

El origen de la construcción lógica fenomenalista: Mach, Moore y Whitehead*

Francisco Rodríguez Consuegra

ABSTRACT

It's usually believed that the idea of applying logical methods to constructivist phenomenalism was -- in general -- a result of Russell's originality. In this paper is argued that some important ideas were in fact due to Mach, Moore and Whitehead. According to the author, Russell got from Mach the general idea of epistemology as an analysis of scientific concepts and, specially, the idea of sensations as the building blocks for his logical construction.

Moore made Russell believe that only sensations are known in a direct way, and so, the existence of external objects as the cause of our perceptions is only inferred. Moreover, according to the author, Russell's views on sense data -- his *sensibilia* -- are also due to Moore. Finally, Russell got from Whitehead the idea of the phenomenical reconstruction as an alternative to the causal theory of perception, and also how the logical construction should be done. The author undertakes also a detailed analysis of some early works of Whitehead not very well known.

1. Introducción

Una vez asimiladas las consecuencias metodológicas de las paradojas y terminada la gigantesca construcción de los *Principia*, Russell proyectó aplicar su método (la definición constructiva, ya ontológicamente eliminativa) a problemas más directamente epistemológicos. Para ello partió de una base filosófica general

* Este artículo fue preparado aprovechando mi estancia del otoño-invierno de 1989-1990 como "Visiting Scholar" en el Departamento de Filosofía -- y los Archivos Russell -- de la McMaster University, en Hamilton, Canadá, que fue posible gracias a una beca de investigación post-doctoral del Ministerio de Educación y Ciencia. Las ideas esenciales estaban ya en mi tesis doctoral (1987a), y una breve noticia fue ya anticipada en una comunicación al congreso de San Sebastián de 1990 (mi 1990c), pero en McMaster he podido corroborar tales ideas, así como consultar nueva bibliografía relevante y repasar el apoyo histórico. Agradezco a Kenneth Blackwell, el "Russell Archivist", su eficaz ayuda, y a Nicholas Griffin las gratas e iluminadoras discusiones que, sobre éstos y otros muchos temas, tuve ocasión de disfrutar con él. Por último, quisiera también agradecer al profesor Ulises Moulines -- ahora en la Freie Universität Berlin -- el haber leído la penúltima versión de este artículo, sus observaciones al respecto, su favorable opinión global y el haberme animado a publicarlo.

presente desde 1903a, el atomismo lógico, aunque parcialmente modificada por diversas influencias nuevas que contribuyeron a consolidar el método aportando nuevas ideas. El nuevo realismo americano, derivado en parte de la propia filosofía anterior de Russell, le animaba, junto con la postura general de James, a tomar como únicos materiales constructivos los datos de los sentidos, descomponiendo en ellos incluso el "yo". Sin embargo, antes de aceptar esto último (en 1919), Russell procuró definir (construir) el máximo de entidades mediante tales datos sensibles.

En tal empresa, las ideas de Mach eran las más fructíferas, pues el austríaco no sólo se opuso a la metafísica reinante en la mecánica, sino que defendió una epistemología fuertemente reduccionista y esbozó todo un programa fenomenalista en su obra *Análisis de las sensaciones*. Por su parte, los problemas sobre los que entonces se hallaba trabajando Moore le sirvieron también a Russell para dirigir sus propias investigaciones hacia ideas que se mostrarían muy fértiles: sobre todo el tratamiento de los objetos materiales a través de los *sensibilia* y las «perspectivas». A ello vino a añadirse la asimilación del nuevo método constructivo inventado por Whitehead, derivado parcialmente de anteriores trabajos, que permitió finalmente dar cuenta incluso de las entidades aparentemente simples, los puntos y los instantes, en términos de complejas estructuras matemáticas.

En este artículo ofrezco lo esencial de esas tres influencias, que en conjunto podemos afirmar que constituyen el origen conceptual de la totalidad de las ideas de lo que se dio en llamar «construcción lógica fenomenalista». Con ello pretendo llenar una laguna, pues es corriente leer que las ideas de Russell en su construcción del mundo externo de 1914 fueron, en lo esencial, originales. En primer lugar expondré las ideas fenomenalistas de Mach; en segundo lugar las innovaciones de Moore, y las dos últimas secciones estarán dedicadas a los métodos de Whitehead.

2. Mach: el puente entre la física y los sentidos

La epistemología de Mach coincidía plenamente con lo que Russell se hallaba buscando, al englobar la física, la fisiología y la psicología dentro de un marco plenamente científico (Clark 1975a, 174-5). Y no se trata sólo de una suposición, basada en el paralelismo evidente al considerar la enorme importancia que Russell daba ya en 1913 al monismo neutral (en 1913a), sus construcciones fenomenalistas, o su noción «funcionalista» de la causalidad (Russell 1913b), sino también en sus referencias directas en las obras publicadas. Sin embargo, quisiera destacar un indicio indirecto pero muy interesante por su fecha; se trata de la carta de Wittgenstein de enero de 1913 (antes de que Russell comenzara 1913a), donde se lee: «no me imagino cómo procede usted a partir de los sentidos. Mach tiene un estilo tan horrendo que casi me exaspera leerlo; sin embargo, me alegra mucho que usted tenga un concepto tan elevado de un compatriota mío» (Wittgenstein 1974a, R. 9, p. 26). De ahí se infiere: que Russell estaba trabajando a Mach (seguramente su 1886a); que su planteamiento le convenía, hasta el punto de brindarle una guía a seguir, y que esa guía era precisamente el intento de partir de los

datos de los sentidos. En lo que sigue ofrezco con una breve exposición global de la epistemología machiana, acentuando los aspectos que salen a relucir en la obra de Russell.

Ya en su 1883a (pp. 184 ss.) Mach ofreció un ejemplo de definición, que, aunque de carácter más «por abstracción» que nominal, le sirvió para extraer tales consecuencias eliminativas y antimetafísicas que tuvo que impresionar necesariamente a Russell en esta época. Me refiero a su célebre definición de «masa». Partiendo del hecho de que la experiencia nos muestra la existencia de una característica de los cuerpos que determina su aceleración, Mach establece: «se llaman cuerpos de igual masa aquellos que actuando uno sobre otro se comunican aceleraciones iguales y opuestas». La importancia metodológica de la definición está en que, según Mach, con ello «sólo se *designa* una relación entre hechos», por lo que no se implica teoría alguna y se hace innecesaria la noción de «cantidad de materia». Ello suponía, naturalmente, la conversión en definición de las leyes de Newton (especialmente de la tercera), lo que ha sido la base de partida de las muchas críticas que Mach ha recibido¹; pero Mach insistió en que la definición eliminaba el principio de acción y reacción, que se halla «implícito» en ella, con lo que se evita la necesidad de rebasar el marco de los puros hechos: «Mi definición surge de la tendencia a determinar la *dependencia mutua* de los fenómenos y a evitar toda otra oscuridad metafísica, sin que por ello sea menos eficaz que cualquier otra definición utilizada hasta el presente» (proceder que siguió Mach con otras nociones físicas).

Pero donde la filosofía de la ciencia de Mach se halla más sistemáticamente expuesta es en 1886a, obra de la que me limito a ofrecer los textos más representativos en un orden conveniente. Ante todo se parte de una concepción unitaria y económica de la ciencia, que debe *eliminar* las nociones metafísicas: «todo concepto metafísico debe ser eliminado como ocioso y perturbador para la economía de la ciencia» (1886a, vii); «sólo deseo alcanzar un punto de vista en la Física que no deba ser abandonado cuando se mira a otras ciencias, pues, en último término, todas constituyen una sola» (p. 27 n.). Este punto de vista no es para Mach más que la necesidad del «naturalista» de disponer de una guía segura (p. 43), pero en ningún caso debe entenderse como una nueva «filosofía»: «nuestra concepción no tiene ninguna pretensión metafísica, sino que responde sólo a una expresión general de la experiencia» (p. 56; lo mismo en p. 293); «no hay una filosofía de Mach» (p. 323). Lejos de ello, para Mach su postura consistía básicamente en la «depuración» de los conceptos científicos (p. 320), lo que supone sólo reconocer que «la finalidad de todo trabajo científico no es más que la acomodación del pensamiento a los hechos» (p. 279). Y como los hechos sólo nos son accesibles mediante las sensaciones, el único método científico correcto será la *construcción* de los conceptos a partir de ellas.

1. Véanse, por ejemplo, Nagel (1961a, 192 ss.) y Stegmüller (1970a, 160-3); Margenau (1950a, 221 ss.), en cambio, defiende la corrección de la definición de Mach sin más que realizar en ella ciertas modificaciones de detalle que distingan con claridad entre los elementos «constitutivos» y los «epistémicos». Pero parece que precisamente en esa mezcla estaba la principal virtud que ofrecía la definición para Mach.

Ahora bien, aunque se utilicen las sensaciones como «elementos», ha de evitarse considerarlas «subjétivamente»: también son objetos físicos en cuanto las consideramos de acuerdo con otras relaciones funcionales diferentes (1886a, 15). Por tanto, el término «elementos» deberá evitar cualquier connotación tendenciosa y, extendiéndose tanto a percepciones como a representaciones y sentimientos, servir de materia prima para una investigación que sólo puede partir del «descubrimiento de enlaces» entre ellos (p. 20). Para ello Mach designa con series diferentes de letras tanto las sensaciones del mundo «externo», como las referidas a nuestro cuerpo (que es un complejo que forma parte del anterior) y las que proceden del mundo «interno» (p. 8), lo que le permite explorar con más facilidad las posibilidades constructivas globales. De éstas, se limita, sin embargo, a dar indicaciones generales², dentro de la línea tendente a evitar el pseudoproblema apariencia/realidad (p. 9).

Todos los problemas metafísicos desaparecen al considerar matemáticamente la cuestión: «Lo único que pretendemos conocer y tiene valor para nosotros es la relación de funciones, o sea la dependencia de los hechos unos de otros. Entonces se hace patente que la referencia a una invariable desconocida originaria y no dada (cosa en sí), es puramente ficticia y ociosa» (p. 31). Ello se convierte incluso en un criterio del «sentido» real de los problemas, ya que para un ser humano sólo tiene sentido «la explicación de la dependencia de los elementos unos de otros» (p. 216). Al tiempo, propone la identificación entre explicación y descripción: «Si nos contentamos con una exposición de los fenómenos por ecuaciones diferenciales, como ha largo tiempo aconsejé (...), y como cada vez se va aceptando más, se reconocerá que la explicación es una descripción de elementos» (p. 298). En definitiva, se trata de sustituir las habituales nociones materiales, mentales y conceptuales (teóricas), por complejos estables de elementos sensibles que expresen las relaciones funcionales entre ellos. Lo cual no es más que dar primacía a las relaciones sobre la «naturaleza» de las cosas, idea que Mach expresa refiriéndose al concepto matemático de función (p. 319).

Las aplicaciones de la idea general a las diversas nociones tradicionales no están detalladas, pero son muy significativas, sobre todo por contener el germen metodológico de la mayoría de las construcciones epistemológicas y físicas de Russell. Así, la *materia* «no es nada fuera del conjunto de sus elementos, a saber: de los colores, los sonidos, etc.» (1886a, 6, 216, 292); «el mundo sólo consiste en

2. Moulines (1973a, cap. I) ha ofrecido una interesante semi-formalización del sistema «fenomenalista» de Mach, pero sus observaciones de que el proto-positivista austríaco no distinguía entre los aspectos constructivos y los metafísicos (p. 40) y de que su obra exhibe una «falta de rigor formal» (p. 45), me parecen de poco rigor histórico. Parece seguir, con ello, el tipo de crítica desafortunada que ve en los autores del pasado «confusiones» donde no hay más que indistinciones correspondientes a conceptos que nacieron con posterioridad. Quizá Moulines se vió influido en ello por la postura típicamente ahistórica de Suppes (1957a, 364) que ve en la obra de Mach «una masa de confusiones» desde el punto de vista «formal». (El profesor Moulines ha matizado en una comunicación personal tales críticas a Mach, en el sentido de que lo que en realidad quiso señalar en su libro de 1973 fue que Mach careció de la precisión conceptual de otros epistemólogos de la misma época, como Avenarius, Poincaré, Peirce e incluso Husserl, por no mencionar a Frege, lo que habría sido reconocido por el propio Mach en sus alusiones a no ser un filósofo).

nuestras sensaciones» (p. 11). Y lo propio sucede con los «conceptos teóricos» usados por la ciencia: así como consideramos la «materia» simplemente como «idea simbólica» aplicada de forma natural a un conjunto de elementos sensibles, «este mismo concepto debe merecernos la artificiosa hipótesis de los átomos y las moléculas de la Física y de la Química», que son meros «símbolos económicos de la experiencia físico-química», que, como los símbolos del álgebra, no pueden aportar más de lo que ponemos en ellos (pp. 275, 278).

Igualmente desaparece la distinción entre la física y la psicología, que pertenece sólo a la «manera estereotipada de pensar»: un color es físico considerado en función de su fuente luminosa y es psicológico como sensación: «lo diferente en ambos casos no es la materia sino la dirección de nuestras investigaciones» (p. 16). Por tanto, también el «yo» desaparece como algo primario: «yo veo el color verde» quiere decir simplemente «el elemento verde aparece en un cierto complejo de otros elementos (sensaciones, recuerdos)» (p. 21). Y lo mismo sucede con la supuesta «unidad de la conciencia», que presupone ya la oposición entre lo «real» y lo «sentido», en lugar de explicarla como resultado de una distinta ordenación de los elementos (p. 25). La conclusión es: «no hay abismo alguno entre lo físico y lo psíquico, entre lo interior y lo exterior. No hay sensación a la cual corresponda algo fuera de ella misma» (p. 274); como tampoco hay *dos* ciencias, la Psicología y la Física, ni *dos* términos epistemológicos distintos, el «sujeto» y el «objeto» (p. 301), sino sólo un tema único en la ciencia: el estudio de las relaciones y dependencia mutua de los elementos, que tiene por objetivo final «una construcción unitaria, monística» que nos pueda liberar «del miserable y pernicioso dualismo» (p. 276)³.

También hallamos en Mach la idea de los dos espacios (el físico y el privado), extendida incluso hasta admitir muchos más «espacios»: psíquico, visual, sonoro, táctil, geométrico, físico, conceptual, cinestésico, etc. (1886a, 25 nota, 125, 161-3). E incluso la idea del «puente», tan querida por Russell, que se articula con todo lo anterior fijando *un único método constructivo* (1886a, 324) (La cursiva es mía).

Todo lo que podemos aspirar a saber se ofrece a la solución en forma de problema matemático por la explicación de la dependencia funcional de los elementos sensibles unos con otros. Con este conocimiento queda agotado el conocimiento de la realidad. El *punte* entre la Física en su más amplio sentido y la Psicología científica lo forman los mismos elementos físicos o psíquicos, según el aspecto investigado.

Por lo mismo, la ciencia no puede separarse nunca del hecho sensible, es decir, de la intuición inmediata, su único punto de partida y su única meta: «Todos los cálculos, construcciones, etc., no són más que medios auxiliares de alcanzar esta intuición de una manera progresiva y apoyándose en la percepción sensible,

3. Sin embargo Mach rechaza también la tesis de Fechner, popularizada por Russell bajo la expresión «monismo neutral», de que lo psíquico y lo físico son dos aspectos diferentes de una misma realidad: tal doctrina sería tan metafísica como la que viene a sustituir (1886a, 56).

cuando no es posible alcanzarla inmediatamente» (p. 289). Lo que no es más que una forma de establecer la distinción entre conocimiento directo y conocimiento por descripción/construcción, es decir, de reconocer la necesidad de «basar las ideas más débiles en otras más fuertes» como fundamento de toda explicación científica. Esta necesidad «es también denominada causalidad» (p. 295), por lo que podemos también eliminar la noción arcaica de «causa» en beneficio del concepto de dependencia mutua o función (pp. 81-83).

3. Moore: los *sensibilia* y sus relaciones

Russell disponía ya de una base anterior de la que partir: la distinción entre conocimiento directo (*by acquaintance*) y conocimiento por descripción, heredera de la anterior entre conocimiento intuitivo y no intuitivo, y que venía a coincidir también con la virtualmente idéntica de Bradley. Además, seguía en pie la consideración realista del conocimiento (procedente de Moore) como una *relación externa* que no modifica el objeto conocido, a pesar de los problemas técnicos a que las relaciones habían dado lugar⁴.

Estas dos características aparecen con claridad en los trabajos posteriores a la terminación de 1910a, y se enmarcan en un contexto más amplio y definido. Así, en 1911a, Russell califica su actual filosofía de «realismo analítico» porque sostiene que las relaciones cognoscitivas son externas y porque hace depender lo complejo de lo simple; asimismo defiende la distinción entre particulares (datos de los sentidos) y universales (conceptos *subsistentes*, como los de la matemática), distinción que se desarrolla en 1912b, y también la limitación de la existencia de los datos de los sentidos a aquellos momentos en que efectivamente se dan, a pesar de la independencia entre lo conocido y el acto de conocer (posición que variaría después gracias a Moore). Por último, se establece ya la distinción entre el mundo físico y el mundo sensible sobre la base de que admitimos el primero sólo por razones inductivas. En la misma línea, 1911b constituye una clara defensa de la postura contenida en la primera proclama de los «realistas americanos», precisamente sobre la base de que, como las relaciones son externas, no implican complejidad alguna en los términos relacionados y hacen posible que cualquier entidad dada sea constituyente de muchos complejos diferentes, lo que constituye el rasgo básico del pluralismo y la justificación última del análisis.

La distinción entre conocimiento directo y por descripción se desarrolla en Russell 1911c, junto a la teoría «múltiple» del juicio, sentando así las bases para lo que serían después las construcciones lógicas⁵. En efecto, sólo conocemos directamente los datos de los sentidos (externos e internos), por lo que nuestro conocimiento de los objetos físicos y las otras mentes será por descripción (1911c,

4. He desarrollado todas estas alusiones a Bradley, Moore y la filosofía temprana de Russell en mis 1990b, 1990e, 1990f, 1991b, 1991f, 1992c y 1991i.

5. La teoría del juicio como relación múltiple fue la heredera de los problemas lógicos y ontológicos irresueltos; sobre ella, véanse mis 1989a, 1991e, 1991i y 1991j.

204)⁶. Ahora bien, toda proposición que contenga descripciones ha de analizarse de acuerdo con el «principio epistemológico fundamental» aparecido ya en 1905: «toda proposición que podamos entender debe componerse completamente de constituyentes con los que estemos familiarizados» (1911c, 209). Y, como entender una proposición significa simplemente establecer una relación (el *juicio*) entre la mente y los diversos constituyentes de aquélla, el principio básico afirmará entonces que en toda relación de juzgar la mente debe estar familiarizada con los términos con los cuales así se relaciona (1911c, 211).

En Russell 1912a, sin embargo, se añaden (entre otras) *dos* ideas importantes por su trascendencia futura. La primera es la distinción entre el espacio privado y el espacio físico; según ello todo lo que podemos conocer de los objetos físicos se refiere a la posible *correspondencia* que podamos establecer entre ellos y nuestro espacio privado (los datos de los sentidos), pero nunca acerca de su verdadera «naturaleza», por lo que podemos *suponer* que los objetos físicos *causan* nuestras sensaciones (1912a, 15-17), aunque todo conocimiento de tales entidades habrá de *inferirse* de aquéllas a través de descripciones (1912a, 24). Se trata de un planteamiento importante porque establece la teoría causal de la percepción y sienta las bases para una cierta distinción entre inferencia y «construcción». Pero tal distinción no debe acentuarse más de lo necesario porque —y ésta es la segunda idea— decir que nuestro conocimiento de los objetos físicos es por descripción supone precisamente la aceptación de ciertas *verdades* sobre él («el objeto físico que causa tales y cuales datos de los sentidos»), lo cual implica describir ese objeto «por medio de los datos de los sentidos» (1912a, 26). En consecuencia, la importancia del conocimiento por descripción es que «nos capacita para traspasar los límites de nuestra experiencia privada» (1912a, 32), lo que no parece poder afirmarse de simples «inferencias».

En el prefacio a 1912a Russell menciona su deuda para con ciertos escritos inéditos de Moore, que no detalla, pero que han de inferirse, por lo que puede suponerse, al material de las conferencias que dio aquél en 1910-1911 y que no se publicó hasta 1953. De ello, lo más interesante es lo que dice sobre los objetos físicos (Moore 1910a) porque prefigura, no sólo la postura de Russell, sino también ciertos rasgos futuros⁷. En efecto, el objetivo que Moore se propone allí es precisamente «definir» lo que quiere decirse por «objeto material». Y lo hace a base de tres propiedades: (i) nada es un objeto material excepto si tiene cierta posición en

6. Lo mismo estaba ya en 1905a, 41-2 y 56, pero la distinción es anterior, como he mostrado en mi 1989b. Otras facetas de la teoría de las descripciones en mis 1991g y 1991k.

7. De hecho la postura global de Moore había quedado establecida ya en su 1906a, donde sitúa el problema básico en torno a los objetos físicos y las otras mentes (p. 32); resuelve lo segundo negativamente (pp. 88-9), y mantiene que la existencia de los primeros no puede probarse (pp. 89-90). De esta forma, da paso a la «mera convicción» como garantía última de la existencia de tales entidades, acercándose así mucho a la conocida postura russelliana de las creencias «instintivas», tan características de 1912a. La permanencia simultánea de Moore y Russell en Cambridge de 1911 a 1915 (Moore 1942a, 15) hizo posible una nueva oleada de mutua influencia (de hecho Moore trabaja ya sobre la base de la distinción entre conocimiento directo y por descripción, que incorporaba al segundo tipo los dos problemas básicos señalados), pero que a nosotros nos interesa sólo en lo que se refiere a los cambios que supuso en el propio Russell.

el espacio; (ii) ningún dato de los sentidos o colección de ellos es un objeto material; (iii) ninguna mente ni acto de consciencia puede ser un objeto material.

Sin embargo, al establecer tales propiedades Moore sienta las bases de la postura russelliana que acabamos de describir. Así, defiende que, como nada existente puede ser directamente aprehendido por nosotros a excepción de los datos de los sentidos y los actos de consciencia, entonces «nunca conoceremos *lo que* un objeto material *es en sí mismo*, sino sólo qué propiedades tiene o cómo se relaciona con otras cosas» (Moore 1910a, 131). Asimismo sostiene con rotundidad que sólo podemos establecer la existencia de una cosa que no aprehendamos directamente mediante la *inferencia* de algo que sí aprehendamos de esa forma (*ibid.*, 140). Por último, y con objeto de definir con más precisión la noción de objeto físico, introduce una extensión del término «datos de los sentidos» que será básica para el Russell de 1914: aquella según la cual este término incluye también las instancias no directamente experimentadas (*ibid.*, 129). Serán los futuros *sensibilia* russellianos, aunque más abajo veremos que en un artículo posterior Moore precisó aún más esta extensión.

De hecho, nada más terminar la redacción de 1912a, en verano de 1911, ya Russell se planteaba la necesidad de usar sólo métodos «técnicos» en su epistemología (Clark 1975a, 204), aprovechando los progresos en la física del momento y siempre partiendo de la base de la imposibilidad de *probar* el mundo externo. Por eso se plantea los datos de los sentidos como la base de nuestro conocimiento de las cosas y de las otras mentes, siendo la «materia» la mera forma «técnica» que adopta ese conocimiento. Por tanto la pregunta básica de finales de 1912 no puede ser más mooreana: ¿podemos conocer un objeto físico a partir de los datos sensibles? (Clark 1975a, 241). La respuesta a esa pregunta desembocó en dos ideas básicas: las «perspectivas», que —presuponiendo los *sensibilia*— sirvieron para definir los objetos físicos, y la construcción de los puntos e instantes, tomada de Whitehead. Pues bien, también la idea de las perspectivas está en Moore, como se infiere de su 1914a, cuyas ideas habría —presumiblemente— expuesto con anterioridad a Russell, según su costumbre.

Allí Moore insiste en la necesidad de admitir datos sensibles no experimentados, introduciendo para ellos el término de *sensibles*, tan cercano al de Russell (Moore 1914a, 169-70), y articula el problema general de nuestro conocimiento del mundo externo en dos frentes. El primero es la relación de los *sensibles* con la mente, que soluciona apelando a la «aprehensión directa», lo cual incluye —como en Russell— ciertas dudas sobre la posibilidad de aprehender el «yo» (*ibid.*, 173-4). El segundo, que es el más importante por contener la idea de las perspectivas, es el de la relación de los *sensibles* con los objetos físicos.

Aquí Moore no trata ya, como en 1910a, de definir el objeto físico sino que, presumiblemente basado en el conocimiento por descripción de Russell, se limita a considerar ciertas proposiciones sobre tales objetos precisamente teniendo en cuenta las posibilidades de combinación de los *sensibles* potenciales. Así, al describir nuestro conocimiento efectivo de un objeto físico concreto⁸, siempre en tér-

8. Curiosamente Moore utiliza como ejemplo de objeto físico el de una moneda; exactamente igual que el famoso penique del Russell de 1914.

minos de la distinción entre el espacio privado y el espacio físico. Moore mantiene que todo lo que podemos conocer ha de basarse en la aprehensión directa de *sensibles* y en la percepción de sus relaciones. Por ello, la verdad de las proposiciones sobre los objetos físicos deberá expresarse en términos de que, si ciertas condiciones fueran cumplidas, percibiríamos directamente ciertos *sensibles*. Lo que equivale a la idea russelliana de las perspectivas, aun sin nombrarlas explícitamente: «la única cosa *cierta* que puedo significar al decir que veo realmente *monedas* puede ser algo como que si moviese mi cuerpo de cierta forma, aprehendería directamente otros sensibles» (Moore 1914a, 189). Finalmente, Moore declara que la única alternativa a este punto de vista sería el considerar *inferencialmente* a los objetos físicos, a la manera de Locke (ibid., 195).

4. Whitehead: la matemática del mundo material

Se admite normalmente la influencia de Whitehead en el Russell de 1914a, aunque me temo que casi exclusivamente porque en el prefacio de esa obra se reconoce tal influencia. Se admite también que el «método de la abstracción extensiva» de Whitehead debió ser la fuente de ello, pero tal método no aparece sólo, como se suele creer, en las obras de 1919 y 1920, lo que haría inexplicable la anterior influencia, sino —en lo esencial— ya en 1914a⁹. La verdad es que la influencia de Whitehead sobre Russell venía de muy atrás¹⁰, pero incluso en este tema existen trabajos anteriores de Whitehead que son *fundamentales* al respecto: me refiero en particular a 1906a (leído en diciembre de 1905) y 1914a (leído en abril de 1914 y publicado en 1916; véase más abajo). Lo que sigue es una breve exposición de sus ideas básicas como fuente de inspiración russelliana y origen de la célebre abstracción extensiva posterior¹¹.

9. Un ejemplo es Moulines 1973a, que cita en la bibliografía la primera edición de 1914a (1914), pero usa sin duda la segunda (1929), como lo demuestra el que mencione referencias de Russell a Whitehead 1919a y 1920a. Al no tener en cuenta este autor los trabajos fundamentales anteriores de Whitehead llega a escribir, refiriéndose a las construcciones fenomenalistas: «El primero a quien se le ocurrió aplicar la lógica en este ámbito fue Bertrand Russell» (pp. 64-5). (También aquí el profesor Moulines ha matizado su afirmación de 1973 en una comunicación personal. Así, aunque reconoce ahora abiertamente mi defensa del papel central de Whitehead en el desarrollo del fenomenalismo russelliano —tesis que le parece nueva y sorprendente—, alega que su libro tuvo una intención más sistemática que histórica, así como que, de todas formas, parece cierto que, al no ser Whitehead un verdadero fenomenalista, todavía seguiría siendo verdadero decir que fue Russell el primero que se propuso deliberadamente usar la lógica para construir un sistema fenomenalista. Puedo añadir, sin embargo, que ello depende de la interpretación —fenomenalista o no— que se haga de Whitehead, lo que abordo en los párrafos finales del artículo).

10. Véanse mis 1987a (cap. 7), 1988a y 1991a (caps. 2 y 3).

11. Quiero referirme aquí a la escasa bibliografía secundaria. Sobre 1906a me ha sido de gran ayuda Mays 1965a, al parecer lo único que hay, aparte de las breves referencias de Lowe 1941a. También breves son las referencias que Lowe ofrece sobre 1914a, artículo casi universalmente ignorado pero fundamental en el desarrollo de Whitehead (entre nosotros, González 1979a señala su importancia, pero elude su contenido). La mejor obra sobre este artículo seminal de Whitehead es indudablemente Hurley 1979a, que ofrece una buena introducción, más una traducción inglesa y una útil explicación del raro simbolismo. El método de la abstracción extensiva cuenta con más

Puede decirse que 1906a responde por igual a tres tipos de intereses en Whitehead: la lógica, la geometría y la física (Mays 1965a, 235). Pero para nosotros lo importante es destacar el hecho de que en él se ofrece toda una teoría de la «construcción lógica» (expresión cuyo primer término aparece literalmente), al lado de ciertas aplicaciones prácticas que, en la línea logicista de su 1898a, pretenden ofrecer estructuras abstractas válidas para presentar los objetos geométricos y físicos como sus interpretaciones. No puede decirse, sin embargo, que se avance ningún punto de vista fenomenalista directamente¹², pero sí que se prepara el terreno para ello a través de las *posibilidades* lógicas que se ofrecen. Como veremos más abajo, 1914a muestra ya el nexo con el fenomenalismo.

Respecto a la *teoría constructiva*, el objeto de 1906a es «iniciar la investigación matemática de varios modos posibles de concebir la naturaleza del mundo material», problema que, aunque puramente lógico, «atañe indirectamente a la filosofía al desentrañar lo esencial de la idea de un mundo material de lo accidental de un concepto particular» (1906a, 465). Con ello aparece lo más característico de la construcción lógica tal y como lo había establecido ya Couturat¹³ y como lo describiría siempre Russell desde 1914: abrir nuevas posibilidades lógicas entre las cuales hemos de escoger la mejor según criterios racionales o científicos, como es la economía conceptual¹⁴. Técnicamente se tratará de las relaciones posibles de las «entidades últimas» que configuran el «material (stuff)» en el espacio; en términos lógicos el problema es: «Dado un conjunto de entidades que forman el campo de cierta relación poliádica R, ¿qué “axiomas” satisfechos por R tienen como consecuencia que los teoremas de la geometría euclídea sean expresión de ciertas propiedades del campo de R?» (*ibid.*). Ello plantea ya el auténtico problema de fondo, heredero de la geometría de Russell 1903a: la duda entre el predominio de las relaciones (estructuras) o los términos (los miembros de sus campos)¹⁵.

En efecto, Whitehead entiende por *concepto del mundo material* (conservo la cursiva para sus expresiones técnicas) el conjunto de axiomas que lo determinan (*ibid.*, 466, 470); en este sentido podríamos decir, como en Hilbert (citado en p. 476 n.), que los axiomas definen implícitamente. Pero los axiomas no son más que

comentaristas; al respecto me he servido, con desigual provecho, de: Nicod 1923a; Stebbing 1930a; Lawrence 1950a; Palter 1960a; Vuillemin 1971a; Moulines 1973a y Fitzgerald 1979a. Esta última obra es la única que ofrece, al mismo tiempo, un estudio de Whitehead 1906a y 1914a, pero curiosamente su autora no ve la influencia determinante de tales ideas en Russell. Por mi parte he estudiado la forma en que Russell utilizó las ideas de Whitehead en mi 1991l.

12. De hecho Whitehead procura desentenderse de los problemas filosóficos: «The relation of a concept of the material world to some perceiving mind is not to be part of the concept. Also we have no concern with the philosophic problem of the relation of any, or all, of these concepts to existence» (1906a, 467). Pero ilustra perfectamente la utilidad de su trabajo para el fenomenalismo cuando, al negar todo ataque o defensa de ninguna teoría particular sobre el mundo material, reconoce buscar la *consistencia* con los datos sensibles: «Our sole purpose is to exhibit concepts not inconsistent with some, if not all, of the limited number of propositions at present believed to be true concerning our sense-perceptions» (*ibid.*, 468).

13. Véanse mis 1987a (cap. 7), 1991a (cap. 1) y 1991h.

14. Whitehead también cita la navaja de Ockam, como justificación metodológica, en p. 468.

15. Sobre este problema, véanse mis 1987c, 1988c, 1988d, 1990a, 1991g y 1991a (cap. 5).

las proposiciones que satisfacen las *relaciones fundamentales* entre las entidades básicas, mientras que los *conceptos del mundo material* comprenden también las «definiciones apropiadas junto con las proposiciones resultantes» (*ibid.*, 466); por tanto, en el seno de éstos hay tanto relaciones como entidades. Por si hubiese alguna duda, el *mundo material* se define como «un conjunto de *relaciones y de entidades* que forman los “campos” de estas relaciones» (*ibid.*; la cursiva es mía). Las raíces de este problema son dobles (como en Russell): por un lado, la toma de distancias con respecto al «formalismo»; por otro, la indecisión misma entre la teoría absoluta y relativa del espacio. Whitehead ve claramente que sólo la segunda permite la construcción de una alternativa al *concepto clásico*, que es la que se propone en definitiva, pero elude el pronunciarse sobre el tema citando el fuerte ataque de Russell 1900b contra la teoría relativa (*ibid.*, 468). El hecho de mantener aún la teoría absoluta en lo que se refiere al tiempo (compuesto aún de *instantes*, como en Russell 1900a) permitía aún la indecisión, que se resolvió a favor de la teoría «relacionista» antes de 1914 (Lowe 1941a, 40, 50).

Las entidades destinadas a ser miembros de los campos de las relaciones forman la clase de los *existentes últimos*, que se convierte en la de los *reales objetivos* si prescindimos de los instantes de tiempo, quedando sólo los *puntos del espacio* y las *partículas de materia*. Este *dualismo*, típico del concepto clásico del mundo material, resulta superado por el *monismo* que caracteriza al concepto relacionista (leibniziano), donde, de acuerdo con Ockham, el espacio y la materia se fusionan (1906a, 467-8). Las relaciones fundamentales que definirán cada concepto construido son de tres tipos: (i) la *relación esencial*, única y poliádica, cuyo campo comprenderá las entidades relevantes a cada caso; (ii) la *relación temporal*, diádica y serial, cuyo campo comprende los instantes de tiempo; y (iii) las *relaciones exteriores* (*extraneous*), diferentes en número según los conceptos y destinadas a determinar, bien las posiciones de las partículas, bien los «ejes» de referencia para el movimiento (*ibid.*, 468-9).

El proceso de construcción de cada concepto presenta cuatro estadios: (i) la *definición* de las entidades definibles en términos de las relaciones fundamentales; (ii) la *deducción* de las propiedades implícitas en las definiciones (las definiciones son «lógicamente independientes» de los axiomas); (iii) la *selección de los axiomas* que determinan cada concepto; y (iv) la *deducción de proposiciones* a partir de los axiomas. De ellos, los básicos serán el primero y el tercero, que fijarán lógicamente nuestras percepciones sensibles (segundo y cuarto) (*ibid.*..., 469-70), lo que lleva a un tipo de exposición muy similar a la de Peano y Pieri (que Whitehead cita) donde el orden es siempre el mismo: definiciones, axiomas y proposiciones¹⁶.

En cuanto a la *práctica constructiva*, Whitehead ofrece la construcción simbólica (usando para ello parte del simbolismo del futuro 1910a) de cinco conceptos del mundo material, algunos de ellos con variantes, pero divididos en dos tipos básicos: los *puntuales* y los *lineales*, que se corresponden respectivamente con la primacía de lo atómico (puntos y partículas) y de lo continuo (p. e. líneas de

16. Sobre las implicaciones filosóficas de la axiomática de Peano y su escuela, véanse mis 1988b y 1991a (cap. 3). Sobre el mismo problema en un marco más general, véase mi 1991c.

fuerza) como materia prima. Así, aunque finalmente conceda más importancia a los conceptos lineales (en consonancia con la teoría electromagnética de Maxwell), nuestro autor exhibe su creencia en la necesidad de tener en cuenta los dos factores en toda explicación de la naturaleza (véase Mays 1965a, 247). La distinción no se corresponde, sin embargo, con la ya referida entre dualismo y monismo, puesto que habrá conceptos puntuales y lineales de ambos tipos; en cambio sí que se corresponde con ambos extremos del problema aludido más arriba: los términos (campos) y las relaciones (estructuras), al tiempo que con otras distinciones paralelas (definición-axioma; atomismo-holismo; absoluto-relativo; partícula-onda, etc.).

De los conceptos puntuales, el más importante es el I, o *concepto clásico*, de carácter dualista y cuya relación esencial, triádica y no simétrica (Whitehead sigue la axiomatización de la geometría euclidiana de Veblen), ordena linealmente los puntos del espacio, que constituyen su campo (1906a, 476). Las definiciones (segmento, línea, plano, etc.) muestran la dependencia de las entidades geométricas respecto a la relación esencial (*ibid.*, 477) y dan paso a los doce axiomas que, mediante implicaciones y extensiones existenciales¹⁷, dan la base para la deducción de toda la geometría euclídea (*ibid.*, 479). La idea del «paso» a lo material, procedente ya de 1898a¹⁸, tiene lugar a través de las relaciones exteriores, cuyos campos son las partículas que se mueven en el espacio, y cuyo carácter ternario permite el nexo entre cada partícula, cada punto y cada instante, permitiendo así las propiedades habituales de la materia. Con ello Whitehead reconoce servirse de la relación de «ocupación» (Russell 1903a, §440), que obviamente no es «intrínseca» o «interna» a las entidades geométricas.

Los conceptos II y III son variantes monistas del I, cuyos axiomas se mantienen. En el II las partículas son *relaciones* entre un punto y un instante¹⁹, y no *términos* de la relación triádica anterior (de carácter exterior), sin que se plantee el problema filosófico de la percepción de tales relaciones (*ibid.*, 480). En el III, de tipo leibniziano, la relación esencial es tetrádica, lo que se consigue permitiendo la movilidad de los puntos; es decir, haciendo del instante el cuarto término de la relación, de manera que cada punto tenga en cada instante diferentes relaciones con los demás. De esta forma la persistencia de la materia se explica mediante el movimiento, que es lo único que permite distinguir las «partículas» entre sí. La introducción de una relación exterior tetrádica entre rectas que intersectan en ángulos rectos —los tres «ejes cinéticos»— en un instante hace posible, sin embargo, comparar rectas y planos en un instante con entidades similares en otro, es decir, definir las nociones dinámicas (*ibid.*, 480-1). El concepto III prepara el terreno para el V, con el que tiene en común la persistencia a través del movimiento, aunque cambie el material de base.

Los conceptos lineales (IV y V) toman entidades del tipo de las líneas de fuerza como elementos reales objetivos, y a partir de ellas definen los puntos (aun-

17. Como Peano y Pieri; véanse mis 1988b y 1991a (cap. 3).

18. Y está presente también en Russell, sobre todo en su 1897a y los manuscritos previos a 1900. He estudiado esa idea en detalle en mis 1988a y 1990a.

19. Según la sugerencia de Russell 1903a, §441.

que Whitehead advierte que las líneas realmente consideradas carecen de final); la complejidad (y definibilidad) del punto es, por tanto, su idea básica. La relación esencial común a ambos conceptos tiene cinco términos y supone la intersección ordenada de tres reales objetivos lineales con un cuarto en un instante. Hay, pero, una dificultad: si definimos el punto como la clase de las líneas que concurren en un punto, caemos en círculo vicioso. La teoría de los puntos de intersección (*interpuntos*) y la teoría de las dimensiones, necesarias para los conceptos IV y V, ofrecen dos respuestas distintas al problema (1906a, 483-4) y anticipan el rasgo más sobresaliente de la futura abstracción extensiva: definir las entidades supuestamente simples en términos de una clase de otras «complejas».

La teoría de los interpuntos define el punto en términos de una clase de entidades lineales que goza de la propiedad de «similaridad de posición» en una relación. Whitehead usa el símbolo $R;(a??t/x)$ para denotar la clase de entidades (líneas) que tienen posiciones similares a la de x en la relación R (que es la relación esencial aludida antes), siendo a el primer término y t (el instante) el último²⁰. Pasa después a definir un *interpunto en a* como la clase P de elementos reales objetivos tal que existe uno de ellos x que es miembro de la clase $R;(a;;t)$ ²¹, siendo los miembros de P la suma lógica de a más los miembros de la clase $R;(a??t/x)$. La clase de tales interpuntos de a en t se simboliza $R;(a??t)$. Por último, se define P como un *interpunto* de la relación R en t si existe un elemento real objetivo a tal que P sea miembro de $R;(a??t)$ (1906a, 485-6). Lo que interesa retener de todo ello es (i) que se definen los puntos como entidades complejas combinando la noción de similaridad de posición con la de intersección, de modo que (ii) los interpuntos resultan contruidos en términos de la clase total formada por el elemento lineal a y la clase de elementos lineales que, intersectando con él, poseen similaridad de posición (véase Mays 1965a, 254-5). La imposibilidad de «visualización» se atenuará algo cuando en 1914a las líneas sean sustituidas por volúmenes²².

El concepto IV se basa en la relación esencial ya explicada, mientras sus puntos serán los interpuntos ya definidos. Tiene, no obstante, dos formas: la dualista (IVa) y la monista (IVb), que se oponen una a otra como los conceptos I y II. Whitehead modifica los axiomas convenientemente adaptándolos a la nueva relación esencial (1906a, 489) y entonces introduce la relación exterior, destinada a explicar el movimiento (como en III), que tiene como resultado la no persistencia de los puntos de un instante a otro (*ibid.*, 491). IVa es un concepto híbrido; contiene entidades lineales, pero también puntuales —las partículas— que están unidas por la relación exterior (triádica) con puntos del espacio en cada instante (como en I).

20. Con lo cual, como señala Mays (1965a, 254), define una posición espacial en términos de una clase de entidades con la propiedad de ocupar la misma posición; es decir, usando la misma idea que la definición russelliana del número de una clase como la clase de todas las clases similares a ella (definición que, sin embargo, parece provenir de Peano y su escuela; véase mi 1987c).

21. Whitehead no hace concesiones al lector y aquí la comprensión es difícil, pero en esta expresión simbólica los punto y coma parecen denotar el resto del campo de R , dado que $R;(;;)$ denotaba anteriormente el campo de la relación R (1906a, 475).

22. Mays (1965a, 255) compara esta construcción con la leibniziana de *lugar* en términos de la noción de *mismo lugar*, que depende de las relaciones con los demás objetos.

(En él el movimiento afecta, no obstante a ambas entidades). En IVb cada una de las relaciones triádicas exteriores se sustituye por una diádica entre punto e instante: es pues de tipo monista (como el II) (*ibid.*, 491-2).

La teoría de las dimensiones (1906a, 492-505), previa a la introducción del concepto V, es difícil y prolija; baste pues caracterizar de forma general su sentido, insistiendo en que incluye, como la teoría de los interpuntos, una definición del punto en términos de entidades supuestamente más complejas. En general se trata de una geometría aplicable a la física con definiciones, axiomas y teoremas, que recuerda a menudo la obra de 1898, incluyendo cierta terminología común. El concepto básico es la propiedad ϕ de un espacio (conjunto de líneas), que equivale en términos visuales a la de ser plano (*flatness*). A través de ella se redefinen los demás conceptos hasta llegar al de ϕ -punto, que se introduce a través de los ya definidos: «Una clase u es un ϕ -punto si existe una clase v , la cual (i) es ϕ -axial, (ii) se compone sólo de tres miembros, y (iii) es tal que u es la ϕ -conurrencia de la ϕ -región con v » (*ibid.*, 495). Que es como decir que un ϕ -punto es sencillamente la clase de líneas rectas concurrentes en un punto, pero superando la circularidad y de manera similar a aquella en que se suele entender el concepto geométrico de punto proyectivo. A continuación se definen otras entidades «planas» y con ellas se establecen los axiomas que propiamente constituyen la necesaria geometría tridimensional.

La memoria culmina con el concepto V, lineal y de carácter monista (leibniziano)²³, y pensado sobre el modelo de la teoría electromagnética de Maxwell, de forma que permita derivar la geometría teniendo en cuenta una interpretación en términos de nociones físicas como las líneas de fuerza (Mays 1965a, 249). La relación esencial es la misma que la del IV (su campo lo constituyen cuatro entidades lineales y un instante), y la relación *exterior* es necesaria para hacer posible la medición de las nociones dinámicas (como en III y IV). Ello hace que en él los puntos cambien a cada instante y que las partículas ofrezcan estructuras tan complejas como para abarcar las ideas físicas (1906a, 505).

La propiedad básica, que llamaré h (de *homaloty*), juega aquí el rol de ϕ y se define: una clase u es h en t (i) cuando para que x sea miembro de u es necesario y suficiente que x sea doblemente secante²⁴ con u , o (ii) cuando u sea una clase unitaria contenida en el campo de la relación esencia R en t . Intuitivamente (en términos de ϕ): una clase de líneas es plana (i) cuando es una clase unitaria cuyo único miembro es una recta, o (ii) cuando para que una recta x sea miembro de ella es necesario y suficiente que x corte a dos miembros de la clase (*ibid.*, 506). Aquí, como en 1898a, Whitehead avanza siempre teniendo en cuenta la interpretación, que es como aludir a una característica común al tipo de construcción que Russell practicó siempre²⁵.

23. Para un estudio sobre la interesante visión russelliana de Leibniz, véase mi 1990f.

24. Un elemento p es *doblemente* secante con la clase u en t si existen dos elementos de u en intersección con p en t tales que no exista ningún interpunto en p del que x e y sean miembros (1906a, 506).

25. He estudiado Whitehead 1898a, desde el punto de vista de su gran influencia en Russell, en mis 1987a (cap. 7) y 1991a (cap. 1). Se trata de una influencia casi desconocida, incluso por quienes

Whitehead prosigue introduciendo conceptos hasta llegar al de «cogredencia» entre elementos (una especie de paralelismo, que no incluye la necesidad de no intersección, y está pensado para definir una relación de orden entre los puntos de cualquier línea) a través del concepto de *punto cogrediente*, o clase de elementos cogredientes con algún elemento a junto con el mismo a (1906a, 509). De esta forma los puntos cogredientes juegan el papel de los «puntos en el infinito» y la relación tetrádica basada en ellos permite ordenar los puntos (*ibid.*, 506), de manera similar a la relación de «separación» entre cuatro puntos de la geometría proyectiva. Siguen entonces los 17 axiomas que determinan el concepto V, y suponen una geometría que, a diferencia de la correspondiente al I —donde sólo aparecían puntos, líneas y planos—, considera además la relación de sus elementos (todos lineales) y de los interpuntos con aquellas nociones tradicionales. Eso es lo que obliga a aumentar el número de axiomas y estrecha la relación con la física (*ibid.*, 513).

La memoria termina con los teoremas correspondientes y con una interpretación especulativa del tipo de corpúsculos que podrían adaptarse al concepto construido; en ella Whitehead interpreta los diversos tipos de puntos (según contengan o no interpuntos y partes no-secantes) como si fuesen entidades de la física (electrones y protones) y establece una correlación entre el movimiento de los elementos lineales y el de aquellas entidades. Así, el concepto V en conjunto «envuelve sólo la asunción de una clase de entidades que forman el universo»; las propiedades del espacio y sus fenómenos devienen las de esa clase de entidades, y se avanza en el ideal de deducir los axiomas considerados de ciertos axiomas generales que abarcarían también las leyes de la física, con lo que «estas leyes no presupondrían la geometría, sino que la crearían» (*ibid.*, 525). Tales palabras no hacen sino insistir en la misma idea logicista de Russell 1903a: lograr, no sólo que la lógica absorba la aritmética y la geometría, sino también la física.

5. Whitehead: la construcción relacionista del espacio

Hasta terminar 1910a Whitehead continuó trabajando junto con Russell, al tiempo que proseguía sus investigaciones en geometría, destinadas al cuarto volumen (nunca publicado)²⁶. El siguiente trabajo relevante para nosotros es 1914a, donde a la idea de construir los puntos se añaden dos más: (i) la de utilizar para ello entidades extraídas de la experiencia sensible, y (ii) la distinción entre el espacio aparente y el físico, todo lo cual supuso un gran paso hacia el fenomenalismo de Russell en 1914a, al menos por introducir la idea del doble «puente» (con los objetos y con los conceptos «teóricos»). Curiosamente este paso fue dado, de nuevo, a partir de la constante interacción Whitehead-Russell, de la misma forma en que Whitehead 1898a había influido en Russell 1903a y éste en la memoria que acabamos de exponer. Ahora esa interacción procedió de la lectura crítica que

han estudiado los intercambios intelectuales russellianos, como Eames 1989a, libro que tiene además otras deficiencias, como he señalado en mi estudio crítico 1991h.

26. Para nuevos datos sobre este punto, véase mi 1990b.

Whitehead realizó de Russell 1912a (en manuscrito), que quizá determinó el propio proyecto constructivo de Russell a partir de 1912.

Las críticas de Whitehead a Russell 1912a proceden ya de 1911 (1912a se publicó en enero de 1912) y pueden resumirse en dos puntos muy relacionados: el ataque a los universales como objetos de conocimiento directo y el rechazo de los objetos físicos como algo *inferido* que causaría nuestras sensaciones. Escribe Whitehead: «Percibo *objetos* y deseo saber sobre su realidad. Tu ignoras este objeto (o más bien lo escamoteas) y hablas sobre sensaciones de amarillez y dureza, y de un objeto *inferido* que las causa». Y lo aclara más abajo refiriéndose a citas de 1912a donde se establece la distinción entre el espacio aparente y el de la física: «Date cuenta de que los objetos físicos particulares como causas de nuestras sensaciones padecen el defecto habitual de toda causación particular. Si las llevas lo suficientemente lejos, todas nuestras sensaciones (según la hipótesis científica) proceden de la relación entre nosotros mismos y la totalidad del universo físico» (ambas citas en Lackey 1972a). Por tanto lo que hace Whitehead es claramente proponer una alternativa a las inferencias, aunque no se refiera explícitamente a las construcciones. La referencia a los objetos como procedentes de nuestra interacción con el mundo físico es una crítica a la teoría causal de la percepción (es decir a Locke) y abre la puerta a la única alternativa posible: la reconstrucción fenomenalista²⁷. Así se explica que en la construcción del punto de 1914a Whitehead use ya como material de partida las áreas y los volúmenes del mundo «aparente». Veamos, pues, cómo afecta esta novedad al método constructivo anteriormente establecido.

Whitehead 1914a parte de la distinción entre diversos sentidos del término «espacio» y lo hace no sólo de forma claramente fenomenalista, sino también ma-

27. Sólo el nexo entre la crítica de los universales y el ataque a las inferencias permite entender el giro de la postura de Whitehead y, al mismo tiempo, el célebre prefacio de Russell 1914a que atribuye al viejo amigo el énfasis en las construcciones. Miah (1987a, 16 ss.) se limita a detectar el rechazo de las inferencias y lo atribuye a un vago «escepticismo» procedente de Wittgenstein, nada menos que (en términos de la aceptación simple y llana de los objetos percibidos) (que sería la postura de Whitehead), por lo que pierde el contacto con la tradición constructiva anterior de Whitehead (que ignora) y la posibilidad de explicar la referencia a la «interacción» y a los universales. Y todo ello sobre la base de que el término «construcción lógica» figura ya en papeles de Russell procedentes de 1912. Pero esa expresión era conocida por Russell incluso desde 1896 (véase mi 1987a, 7.3). Además, Miah ignora también el contenido de Whitehead 1914a (no digamos de 1906a) a pesar de reconocer que Russell accedió a él desde mucho antes de su lectura pública en 1914; en concreto desde al menos octubre de 1913. Whitehead explicó claramente su postura, en los términos exactos en que he interpretado sus notas sobre 1912a, en 1915a, 1916a y 1917b. Ofrezco sólo dos pequeños fragmentos: «we imagine that we have immediate experience of a world of perfectly defined objects... My contention is, that this world is a world of ideas, and that its internal relations are relations between abstract concepts, and that the elucidation of the precise connection between this world and the feelings of actual experience is the fundamental question of scientific philosophy»; «conceptions of mathematical time, of mathematical space, are such smooth conceptions. No one lives in "an infinite given whole", but in a set of fragmentary experiences. The problem is to exhibit the concepts of mathematical space and time as the necessary outcome of these fragments by a process of logical building up» (citados por Lowe 1941a, 55-6, 60-1). Se trata aquí del impulso unificador que más tarde le llevaría a rechazar las teorías de la «bifurcación» de la naturaleza (1920a, cap. 2) y la alternativa monista y holística que caracterizó cada vez más su obra.

nejando implícitamente las nociones de «perspectiva» y «*sensibilia*» —que atribuíamos a Moore en la sección 3— en términos de «construcción lógica». Whitehead introduce primero el espacio aparente, donde los objetos aparentes están en función del percipiente y de su posición, por lo que este espacio no es más que el conjunto de relaciones entre los objetos que aparecen a cierto observador. Se divide en: (i) «espacio aparente inmediato», que comprende sólo lo fragmentario del mundo de cada momento para cada observador, y (ii) «espacio aparente completo», que comprende todos los objetos aparentes sin referencia a sujeto alguno, por lo que unen los diferentes espacios privados e incluyen las «percepciones que *podrían aparecer* a sujetos hipotéticos» (1914a, 424; la cursiva es mía). Juntos, ambos espacios configuran nuestro marco de referencia, y en ellos las «perspectivas» y los «*sensibilia*» se hallan presentes.

Tenemos después (iii) el «espacio físico», que corresponde a un mundo hipotético común a todos donde las relaciones entre los objetos corresponderían a nuestras sensaciones. Whitehead vuelve a aclarar inmediatamente que, no obstante, debemos rechazar la teoría causal, al disponer sólo de un mero paralelismo: «es evidente que tal mundo es una *construcción lógica hipotética*» (ibid., la cursiva es mía). Por último, está (iv) el «espacio abstracto» de la geometría como ciencia matemática. Naturalmente habrá un sólo espacio aparente, pero mediante relaciones entre objetos físicos es posible construir muchas «definiciones» diferentes de los conceptos de punto, línea, etc., por lo que teóricamente habrá un número infinito de espacios físicos posibles (ibid., 426).

La diferencia más importante con respecto a 1906a, además del fenomenalismo, es la aceptación definitiva de la «teoría relacionista del espacio» (título del trabajo), sin duda por sus enormes ventajas constructivas, patentes ya en el trabajo anterior a través de las ventajas de los conceptos de tipo monista sobre los demás. Esto es lo que da paso al nuevo método de la construcción, a pesar de que Russell silenciara este aspecto, claramente holístico²⁸. Pero Whitehead no tiene prejuicios filosóficos que mantener en este sentido, por lo que la admite abiertamente, junto con su consecuencia básica: la definibilidad relacional de los puntos. «Para la teoría relacionista del espacio», escribe, «es esencial que los puntos, por ejemplo, sean entidades complejas, funciones lógicas de las relaciones entre objetos que constituyen el espacio»; de no ser así la simplicidad de los puntos los convertiría en posiciones absolutas (ibid., 429-30).

Esto le leva a ceder definitivamente a las ventajas logicistas del relacionismo y proclamar como «idea fundamental» de la nueva teoría lo que en 1906a caracterizaba las construcciones: el ensamblado de una clase de relaciones que diera el marco de los objetos a definir. Ahora Whitehead insiste en lo mismo, pero subrayando lo espacial y destacando lo que caracterizará las construcciones russellianas: el exhibir las propiedades exigidas de los conceptos a sustituir, por eso no tiene inconveniente en reconocer —holísticamente— que lo que debe buscarse no es la simplicidad lógica «en el concepto de las entidades» sino en las relaciones entre ellas, lo que conduce directamente a una clara anticipación del principio rus-

28. He estudiado la evolución holística de la filosofía russelliana en mis 1991b, 1991e y 1991i.

selliano de la sustitución de las inferencias por construcciones, y ello en su doble vertiente, la referida a los objetos físicos y la correspondiente a los conceptos científicos (el doble «puente»).

He aquí la primera: «Partimos pues de una clase (s) de relaciones y buscamos cuáles son las definiciones posibles de algunos conceptos espaciales fundamentales y qué propiedades debe tener s para que las proposiciones usuales puedan ser verdaderas de los conceptos así definidos» (*ibid.*, 431). La segunda no es menos clara: «no tenemos necesidad de una definición lógicamente simple de puntos, líneas y superficies, sino de definiciones que conserven las propiedades generales y simples que les son atribuidas en geometría» (*ibid.*, 433). Que Whitehead también está pensando en una construcción fenomenalista del «mundo externo» queda claro, incluyendo de nuevo implícitamente las «perspectivas», cuando le aplica tales ideas: el mundo aparente completo se construye mediante la clase de relaciones entre un sujeto percipiente posible y el objeto aparente, de forma que cada relación sea «un modo de percepción de un objeto por los sentidos»; así un objeto aparente será miembro del dominio converso de tal relación, lo que permite definirlos en términos de los sujetos actuales y posibles; teoría que se aplica por igual al mundo físico en sí mismo (*ibid.*, 431-2).

Llego ahora a la construcción misma, que tiene lugar en términos simbólicos (los *Principia* estaban ya publicados) y anticipa el método de la abstracción extensiva, aunque se limita al concepto de punto y no define todavía los instantes. Por desgracia Whitehead olvida un tanto su costumbre de 1898a de acompañar el desarrollo técnico del correspondiente avance en la interpretación intuitiva, lo que hace difícil visualizar los conceptos introducidos. Cinco son las etapas principales del proceso constructivo.

(1) Se introducen las relaciones básicas, todas del tipo de la inclusión (que equivale más o menos a la relación todo-parte). Así, partiendo de la clase de relaciones de inclusión- s (que se dan entre sujeto y objeto, o bien entre objetos físicos) se define una relación derivada E_{σ} que tiene lugar entre dos objetos- σ a y b si R es miembro de σ y xRb , entonces, para todo x y R , xRa ; y (ii) b es un objeto- σ . Intuitivamente, si hacemos a σ igual a la percepción sensible, tendremos que percibir una parte de un objeto es percibir ese objeto. E_{σ} tendrá las propiedades que la relación «todo-parte» tiene en el espacio aparente si: (i) su dominio es el conjunto de objetos- σ ; (ii) es reflexiva, transitiva y asimétrica; y (iii) establece la divisibilidad infinita o continuidad. Sin embargo la construcción efectiva tiene lugar mediante una relación T , también de la clase σ , y por tanto de inclusión, que debe (i) darse entre objetos- σ , (ii) ser reflexiva y transitiva, y (iii) ser tal que si aTb y bTa , entonces $a = b$. El objetivo ahora será, como en 1906a, definir el punto como entidad compleja compuesta de clases definidas mediante esta relación, es decir precisar la concepción de «un objeto cortado progresivamente en partes más y más pequeñas hasta que sus dimensiones hayan desaparecido y no quede más que un punto», a título de «límite conceptual» (1914a, 442).

(2) Las clases construidas mediante T son dos: (i) las «clases seriales- T » son clases no nulas de objetos- σ tales que cualesquiera dos de sus miembros cumplen

xTy o yTx (por tanto son series, dado que T es transitiva); (ii) las «clases geométricas seriales- T » son clases tales que el único objeto- σ con el que todo miembro de σ puede tener la relación T debe ser un «indivisible- T » (siendo indivisible todo objeto que no incluye más que a sí mismo). Intuitivamente ambas clases corresponderían, por ejemplo, a (i) una serie de cilindros del mismo radio donde cada uno contendría al siguiente, y (ii) la misma serie en el caso de que la longitud de los cilindros no tuviese más límite inferior que 0 (1914a, 444). De todo ello se deduce que ninguna clase serial podrá tener más de un indivisible- T . El siguiente paso consistirá, precisamente, en definir la convergencia hacia tales indivisibles, que no serán otros que los puntos.

(3) El proceso convergente parte de T_c , la «relación de cobertura» entre clases seriales. Siendo α y β dos de tales clases, $\alpha T_c \beta$ significará que todo miembro de α tiene la relación T con un miembro determinado de β . Por tanto la relación de cobertura permite definir la igualdad: dos clases seriales son iguales- T cuando cada una cubra a la otra, es decir si $\alpha T_c \beta$ y $\beta T_c \alpha$. El ejemplo visual es ahora el de dos series concéntricas, una de círculos y otra de cuadrados, ambas con el mismo centro. Sin embargo, hay dos dificultades —muy relacionadas entre sí— con respecto al espacio aparente: (i) una clase geométrica de áreas que converjan hacia una línea podrá cubrir a otra que converja hacia un punto; (ii) dado que una clase geométrica de áreas puede converger hacia un punto situado bien en el interior de cada miembro, bien en el límite de todos ellos, cabe, en este segundo caso, que no haya punto indivisible alguno: basta para ello que el límite exterior (el contorno) de cada área coincida parcialmente con el de las demás.

La primera dificultad, la encara Whitehead distinguiendo explícitamente, en lo que sigue, las clases geométricas que convergen hacia un punto de las que lo hacen hacia una línea; en cuanto a la segunda dificultad insiste (no muy claramente) en el carácter excepcional del caso y en que, de todas formas, el punto percibido coincidirá con un área puntual indivisible percibida. El resultado general es que tanto para un punto como para una línea lo indivisible coincide simplemente con «el concepto de la posibilidad de las series de subdivisiones» (1914a, 448). Sin embargo, tales dificultades hacen que el proceso constructivo se haga más oscuro perdiendo parcialmente su apoyo intuitivo (los cambios futuros incidirán precisamente en este punto).

(4) Se trata ahora de definir los conjuntos de clases geométricas que convergen hacia un punto y hacia una línea; y ello mediante «definiciones lógicas que se apoyen en T y sin ayuda de ninguna idea fundamental nueva» (1914a, 449). Para ello, se distingue entre tres grados sucesivos de simplicidad decreciente que dan lugar a otras tantas definiciones: (i) los «primeros elementos de clases geométricas» serán las clases geométricas iguales- T a toda clase geométrica que ellas cubran; en el espacio aparente tales elementos comprenderán a todas las clases geométricas de áreas que incluyan un área puntual indivisible y/o que converjan hacia un punto situado sobre un lado de una línea dada que pase por él; (ii) los «segundos elementos de clases geométricas» serán las clases geométricas iguales- T a toda clase geométrica que ellas cubran, fuera de los primeros elementos; en el

espacio aparente comprenderán a toda clase geométrica de áreas que converja hacia un punto en el interior de las áreas; (iii) el «residuo de clases geométricas» será el resto de tales clases (las no comprendidas en las anteriores), es decir, las que en el espacio aparente convergen hacia segmentos de líneas. Ahora pueden definirse el «conjunto de clases geométricas que convergen hacia un punto», que será la suma de los «primeros elementos» y los «segundos elementos», y el «conjunto de clases geométricas que convergen hacia segmentos de línea», que será la diferencia entre el conjunto de todas las clases geométricas y el de aquellas que convergen hacia un punto. Falta sólo agrupar los miembros del primer conjunto, es decir definir el punto.

(5) La definición de partida es paralela a la de 1906a pues incluye la apariencia de circularidad: un punto-T material es un grupo de miembros del conjunto de clases geométricas que convergen hacia el mismo punto. Como entonces, se trata ahora de romper esa circularidad mediante una «definición puramente lógica» (1914a, 450). Para ello se introduce la relación de «conexión-T»: dos conjuntos α y β de clases geométricas que convergen hacia un punto son conexos-T si para todo miembro x del primero y todo miembro y del segundo existen uno o más objetos- s con los cuales x e y tienen la relación T. Después se recurre al concepto de «relación ancestral» (tomado de 1910a, y últimamente de Frege) de modo que ' uR^*v ' denote la existencia de una «cadena» de elementos entre u y v , lo que, aplicado a la relación anterior (es decir haciendo «ancestral» la relación de conexión), significará que α y β están unidos por una cadena de conjuntos conexos-T de clases geométricas que convergen hacia un punto, y que ellos mismos son dos de tales conjuntos. Por último se define el «punto-T material» como el conjunto de clases geométricas que están unidas a una clase geométrica determinada mediante una cadena de clases geométricas conexas-T. Dicho intuitivamente: dos clases geométricas de áreas que converjan cada una hacia un punto, y sean conexas, deben converger hacia el mismo punto; a la inversa: dos clases geométricas que converjan hacia el mismo punto deben estar unidas por una cadena de clases geométricas conexas (*ibid.*, 451).

La división anterior en cinco etapas tenía por objeto subrayar la coincidencia general (no muy fácil de establecer, y desde luego nunca señalada anteriormente en detalle) con el posterior «método de la abstracción extensiva», cuya principal diferencia con lo anterior (además de incluir los instantes) es que soluciona el problema de la «tangencia» (aludido más arriba en la etapa 3) introduciendo nuevos conceptos que complican bastante la construcción²⁹. Dejando de lado los detalles menores, he aquí las cinco etapas correspondientes de tal método según las obras posteriores³⁰. (1) Se define la relación de *extensión*, que es una relación de orden

29. Tales conceptos son los *primos* y *antiprimos* de 1919a y 1920a. No los detallo aquí por pertenecer a una fase posterior de la obra de Whitehead, que no añadió nada a la influencia ya ejercida sobre Russell. Sobre su función en relación a 1914a véase Whitehead (1920a, 101-2), así como las explicaciones de Nicod (1923a, 29 ss.) y Moulines (1973a, 120 ss.).

30. El método aparece en 1919a, parte 3, y 1920a, caps. 3 y 4. Aquí me limito a lo esencial y paso por alto las diferencias entre las dos presentaciones, que afectan sobre todo al punto en que se intro-

entre *sucesos* tal que éstos (i) no tienen máximo ni mínimo, (ii) dados dos cualesquiera siempre hay otro que se extiende sobre ellos, y (iii) dados dos siempre hay otro entre ellos. Sin embargo se introduce, como relación derivada a inversa, la de *ser parte de*, que permite definir otras relaciones y clases. (2) Se definen las *clases abstractivas* en términos de la relación derivada. (3) Se establece la relación de *cobertura* en términos de la de extensión, que sirve para definir la igualdad. (4) Se construyen los *elementos abstractivos* como conjuntos de clases abstractivas que se cubren unas a otras, y se pasa, mediante ellos e introduciendo conceptos intermedios, a determinar unívocamente los puntos y los instantes (éstos a través de las *duraciones*). (5) Los puntos serán clases de elementos abstractivos que cumplen ciertas condiciones.

La idea intuitiva es, por tanto, la misma que en 1914a, lo que Whitehead subraya con el ejemplo del juguete chino consistente en una serie de cajas cada una dentro de otra, con la diferencia de que en su método no hay última caja (1920a, 74). Ello permite visualizar la forma en que el punto se construye mediante el conjunto de todas las entidades que convergen hacia él. El que ahora se añade la «ley de convergencia en la simplicidad por medio de la disminución de la extensión» (*ibid.*, 93), cuyo significado sería el de explicar cómo «el carácter extrínseco de una serie abstractiva» permite la «emergencia de un carácter intrínseco», que sería el punto o el instante (*ibid.*, 96), no hace más que subrayar el carácter holístico del método, que, aunque sustituye *inferencias* por *construcciones*, lo hace al precio de dar primacía a las relaciones sobre los términos. Russell debió darse cuenta de semejante inconveniente, que se unía al fuerte ataque al atomismo implícito en la crítica de Wittgenstein, pero parece que el recurso a las construcciones fue una especie de refugio. Además, el método de Whitehead tenía la ventaja de practicar un fenomenalismo en clave logicista, subrayando la importancia del enfoque presente ya en la geometría de Russell 1903a (donde latían ya las dificultades del atomismo).

Se ha defendido la postura de que en general el método de la abstracción extensiva debe entenderse como un «modelo matemático», en el sentido de que cumple las funciones que se espera de tales artificios (Fitzgerald 1979a). Pero no basta entonces con decir que así entendido el modelo matemático sería un intermediario, de carácter más o menos heurístico, entre la teoría y el modelo físico, como ocurre en las axiomatizaciones de teorías físicas. Aquí falta la teoría previa, y lo que se construye son meramente los objetos del sentido común y algunas entidades geométricas que «conectan», de manera imprecisa, con los objetos de la física. Además, este enfoque no distinguiría, respecto a Whitehead, entre la construcción de 1914 y las de 1919-1920³¹.

duce la noción de *elemento abstractivo*. Véase sobre ello Moulines 1973a, 107 ss., que es la mejor exposición y además está formalizada. Sus únicos defectos en relación a Whitehead son que, al ignorar trabajos anteriores de este autor, presenta el método como una mejora del seguido por Russell en 1914a, y que elude la exposición de la complicada construcción whiteheadiana de los puntos, sustituyéndola por la más breve y precisa de Nicod.

31. He ofrecido un intento de clarificación de los diferentes sentidos del término «modelo» que son relevantes en este contexto en mi 1991c.

La utilidad del modelo, que es más bien lógico que matemático, consiste, en 1914, en hacer posible una doble interpretación (lo que vengo llamando el doble puente) en el mundo de las apariencias y en el de la física, al tiempo que en conectar los objetos aparentes y los objetos físicos a través de su carácter subjetivo, dado que ambos son contruidos con la ayuda de elementos geométricos, cuyo carácter resulta más o menos indeterminado. En cambio en 1919-1920 el modelo lógico es más general, pues parece interpretarse como un intento de asegurar un paralelismo global entre el mundo de la percepción y el mundo de la ciencia, obrando como vínculo entre ellos (Hurley 1979a), aunque ese paralelismo pueda recibir, a su vez, diversas interpretaciones (fenomenalista, fisicalista, etc.), como señaló ya Moulines 1973a.

Sin embargo, la interpretación correcta resulta poco definida a la luz de los comentarios de Whitehead; lo único claro en común en ambos intentos es la técnica misma de la construcción lógica, aunque no la importancia de su carácter axiomático. De ahí que también se haya señalado (Palter 1960a) el dilema existente entre la consideración del modelo (al menos a la hora de dar cuenta de la física) como mera posibilidad abstracta, en cuyo caso no pasaría de mero ejercicio lógico de dudosa relevancia para la física real, y como intento de construir el mundo realmente existente, con lo que la evidencia empírica debería ser mostrada de manera inequívoca.

En todo caso es indudable que, a la luz de todo lo anterior, los recursos constructivos russellianos de 1914a y 1914b dependieron directamente de Whitehead 1914a, aunque ello no había sido señalado antes con claridad, quizá porque el artículo se publicó en 1916 y por ser casi desconocido. De hecho Russell dispuso de su contenido en forma de notas al menos desde octubre de 1913 (Miah 1987a), por lo que cabe poner en duda la originalidad de las ideas contenidas en aquellas obras y «surgidas» a primeros de 1914; y ello tanto respecto a la construcción fenomenalista estricta, como a la de los puntos (o los instantes, que es similar): ambos aspectos están presentes en el método de Whitehead. Por último, la dependencia fue explícitamente reconocida por Russell ya en 1914a (prefacio) y más tarde en 1967a, II (p. 134), al explicar el origen de la carta de ruptura de Whitehead, que no fue otro que su enfado por lo que llegó a considerar como un uso indebido de sus ideas por parte de Russell³².

Bibliografía

- CLARK, R.W. (1975a), *The life of Bertrand Russell*, Londres, Penguin, 1978.
 COUTURAT, L. (1896a), *De l'infini mathématique*, Paris, Alcan.
 EAMES, F.R. (1989a), *Bertrand Russell's dialogue with his contemporaries*, Carbondale, Southern Illinois Univ. Press.
 FITZGERALD, J.A. (1979a), *A.N. Whitehead's early philosophy of space and time*, Washington, D.C., Univ. Press of America.

32. En mi 1991 he estudiado los diversos intentos russellianos de construir un sistema fenomenalista, así como los correspondientes problemas filosóficos.

- GONZÁLEZ, L. (1979a), «Lógica y filosofía en Whitehead», *Teorema*, 9, 299-322.
- HURLEY, P.J. (1979a), «Whitehead's "Relational theory of space": text, translation and commentary», *Philos. Res. Arch.*, 5, 676-777.
- LACKY, D. (1972a), «The Whitehead correspondence», *Russell*, 5, 14-16.
- LAWRENCE, N. (1950a), «Whitehead's method of extensive abstraction», *Phil. Sci.*, 17, 142-63.
- LECLERC, I. (1965a) (ed.), *The relevance of Whitehead*, Londres, MacMillan.
- LOWE, V. (1941a), «The development of Whitehead's philosophy», En Schilpp 1941a, 15-124.
- MACH, E. (1883a), *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, tr. cast. de J. Babini, *Desarrollo histórico-crítico de la mecánica*, Bs. As., Espasa, 1949.
- (1886a), *Beiträge zur Analyse der Empfindungen*, tr. cast. de E. Ovejero, *Análisis de las sensaciones*, Madrid, Jorro, 1925. Reimp. en Barcelona, Altafulla, 1987.
- MARGENAU, H. (1950a), *The nature of physical reality*, tr. cast., Madrid, Tecnos, 1970.
- MAYS, W. (1965a), «The relevance of "On mathematical concepts of the material world" to Whitehead's philosophy», en Leclerc, 1965a, 235-60.
- MIHAJ, S. (1987a), «The emergence of Russell's logical construction of physical objects», *Russell*, 7, 11-24.
- MOORE, G.E. (1906a), «The nature and reality of objects of perception», en 1922a, 31-96.
- (1910a), «Material things», en 1953a, 127-44.
- (1914a), «The status of sense-data», en 1922a, 168-96.
- (1922a), *Philosophical studies*, Londres, Kegan Paul.
- (1942a), «An autobiography», en Schilpp 1942a, 1-40.
- (1953a), *Some main problems of philosophy*, Londres, Allen & Unwin.
- MOULINES, U. (1973a), *La estructura del mundo sensible*, Barcelona, Ariel.
- NAGEL, E. (1961a), *The structure of science*, Londres, Kegan Paul.
- NICOD, J. (1923a), *La géométrie dans le monde sensible*, París, P.U.F.
- PALTER, R.M. (1960a), *Whitehead's philosophy of science*, Univ. Chicago Press.
- RODRIGUEZ CONSUEGRA, F. (1987a), *El método en la filosofía de Bertrand Russell. Un estudio sobre los orígenes de la filosofía analítica a través de la obra de Russell, sus manuscritos inéditos y los autores que más le influenciaron*, Tesis doctoral, Univ. de Barcelona, x + 800 pp.
- (1987b), «Bibliografía de Bertrand Russell en español», *Mathesis*, 3, 183-197.
- (1987c), «Russell's logicist definitions of numbers 1899-1913: chronology and significance», *Hist. Phil. Log.*, 8, 141-169.
- (1988a), «Bertrand Russell 1898-1900: una filosofía de la matemática inédita», *Mathesis*, 4, 3-76.
- (1988b), «Elementos logicistas en la obra de Peano y su escuela», *Mathesis*, 4, 221-299.
- (1988c), «Bertrand Russell 1900-1913: los principios de la matemática, parte 1ª», *Mathesis*, 4, 355-392.
- (1988d), «Bertrand Russell 1900-1913: los principios de la matemática, parte 2ª», *Mathesis*, 4, 489-521.
- (1989a), «Russell's theory of types, 1901-1910: its complex origins in the unpublished manuscripts», *Hist. Phil. Log.*, 10, 131-164.
- (1989b), «The origins of Russell's theory of descriptions according to the unpublished manuscripts», *Russell*, 9, 99-132.
- (1990a), «Bertrand Russell 1895-1898: una filosofía prelogicista de la geometría», *Díálogos*, 55, 71-123.
- (1990b), «Russell's first technical philosophy», ensayo-reseña de Winchester y Blackwell 1989, *Hist. Phil. Log.*, 11, 225-230.

- (1990c), «Whitehead y Russell sobre el mundo externo: matemáticas y filosofía», en A. Díez, J. Echeverría and A. Ibarra (eds.), *Structures in Mathematical Theories*, Reports of the San Sebastian International Symposium, Setiembre, 25-29, 1990. Universidad del País Vasco, San Sebastián, 1990, pp. 103-108.
- (1990d), «El logicismo russelliano: su significado filosófico», *Crítica*, en prensa.
- (1990e), «La primera filosofía de Moore», *Agora*, en prensa.
- (1990f), «La interpretación russelliana de Leibniz y el atomismo metodológico de Moore», *Diánoia*, en prensa.
- (1991a), *The mathematical philosophy of Bertrand Russell: origins and development*, libro sometido a Birkhäuser.
- (1991b), «A global viewpoint on Russell's philosophy», ensayo-reseña de Wade Savage y Anthony Anderson 1989, *Diálogos*, 57, en prensa.
- (1991c), «La "pérdida de certidumbre" en la matemática y la ciencia contemporáneas», *Mathesis*, en prensa.
- (1991d), «Bertrand Russell 1920-1948: una filosofía de la ciencia del atomismo al holismo», *Diálogos*, por aparecer.
- (1991e), «El impacto de Wittgenstein sobre Russell: últimos datos y visión global», *Theoria*, por aparecer.
- (1991f), «La influencia de Bradley en los orígenes de la filosofía analítica», *Análisis filosófico*, por aparecer.
- (1991g), «Some new light on Russell's "inextricable tangle" about meaning and denotation», *Russell*, por aparecer.
- (1991h), «Bertrand Russell and his contemporaries», ensayo-reseña de Eames 1989a, *Russell*, por aparecer.
- (1991i), «Bertrand Russell and Bradley's ghost: evolution and significance of Russell's difficulties concerning relations», artículo sometido a *Synthese*.
- (1991j), «Bertrand Russell on propositions and truth, 1900-1910: a new account based on unpublished evidence», artículo en prensa.
- (1991k), «A comparison of the theories of descriptions by Frege, Peano and Russell», artículo sometido a *Jrn. Phil. Log.*
- (1991l), «Russell y el mundo externo: ¿construcciones versus inferencias?», artículo sometido a *Arbor*.
- (1992a), «Mathematical logic and logicism from Peano to Quine», en I. Grattan-Guinness (ed.), *Encyclopaedia of the history and philosophy of the mathematical sciences*, Londres, Routledge, en prensa.
- RUSSELL, B. (1987a), *An essay on the foundations of geometry*, Cambridge Univ. Press.
- (1900a), «L'idée de l'ordre et de la position absolue dans l'espace et dans le temps», *Congrès Int. Phil.*, París, Colin, III: 241-77.
- (1900b), *A critical exposition of the philosophy of Leibniz*, Cambridge University Press.
- (1903a), *The principles of mathematics*, Cambridge University Press.
- (1905a), «On denoting», *Mind*, 14, 479-93. Reimp. en 1956a, 41-56.
- (1910a), *Principia mathematica* (con A.N. Whitehead), volumen 1, Cambridge University Press.
- (1911a), «Le réalisme analytique», *Bull. Soc. Franç. Phil.*, 11, 53-82.
- (1911b), «The basis of realism», *Journ. Phil.*, 8, 158-61.
- (1911c), «Knowledge by acquaintance and knowledge by description», *Proc. Arist. Soc.*, 11, 108-28. Reimp. en 1918a, 200-21.
- (1912a), *The problems of philosophy*, Londres, Williams and Norgate (utilizo la edición de Oxford University Press, 1980).
- (1912b), «On the relation of universals and particulars», *Proc. Arist. Soc.*, 12, 1-24. Reimp. en 1956a, 105-24.

- (1913a), *Theory of knowledge*, publicado en 1984a.
- (1913b), «On the notion of cause», *Proc. Arist. Soc.*, 13, 1-26. Reimp. en 1918a, 173-99.
- (1914a), *Our knowledge of the external world*, Londres, Allen & Urwin. Segunda edición con nuevo prefacio y algunos cambios en 1929.
- (1914b), «The relation of sense-data to physics», *Scientia*, 4. Reimp. en 1918a: 140-172.
- (1918a), *Mysticism and logic*, Londres, Longmas Green.
- (1956a), *Logic and knowledge*, ed. R.C. Marsh, Londres, Allen & Unwin.
- (1967a), *The autobiography of Bertrand Russell*, 3 vols, tr. cast. en Madrid y México, Aguilar, 1968, 1969, 1975.
- (1984a), *Theory of knowledge: the 1913 manuscript*, vol. 7 de *The Collected Papers of Bertrand Russell*, Londres, Allen & Unwin.
- SCHILPP, P. (1941a), (ed.), *The philosophy of A.N. Whitehead*, New York, Tudor, 1951.
- (1942a) (ed.), *The philosophy of G.E. Moore*, La Salle, III, Open Court.
- STEBBING, L.S. (1930a), *A modern introduction to logic*, tr. cast. México, UNAM, 1965.
- STEGMÜLLER, W. (1970a), *Theorie und Erfahrung*, I, tr. cast. de U. Moulines, *Teoría y experiencia*, Barcelona, Ariel, 1982.
- SUPPES, P. (1957a), *Introduction to logic*, tr. cast. en México, CECSA, 1980.
- VUILLEMIN, J. (1971a), *La logique et le monde sensible*, París, Flammarion.
- WADE SAVAGE, C. y ANTHONY ANDERSON, C. (1989a) (eds.), *Rereading Russell: Essays in Bertrand Russell's metaphysics and epistemology*, vol. XII de Minnesota Studies in the Philosophy of Science, Minneapolis, University of Minnesota Press, 1989.
- WHITEHEAD, A.N. (1898a), *A treatise on universal algebra*, Cambridge University Press.
- (1906a), «On mathematical concepts of the material world», *Trans. Roy Soc. London*, 205, 465-525.
- (1914a), «La théorie relationniste de l'espace», *Rev. Mét. Mor.*, 23 (1916), 423-54.
- (1915a), «Space, time and relativity», *Proc. Arist. Soc.*, 16, 104-29.
- (1916a), «The organisation of thought», en 1917a, 105-33.
- (1917a), *The organisation of thought*, Londres, Williams & Norgate.
- (1917b), «The anatomy of some scientific ideas», en 1917a, 134-90.
- (1919a), *An inquiry concerning the principles of natural knowledge*, Cambridge University Press.
- (1920a), *The concept of nature*, tr. cast. de J. Díaz, Madrid, Gredos, 1968.
- WINCHESTER, I. y BLACKWELL, K. (1989a) (eds.), *Antinomies and Paradoxes. Studies in Russell's early philosophy*, Hamilton, McMaster. University Press (antes en *Russell*, 8, 1988, nos. 1-2).
- WITTGENSTEIN, L. (1974a), *Letters to Russell, Keynes and Moore*, tr. cast. de N. Míguez, Madrid, Taurus, 1979.