals.

### 5.2.1. Definició de les variables

Les variables d'estudi escollides estan relacionades tant amb les habilitats relatives a l'alfabetització estadística, com ara la lectura de gràfics, la comprensió de vocabulari estadístic o els conceptes bàsics tant de probabilitat com d'estadística. S'ha intentat també que les preguntes estiguin relacionades amb les habilitats relatives a la competència estadística, com ara la comunicació de resultats, el llenguatge pròpiament estadístic, les tècniques d'anàlisi i la naturalesa de les dades.

### 5.2.2. Creació d'un banc d'ítems

Primerament, es va realitzar un treball d'anàlisi de diferents investigacions que ja han fet servir qüestionaris per analitzar la competència estadística de professorat de primària en actiu (Vasques,C., Alsina,A., 2015), professorat d'educació infantil en actiu (Gea,M., Fernandes,J., 2018) futur professorat de matemàtiques (Ruz,F., Molina,E., 2020) o estudis fets amb alumnat de secundària (Pallauta,J., Batanero,C., Gea, M., 2023). Amb els qüestionaris emprats en aquests estudis amb col·lectius relacionats amb la docència es va procedir a crear un banc de dades amb preguntes que ja havien estat contrastades anteriorment. D'aquesta manera es tractava de donar més fiabilitat al futur qüestionari i tenir idees per redactar noves preguntes per al meu qüestionari.

Als treballs consultats s'inclouen tant coneixements específics de l'estadística i la probabilitat com coneixements de la didàctica de la matèria, també s'analitzen valors i actituds envers l'estadística i la probabilitat. Per una qüestió pràctica i d'extensió del qüestionari es va decidir fer servir només ítems relacionats amb el coneixement específic de conceptes sobre estadística i probabilitat en la redacció del qüestionari final. Per l'anàlisi posterior es van seleccionar dos tipus de ítems: de caracterització de la persona i de coneixements.

#### 5.2.2.1. Ítems de caracterització de la persona enquestada

S'inclouen en aquest primer apartat variables de tipus qualitatiu com sexe, edat, formació inicial, experiència anterior, tipus de professorat (secundària o primària), universitat en la qual s'està formant i via d'accés als estudis de formació del professorat.

#### 5.2.2.2. Ítems de coneixements específics

Els ítems seleccionats inicialment intenten avaluar diferents aspectes del currículum de primària, secundària i batxillerat.

- Anàlisi i interpretació de taules estadístiques.
- Anàlisi i interpretació de diferents tipus de gràfics estadístics.
- Càlcul i interpretació de mesures de centralització i dispersió.
- Estimació de mesures a partir de representacions gràfiques.
- Comparació de dos conjunts de dades segons les mesures de centralització i dispersió.
- Reconeixements de la variabilitat de les dades a partir de les mesures de dispersió.
- Coneixements bàsics respecte al mostreig: distinció entre dades de tipus mostral i poblacional.
- Interpretació de la distribució Normal per a una població.
- Interpretació de la probabilitat com a mesura associada a la incertesa.
- Interpretació sobre la significativitat de resultats d'un estudi.
- Comprensió de conceptes probabilístics com aleatorietat, independència de successos i equiprobabilitat.

#### 5.2.3. Criteris d'inclusió dels diferents ítems al qüestionari i elaboració del qüestionari final

Al disseny de qüestionaris és freqüent considerar l'opinió de diferents experts per avaluar el coneixement i les actituds (Parmenter, 2000); és per això que es va considerar com a part de la metodologia emprada per a l'elaboració del qüestionari final la consulta amb un panell d'experts que pogués avaluar la idoneïtat de la prova. Es defineix com a expert a "la persona que, a través de la seva experiència i coneixement, coneix amb profunditat un tema i té la capacitat d'inferir, opinar i construir sobre el mateix (Quiroga, 2008).

Aquest grup d'experts està format per tres professors de la matèria de matemàtiques d'un centre concertat-privat de la ciutat de Barcelona i una professora de l'assignatura d'Estadística de la Facultat d'Economia i Empresa de la Universitat de Saragossa, als qui es pressuposa un nivell de competència adequat.

Al disseny inicial es van escollir 38 preguntes relacionades amb els conceptes mencionats a l'apartat anterior, de les quals finalment es van seleccionar només 20 per tal de poder consultar i obtenir la valoració del grup d'experts.

El qüestionari consultat amb aquestes 20 preguntes recollia la majoria dels blocs que es volien avaluar. Es demanava als experts avaluar en una escala de l'1 al 5 les preguntes quant a la dificultat dels continguts, la claredat dels enunciats i les preguntes, i la rellevància i l'adequació de les preguntes al que es pretén avaluar. El qüestionari inicial s'inclou a l'annex 1.

De la consulta amb els experts es va calcular per a cada pregunta la mitjana i la desviació respecte a la opinió de cadascú. Els resultats es presenten a la taula 1.

|         | Mitjanes   |          |            | Incloure |  | Desviacions |          |            | Incloure |
|---------|------------|----------|------------|----------|--|-------------|----------|------------|----------|
|         | DIFICULTAT | CLAREDAT | RELEVÀNCIA |          |  | DIFICULTAT  | CLAREDAT | RELEVÀNCIA |          |
| PREG 1  | 2,50       | 5,00     | 4,25       | sí       |  | 1,73        | 0,00     | 0,96       |          |
| PREG 2  | 3,25       | 5,00     | 5,00       | sí       |  | 1,26        | 0,00     | 0,00       | sí       |
| PREG 3  | 4,00       | 4,75     | 4,50       | sí       |  | 1,15        | 0,50     | 1,00       | sí       |
| PREG 4  | 4,00       | 4,75     | 2,75       |          |  | 1,15        | 0,50     | 0,96       | sí       |
| PREG 5  | 2,75       | 4,00     | 4,50       | sí       |  | 1,71        | 1,15     | 0,58       | sí       |
| PREG 6  | 2,25       | 3,25     | 2,75       |          |  | 1,89        | 1,71     | 1,71       |          |
| PREG 7  | 2,50       | 4,00     | 3,00       |          |  | 1,73        | 0,82     | 1,63       |          |
| PREG 8  | 3,25       | 4,50     | 4,75       | sí       |  | 1,26        | 0,58     | 0,50       | sí       |
| PREG 9  | 3,50       | 2,75     | 4,50       |          |  | 1,73        | 1,50     | 0,58       |          |
| PREG 10 | 3,50       | 4,50     | 5,00       | sí       |  | 1,29        | 0,58     | 0,00       | sí       |
| PREG 11 | 2,50       | 4,75     | 5,00       | sí       |  | 1,73        | 0,50     | 0,00       | sí       |
| PREG 12 | 4,75       | 2,50     | 4,25       |          |  | 0,50        | 1,29     | 0,96       |          |
| PREG 13 | 4,25       | 3,00     | 2,25       |          |  | 0,96        | 2,31     | 1,89       |          |
| PREG 14 | 2,75       | 5,00     | 5,00       | sí       |  | 1,71        | 0,00     | 0,00       | sí       |
| PREG 15 | 4,75       | 5,00     | 4,50       |          |  | 0,50        | 0,00     | 0,58       | sí       |
| PREG 16 | 4,25       | 2,50     | 2,25       |          |  | 0,96        | 1,91     | 1,89       |          |
| PREG 17 | 2,50       | 5,00     | 5,00       | sí       |  | 1,73        | 0,00     | 0,00       | sí       |
| PREG 18 | 5,00       | 4,50     | 4,25       |          |  | 0,00        | 1,00     | 0,96       | sí       |
| PREG 19 | 2,00       | 4,00     | 3,50       |          |  | 2,00        | 2,00     | 1,29       |          |
| PREG 20 | 3,00       | 5,00     | 3,50       |          |  | 2,31        | 0,00     | 1,29       |          |

Taula 1 - Puntuació respecte dels criteris de selecció del grup d'experts

Com a criteri, es va decidir incloure com preguntes definitives les que presentaven una mitjana entre 2 i 4 quant a la dificultat de continguts i entre 4 i 5 quant a la claredat dels enunciats i la rellevància per l'estudi. De totes les preguntes seleccionades tenint en compte el criteri de mitjanes, es van seleccionar aquelles que tenien menor variabilitat a l'opinió dels experts. Les preguntes finalment seleccionades van ser la 2,3,5,8,10,11,14,17 i la 18, que, malgrat haver estat classificada com a molt difícil, es va seleccionar per decisió personal.

Tenint en compte també diferents comentaris i aportacions d'aquestes persones es va decidir eliminar del qüestionari les preguntes obertes sobre didàctica de la matèria, interpretació de resultats i resolució de problemes per tal de facilitar la resposta i obtenir més dades per a l'anàlisi posterior. Així, s'ha procedit a transformar el qüestionari inicial en un altre de només resposta múltiple. A més, es van crear un parell de preguntes relacionades amb la distribució normal a petició d'un dels experts. Així mateix, es va incloure una pregunta relativa a la significativitat d'un estudi publicat en premsa i, a petició de la tutora del treball, es va adaptar la pregunta 9 per avaluar les diferències entre dues mostres a partir de diagrames de punts.

El qüestionari resultant va ser aplicat en un grup pilot de 8 estudiants del grau de formació de professorat interuniversitari de la UAB-UB-UPC-UOC. En aquesta prova es van

detectar algunes preguntes poc clares i algunes inconsistències que van ser resoltes amb les aportacions rebudes per part del professor responsable del grup.

Segons López-Roldán y Fachelli (2015) per augmentar la fiabilitat del qüestionari s'ha d'intentar disminuir errors a partir de:

- Eliminar els ítems que provoquen diferents respostes a conseqüència de les diferents interpretacions en el redactat.
- Proposar un redactat que faciliti la comprensió dels enunciats.
- Presentar instruccions iguals per a totes les persones participants.
- Tenir un procediment de classificació en consonància amb els ítems del qüestionari.

Amb la validació per part dels experts i la prova pilot al primer grup s'han intentat minimitzar tots aquest errors, de forma que es va construir un qüestionari definitiu de 10 preguntes de resposta múltiple amb 5 opcions en les quals només eren correctes com a màxim dues opcions (deixant clar a l'enunciat de la pregunta quan hi havia només una opció correcta i quan n'hi havia dues). Es van introduir també dos ítems per contestar en format escala de Likert relacionats amb la formació i l'afecte de les persones enquestades envers l'estadística. El qüestionari definitiu s'adjunta a l'annex 2.

### 5.3. Validació del qüestionari definitiu

L'elaboració i l'aplicació d'instruments de mesura com qüestionaris, escales i tests és un treball habitual a la recerca socioeducativa. La utilització d'aquestes eines demana que aquests instruments siguin vàlids i fiables. (Rodríguez-Rodríguez, J., Reguant-Álvarez, M., 2020).

Després de la validació del qüestionari per part dels experts, es va aplicar el coeficient de consistència interna alfa de Cronbach. Aquest coeficient és una fórmula general per estimar la fiabilitat d'un instrument amb respostes dicotòmiques o amb més de dos valors per a cada ítem amb els quals es desitja mesurar una variable o tret únic (Quero, 2010), en aquest cas la competència quant a coneixements estadístics del professorat.

Aquest coeficient expressa la consistència a partir de la covariació entre els ítems del qüestionari, de forma que amb més covariació més puntuació alfa. Malgrat que aquest coeficient pot subestimar o sobreestimar la fiabilitat de l'instrument segons assenyalen diferents autors (Brown, 2009; Cortina, 1993; Drost, 2011; Schmitt, 1996; Sijtsma, 2009; Viladrich et al., 2017), s'ha decidit la seva aplicació en aquest estudi.

La fórmula més comuna per calcular aquest coeficient és:

$$\alpha = \frac{k \cdot (1 - \sum s_i^2 / s_t^2)}{k - 1}$$

Amb  $k$ = nombre d'ítems,  $s_i^2$  = variància de les puntuacions en el ítem  $i$  , i  $s_t^2$  = variància de les puntuacions totals del qüestionari.

El programa Statistical Package for the Social Sciences d'IBM (SPSS), que s'ha utilitzat en la seva versió 29.0.2.0 per dur a terme aquest treball, ens proporciona un càlcul d'aquest coeficient, que es mostra a continuació:

| Estadísticas de fiabilidad                                                                                                          |                                                     |                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|----------------|
| Advertencias: Cada una de las variables de componente siguiente tiene una varianza cero y se ha eliminado de la escala: P2.4, P10.2 |                                                     |                |
| Alfa de Cronbach                                                                                                                    | Alfa de Cronbach basada en elementos estandarizados | N de elementos |
| ,791                                                                                                                                | ,766                                                | 48             |

Al resultat obtingut s'observa que dos dels ítems han estat eliminats del càlcul del coeficient per tenir variància igual a zero. Amb la resta dels ítems el coeficient de Cronbach mostra una consistència del qüestionari acceptable segons la taula que es presenta a continuació i els criteris definits en Rodríguez-Rodríguez, J., Reguant-Álvarez, M., 2020.

| Rangos del Alfa de Cronbach |                      |
|-----------------------------|----------------------|
| Alfa de Cronbach            | Consistencia Interna |
| $\alpha \geq 0,9$           | Excelente            |
| $0,8 \leq \alpha < 0,9$     | Buena                |
| $0,7 \leq \alpha < 0,8$     | Aceptable            |
| $0,6 \leq \alpha < 0,7$     | Cuestionable         |
| $0,5 \leq \alpha < 0,6$     | Pobre                |
| $\alpha < 0,5$              | Inaceptable          |

gpiresearch.com

## 6. Aplicació del qüestionari en la població pilot

La població de referència per a aquest estudi pilot va estar formada per l'alumnat del màster del professorat de secundària de l'especialitat de matemàtiques i l'alumnat de l'últim curs del Grau de Primària de diferents universitats.

El qüestionari va ser implementat al Google Forms per poder accedir de forma telemàtica i facilitar així la resposta. La distribució d'aquest qüestionari entre el futur professorat de secundària va ser amb la col·laboració dels coordinadors i el professorat del màster interuniversitari UB-UPC-UAB-UOC, que el van fer arribar al seu alumnat mitjançant el correu institucional donant així suport a aquest treball. L'enllaç al qüestionari anava acompanyat d'un vídeo explicatiu amb els objectius del qüestionari per tal d'animar a la resposta i per poder eliminar la pressió dels participants a sentir-se d'alguna manera examinats. El vídeo d'introducció es pot consultar al següent enllaç : <https://youtu.be/rF-P7IH2tdE?si=rQAfRsceunUdjlOr>

Per tal de poder analitzar i detectar quines són les possibles mancances del professorat, si aquestes mancances són iguals entre el professorat de totes les etapes educatives i d'aportar les dades per elaborar plans d'estudi i formació del futur professorat tant de primària com de secundària, cal contrastar diferents hipòtesis inicials. Les hipòtesis plantejades com a punt de partida en aquesta part del treball són les següents:

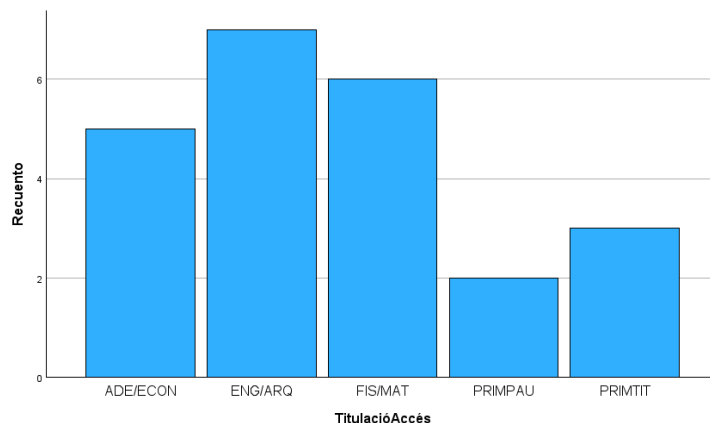
- El professorat en formació presenta errors respecte a alguns conceptes estadístics bàsics .
- Existeixen diferències en aquests errors de conceptes en funció de l'etapa per a la qual s'està preparant el professorat.
- Podem establir diferències als errors del professorat de la mateixa etapa depenent de la seva formació inicial.

Malgrat tota la col·laboració del professorat tant de la UPC i com de la UAB, per qüestions de temps i d'ajustos de calendari escolar, va ser complicat trobar el moment per poder realitzar el qüestionari dins de l'horari lectiu del màster. El fet de no tenir classes presencials i la càrrega de treball de gran part de l'alumnat a l'últim tram del curs va fer que no hi hagués una bona resposta per part de l'alumnat del màster del professorat de secundària.

D'altra banda, pel que fa a la resposta de l'alumnat de primària, es va intentar contactar amb el professorat del grau de primària per veure si es podria realitzar la mateixa distribució per correu electrònic a l'alumnat del grau de la UB. Com que no vaig tenir èxit en aquesta proposta, es va decidir a títol individual fer difusió a través de xarxes socials amb col·laboracions particulars d'estudiants actuals del grau de primària.

Malgrat que el nombre de qüestionaris rebuts amb resposta no ha estat el desitjat, en total s'ha aconseguit que 23 persones hagin respost adequadament totes les preguntes. D'aquestes, 5 pertanyen al futur professorat de primària (21,7%) i 18 a futurs professionals de secundària (78,3%). Respecte a la procedència de les persones estudiants del màster de secundària, 9 feien els seus estudis a la UAB (50%), 8 a la UPC (44,4%) i 1 a la UNED

(5,6%). De les persones que cursaven estudis de primària 2 ho feien a la UNIR (40%), 2 a la Universitat de Saragossa (40%) i 1 persona a la VIU (20%). Per titulacions d'accés als estudis de màster o del grau de primària la distribució es la següent:



Donat el baix nombre de respostes, s'ha decidit agrupar els titulats procedents d'enginyeria amb els de arquitectura, els de Administració d'empreses amb els d'Economia, els de Física amb els de Matemàtiques i als estudiants de grau de primària segons hagin accedit per la via de titulats universitaris o per la via de Proves d'Accés a la Universitat.

Cal assenyalar que als estudis de màster un 72% de l'alumnat procedeix de titulacions més tècniques i només un 28% aproximadament procedeix de titulacions de la branca més social.

Dels estudiants del grau de primària enquestats un 60% són titulats universitaris i un 40% procedeixen de les PAU, potser aquesta no és la realitat a les titulacions que es fan al grau i s'ha donat així per les circumstàncies excepcionals a la recollida de dades.

## 6.1. Puntuacions sobre 10 per grups

Per poder fer una valoració global dels resultats obtinguts s'ha decidit comptar com encert cada vegada que una persona ha seleccionat com a correcta una opció que ho era i no ha seleccionat una opció que era incorrecta. D'aquesta manera, si s'ha seleccionat una opció incorrecta o no s'ha seleccionat cap de correcta, es comptabilitza l'ítem com un error.

En una primera anàlisi descriptiva de les dades —que ens permet fer-nos una idea dels resultats obtinguts— es pot observar sobre els 50 ítems analitzats el nombre d'encerts i d'errors que s'han produït i quina seria la nota mitjana sobre 10 en funció dels ítems seleccionats de manera correcta:

|                   | Mínimo | Máximo | Media | Desv. estándar | Varianza |
|-------------------|--------|--------|-------|----------------|----------|
| Edat              | 22     | 51     | 30,09 | 8              | 66       |
| Total de aciertos | 28     | 49     | 39,74 | 6              | 31       |
| Total de fallos   | 1      | 22     | 10,26 | 6              | 31       |

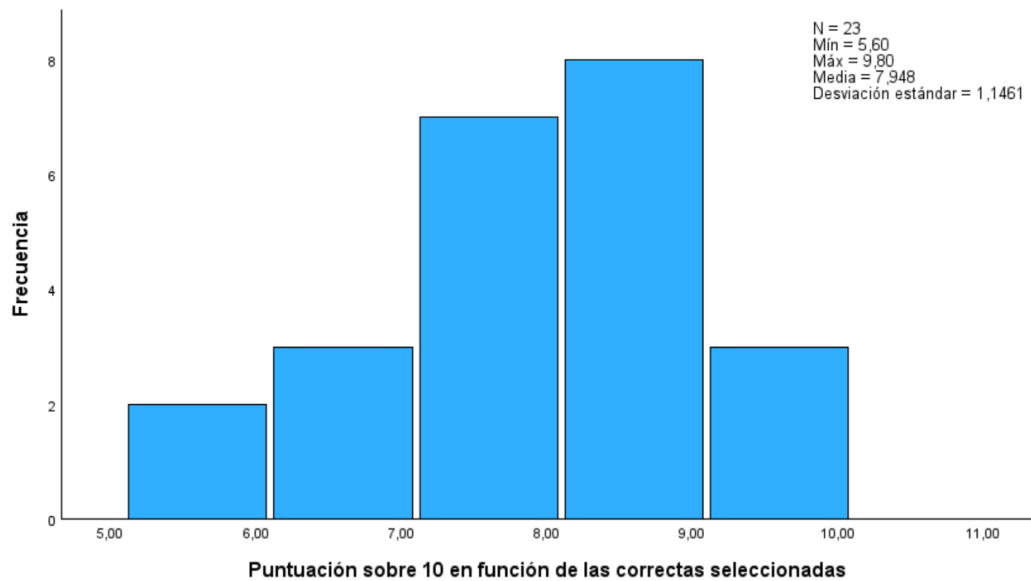
Si assignem un valor sobre 10 al nombre d'encerts obtinguts per totes les persones que han contestat, s'obté una puntuació que té els següents estadístics descriptius:

| Descriptivos                                                  |                                             |                 |  | Estadístico | Error estándar |
|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|-----------------|--|-------------|----------------|
| Puntuación sobre 10 en función de las correctas seleccionadas | Media                                       |                 |  | 7,9478      | ,23898         |
|                                                               | 95% de intervalo de confianza para la media | Límite inferior |  | 7,4522      |                |
|                                                               |                                             | Límite superior |  | 8,4434      |                |
|                                                               | Media recortada al 5%                       |                 |  | 7,9754      |                |
|                                                               | Mediana                                     |                 |  | 8,0000      |                |
|                                                               | Varianza                                    |                 |  | 1,314       |                |
|                                                               | Desv. estándar                              |                 |  | 1,14609     |                |
|                                                               | Mínimo                                      |                 |  | 5,60        |                |
|                                                               | Máximo                                      |                 |  | 9,80        |                |
|                                                               | Rango                                       |                 |  | 4,20        |                |
|                                                               | Rango intercuartil                          |                 |  | 1,40        |                |
|                                                               | Asimetría                                   |                 |  | -,493       | ,481           |
|                                                               | Curtosis                                    |                 |  | -,556       | ,935           |

Es pot observar que la puntuació total respecte als encerts estaria en el rang comprès entre 5,6 i el 9,8. La mitjana de la mostra és de 7,95 sobre 10, que retallada al 5% seria de 7,98, i l'interval per a la mitjana al 95% estaria entre 7,45 i 8,44, és a dir, dins del notable.

Aquests resultats globals ens fan pensar que el coneixement global dels conceptes que s'han volgut avaluar al professorat no són del tot dolents malgrat que sempre es podrien potenciar també altres factors com la didàctica de l'estadística i la probabilitat.

Si observem en conjunt l'histograma resultant de l'anàlisi de les dades, podem aproximar la distribució a una Normal amb una lleugera asimetria cap a la dreta.



Amb les dades corresponents a la variable *Puntuació sobre 10* s'ha fet també el test de normalitat de Kolmogorov-Smirnov per a una mostra, del qual podem acceptar la normalitat de les dades.

#### Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

|                                           |                                  |                 | Puntuación<br>sobre 10 en<br>función de las<br>correctas<br>seleccionadas |
|-------------------------------------------|----------------------------------|-----------------|---------------------------------------------------------------------------|
| N                                         |                                  |                 | 23                                                                        |
| Parámetros normales <sup>a,b</sup>        | Media                            |                 | 7,9478                                                                    |
|                                           | Desv. estándar                   |                 | 1,14609                                                                   |
| Máximas diferencias<br>extremas           | Absoluta                         |                 | ,120                                                                      |
|                                           | Positivo                         |                 | ,098                                                                      |
|                                           | Negativo                         |                 | -,120                                                                     |
| Estadístico de prueba                     |                                  |                 | ,120                                                                      |
| Sig. asin. (bilateral) <sup>c</sup>       |                                  |                 | ,200 <sup>d</sup>                                                         |
| Sig. Monte Carlo (bilateral) <sup>e</sup> | Sig.                             |                 | ,512                                                                      |
|                                           | Intervalo de confianza al<br>99% | Límite inferior | ,499                                                                      |
|                                           |                                  | Límite superior | ,525                                                                      |

a. La distribución de prueba es normal.

b. Se calcula a partir de datos.

c. Corrección de significación de Lilliefors.

d. Esto es un límite inferior de la significación verdadera.

e. El método de Lilliefors basado en las muestras 10000 Monte Carlo con la semilla de inicio 2000000.

A partir d'aquí s'ha fet un resum per casos del nombre total d'encerts obtinguts (comptant que el màxim és 50), que es detalla a continuació:

### Resúmenes de casos<sup>a</sup>

|                   |    |   | Titulación de acceso |
|-------------------|----|---|----------------------|
| Total de aciertos | 28 | 1 | PRIM                 |
|                   | 30 | 1 | ADE/ECON             |
|                   | 31 | 1 | PRIM                 |
|                   | 33 | 1 | ADE/ECON             |
|                   |    | 2 | PRIM                 |
|                   | 37 | 1 | ENG/ARQ              |
|                   | 38 | 1 | ADE/ECON             |
|                   |    | 2 | ENG/ARQ              |
|                   |    | 3 | PRIM                 |
|                   | 39 | 1 | FIS/MAT              |
|                   |    | 2 | PRIM                 |
|                   | 40 | 1 | ENG/ARQ              |
|                   | 41 | 1 | ADE/ECON             |
|                   | 42 | 1 | ENG/ARQ              |
|                   | 43 | 1 | ENG/ARQ              |
|                   | 44 | 1 | ENG/ARQ              |
|                   |    | 2 | FIS/MAT              |
|                   |    | 3 | FIS/MAT              |
|                   | 45 | 1 | FIS/MAT              |
|                   |    | 2 | FIS/MAT              |
|                   | 46 | 1 | ADE/ECON             |
|                   | 47 | 1 | FIS/MAT              |
|                   | 49 | 1 | ENG/ARQ              |
| Total             |    | N | 23                   |

### Percentiles

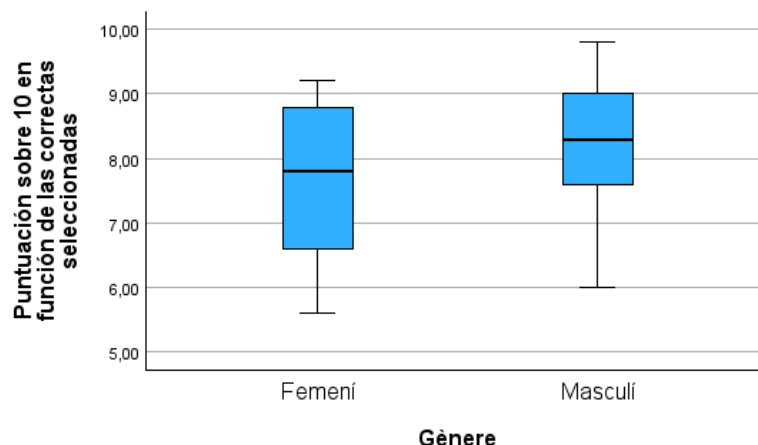
|                                                                                     | Percentiles |       |       |       |       |       |       |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                                                                                     | 5           | 10    | 25    | 50    | 75    | 90    | 95    |
| Puntuación sobre 10 en función de las correctas seleccionadas. (Promedio ponderado) | 28,40       | 30,40 | 37,00 | 40,00 | 44,00 | 46,60 | 48,60 |

Es pot observar que per sota del percentil del 25% de la distribució apareixen persones que han accedit al MFPM amb la titulació de ADE/ECON o persones que pertanyen al grup de futurs professors de primària. Per sobre del percentil del 75%, en canvi, ens trobem majoritàriament persones titulades en FIS/MAT malgrat que la màxima puntuació correspon a una persona titulada en ENG/ARQ.

A continuació procedim a estudiar com serien les diferències per grups quant a aquestes puntuacions.

#### 6.1.1. Diferències per sexe

Per sexes tenim 13 persones de sexe femení i 10 de sexe masculí. Les puntuacions sobre 10 per sexe respecte a les respostes correctes es representen al següent gràfic:

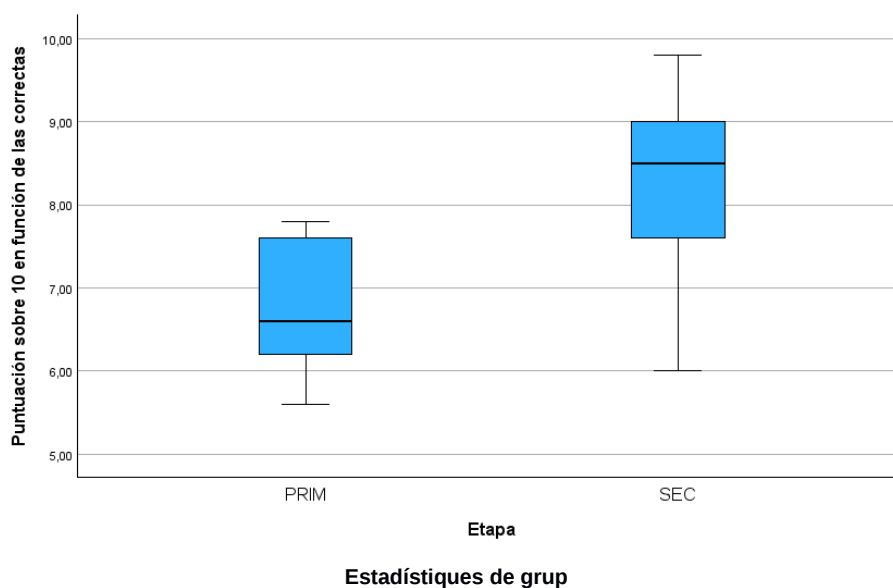


Malgrat que la mitjana per homes (8,22) és superior a la de dones (7,63), no es pot considerar significativa ja que, si executem la prova per mostres independents amb el programa SPSS, trobem la següent sortida que ens indica que no hi ha diferència significativa a les mitjanes i tampoc una diferència significativa a la variància dels dos grups, suposant sempre normalitat a les dades.

| Prueba de Levene de igualdad de varianzas |      |      |      |    | Significación  |                   | Diferencia de medias | Diferencia de error estándar |
|-------------------------------------------|------|------|------|----|----------------|-------------------|----------------------|------------------------------|
|                                           | F    | Sig. | t    | gl | P de un factor | P de dos factores |                      |                              |
| Se asumen varianzas iguales               | ,020 | ,888 | ,999 | 21 | ,165           | ,329              | ,48154               | ,48210                       |

### 6.1.2. Diferències per etapa a la que es dirigeix

Pel que fa a la diferencia de les mitjanes amb respecte a l'etapa estudiada, es pot observar que hi ha una diferència que pot ser significativa a les puntuacions quant al professorat de primària i de secundària tal i com es mostra al següent gràfic.



|                                                               | Etapa | N  | Media  | Desv. estándar | Media de error estándar |
|---------------------------------------------------------------|-------|----|--------|----------------|-------------------------|
| Puntuación sobre 10 en función de las correctas seleccionadas | PRIM  | 5  | 6,7600 | ,93167         | ,41665                  |
|                                                               | SEC   | 18 | 8,2778 | ,98253         | ,23158                  |

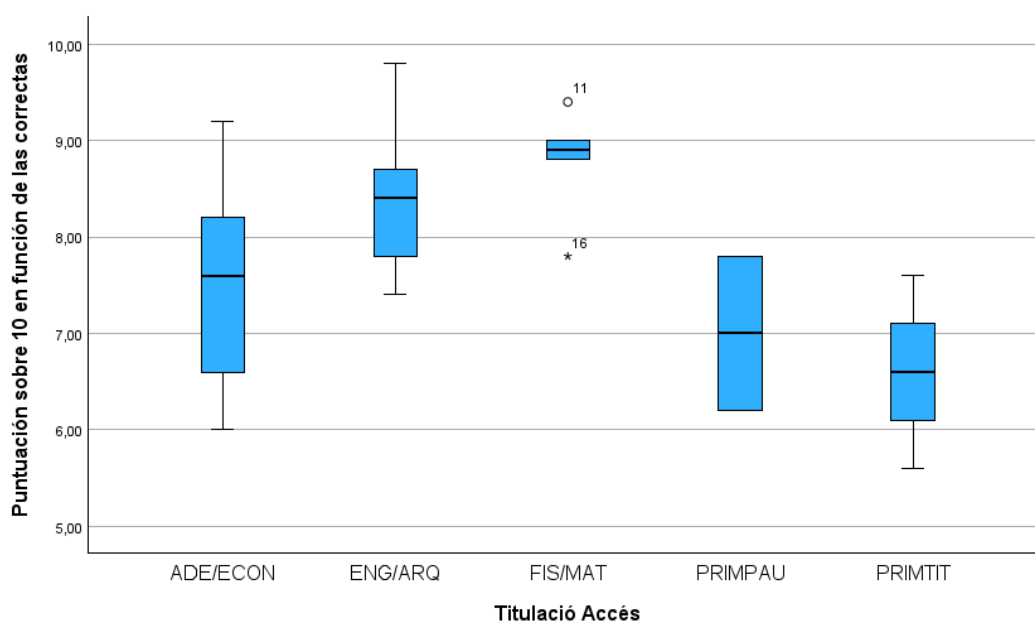
Amb la prova t per a mostres independents que ofereix el programa SPSS es pot considerar que la diferència de puntuació mitjana respecte a l'etapa per a la qual s'estan formant els estudiants és significativa, ja que suposant mitjanes iguals la probabilitat que la diferència entre les mitjanes hagi estat aquesta és de 0,003, fet que podem contemplar com molt improbable. Per tant, es fa palesa una diferència significativa entre les mitjanes per etapa.

Podem suposar també variàncies iguals, ja que l'estadístic de Levene és major que 0,05

|                             | Prueba de Levene de igualdad de varianzas |      |       |    | Significación  |                   | Diferencia de medias | Diferencia de error estándar |
|-----------------------------|-------------------------------------------|------|-------|----|----------------|-------------------|----------------------|------------------------------|
|                             | F                                         | Sig. | t     | gl | P de un factor | P de dos factores |                      |                              |
| Se asumen varianzas iguales | ,011                                      | ,918 | 3,086 | 21 | ,003           | ,006              | 1,51778              | -,49482                      |

### 6.1.3. Diferències per titulació d'accés als estudis que habiliten per a la carrera docent

Per titulacions d'origen als estudis de màster i primària, podria semblar haver-hi també diferències en les puntuacions sobre 10 respecte als ítems correctes.



Si veiem els estadístics descriptius de cada grup, podríem dir que els de millor puntuació són els estudiants de màster titulats en física o matemàtiques, i els de pitjor puntuació

serien els estudiants del grau de primària que han accedit per la via de titulats universitaris. Seria interessant analitzar quin tipus de perfil i de formació té aquest últim grup.

Assenyalar també que, dins del grup d'estudiants de màster, els que menys puntuació obtindrien serien els provinents de les titulacions d'ADE i Economia, tal i com es veu a la taula següent:

#### Descriptivos

Puntuación sobre 10 en función de las correctas seleccionadas

|          | N  | Media  | Desv. estándar | Error estándar | 95% de intervalo de confianza para la media |                 | Mínimo | Máximo |
|----------|----|--------|----------------|----------------|---------------------------------------------|-----------------|--------|--------|
|          |    |        |                |                | Límite inferior                             | Límite superior |        |        |
| PRIMITIT | 3  | 6,6000 | 1,00000        | ,57735         | 4,1159                                      | 9,0841          | 5,60   | 7,60   |
| PRIMPAU  | 2  | 7,0000 | 1,13137        | ,80000         | -3,1650                                     | 17,1650         | 6,20   | 7,80   |
| ENG/ARQ  | 7  | 8,3714 | ,81182         | ,30684         | 7,6206                                      | 9,1222          | 7,40   | 9,80   |
| ADE/ECON | 5  | 7,5200 | 1,26965        | ,56780         | 5,9435                                      | 9,0965          | 6,00   | 9,20   |
| FIS/MAT  | 6  | 8,8000 | ,53666         | ,21909         | 8,2368                                      | 9,3632          | 7,80   | 9,40   |
| Total    | 23 | 7,9478 | 1,14609        | ,23898         | 7,4522                                      | 8,4434          | 5,60   | 9,80   |

Per tal de poder comprovar si existeix una diferència significativa entre les mitjanes dels grups, s'ha procedit a realitzar un ANOVA entre els grups i s'ha obtingut un nivell de significació Sigma de 0,016 menor que 0,05, amb la qual cosa podríem no acceptar la hipòtesis nul·la de mitjanes iguals.

#### ANOVA

Puntuación sobre 10 en función de las correctas seleccionadas

|                  | Suma de cuadrados | gl | Media cuadrática | F     | Sig. |
|------------------|-------------------|----|------------------|-------|------|
| Entre grupos     | 13,775            | 4  | 3,444            | 4,099 | ,016 |
| Dentro de grupos | 15,122            | 18 | ,840             |       |      |
| Total            | 28,897            | 22 |                  |       |      |

## 6.2. Anàlisi de resultats per preguntes

Un dels objectius d'aquest treball és identificar i avaluar les dificultats i el grau de comprensió del futur professorat respecte a alguns conceptes estadístics elementals que hauran de transmetre al seu alumnat durant la seva carrera professional.

En aquest apartat es vol presentar els resultats globals, tant pel que fa a ítems aïllats com a la puntuació total a cada pregunta de la prova. En algunes d'aquestes preguntes només

hi ha una opció correcta i en d'altres n'hi ha dues. Cal dir que, malgrat que s'especifica aquesta informació al principi del qüestionari i també a cada pregunta, algunes de les persones participants han respost més d'una i més de dues respostes. Es per això que la suma dels percentatges de les diferents opcions és més gran que el 100%.

### 6.2.1. Pregunta 1

Al quadre 1 es presenten el total i el percentatge de persones que han seleccionat cada opció a la primera pregunta. Amb aquesta pregunta es pretenen avaluar els coneixements sobre el càlcul d'estadístics bàsics com mitjanes ponderades o percentatges mitjos, la capacitat per interpretar taules de doble entrada i la correcta comprensió de la relació entre freqüències i probabilitats.

La pregunta és una adaptació d'una altra corresponent a les dades obertes de les proves PISA dels últims anys.

#### PREGUNTA 1.

L'empresa "Elextrix" fabrica dos tipus d'aparells electrònics: telèfons mòbils i tauletes digitals. Tots els aparells es proven en finalitzar la producció diària i els defectuosos es retiren i s'envien a reparar.

La taula següent mostra el nombre mig d'aparells de cada tipus que es fabriquen al dia i el percentatge mig d'aparells defectuosos que es troben:

| Tipus d'aparell   | Nombre mig d'aparells fabricats diàriament | Percentatge mig d'aparells defectuosos |
|-------------------|--------------------------------------------|----------------------------------------|
| Telèfons mòbils   | 2000                                       | 5%                                     |
| Tauletes digitals | 6000                                       | 3%                                     |

A continuació es presenten varies afirmacions. Assenyalat aquelles que cregueu que son certes:

|                                                                                                                             | N  | %     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|-------|
| a) Un terç dels aparells fabricats diàriament són telèfons mòbils.                                                          | 5  | 21,7% |
| b) A cada lot de 100 telèfons mòbils hi ha, exactament, 5 defectuosos.                                                      | 6  | 26,1% |
| c) Si de la producció diària escollim a l'atzar una tauleta per provar-la, la probabilitat que s'hagi de reparar és de 0,03 | 19 | 82,6% |
| d) De mitjana, el nombre de tauletes que s'envien cada dia a reparar és major que el de telèfons mòbils.                    | 16 | 69,6% |
| e) El percentatge mig d'aparells defectuosos que es fabriquen és del 4%.                                                    | 4  | 17,4% |

Quadre 1. - Freqüències i percentatges a la pregunta 1.

Si observem la taula, un 82,6% ha assenyalat la opció c) com a correcta; per tant, hi ha un 17,4% que no aconsegueix relacionar el percentatge mig de defectuosos amb la probabilitat de defectuós. Només un 69,6% ha calculat la mitjana ponderant els casos respecte a la producció i ha assenyalat l'opció d).

La mitjana d'encert per a la primera pregunta seria de un 77,4% comptant haver seleccionat només les correctes i no seleccionant les incorrectes.

Respecte a les opcions incorrectes i que han estat seleccionades tenim un 21,7% que selecciona l'opció a) i, per tant, suposa que els nombres mitjos són els totals fabricats cada dia, un 26,1% selecciona com a total també la mitjana dels mòbils defectuosos, i hi

ha un 17,4% que seleccionen com a correcta l'opció e) sense valorar la ponderació per calcular el percentatge mig d'aparells defectuosos respecte del fabricats de cada tipus.

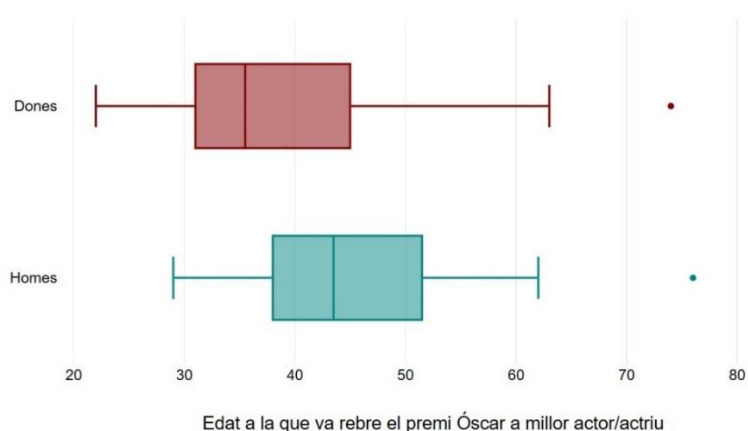
Cal afegir que la majoria de les persones que han seleccionat com a correcta una resposta incorrecta pertany al grup de futurs docents de primària o al grup ADE/ECON de futurs docents de secundària.

## 6.2.2. Pregunta 2

A la taula següent es presenten els resultats per a la pregunta 2, que pretén avaluar la interpretació bàsica dels gràfics tipus box-plot.

### PREGUNTA 2.

El següent gràfic mostra l'edat de 50 actors i de 50 actrius que van rebre el premi Óscar a millor actor/actriu principal des de 1970 fins a 2021.



A la vista dels gràfics, quines d'aquestes afirmacions es pot assegurar que són certes?

|                                                                                                                 | N  | %     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|-------|
| a) El percentatge d'homes de més de 40 anys premiats és similar al percentatge de dones de més de 40 premiades. | 1  | 4,35% |
| b) Hi ha un percentatge major de dones que d'homes que reben el premi a partir dels 40 anys.                    | 3  | 13,0% |
| c) <b>Podríem dir que és poc probable que es premiï a una persona amb més de 60 anys.</b>                       | 22 | 95,7% |
| d) Més del 50% dels homes premiats són menors de 40 anys.                                                       | 0  | 0%    |
| e) <b>Més del 50% de les dones premiades són menors de 40 anys.</b>                                             | 22 | 95,7% |

Quadre 2. - Freqüències i percentatges a la pregunta 2.

En aquest cas els resultats han estat molt bons, ja que un 95.7% de les persones han seleccionat les respostes correctes. Un 100% no ha seleccionat l'opció d), amb la qual cosa podem pensar que la distribució i les línies que representen cada un dels quartils corresponents al gràfic son ben interpretades per la majoria.

Només hi ha un cas estrany que selecciona múltiples opcions com a correctes; de fet, selecciona totes menys una que coincideix amb una de les correctes. És possible que no entengués bé la pregunta o tingués algun problema a l'hora d'assenyalar les opcions amb el dispositiu que fes servir.

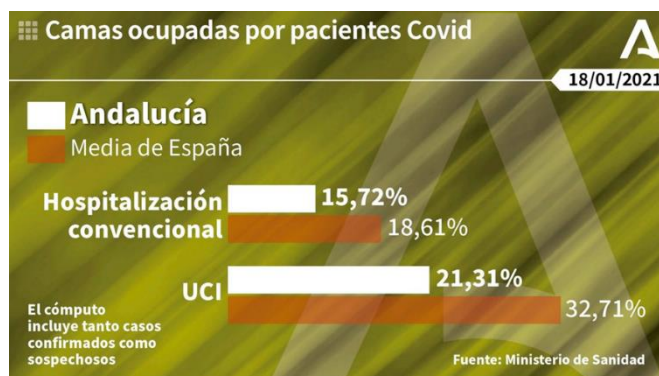
### 6.2.3. Pregunta 3

La pregunta 3 vol avaluar la competència sobre l'elaboració de gràfics, la interpretació que se'n fa i la capacitat crítica per avaluar-ne l'ús als mitjans de comunicació. També pretén avaluar el biaix que es produeix en avaluar tant la mitjana d'un grup com el valor que presenta cada individu del grup.

Els resultats es mostren al següent quadre:

#### PREGUNTA 3.

La següent informació es va presentar a través de les xarxes socials des de la Junta d'Andalusia el 18/01/2021



Indica **quines d'aquestes afirmacions** serien certes a la vista de la imatge.

|                                                                                                                                                                                  | N  | %     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|-------|
| a) A Andalusia el percentatge de llits ocupats a les UCI és menor que a la resta de comunitats autònomes.                                                                        | 11 | 47,8% |
| b) <b>A la informació publicada es vol magnificar la diferència entre l'ocupació de llits a la comunitat andalusa i l'ocupació de llits a la resta de comunitats espanyoles.</b> | 17 | 73,9% |
| c) La diferència dels percentatges de llits ocupats en hospitalització convencional entre Andalusia i la mitjana de Espanya està correctament representada al gràfic.            | 6  | 26,1% |
| d) És cert que l'ocupació de llits a Andalusia és menor que la d'altres comunitats com Galícia.                                                                                  | 4  | 17,4% |
| e) <b>En aquestes dades no hi ha error mostral, ja que són dades de tota la població.</b>                                                                                        | 6  | 26,1% |

Quadre 3. - Freqüències i percentatges a la pregunta 3.

Malgrat que una gran part del futur professorat identifica la intenció de magnificar la diferència entre l'ocupació de llits a Andalusia respecte a la resta de comunitats (73,9%), no arriben a les tres quartes parts de les persones que participen a l'estudi.

Pràcticament la meitat assenyalava com a correcta l'opció a), la qual cosa indica que l'error d'interpretar la mitjana de les comunitats com a l'ocupació real per a cadascuna de les comunitats és gran. No passa de la mateixa manera quan la comunitat té nom com és el cas de l'opció d), on ja és només un 17,4% el percentatge del professorat que la veu com a correcta.

Sorprèn que en una població destinada a exercir la docència tant a primària com a secundària no se seleccioni de forma majoritària l'opció e). Potser és un indicador del fet que no hi ha una opinió clara respecte al que són dades mostrals i poblacionals. Això podria recolzar altres estudis sobre la formació del professorat que assenyalen la necessitat de més contingut sobre mostreig a la formació del futur professorat.

### 6.2.4. Pregunta 4

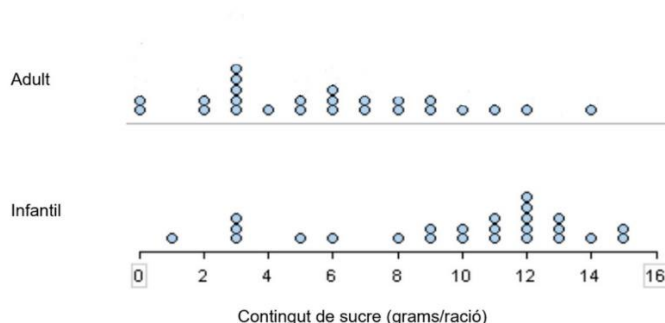
A la pregunta 4 es vol avaluar la interpretació i la comparació de diferents distribucions a partir dels seus gràfics de punts. Es vol conèixer també l'estimació que es fa de mitjanes i desviacions a partir de les representacions gràfiques, així com la comprensió del concepte de moda.

#### PREGUNTA 4.

Els gràfics que es mostren a continuació representen el contingut de sucre per ració en 25 paquets de cereals orientats al consum infantil i en 25 paquets de cereals orientats al consum adult.

Tenim també els càlculs de la mitjana i la desviació tipus de les dues mostres, però hem oblidat de quin grup és cada un. Per a una de les mostres el contingut mig de sucre ha estat de 5.84 g/ració amb una desviació tipus de 3.7 g/ració. Per a l'altra els valors serien 9.72 g/ració i 4.1 g/ració respectivament.

Escull entre les possibilitats que es mostren a continuació **totes les que creguis correctes**:



Entre les possibilitats que es donen a continuació escull les que creguis que són correctes:

|                                                                                                                                     | N  | %     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|-------|
| a) Els cereals infantils contenen de mitjana més quantitat de sucre que els cereals d'adults                                        | 14 | 60,9% |
| b) La mitjana del contingut de sucre dels cereals d'adult coincideix amb la mitjana del contingut de sucre dels cereals infantils.  | 6  | 26,1% |
| c) A la distribució del contingut de sucre dels cereals per a adults, la moda varia dins de l'interval entre 3 i 6 grams per ració. | 6  | 26,1% |
| d) La mitjana i la desviació tipus dels cereals d'adults és 5.84 g/ració i 3.7 g/ració respectivament.                              | 17 | 73,9% |
| e) La mitjana i la desviació tipus dels cereals de nens és 5.84 g/ració i 3.7 g/ració respectivament.                               | 4  | 17,4% |

Quadre 4. - Freqüències i percentatges a la pregunta 4.

La majoria de les persones contesten correctament a l'opció d) del qüestionari, amb la qual cosa podem dir que hi ha un bon treball d'estimació de paràmetres per part del futur professorat a la vista d'un diagrama de punts de dues distribucions. Existeix, en canvi, un 17,4% que fan l'estimació dels paràmetres a l'inrevés, no sabem si per un error de lectura del gràfic o per desconeixement en la interpretació dels paràmetres.

Assenyalem també l'error amb el paràmetre de moda, que apareix en estudis com el de Anasagasti (2019) sobre el paràmetre de la moda. En aquest cas l'opció escollida per un

26,1% dels participants considera el paràmetre dins d'un interval quan és tracta d'un valor únic per a cada una de les distribucions que correspon al més freqüent de la distribució.

Hi ha també 6 persones que indiquen una igualtat a les mitjanes, resposta que sorprèn quan l'enunciat ja deixa clar que les mitjanes dels grups són diferents. Potser es deu a un error freqüent, observat almenys a les aules de secundària, de confusió dels conceptes de "mitjana" i "mediana" i que potser és degut a la semblança del propi terme en llengua catalana i castellana.

A partir d'aquests resultats caldria millorar l'estudi d'aquests estadístics descriptius i la interpretació de quin és el seu lloc dins d'una distribució al futur professorat.

### 6.2.5. Pregunta 5

Aquesta pregunta ha estat adaptada de Ruz, F., Molina-Portillo, E., Contreras, J.M. (2020) i prova d'avaluar la comprensió de mesures de posició d'una distribució i la interpretació que es fa dins d'un context determinat.

#### PREGUNTA 5.

La puntuació obtinguda per l'Anna en una prova de probabilitat correspon al percentil del 35% respecte al seu grup, mentre que el resultat de l'Elena a la mateixa prova correspon al percentil del 70%.

Quines d'aquestes afirmacions consideres que **són correctes**?

|                                                                                                   | N  | %     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----|-------|
| a) L'Anna va obtenir una puntuació igual o millor que la de 35 companys i companyes del seu grup. | 7  | 30,4% |
| b) L'Anna respon bé aproximadament a una tercera part de la prova.                                | 6  | 26,1% |
| c) L'Elena obté el doble de puntuació que l'Anna a la prova.                                      | 2  | 8,7%  |
| d) El 30% dels companys i companyes del grup van obtenir millor o igual puntuació que l'Elena.    | 18 | 78,3% |
| e) El 35% dels companys i companyes del grup va obtenir millor o igual puntuació que l'Anna.      | 3  | 13%   |

Quadre 5. - Freqüències i percentatges a la pregunta 5.

A la vista dels resultats crida l'atenció que es faci una bona interpretació del percentil 70 com el que deixa per sobre a un 30% dels casos (resposta d), que ha estat escollida per un 78,3% dels participants, però no es faci la mateixa interpretació amb el percentil 35 que deixa per sota a un 35% dels casos (resposta a) i que només ha estat seleccionat per un 30,4% del futur professorat.

Es produeix un error important i és relacionar la mesura de posició amb la puntuació total a la prova. Aquest error és pot observar al 26,1% de les persones que relacionen situar-se al 35% de la distribució amb haver respost a un terç de la prova, i al 8,7% de persones que relacionen la puntuació corresponent al 70% com el doble de la puntuació corresponent al percentil del 35%.

Caldria, doncs, una millor formació per al futur professorat també pel que fa a la interpretació dels percentils d'una distribució i que, així, puguin traslladar de forma precisa els seus coneixements a l'alumnat, ja que és una eina que moltes vegades es fa servir a disciplines tan diferents com la medecina o l'economia.

### 6.2.6. Pregunta 6

Aquesta pregunta ha estat adaptada de Anasagasti, 2019 i apareix també en altres estudis (Estrada, 2004; Batanero, Godino i Navas, 1997). Avalua la comprensió de conceptes com moda, mitjana i mediana, així com la comprensió de l'algoritme de càlcul de la mitjana de forma inversa.

Els resultats es presenten al quadre següent:

#### PREGUNTA 6.

L'Ajuntament d'un poble va determinar el nombre mitjà de nens per família a la seva localitat dividint el nombre total de nens per 50, que és el nombre total de famílies al municipi.

Assenyala **quina** de les afirmacions següents **és la correcta** si el nombre mitjà de nens per família ha estat de 2.2.

|                                                                | N  | %      |
|----------------------------------------------------------------|----|--------|
| a) La meitat de les famílies de la ciutat tenen més de 2 nens. | 2  | 8,7%%  |
| b) A la ciutat hi ha més famílies amb 3 nens que amb 2 nens.   | 1  | 4,35%% |
| c) <b>Hi ha un total de 110 nens a la ciutat.</b>              | 18 | 78,3%% |
| d) Hi ha 2.2 nens per cada adult a la ciutat.                  | 3  | 13%    |
| e) El nombre més comú de nens en una família és 2.             | 8  | 34,8%  |

Quadre 6. - Freqüències i percentatges a la pregunta 6.

Cal destacar que els resultats obtinguts al nostre estudi són més optimistes que en d'altres estudis, ja que el 78,3% de les persones que responen el qüestionari escullen l'opció correcta, en contrast amb els estudis anteriors on només un terç de les persones enquestades escollien la resposta encertada. Això fa pensar que l'algoritme de càlcul de la mitjana està ben assimilat pel futur professorat.

Al nostre cas cal ressaltar l'alt percentatge de persones que assenyalen com a correcta l'opció e), que mostraria una confusió entre mitjana i moda. Aquest és el distractor més comú, també mencionat als estudis anteriors ja esmentats.

Comentar, a més, el nombre de persones que escullen altres opcions com la a), b) o d), el que indica un desconeixement de possibles valors atípics en el càlcul de la mitjana aritmètica o confusions amb mitjana i mediana. A la vista dels resultats d'aquesta pregunta podem concloure que hi ha un bon coneixement de l'algoritme de càlcul de la mitjana però una dificultat a la interpretació dels resultats a problemes i contextos reals.

### 6.2.7. Pregunta 7

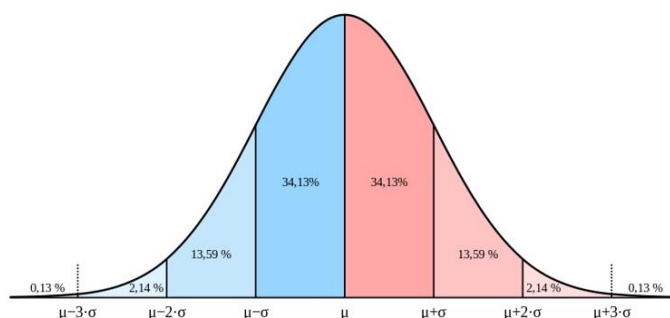
Aquesta pregunta ha estat motivada per un interès personal sobre el coneixement que es té d'una de les distribucions més comunes a totes les disciplines, com és la corba Normal.

En aquest cas només s'ofereix una resposta correcta, fet que s'especifica a l'enunciat de la pregunta, malgrat això hi ha persones que contesten a més d'una opció.

Els resultats es mostren a la taula qui hi ha a continuació:

#### PREGUNTA 7.

Es considera que la distribució del quocient intel·lectual de les persones que estudien 2n de batxillerat a Catalunya és Normal de mitjana 100 i desviació típica de 15.



Segons les dades i el gràfic anterior, assenyalat **quina d'aquestes afirmacions és la correcta**

|                                                                                                                                                                                   | N  | %     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|-------|
| a) El 95% de les persones que estudien 2n de batxillerat a Catalunya té un quocient superior a 85.                                                                                | 5  | 21,7% |
| b) Si escollim a l'atzar una persona que estigui estudiant 2n de batxillerat a Catalunya, hi ha aproximadament un 2,27% de probabilitat que tingui un quocient per sobre del 130. | 17 | 73,9% |
| c) El 25% de les persones que estudien 2n de batxillerat tenen un quocient intel·lectual per sobre del 115.                                                                       | 2  | 8,7%  |
| d) De cada 1000 persones que estudien 2n de batxillerat a Catalunya, n'hi ha aproximadament 16 amb un quocient intel·lectual per sota de 85.                                      | 3  | 13%   |
| e) El 10% de l'alumnat de 2n de Batxillerat de Catalunya té un quocient intel·lectual per sobre del 130.                                                                          | 3  | 13%   |

Quadre 7. - Freqüències i percentatges a la pregunta 7.

La majoria de les persones participants (73,9%) han escollit l'opció correcta. S'aprecia un nombre no menyspreable de persones que comenten errors relacionats amb els percentatges sota la corba per a valors a les cues de les distribucions en  $\mu \pm \sigma$  o  $\mu \pm 2\sigma$ .

Hi ha també un error destacable amb referència al càlcul del percentatge d'una població de 1000 persones donat el percentatge sota la normal.

A la vista dels resultats i malgrat que els resultats no són del tot dolents, es recomanaria incidir en l'estudi i la interpretació de la distribució normal en la formació del futur professorat tant de primària com de secundària, ja que els errors s'han observat en ambdós grups.

### 6.2.8. Pregunta 8

Aquesta pregunta va estar proposada per primera vegada per Gardfiel (2003) i va ser extreta de l'estudi posterior que van fer Ruz, F., Molina-Portillo, E., Contreras, J.M. (2020). Tracta d'avaluar la capacitat per distingir entre correlació i causalitat.

Quadre 8. - Freqüències i percentatges a la pregunta 8

#### PREGUNTA 8.

Al teu veïnat, mitjançant una anàlisi exploratòria de dades, es va determinar que existia un coeficient de correlació de 0,9 entre el nivell d'ingressos i la quantitat de plàstic reciclat en una setmana. Què ens indica aquest valor? Assenyala **quina d'aquestes frases és la correcta**.

|                                                                                                                                                                                | N  | %      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|--------|
| a) Que guanyar més diners provoca que les persones reciclin més plàstic.                                                                                                       | 4  | 17,4%% |
| b) Que els veïns i veïnes que menys reciclen són els que més diners guanyen.                                                                                                   | 2  | 8,7%%  |
| c) <b>Que malgrat que els veïns que menys guanyen són els que menys reciclen, això no significa necessàriament que guanyar menys sigui la causa de reciclar menys plàstic.</b> | 14 | 60,9%% |
| d) Que la relació entre les dues variables és amb tota seguretat lineal.                                                                                                       | 3  | 13%    |
| e) Que sabent el que guanya una persona podem predir amb un 90% de confiança la quantitat de plàstic que recicla en una setmana.                                               | 5  | 33,3%  |

Un 60,9% del professorat en formació escull l'opció correcta que diferencia les idees d'associació estadística i causalitat, ja que identifiquen el fet que una correlació alta que no implica necessàriament que una variable sigui la causa d'una altra. Potser existeixen d'altres variables que afecten l'estudi i que fan que es produeixi correlació.

L'errada més comuna per a aquesta pregunta ha estat relacionar el terme de correlació amb la precisió d'un hipotètic model explicatiu d'una variable en funció de l'altra. S'observa, doncs, un error que relaciona el coeficient de correlació com una mesura de la precisió d'un model predictiu. Aquest error ha estat comés per un 33,3% dels enquestats.

S'aprecia un alt percentatge de les persones que han relacionat un alt coeficient de correlació amb una correlació lineal, fet que no sempre es pot afirmar. Caldria disposar d'algun tipus de informació, com per exemple una gràfica, per poder veure si la relació es pot aproximar mitjançant un model lineal.

A més, torna a aparèixer certa confusió entre correlació i causalitat a les opcions a) i b), que han estat escollides per un percentatge important de les persones. En tot cas, els resultats mostren el que ja presenten altres estudis (Estrada, 2004; Estepa, 1993) i confirma la idea que es necessària una millor formació en aquest aspecte en l'ensenyament del futur professorat.

#### 6.2.9. Pregunta 9

La pregunta 9 es va introduir amb l'objectiu de poder avaluar els coneixements sobre aspectes relatius al mostreig i la interpretació crítica que es fa dels resultats d'un estudi publicat a premsa per part de les persones enquestades.

#### PREGUNTA 9.

Un estudi a la premsa reflexa que el consum de drogues s'ha reduït entre els joves, a excepció del cànnabis que ha passat d'un 3 a un 3.5%. Al mateix estudi es notifica que el marge d'error de les estimacions en l'estudi és de  $\pm 2.36\%$  segons la mida mostral presa. **Quina d'aquestes afirmacions és certa?**

**Un estudio refleja que descende el consumo de drogas entre jóvenes, a excepción del cannabis**

ceso en el consumo de todas las drogas y sustancias, con la salvedad del caso del cannabis, la única cuyo consumo ha crecido levemente en los últimos dos años (0,5% más). Con distinta fre

|                                                                                                                                           | N  | %     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|-------|
| a) El consum de cànnabis ha augmentat significativament, un 0.5% en mitjana                                                               | 6  | 26,1% |
| b) <b>Si tinguéssim una mida mostral més gran (haguéssim entrevistat més joves), el marge d'error de les estimacions seria més petit.</b> | 19 | 82,6% |
| c) El consum de cànnabis ha augmentat significativament.                                                                                  | 3  | 13%   |
| d) El 3.5% es la quantitat poblacional de joves que prenen cànnabis.                                                                      | 2  | 8,7%  |
| e) En escollir una mostra de 1000 joves, trobarem que aproximadament 35 prenen cànnabis.                                                  | 6  | 26,1% |

Quadre 9. - Freqüències i percentatges a la pregunta 9.

L'opció correcta ha estat seleccionada per un 82,6% dels futurs docents, el que prova una bona interpretació d'aquest col·lectiu sobre la importància de la mida mostral per reduir els marges d'error en un estudi estadístic.

No es produeix, en canvi, una bona interpretació sobre la significativitat de l'estudi. De fet, per poder assegurar que hi ha un canvi significatiu en el consum de cànnabis s'hauria de fer una prova de contrast de la hipòtesi i esbrinar com s'ha fet el mostreig: tipus, selecció dels individus, etc. Amb la informació que tenim és impossible fer aquest tipus de asseveració a) i c).

Es veu també un error en assumir el paràmetre mostral estimat com paràmetre poblacional (8,7%). Per últim s'aprecia una errada comuna amb altres estudis, que consisteix en assumir que qualsevol mostra escollida continuarà tenint els mateixos valors estimats per a la mitjana (26,1%).

### 6.2.10. Pregunta 10

A l'última pregunta del qüestionari es volia valorar el coneixement del futur professorat sobre l'aleatorietat d'un esdeveniment com és el llançament d'un dau i avaluar si el biaix d'equiprobabilitat que s'observa en altres estudis (Vasques, C., 2015) i en la població general es produeix també en el futur professorat.

#### PREGUNTA 10.

Es llença un dau equilibrat 15 vegades obtenint les següents dades: 5,6,2,3,3,3,3,4,4,2,2,5,2,6,5,4,3,2,2,2 Si llencem el dau una altra vegada, quin nombre és més probable que surti: l'1 o el 2? Assenyala l'**afirmació que creguis correcta**.

|                                                                                                                                | N  | %     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|-------|
| a) És més probable que surti un 1, ja que és un valor que encara no ha sortit.                                                 | 1  | 4,35% |
| b) Sembla que tornarà a sortir un 2, ja que està "en ratxa"                                                                    | 0  | 0%    |
| c) La probabilitat que surti un nombre parell és més alta que surti un nombre senar; per tant, és més probable que surti un 2. | 1  | 4,35% |
| d) És més probable que torni a sortir un 2, ja que és el més freqüent a la mostra.                                             | 4  | 17,4% |
| e) <b>És igual de probable que surti un 1 que un 2.</b>                                                                        | 18 | 78,3% |

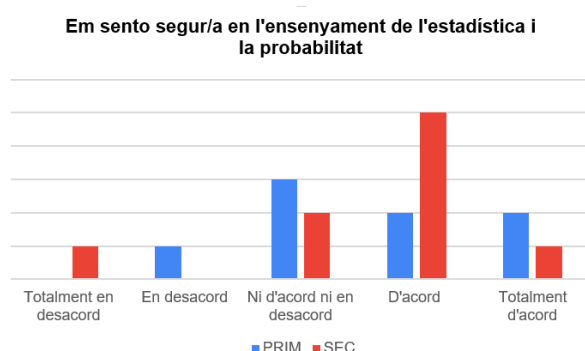
Quadre 10. - Freqüències i percentatges a la pregunta 10.

La gran part del professorat escull de forma correcta l'opció e), que assumeix la independència dels esdeveniments i la equiprobabilitat a cada tirada. Hi ha, però, un preocupant 17,4% que comet l'error de predir el resultat del llançament intentant equilibrar el resultats de les tirades anteriors. És el que s'anomena biaix de recència que, com assenyala Cañizares (1997), informar sobre el resultat de diferents tirades prèvies pot

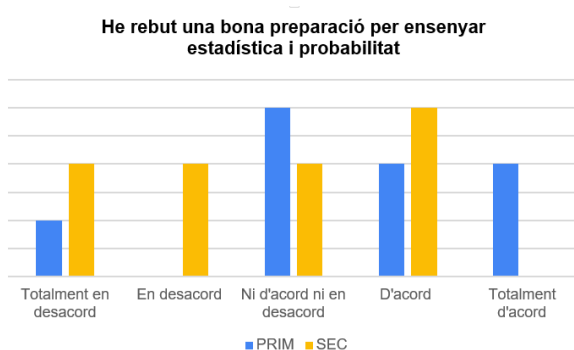
influir en la resposta dels enquestats en considerar el nou esdeveniment depenent dels anteriors. Seria convenient introduir al futur professorat sobre els biaixos en l'estudi de la probabilitat per tal que, després, transmeti informació veraç al seu alumnat.

### 6.2.11. Pregunta 11

Per últim, es va voler introduir una petita part per tal de valorar els aspectes emocionals del futur professorat respecte a aquestes disciplines. En primer lloc es va preguntar si se sentien segurs en l'ensenyament de l'estadística i la probabilitat. Els resultats obtinguts han estat els següents:

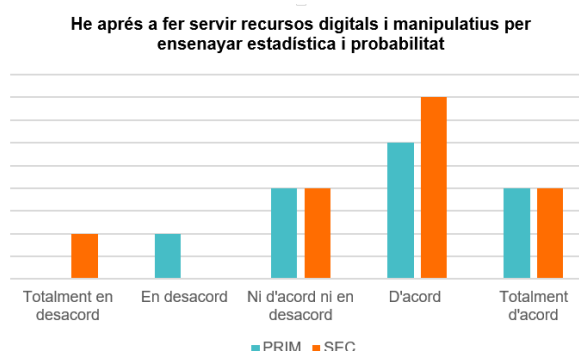


En aquesta ocasió la majoria de les persones es situen en una posició de seguretat respecte a l'ensenyament de l'estadística i la probabilitat.



Malgrat aquesta seguretat i que els resultats quant a coneixements han estat millors entre el professorat de secundària que el de primària, s'aprecia un percentatge important que diu no haver rebut una bona preparació per ensenyar estadística i probabilitat en aquest col·lectiu.

Respecte als recursos, la majoria dels participants diu haver après a fer servir recursos tant digitals com manipulatius per aplicar-los a l'ensenyament de l'estadística i la probabilitat.



### 6.3. Valoració global

Sent conscient de les limitacions que proporcionen els resultats vista la baixa participació en la enquesta, podem afirmar que:

- apareixen diferències significatives entre els coneixements en conceptes d'estadística i probabilitat del futur professorat de primària i de secundària.
- s'aprecien diferències entre els coneixements en conceptes d'estadística dins del grup de futurs professors de secundària en funció de la titulació d'accés al màster de la qual provenen.

S'ha calculat una mesura de la dificultat de cada pregunta en funció dels encerts que s'havien donat a les respostes. S'ha qualificat com encert haver seleccionat una resposta quan era correcta i no haver seleccionat una resposta quan era incorrecta. D'aquesta manera, per a cada pregunta s'ha calculat el grau de dificultat sumant tots els encerts i dividint per 5.

| Dificultat de la pregunta |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| P1                        | P2   | P3   | P4   | P5   | P6   | P7   | P8   | P9   | P10  |
| 7,74                      | 9,48 | 6,17 | 7,30 | 7,22 | 8,35 | 8,35 | 8,00 | 8,17 | 9,04 |

De totes les preguntes, les que més dificultat han presentat són les preguntes 3, 5 i 4, relatives a la interpretació de gràfics i de percentils. Les que menys errors han provocat són les preguntes 2 i 10, relatives als gràfics Box-Plot i al càlcul de probabilitats.

Per ítems de selecció dins de cada pregunta, s'ha calculat un índex d'encert com la mitjana aritmètica dels encerts en seleccionar (o no seleccionar) l'ítem.

Els resultats han estat els següents:

|        | Opció a | Opció b | Opció c | Opció d | Opció e |
|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Preg1  | 7,83    | 7,39    | 8,26    | 6,96    | 8,26    |
| Preg2  | 9,57    | 8,7     | 9,57    | 10      | 9,57    |
| Preg3  | 5,22    | 7,39    | 7,39    | 8,26    | 2,61    |
| Preg4  | 6,1     | 7,39    | 7,39    | 7,39    | 8,26    |
| Preg5  | 3,04    | 7,39    | 9,13    | 7,83    | 8,7     |
| Preg6  | 9,13    | 9,57    | 7,83    | 8,7     | 6,52    |
| Preg7  | 7,83    | 7,39    | 9,13    | 8,7     | 8,7     |
| Preg8  | 8,26    | 9,13    | 6,1     | 8,7     | 7,83    |
| Preg9  | 7,39    | 8,26    | 8,7     | 9,13    | 7,39    |
| Preg10 | 9,57    | 10      | 9,57    | 8,26    | 7,83    |

Els errors més comuns i que han obtingut una mitjana per sota del 7 són els següents:

- No calcular la mitjana ponderada segons el nombre d'aparells fabricats a la pregunta 1.
- Donar per suposat el valor mitjà d'una distribució com el valor individual per a cada element a la pregunta 3.
- No identificar dades mostrals i dades poblacionals a la pregunta 3.

- Interpretar de forma incorrecta el percentil a la pregunta 4.
- No calcular correctament el percentatge de població sota una distribució normal a la pregunta 5.
- No identificar correctament els paràmetres d'una distribució a partir de la seva gràfica a la pregunta 6.
- Relacionar el resultat d'un estudi com significatiu sense tenir coneixement de com s'ha fet el mostreig ni haver fet cap test al respecte a la pregunta 8.

Per tal de poder analitzar les possibles relacions entre les preguntes s'ha fet una anàlisi de correlacions bivariants amb les puntuacions de cada pregunta respecte a la resta. El coeficient que s'ha fet servir és el coeficient de correlació Pearson.

Els resultats mostren una associació significativa de les preguntes 1, 3, 7 i 8, les preguntes 4, 5 i 10, i les preguntes 7 i 9. A la taula següent es mostren tots els resultats obtinguts:

Correlació de Pearson entre les puntuacions a cada pregunta

|         | Preg 1 | Preg 2 | Preg 3 | Preg 4 | Preg 5 | Preg 6 | Preg 7 | Preg 8 | Preg 9 | Preg 10 |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| Preg 1  | 1      | -0,218 | ,617** | 0,266  | 0,4    | 0,19   | ,575** | ,440*  | 0,009  | 0,282   |
| Preg 2  |        | 1      | -0,09  | -0,185 | -0,025 | 0,239  | -0,223 | -0,279 | -0,308 | -0,255  |
| Preg 3  |        |        | 1      | 0,299  | 0,307  | 0,204  | ,493*  | 0,328  | 0,063  | -0,036  |
| Preg 4  |        |        |        | 1      | ,501*  | 0,193  | 0,099  | -0,054 | 0,297  | ,485*   |
| Preg 5  |        |        |        |        | 1      | 0,131  | 0,055  | 0,26   | -0,133 | ,443*   |
| Preg 6  |        |        |        |        |        | 1      | -0,103 | 0,211  | -0,105 | 0,22    |
| Preg 7  |        |        |        |        |        |        | 1      | 0      | ,458*  | -0,047  |
| Preg 8  |        |        |        |        |        |        |        | 1      | -0,079 | 0,199   |
| Preg 9  |        |        |        |        |        |        |        |        | 1      | -0,053  |
| Preg 10 |        |        |        |        |        |        |        |        |        | 1       |

\*\* La correlació és significativa en el nivell 0,01 (bilateral).

\* La correlació es significativa en el nivell 0,05 (bilateral).

## 7. El treball per projectes a l'ensenyament de l'estadística i la probabilitat a secundària. El planter de sondeigs: la meva experiència personal

La metodologia d'ensenyament del treball per projectes és una proposta educativa que comprèn un conjunt d'activitats, organitzades i seqüenciades que, mitjançant el treball cooperatiu, volen obtenir un resultat o producte determinat ( Gil, 2010).

Són moltes les investigacions en aquest camp que indiquen que aquest tipus de treball incrementa la motivació intrínseca per aprendre i promou l'aprenentatge competencial.

Batanero i Díaz (2011) senyalen la importància de introduir els projectes a l'ensenyament de l'estadística per diferents raons. La primera, citant a Anderson y Loynes (1987), és que l'estadística és inseparable de les seves aplicacions i la seva justificació final és la de resoldre problemes externs a la pròpia estadística. Aquest aspecte coincideix amb el que defensen diferents autors sobre el sentit propi de l'estadística i la seva diferència amb les matemàtiques.

D'altra banda, s'assenyala la necessitat de col·locar l'alumnat davant de qüestions com Quin és el problema que vull respondre? Quines dades necessito? Com puc aconseguir aquestes dades? Quin significat té aquest resultat?

Amb l'objectiu de promoure aquest tipus d'aprenentatge, diverses universitats convoquen des de fa anys un concurs de projectes d'estadística als seus territoris. Des de 2010, la FME de la UPC, juntament amb la Facultat d'Economia de la UB i la Facultat de ciències de la UAB, engresquen escoles e instituts de Catalunya a participar al concurs Planter de Sondeigs i Experiments fomentant així l'interès de l'alumnat de secundària i batxillerat per l'Estadística i incentivant la tasca educativa en aquesta àrea del coneixement.

Aquesta proposta té com a objectiu últim arribar a la fase nacional del concurs "Incubadora de Sondeos", organitzat per la SEIO (Sociedad Española de Investigación Operativa), i a la qual intervenen escolars de totes les comunitats autònomes.

### 7.1. Una experiència personal

Com a part d'aquest Treball de Fi de Grau d'Estadística, volia també afegir una valoració personal d'aquesta metodologia de treball. Per tal de fer una anàlisi a la vegada personal i rigorosa, m'he plantejat la següent pregunta: Quines són les fortaleses, debilitats, oportunitats i amenaces del Planter dins del procés d'ensenyament-aprenentatge de l'estadística a secundària?

Per respondre a aquesta pregunta i basant-me, com ja he dit, únicament en la pròpia experiència com a tutora de treballs participants al Planter de Sondeigs des que va començar el concurs el 2010, he procedit a la realització d'una anàlisi qualitativa de diferents aspectes i d'una matriu DAFO sobre el Planter com a eina d'aprenentatge de l'estadística per projectes.

## Debilitats

1 Falta de coneixements per part de l'alumnat sobre eines digitals per a l'estadística.

2 Cansament i falta de compromís per part de l'alumnat, que pot caure en el treball superficial i ràpid.

3 Falta d'espais d'intercanvi d'experiències entre docents i alumnat de diferents centres participants.

4 Falta de materials i guies per als docents de secundària implicats.

## Fortaleses

1 L'objecte d'estudi és escollit per l'alumnat.

2 Se surt de la quotidianitat de l'aula.

3 És el propi alumnat qui escull amb qui vol treballar dins del grup.

4 Manté al professorat actualitzat quant a metodologies.

5 Ajuda l'alumnat a aprendre de forma més efectiva conceptes i metodologies pròpies de l'estadística.

6 Enriqueix la relació entre el docent i l'alumnat.

7

## Amenaces

1 Falta de temps i d'espai dins del currículum.

2 Requereix una quantitat important de treball extra per part del professorat, preparant i guiant el treball particular de cada grup i dins del grup a cada individu.

3 Presentacions en vídeo a més del treball purament estadístic que exigeix dedicació extra.

## Oportunitats

1 Descobrir la implicació de l'estadística en diferents camps de la vida quotidiana.

2 Flexibilitat quant a temes d'estudi, metodologies i eines de treball.

3 Valorar les pròpies capacitats per organitzar un estudi estadístic de principi a fi.

4 Augmentar l'autonomia de l'alumnat.

5 Despertar l'interès de l'alumnat per les matemàtiques a través de l'estadística i la probabilitat.

6 Participar a la fase nacional del concurs.

7 Conscienciar l'alumnat sobre la necessitat de contrastar les fonts de dades i els mètodes per recollir dades en un estudi.

## 8. Conclusions finals

El camí des de l'alfabetització estadística fins a la competència estadística és fonamental per capacitar la futura ciutadania per fer front als desafiaments del món actual impulsat per les dades.

En invertir en la formació i el desenvolupament d'habilitats estadístiques del futur professorat de primària i secundària, podem aconseguir bons professionals de l'educació que puguin ensenyar amb garanties al nostre alumnat per tal de tenir persones capaces de prendre decisions informades, resoldre problemes amb dades i contribuir al progrés econòmic i social del nostre país.

Després de fer aquest treball amb els casos estudiats en la mostra pilot, podem concloure respecte als objectius inicial del treball que:

- hi ha una manca pel que fa a coneixements estadístics i matemàtics entre l'alumnat de secundària obligatòria.
- s'aprecia una manca de coneixements específics sobre probabilitat i estadística entre el professorat de primària i secundària.
- es percep una diferència significativa en el coneixement estadístic entre el futur professorat de primària i de secundària.
- es constata una diferència en el coneixement específic en matèria de probabilitat i estadística del futur professorat de secundària en funció de la titulació d'accés als estudis de màster.

A partir d'aquestes dades podríem afirmar que cal impulsar la formació del nostre futur professorat incloent formació específica sobre estadística i probabilitat tant als graus d'infantil i primària com també al màster del professorat.

No cal oblidar tampoc la formació contínua per al professorat en actiu i la continuació d'iniciatives com la del Planter de Sondeigs i Experiments, que possibiliten a l'alumnat un contacte directe amb el treball estadístic. Com a proposta a nivell particular, penso que es podria estendre el concurs a la participació d'altres universitats amb seu a tot el territori català, amb la possibilitat de dur a terme fases provincials més atractives per als centres propers a aquestes seus.

## 9. Bibliografía

Aguilar Fernández, Eduardo & Zamora-Araya, José & Oviedo, Helen. (2021). Alfabetización, razonamiento y pensamiento estadísticos: competencias específicas que requieren promoverse en el aula. IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH. 12. e11118. 10.33010/ie\_rie\_rediech.v12i0.1118.

Alcañiz, Manuela & Paz, Dídac. (2011). Disseny d'enquestes per a la investigació social.

Ayuga-Téllez, Esperanza, González-García, Concepción, Grande-Ortiz, María A., Martínez-Falero Eugenio. Diseño de un cuestionario para evaluar conocimientos básicos de estadística de estudiantes del último curso de ingeniería. Formación Universitaria [en línea]. 2012, 5(1), 21-32[fecha de Consulta 28 de Marzo de 2024]. ISSN. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=373534509004>

Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, 15, 2-13.

Batanero, C. Y Godino, J. (2005). Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. En R. Luengo (Ed.), *Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas* (pp 203- 226). Badajoz: Universidad de Extremadura.

Batanero, C., Díaz, C. (2011). Estadística con Proyectos. Granada: Departamento de didáctica de la Matemática.

Beltrán-Pellicer, P., Godino, J. D. y Giacomone, B. (2018). Elaboración de indicadores específicos de idoneidad didáctica en probabilidad: aplicación para la reflexión sobre la práctica docente. *Bolema*, 32(61), 526-548. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v32n61a11>.

Beltrán-Pellicer, Pablo & Ángel, Alsina. (2022). La competencia matemática en el currículo español de Educación Primaria. *Márgenes Revista de Educación de la Universidad de Málaga*. 3. 31-58. <https://shre.ink/DCSw>

Gea, M. M., Batanero, C., Arteaga, P. y Estepa, A. (2019). Conocimiento especializado de correlación y regresión en futuros profesores de educación secundaria. *Profesorado*, 23(2), 397-419. <https://doi.org/10.30827/profesorado.v23i2.9693>

Gil Armas, A. (2010). Proyecto de Estadística en Primaria. Material editado por el Instituto Canario de Estadística (ISTAC). *Revista Didáctica de las Matemáticas*, 75, 121-129.

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, 31(57), 90-113. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>.

Estrada Roca, M. Asunción; Batanero Bernabéu, Carmen, Dir.; Fortuny, Josep M. (2003) Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del

profesorado: tesis doctoral. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona, 2003. ISBN 8468806099. Tesi doctoral - Universitat Autònoma de Barcelona, Facultat de Ciències de l'Educació, Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals, 2002 <<https://ddd.uab.cat/record/38525>> [Consulta: 8 abril 2024].

Franco, J. & Alsina, A. (2022). Conocimiento especializado del profesorado de Educación Primaria para enseñar estadística y probabilidad. *Educación Matemática*. 34. 65-96. 10.24844/EM3403.03.

Guerrero Treviño, H., Ortiz de Haro, J. J., & Contreras García, J. M. (2017). Evaluación del conocimiento sobre esperanza matemática y juegos equitativos en estudiantes de bachillerato. *Avances De Investigación En Educación Matemática*, (11), 107–125. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i11.170>

Izaguirre, A., Anasagasti, J., & Berciano, A. (2023). Conocimiento estadístico del futuro profesorado de educación primaria en la representación de datos. *Avances De Investigación En Educación Matemática*, (24), 111–130. <https://doi.org/10.35763/aiem24.4646>

López-Roldán, P., & Fachelli, S. (2015). Metodología de la investigación social cuantitativa.

López Rupérez, F., García García, I., Un análisis DAFO cuantitativo para la educación española.(2023) *Revista de Educación* 401, 229-260 [Un análisis DAFO cuantitativo para la educación española \(educacion.gob.es\)](https://www.educacion.gob.es/un-analisis-dafo-cuantitativo-para-la-educacion-espanola)

Muñiz-Rodríguez, L., Velázquez, P. A., Muñiz, L. J. R. y Valcke, M. (2016). ¿Hay un vacío en la formación inicial del profesorado de matemáticas de secundaria en España respecto a otros países? *Revista de Educación*, 372, 106-132. <http://dx.doi.org/10.4438/1988-592X-RE-2015-372-317>

Muñiz-Rodríguez, L., Aguilar-González, Á. y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2020). Perfiles del futuro profesorado de matemáticas a partir de sus competencias profesionales. *Enseñanza de las Ciencias*, 38(2), 141-161. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3161>

Ortega-Rodríguez, Pablo. (2023). Factores Asociados al Rendimiento en Matemáticas de Estudiantes Españoles en Educación Primaria. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*. 21. 175-191. DOI:[10.15366/reice2023.21.3.010](https://doi.org/10.15366/reice2023.21.3.010)

Palarea Medina, M. M. (2011). Informe del Seminario: La formación inicial del profesorado de matemáticas ante la implantación de los nuevos grados en infantil, primaria y máster de secundaria. *Educatio Siglo XXI*, 29(2), 225–234. Recuperado a partir de <https://revistas.um.es/educatio/article/view/133041>

Parmenter, K. y Wardle, J. (2000) Evaluation and design of nutrition knowledge measures. *J Nutr Educ*: 32, 269-277 [https://doi.org/10.1016/S0022-3182\(00\)70575-9](https://doi.org/10.1016/S0022-3182(00)70575-9).

Quero Virla, M., (2010). Confiabilidad y coeficiente Alpha de Cronbach. Telos, 12(2) ,248-252.[fecha de Consulta 4 de Junio de 2024]. ISSN: 1317-0570. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=99315569010>

Quiroga Parra, D., (2008). Metodología para hacer prospectiva empresarial en la sociedad de la información y el conocimiento. Revista Economía y Administración: 70 (70), 25- 44

Rico Romero, L., Díez Lozano, Ángel, Castro Martínez, E., & Lupiáñez Gómez, J. L. (2011). Currículo de matemáticas para la educación obligatoria en España durante el periodo 1945-2010. Educatio Siglo XXI, 29(2), 139–172. Recuperado a partir de <https://revistas.um.es/educatio/article/view/133011>

Rodríguez-Rodríguez, J., y Reguant-Álvarez, M. (2020). Calcular la fiabilidad de un cuestionario o escala mediante el SPSS: el coeficiente alfa de Cronbach. REIRE Revista d'Innovació i Recerca en Educació, 13(2), 1–13. <https://doi.org/10.1344/reire2020.13.23004>

Roldán López de Hierro, A. F., Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2020). Comprensión del intervalo de confianza por estudiantes de Bachillerato. *Avances De Investigación En Educación Matemática*, (18), 103–117. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i18.284>.

Ruz, F., Molina-Portillo, E., & Contreras, J. M. (2020). Evaluación de conocimientos sobre el contenido de estadística descriptiva de futuros profesores de matemáticas. *Avances De Investigación En Educación Matemática*, (18), 55–71. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i18.268>

Vásquez Ortiz, C., & Alsina Pastells, Ángel. (2015). El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: Un análisis global desde el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático. *Avances De Investigación En Educación Matemática*, (7), 27–48. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i7.104>

Zamora-Araya, J. A., Aguilar-Fernández, E. y Guillén-Oviedo, H. S. (2022). Educación Estadística: tendencias para su enseñanza y aprendizaje en educación secundaria y terciaria. *Revista Educación*, 46(1). <http://doi.org/10.15517/revedu.v46i1.4349>

PISA 2022. Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes. Informe español - libreria.educacion.gob.es

Real Decreto 157/2022, de 1 de març, por el que se estableixen la ordenació i els ensenyaments mínims de la Educació Primària. *BOE núm. 52, de 2 de març de 2022, pàgines 24386 a 24504 (119 pàgs.) Secció: I. Disposicions generals.* Ministeri de Educació y Formació Professional. Referencia: BOE-A-2022-3296. <https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/03/01/157>

Decret 175/2022, de 27 de setembre, d'ordenació dels ensenyaments de l'educació bàsica <https://portaldogc.gencat.cat/utisEADOP/PDF/8762/1928585.pdf>

## 10. Webgrafia

[Cómo citar - Diseño de un cuestionario para evaluar conocimientos básicos de estadística de estudiantes del último curso de ingeniería \(redalyc.org\)](#)

[webfs.oecd.org/pisa2022/4. Using the PISA data explorer tool.mp4](#)

[Datos - PISA \(oecd.org\)](#)

## Annex 1.

### QÜESTIONARI SOBRE COMPETÈNCIA ESTADÍSTICA AL FUTUR PROFESSORAT

#### ÍTEMS DE CARACTERÍSTIQUES DE LA PERSONA

1. Edat - Sexe
  2. Experiència docent en matemàtiques
  3. Via d'accés als estudis de Grau / Màster
  4. Nivell de docència per al qual s'està formant
- Qualifica de 1 a 5 (1:insuficient 2:poca 3:suficient 4:notable 5:excelent) la formació que vas tenir en Estadística i Probabilitat durant la teva formació en:
    - PRIMÀRIA
    - SECUNDÀRIA
    - CICLE FORMATIU/ BATXILLERAT
    - GRAU

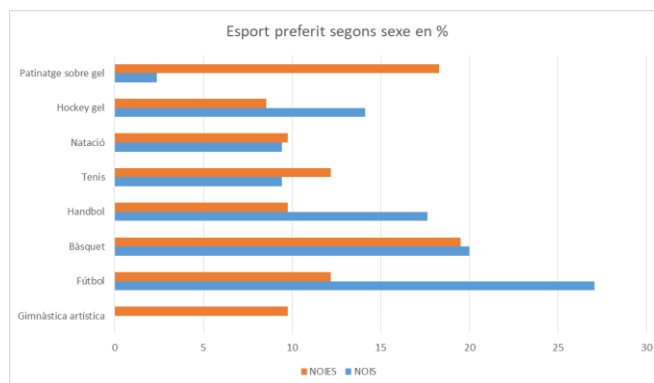
#### ÍTEMS RELATIUS AL CONEIXEMENT DEL CONTINGUTS

##### ÍTEM 1. (Elaboració pròpia); Context: Social ; Procés: Reproductiu

A l'institut de Puigcerdà es va fer una enquesta per tal de saber quin era l'esport que més agradava als estudiants. A l'enquesta van participar el 100% del total dels estudiants del centre. Les dades obtingudes es van recollir a la següent taula:

**Esport preferit**

|       | Gimnàstica artística | Futbol | Bàsquet | Hàndbol | Tenis | Natació | Hoquei sobre gel | Patinatge sobre gel |
|-------|----------------------|--------|---------|---------|-------|---------|------------------|---------------------|
| Nois  | 0                    | 23     | 17      | 15      | 8     | 8       | 12               | 2                   |
| Noies | 8                    | 10     | 16      | 8       | 10    | 8       | 7                | 15                  |



Respon les següents qüestions i justifica la teva resposta:

- a) Quin és l'esport que més agrada a les noies?
- b) D'acord amb les dades, quin és l'esport preferit pel conjunt d'estudiants de l'institut?
- c) Quina és la probabilitat que escollida una persona a l'atzar el seu esport preferit sigui el tenis?
- d) Quina és la probabilitat que escollida una noia el seu esport preferit sigui la gimnàstica artística?
- e) Quina és la probabilitat que si escollim una persona a l'atzar aquesta persona sigui un noi i el seu esport preferit sigui el tenis?
- f) Quina és la probabilitat que escollida una persona a l'atzar aquesta persona sigui una noia o el seu esport preferit sigui la natació?

## ÍTEM 2. Extret Proves PISA alliberades de 2012; Context: Professional; Procés: Connexió

L'empresa "Elextrix" fabrica dos tipus d'aparells electrònics: telèfons mòbils i tauletes digitals. Tots els aparells es proven en finalitzar la producció diària i els defectuosos es retiren i s'envien a reparar.

La taula següent mostra el nombre mitjà d'aparells de cada tipus que es fabriquen al dia i el percentatge mitjà d'aparells defectuosos que es troben.

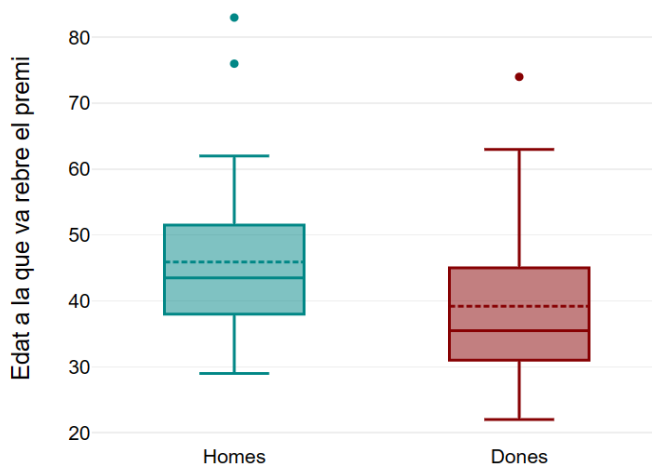
| Tipus d'aparell   | Nombre mitjà d'aparells fabricats diàriament | Percentatge mitjà d'aparells defectuosos |
|-------------------|----------------------------------------------|------------------------------------------|
| Telèfons mòbils   | 2000                                         | 5%                                       |
| Tauletes digitals | 6000                                         | 3%                                       |

A continuació es presenten varies afirmacions. Creus que són correctes? Respon SÍ o NO a cadascuna d'elles i justifica la teva resposta.

- f) Un terç dels aparells fabricats diàriament són telèfons mòbils.
- g) A cada lot de 100 telèfons mòbils hi ha, exactament, 5 defectuosos.
- h) Si de la producció diària escollim a l'atzar una tauleta per provar-la, la probabilitat que s'hagi de reparar és de 0,03.
- i) De mitjana, el nombre de tauletes que s'envien cada dia a reparar es major que el de telèfons mòbils.
- j) El percentatge mitjà d'aparells defectuosos que es fabriquen és del 4%.

## ÍTEM 3. Elaboració pròpia. Context: Social. Procés: Reflexiu - Reproductiu

El següent gràfic mostra l'edat a la qual diferents actors i actrius van rebre el premi a millor actor/actriu principal durant els últims 50 anys.

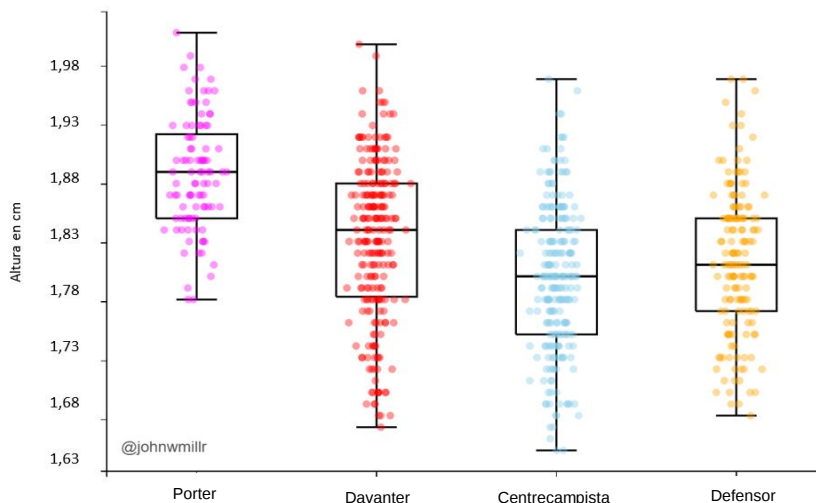


A continuació es presenten varies afirmacions. Creus que són correctes? Respon SÍ o NO a cadascuna d'elles i justifica la teva resposta.

- a) Les dones reben més premis que els homes per les seves interpretacions.
- b) Els homes a partir dels quaranta són millor valorats que les dones de més de quaranta.
- c) Les dones reben premis fins a més edat que els homes degut a que l'esperança de vida de les actrius és major que la dels homes.
- d) Hi ha més dones que han rebut premis a partir dels 35 que homes en aquesta mateixa edat.

#### ÍTEM 4. Elaboració pròpia; Context: Social; Procés: Reproductiu

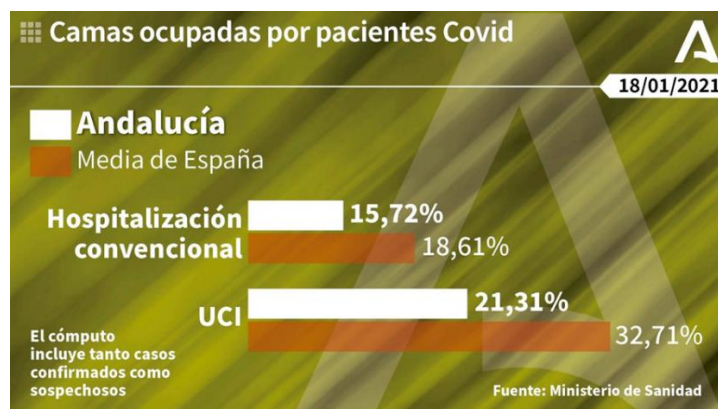
El següent gràfic mostra les alçades dels jugadors de la lliga de futbol europea diferenciada per la posició en què juguen. Digues si estàs d'acord o no amb les següents afirmacions justificant la teva resposta.



- a) Els porters són en mitjana més alts que la resta de jugadors.
- b) La variabilitat en les alçades dels defensor és significativament major que en els centrecampistes.
- c) Els davanter son els menys alts de tots els jugadors.
- d) El 25% dels porters mesuren més de 1,98 cm.
- e) El jugadors que més gols marquen als partits son sempre els davanter.

#### ÍTEM 5. Elaboració pròpia. Context social

La següent informació es va presentar a través del les xarxes socials des de la Junta d'Andalusia.



<sup>[1]</sup> Publicat a la xarxa social X per la Junta d'Andalusia.

Respon les següents preguntes:

- a) Quina és la informació que creus que es vol transmetre?
- b) Penses que el gràfic és adient?
- c) Com faries servir aquesta eina a la teva classe?

<sup>[1]</sup> Recollit de X (consulta 10/04/24 publicat 19/01/21 a les 10:22 a.m. por @AndalusiaJunta: compte oficial del la Junta d'Andalusia

## ÍTEM 6.Elaboració pròpia. Context social; Procés Reflexiu

La següent informació va ser publicada per un mitjà de comunicació a través de les seves xarxes socials a finals de desembre de 2023.

El número de movilizaciones celebradas en la Comunidad de Madrid en los primeros 11 meses de 2023 se dispara y amenaza con superar el total de 2022

[elconfidencial.com/espana/2023-12...](https://elconfidencial.com/espana/2023-12...)



10:50 a. m. • 27 dic. 2023 • 96,8 mil Reproducciones

<sup>11</sup> Recogido de X (consulta 10/04/24 publicado el 27/12/23 a les 10:53 a.m. por @ElConfidencial

Respon les següents qüestions i justifica la teva resposta:

- Creus que el gràfic és adequat per explicar la informació que es vol transmetre a l'espectador?
- Com faries servir aquesta eina a la teva classe?

## ÍTEM 7. Adaptat de Pallauta, J. Batanero, C. Gea, M. (2023) Un instrumento para evaluar la comprensión de tablas estadísticas en secundaria). Context científic. Procés: Reproductiu

Es fa un estudi sobre el temps que triga un fàrmac en fer efecte en un grup de persones. La següent taula mostra els temps de resposta i les seves freqüències:

| Temps de resposta d'un fàrmac en un grup de persones |                     |                      |
|------------------------------------------------------|---------------------|----------------------|
| Temps (min)                                          | Freqüència absoluta | Freqüència acumulada |
| [0- 15)                                              | 3                   | 3                    |
| [15- 30)                                             | 12                  | 15                   |
| [30- 45)                                             | 18                  | 33                   |
| [45-60)                                              | 20                  | 53                   |

Digues si estàs d'acord o no amb les següents afirmacions tot justificant la teva resposta.

- Hi ha 20 persones que reaccionen al fàrmac en menys de 60 minuts.
- Hi ha 38 persones que reaccionen al fàrmac en 30 minuts o més.
- Aquest medicament està considerat d'acció llarga.

**ÍTEM 8. Adaptat de Ruz, F. Molina-Portillo, E. Contreras, J.M., (2020) Context personal; Procés: Reflexiu**

La puntuació obtinguda per l'Anna en una prova de probabilitat correspon al percentil 35 respecte al seu grup, mentre que el resultat de l'Elena en la mateixa prova correspon al percentil 70. ¿Quines de les següents afirmacions consideres correctes? Justifica la teva resposta.

- a) L'Anna va obtenir una puntuació igual o millor que la de 35 companys i companyes del seu grup.
- b) L'Anna respon bé aproximadament a una tercera part de la prova
- c) L'Elena obté el doble de puntuació que l'Anna a la prova
- d) El 30% dels companys i companyes del grup van obtenir millor o igual puntuació que l'Elena.
- e) El 30% dels companys i companyes del grup van obtenir millor o igual puntuació que l'Anna.

**ÍTEM 10. Adaptat de Ruz, F. Molina-Portillo, E. Contreras, J.M., (2020) Context social; Procés: Reflexiu**

Al teu veïnat, mitjançant una anàlisi exploratòria de dades es va determinar un coeficient de correlació de 0,9 entre el nivell d'ingressos i la quantitat de plàstic reciclat en una setmana. Què ens indica aquest valor?

Indica les opcions correctes i justifica la teva resposta.

- a) Que guanyar més diner provoca que les persones reciclin més plàstic.
- b) Que els veïns i les veïnes que menys reciclen són els que més diners guanyen.
- c) Que malgrat que els veïns que menys guanyen són els que menys reciclen, això no significa necessàriament que guanyar menys sigui la causa de reciclar menys plàstic.
- d) Que les persones que més guanyen són efectivament les que més plàstic reciclen.

**ÍTEM 11. Adaptat de A la classe de matemàtiques de sisè de primària es planteja el següent problema:**

“Es llença un dau 10 vegades obtenint les següents dades: 3,6,2,3,4,4,3,2,6,2. Si llencem el dau altra vegada, quin nombre és més probable que surti l'1 o el 2?

- a) Respon de manera justificada la pregunta.
- b) Quin creus que és l'objectiu d'aquesta tasca dins del currículum de matemàtiques de primària?
- c) Quin tipus de recurs faries servir a l'aula per representar el problema?
- d) Quines penses que poden ser les dificultats de l'alumnat a l'hora de respondre correctament a la pregunta?

**ÍTEM 12. Adaptat de Vásquez, C., Alsina, A. (2015). Context: Professional. Procés: Reflectiu**  
A la classe de matemàtiques de sisè de primària es planteja el següent problema:

“Es llença un dau 10 vegades obtenint les següents dades: 3,6,2,3,4,4,3,2,6,2. Si llencem el dau altra vegada, quin nombre és més probable que surti l'1 o el 2?

- a) Respon de manera justificada la pregunta?
- b) Quin creus que és l'objectiu d'aquesta tasca dins del currículum de matemàtiques de primària?
- c) Quin tipus de recurs faries servir a l'aula per representar el problema?
- d) Quines penses que poden ser les dificultats de l'alumnat a la hora de respondre correctament la pregunta?

**ÍTEM 13. Adaptat de Vásquez, C., Alsina, A. (2015). Context: Professional. Procés: Reflectiu**  
Es proposa a un grup d'alumnes de segon curs d'ESO la següent activitat.

Tenim dues caixes una amb 3 boles blanques i tres negres i l'altra amb cinc boles negres i 3 blanques.

Ens donen 1€ si, en treure una bola d'una de les caixes, aquesta és de color blanc. De quina caixa prefereixes fer la extracció?

- Respon la pregunta justificant la teva elecció.
- Quins conceptes i/o propietats es treballen amb aquesta activitat?
- Describeix les possibles dificultats a les quals es pot enfrontar l'alumnat per resoldre de forma correcta el problema.
- Quina estratègia faries servir per ajudar l'alumnat que ha respost de forma errònia a detectar l'errada? Justifica la teva resposta.

**ÍTEM 14. Adaptat de Gea, M. M., & Fernandes, J. A. (2018). Context: Professional. Procés: Reproductiu-Reflectiu**

Hem plantejat la següent activitat a una classe de matemàtiques de secundària: "En un grup de 25 persones, 10 són homes i 15 són dones. Si escollim dues persones a l'atzar, quina és la probabilitat d'escollir un home i una dona?"

- Respon la pregunta justificant la teva resposta.
- A continuació es mostren les respostes de 3 estudiants a la pregunta feta:

$$\begin{aligned}
 a) P(\text{home y mujer}) &= \frac{10}{25} \cdot \frac{15}{25} = \frac{150}{625} = \frac{6}{25} \\
 b) P(\text{home y mujer}) &= \frac{10}{25} \cdot \frac{15}{24} + \frac{10}{25} \cdot \frac{15}{24} = \frac{150}{600} + \frac{150}{600} = \frac{1}{2} \\
 c) P(\text{home y mujer}) &= \frac{10}{25} + \frac{15}{24} + \frac{15}{25} + \frac{10}{24} = \frac{41}{40} + \frac{41}{40} = \frac{41}{20}
 \end{aligned}$$

- Classifica les respostes en correctes o incorrectes. En cas que siguin incorrectes indica els errors comesos pels estudiants.

**ÍTEM 15. De Anasagasti, J. (2019) Context: Científic. Procés: Connectiu- Reflexiu**

El centre meteorològic català va voler avaluar la precisió de les prediccions d'un dels seus meteoròlegs. Van mirar els seus arxius els dies en què aquesta persona va predir amb un 70% de probabilitat pluja i després va comparar les prediccions amb els registres que indicaven si va ploure o no.

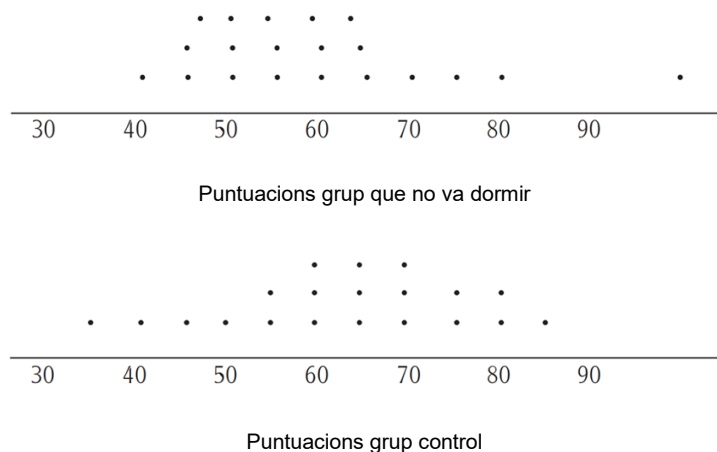
La predicció de 70% de possibilitat de pluja pot considerar-se molt precisa si va ploure:

- entre un 95% i un 100% dels dies
- entre un 85% i un 94% dels dies
- entre un 75% i un 84% dels dies
- entre un 64% i un 74% dels dies
- entre un 55% i un 64% dels dies

**ÍTEM 16. De Anasagasti, J. (2019) Context: Científic. Procés: Connectiu- Reflexiu**

40 estudiants universitaris van participar en un estudi sobre l'efecte de la son sobre les puntuacions als exàmens. Vint dels estudiants van estar voluntàriament deserts i estudiant tota la nit anterior a la prova (grup que no va dormir) i els altres 20 (grup control) van anara dormir a les 11 de la nit el dia anterior a la prova.

Les puntuacions a la prova es mostren en aquests dos gràfics on cada punt indica la puntuació de cada estudiant a l'examen.



Escull entre les possibilitats que es donen a continuació les que creguis que són correctes:

- a) El grup que no va dormir ho va fer millor perquè cap dels estudiants va puntuar per sota de 40 i la màxima puntuació va ser obtinguda per un estudiant d'aquest grup.
- b) El grup que no va dormir ho va fer millor perquè la seva nota mitjana sembla ser una mica més alta que la mitjana del grup de control.
- c) No hi ha diferència entre tots dos grups ja que hi ha un solapament considerable a les puntuacions d'ambdós.
- d) No hi ha diferència entre els dos grups perquè la diferència entre les seves mitjanes es petita comparada amb la quantitat de variació de les seves puntuacions.
- e) El grup de control ho va fer millor ja que va haver-hi més estudiants que van puntuar 80 o més.
- f) El grup de control ho va fer millor ja que la seu mitjana va ser major que la mitjana del grup que no va dormir.

**ÍTEM 17. De Anasagasti, J. (2019) Context: Social. Procés: Connectiu-Reflexiu**

El comitè escolar d'una petita ciutat va determinar el nombre mitjà de nens per família a la seva ciutat dividint el nombre total de nens per 50, que és el nombre total de famílies al poble. Quina de les afirmacions següents seran certes si el nombre mitjà de nens per família ha estat de 2.2? Justifica la teva resposta:

- a) La meitat de les famílies de la ciutat tenen més de 2 nens.
- b) A la ciutat hi ha més famílies amb 3 nens que amb 2 nens.
- c) Hi ha un total de 110 nens a la ciutat.
- d) Hi ha 2.2 nens per cada adult a la ciutat.
- e) El nombre més comú de nens en una família és 2.

**ÍTEM 18. Adaptat de Anasagasti, J. (2019) Context Professional. Procés Reflexiu**

Es calcula un interval de confiança del 95% amb una mostra de 100 alumnes per calcular la mitjana de la nota de l'alumnat de secundària a la prova de competència matemàtica. Quines de les següents afirmacions consideres certes:

- a) Si la desviació típica de la població disminueix, l'amplada de l'interval no canvia.
- b) Si agafem una mostra d'altres 100 alumnes, hi ha una probabilitat del 95% que la mitjana de les notes estigui en aquest interval.
- c) Si la desviació típica de la població augmenta, l'amplada del interval també augmenta.
- d) Si mantenim les dades i reduïm el nivell de confiança, l'interval serà menys precís.
- e) Hi ha la possibilitat que, en calcular el veritable valor de la nota mitjana en la població, aquesta no sigui dins l'interval.
- f) L'ample de l'interval de confiança no depèn de la mitjana de la mostra.

**Ítem 19. Context Professional. Procés: Reflexiu pràctica docent (Elaboració pròpia)**

Quina d'aquestes eines informàtiques penses que es podrien introduir a les aules per tal de poder treballar millor l'estadística i la probabilitat.

- |                         |            |
|-------------------------|------------|
| a) Full de càlcul Excel | f) R       |
| b) Geogebra             | g) Python  |
| c) Desmos               | h) DataTab |
| d) Outlook              | i) Altres  |
| e) Word                 |            |

**Ítem 20. Context Professional. Procés: Reflexiu-pràctica docent. (Elaboració pròpia)**

D'aquesta llista de graus que s'ofereixen a la UB o la UPC, digues en quins creus que la matèria d'Estadística hauria d'estar present com a troncal o obligatòria. Enumera, al menys, un motiu pel que has fet o no l'elecció.

- |                                     |                                              |
|-------------------------------------|----------------------------------------------|
| a) Economia.                        | e) Geografia i Canvi global.                 |
| b) Direcció d'Empreses.             | f) Ciències Polítiques i de l'Administració. |
| c) Educació infantil i primària.    | g) Sociologia.                               |
| d) Enginyeria de Telecomunicacions. | h) Bioquímica.                               |

## Annex 2

### **QÜESTIONARI SOBRE COMPETÈNCIA EN CONEIXEMENT I DIDÀCTICA DE L'ESTADÍSTICA I LA PROBABILITAT AL FUTUR PROFESSORAT DE SECUNDÀRIA VERSIÓ DEFINITIVA**

Aquest qüestionari està fet en el marc d'un TFG del Grau en Estadística. L'objectiu és avaluar els coneixements estadístics del futur professorat de secundària i primària per tal de donar un diagnòstic acurat de la situació actual.

#### **ÍTEMS DE CARACTERÍSTIQUES DE LA PERSONA**

1. Edat:
2. Sexe:
3. Universitat on s'està cursant el màster / grau de primària
4. Titulació d'accés al màster / grau de primària

**Les preguntes que hi ha a continuació estan relacionades amb alguns continguts relatius a l'estadística i la probabilitat. A cada pregunta hi ha segur una resposta correcta i a d'altres dos.**

**Et demano que llegeixis amb atenció els enunciats on s'indica si hi ha més d'una resposta correcta o no.**

**PREGUNTA 1.** L'empresa "Elextrix" fabrica dos tipus d'aparells electrònics: telèfons mòbils i tauletes digitals. Tots els aparells es proven en finalitzar la producció diària i els defectuosos es retiren i s'envien a reparar.

La taula següent mostra el nombre mig d'aparells de cada tipus que es fabriquen al dia i el percentatge mig d'aparells defectuosos que es troben.

| <b>Tipus d'aparell</b> | <b>Nombre mig d'aparells fabricats diàriament</b> | <b>Percentatge mig d'aparells defectuosos</b> |
|------------------------|---------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| Telèfons mòbils        | 2000                                              | 5%                                            |
| Tauletes digitals      | 6000                                              | 3%                                            |

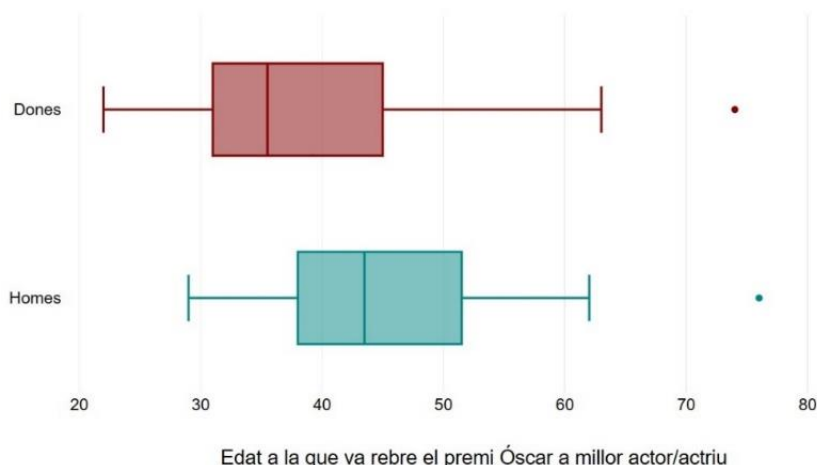
A continuació es presenten diverses afirmacions. Assenyala aquelles que creguis que són certes:

- a) Un terç dels aparells fabricats diàriament són telèfons mòbils.
- b) A cada lot de 100 telèfons mòbils hi ha, exactament, 5 defectuosos.
- c) **Si de la producció diària escollim a l'atzar una tauleta per provar-la, la probabilitat que s'hagi de reparar és de 0,03**
- d) **De mitjana el nombre de tauletes que s'envien cada dia a reparar és major que el de telèfons mòbils.**
- e) El percentatge mig d'aparells defectuosos que es fabriquen és del 4%.

**PREGUNTA 1. (5 ítems) Es pretén avaluar la competència en la interpretació de taules estadístiques i associar la resposta a diferents conceptes estadístics (freqüències-probabilitats, mostra-població, càlcul de totals a partir de probabilitats).**

**PREGUNTA 2. Elaboració pròpia. Context: Social. Procés: Reflexiu – Reproductiu**

El següent gràfic mostra l'edat de 50 actors i de 50 actrius que van rebre el premi Óscar a millor actor/actriu principal des de 1970 fins a 2021.



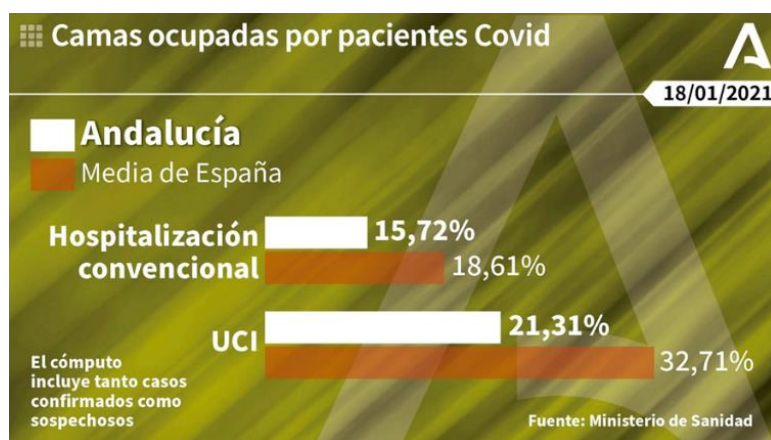
A la vista dels gràfics, **quines d'aquestes afirmacions es pot assegurar que són certes?**

- a) El percentatge d'homes de més de 40 anys premiats és similar al percentatge de dones de més de 40 premiades.
- b) El percentatge de dones que reben el premi entre els 40 i els 50 anys és major que el de homes en aquesta mateixa franja d'edat.
- c) **Podríem dir que és poc probable que es premiï a una persona amb més de 60 anys.**
- d) Més del 50% dels homes premiats són menors de 40 anys.
- e) **Més del 50% de les dones premiades són menors de 40 anys.**

**PREGUNTA 2. (5 ítems) Es pretén avaluar la competència en la interpretació de gràfics tipus box-plot.**

**PREGUNTA 3. Elaboració pròpia. Context social. Procés: Reflexiu – Reproductiu**

La següent informació es va presentar a través de les xarxes socials des de la Junta d'Andalusia el 18/01/2021



Indica **quines d'aquestes afirmacions** serien certes a la vista de la imatge:

- a) A Andalusia el percentatge de llits ocupats a les UCI és menor que a la resta de comunitats autònomes.
- b) A la informació publicada es vol magnificar la diferència entre l'ocupació de llits a la comunitat andalusa i l'ocupació de llits a la resta de comunitats espanyoles.**
- c) La diferència dels percentatges de llits ocupats en hospitalització convencional entre Andalusia i la mitjana de Espanya està correctament representada al gràfic.
- d) És cert que l'ocupació de llits a Andalusia és menor que la d'altres comunitats com Galícia.
- e) En aquestes dades no hi ha error mostral, ja que són dades de tota la població.**

<sup>[1]</sup> Extret de X (consulta 10/04/24 publicat 19/01/21 a les 10:22 a.m. per @AndaluciaJunta: compte oficial de la Junta de Andalusia.

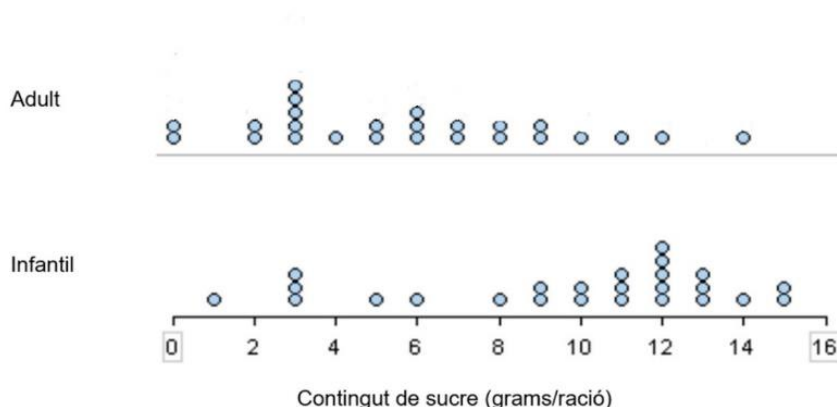
**PREGUNTA 3. (3 ítems) Analitza la capacitat crítica del professorat per avaluar la construcció de gràfics i l'ús dels gràfics als mitjans de comunicació.**

**PREGUNTA 4. Elaboració pròpia. Context científic. Procés reflexiu.**

Els gràfics que es mostren a continuació representen el contingut de sucre per ració en 25 paquets de cereals orientats al consum infantil i en 25 paquets de cereals orientats al consum adult.

Tenim també els càlculs de la mitjana i la desviació tipus de les dues mostres, però hem oblidat de quin grup és cadascun: Per a una de les mostres el contingut mig de sucre ha estat de 5.84 g/ració amb una desviació tipus de 3.7 g/ració. Per l'altra, els valors serien 9.72 g/ració i 4.1 g/ració respectivament.

Escull entre les possibilitats que es mostren a continuació **totes les que creguis correctes**:



Escull entre les possibilitats que es donen a continuació les que creguis que són correctes:

- a) Els cereals infantils contenen de mitjana més quantitat de sucre que els cereals d'adults.**
- b) La mitjana del contingut de sucre dels cereals d'adult coincideix amb la mitjana del contingut de sucre dels cereals infantils.
- c) A la distribució del contingut de sucre dels cereals d'adults, la moda varia dins de l'interval entre 3 i 6 grams per ració.
- d) La mitjana i la desviació tipus dels cereals d'adults és 5.84 g/ració i 3.7 g/ració respectivament.**
- e) La mitjana i la desviació tipus dels cereals de nens és 5.84 g/ració i 3.7 g/ració respectivament.

**PREGUNTA 4. (5 ítems) Es tracta d'avaluar la capacitat del professorat per extreure informació de les mesures d'una distribució a partir d'un gràfic de punts i fer comparacions entre dues distribucions.**

**PREGUNTA 5. Adaptat de Ruz, F.; Molina-Portillo, E; Contreras, JM. (2020) Context professional. Procés: Reflexiu.**

La puntuació obtinguda per l'Anna en una prova de probabilitat correspon al percentil del 35% respecte al seu grup, mentre que el resultat de l'Elena a la mateixa prova correspon al percentil del 70%.

**Quines** d'aquestes afirmacions consideres que **són correctes**?

- a) **L'Anna va obtenir una puntuació igual o millor que la de 35 companys i companyes del seu grup.**
- b) L'Anna respon bé aproximadament a una tercera part de la prova.
- c) L'Elena obté el doble de puntuació que l'Anna a la prova.
- d) **El 30% dels companys i companyes del grup van obtenir millor o igual puntuació que l'Elena.**
- e) El 35% dels companys i companyes del grup van obtenir millor o igual puntuació que l'Anna.

**PREGUNTA 5. (5 ítems) Es vol avaluar si la persona té una bona comprensió del concepte de percentil d'una distribució i pot interpretar les dades en context.**

**PREGUNTA 6. De Anasagasti, J. (2019). Context: Social. Procés: Connectiu-Reflexiu.**

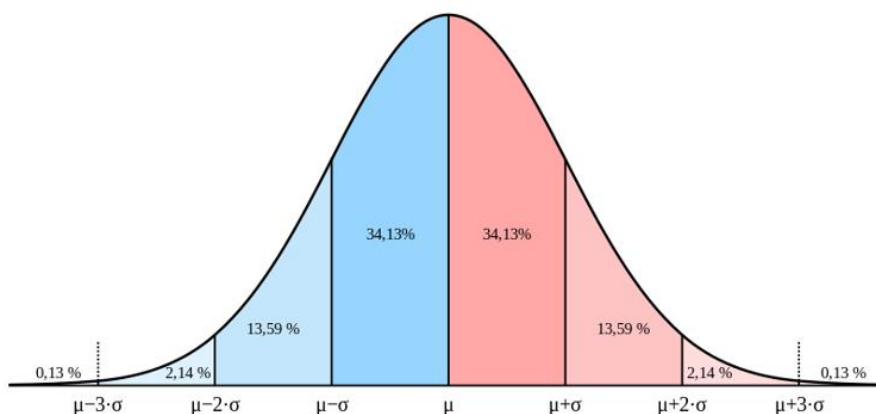
L'Ajuntament d'un poble va determinar el nombre mitjà de nens per família a la seva localitat dividint el nombre total de nens per 50, que és el nombre total de famílies al municipi. Assenyala **quina** de les afirmacions següents **és la correcta** si el nombre mitjà de nens per família ha estat de 2.2.

- a) La meitat de les famílies de la ciutat tenen més de 2 nens.
- b) A la ciutat hi ha més famílies amb 3 nens que amb 2 nens.
- c) **Hi ha un total de 110 nens a la ciutat.**
- d) Hi ha 2.2 nens per cada adult a la ciutat.
- e) El nombre més comú de nens en una família és 2.

**PREGUNTA 6. (5 ítems) S'avalua el càlcul de la mitjana formulat a la inversa i el sentit de la mitjana per caracteritzar a una població.**

**PREGUNTA 7. Elaboració pròpia. Context: Social: Procés: Connectiu-Reflexiu.**

Es considera que la distribució del quocient intel·lectual de les persones que estudien 2n de batxillerat a Catalunya és Normal de mitjana 100 i desviació típica de 15.



Segons les dades i el gràfic anterior, assenyala **quina d'aquestes afirmacions és la correcta**:

- a) El 95% de les persones que estudien 2n de batxillerat a Catalunya té un quocient superior a 85.
- b) Si escollim a l'atzar una persona que estigui estudiant 2n de batxillerat a Catalunya, hi ha aproximadament un 2,27% de probabilitat que tingui un quocient per sobre del 130.**
- c) El 25% de les persones que estudien 2n de batxillerat tenen un quocient intel·lectual per sobre del 115.
- d) De cada 1000 persones que estudien 2n de batxillerat a Catalunya hi ha aproximadament 16 amb un quocient intel·lectual per sota de 85.
- e) El 10% de l'alumnat de 2n de Batxillerat de Catalunya té un quocient intel·lectual per sobre del 130.

**PREGUNTA 7. (5 ítems) Es vol avaluar si la persona té una bona comprensió de la distribució Normal, i la capacitat per interpretar i calcular les dades que es proporcionen sobre una mostra.**

**PREGUNTA 8. Adaptat de Ruz, F., Molina-Portillo, E., Contreras, JM (2020). Context Social; Procés Reflexiu.**

Al teu veïnat, mitjançant una anàlisi exploratòria de dades, es va determinar que existia un coeficient de correlació de 0,9 entre el nivell d'ingressos i la quantitat de plàstic reciclat en una setmana. Què ens indica aquest valor? Assenyala **quina d'aquestes frases és la correcta**.

- a) Que guanyar més diners provoca que les persones reciclin més plàstic.
- b) Que els veïns i les veïnes que menys reciclen són els que més diners guanyen.
- c) Que malgrat que els veïns que menys guanyen són els que menys reciclen, això no significa necessàriament que guanyar menys sigui la causa de reciclar menys plàstic.**
- d) Que la relació entre les dues variables és amb tota seguretat lineal.
- e) Que sabent el que guanya una persona podem predir amb un 90% de confiança la quantitat de plàstic que recicla en una setmana.

**PREGUNTA 8. (5 ítems) Es vol avaluar la confusió entre causalitat i casualitat. Es pretén també avaluar la interpretació que es fa del coeficient de correlació respecte al tipus de relació entre las variables.**

**PREGUNTA 9.** Un estudi a la premsa reflexa que el consum de drogues s'ha reduït entre els joves, a excepció del cànnabis, que ha passat d'un 3 a un 3.5%. Al mateix estudi es notifica que el marge d'error de les estimacions en l'estudi és de  $\pm 2.36\%$  segons la mida mostral presa. **Quina d'aquestes afirmacions és certa?**

Un estudio refleja que desciende el consumo de drogas entre jóvenes, a excepción del cannabis

ceso en el consumo de todas las drogas y sustancias, con la salvedad del caso del cannabis, la única cuyo consumo ha crecido levemente en los últimos dos años (0,5% más). Con distinta fre-

- a) El consum de cànnabis ha augmentat significativament, un 0.5% en mitjana.
- b) Si tinguéssim una mida mostral més gran (haguéssim entrevistat a més joves), el marge d'error de les estimacions seria més petit.**
- c) El consum de cànnabis ha augmentat significativament.
- d) 3.5% es la quantitat poblacional de joves que prenen cànnabis.
- e) En escollir una mostra de 1000 joves, trobarem que aproximadament 35 prenen cànnabis.

**PREGUNTA 9. (5 ítems) S'avalua la capacitat crítica per distingir entre paràmetres poblacionals i mostrals i per avaluar conclusions sobre la significativitat d'un estudi estadístic.**

**PREGUNTA 10.** Es llença un dau equilibrat 15 vegades obtenint les següents dades: 5,6,2,3,3,3,3,4,4,2,2,5,2,6,5,4,3,2,2,2. Si llencem el dau una altra vegada, quin nombre és més probable que surti: l'1 o el 2? Assenyala l'**afirmació que creguis correcta**.

- a) És més probable que surti un 1, ja que és un valor que encara no ha sortit.
- b) Sembla que tornarà a sortir un 2, ja que està "en ratxa".
- c) La probabilitat que surti un nombre parell és més alta que surti un nombre senar; per tant, és més probable que surti un 2.
- d) És més probable que torni a sortir un 2, ja que és el més freqüent a la mostra.
- e) **És igual de probable que surti un 1 que un 2.**

**PREGUNTA 10. (5 ítems) Es vol avaluar la comprensió d'aleatorietat, independència d'esdeveniments i equiprobabilitat.**

**Les següents qüestions estan orientades a avaluar l'afectivitat envers l'ensenyament de l'estadística i la probabilitat. Et demano que valoris de l'1 al 5 com d'acord estàs amb les següents afirmacions, sent 1 gens d'acord i 5 molt d'acord.**

- Em sento segur/a en l'ensenyament de l'estadística i la probabilitat.
- He après a trobar recursos per ensenyar adequadament l'estadística i la probabilitat.
- Trobo més senzill explicar càlcul i geometria que estadística i probabilitat.
- En general, no m'agraden les matemàtiques.
- M'agrada fer servir materials manipulatius en l'estudi de la probabilitat i l'estadística.
- He rebut una bona preparació per poder ensenyar estadística i probabilitat.