

UNIVERSITAT DE BARCELONA

MÀSTER EN METEOROLOGIA

PROJECTE FINAL

Càlcul de rutes òptimes per a
vaixells de vela

Autor:
Llorenç Lledó Ponsati

Tutor:
Dr. Bernat Codina Sánchez

7 d'octubre de 2007



Quan surts per fer el viatge cap a Ítaca,
has de pregar que el camí sigui llarg,
ple d'aventures, ple de coneixences...

K.P. Kavafis

Agraïments

Primerament m'agradaria donar les gràcies al doctor Bernat Codina per brindar-me l'ocasió d'escriure aquest treball. Per mi és una gran satisfacció poder dur a terme un treball que combina tres de les meves aficions: la vela, la meteorologia i les matemàtiques. En segon lloc un gran agraïment al Jose Luís Vela pels valuosos consells, pistes, idees, per compartir els secrets de Racing Bravo i Desafio amb mi i dedicar-me el seu temps. Vull agrair especialment el suport de tots els companys de Meteosim, que en tot moment m'han donat un cop de mà i han propiciat un ambient de treball molt agradable, i per descomptat el suport econòmic de la Fundació per la Navegació Oceànica de Barcelona, la universitat de Barcelona i l'empresa Meteosim S.L., sense el qual probablement aquest treball no hagués estat possible. Al Tomàs Molina, per fer decantar la balança de la indecisió. Al Jordi Lluís, pels consells de programació i de Latex. A la Neus, per la revisió del text i per tots els bons moments. A l'Emili i l'Anna, per encomanar-me el cuquet del mar i pel suport incondicional. També als meus germans, família i amics.

Índex

I	Part teòrica	1
1	Història i precedents del routing	2
2	Metodologies pel routing determinista	7
2.1	El mètode de James	8
2.1.1	Analogia amb un altre model físic: propagació d'ones en un medi anisòtrop no homogeni	9
2.2	El càlcul de variacions	11
2.3	La programació dinàmica	13
2.4	Comparació de les tres metodologies	16
3	Metodologies pel routing estocàstic	18
3.1	Prediccions per conjunts	19
3.2	Escenaris	19
3.3	Climatologies	21
3.4	Integració d'escala a partir d'isòcrones inverses	21
II	Part pràctica	23
4	Aplicació d'una eina de routing	24
4.1	Descripció de l'eina utilitzada	24
4.2	Simulació determinística	24
4.3	Simulació estocàstica	25
4.4	Simulació climàtica	26
5	Conclusions	28

Abstract

El *routing meteorològic* és una tècnica que consisteix a analitzar les condicions de vent presents i pronosticar les futures, per tal de traçar rutes òptimes per a vaixells de vela. Quan un vaixell fa una regata *offshore*, un dels factors decisius per guanyar és l'elecció de la ruta a seguir. Sovint el millor camí no és el més curt, i un vaixell lent pot guanyar la regata si troba la millor ruta.

L'objectiu d'aquest treball és fer un anàlisi de les diferents tècniques de routing per a vaixells de vela existents, així com desenvolupar noves metodologies.

En una primera part trobareu una explicació més aviat teòrica dels mètodes del routing. En una segona part s'exposen simulacions dutes a terme amb una eina de routing desenvolupada per l'autor, en un projecte cofinançat per la Fundació per la Navegació Oceànica de Barcelona, la Universitat de Barcelona i l'empresa Meteosim S.L., amb seu al Parc Científic de Barcelona.

Part I

Part teòrica

Capítol 1

Història i precedents del routing

Des de ben antic, el coneixement de rutes adequades per a la navegació oceànica ha estat subjecte d'importància. Des del segle XV Espanya i Portugal es van disputar la conquesta del Nou Món a través dels oceans. El comerç amb les Índies mitjançant rutes terrestres com la ruta de la seda era molt costós, degut als nombrosos intermediaris i bloquejos comercials; per això Portugal va arribar a les Índies per mar a través del cap de Bona Esperança, establint una nova ruta comercial que els reportava uns beneficis enormes. Però aquesta ruta havia de creuar l'oceà Índic cap a l'est, en contra dels vent alisis, i es feia molt lenta. Els espanyols varen pensar que fer la ruta cap a l'oest fent la volta al món amb els alisis a favor seria més ràpid, i a més evitaria les aigües portugueses. És així com Colón descobrí les Amèriques. Més endavant Magalhães aconseguia vorejar Amèrica pel sud, obrint el pas de Magalhães entre Tierra del Fuego i el continent, travessà el Pacífic i desembarcà a Filipines el 1522. El viatge de tornada el varen fer encara a favor dels alisis, pel cap de Bona Esperança, completant així la primera volta al món de la història (Figura 1.1).

Però aquesta nova ruta tampoc era tan ràpida com s'esperava, ja que per passar l'estret de Magalhães cal baixar fins a latituds 55 sud, abandonant els alisis i retrobant corrents de l'est, més desfavorables. La solució que els espanyols varen trobar fou dividir la ruta en dues etapes oceàniques i una de terrestre, travessant Mèxic. Així es varen establir dues rutes: la *carrera de Indias* des de Sevilla fins a Veracruz per l'Atlàntic, i el *galeón de Manila* o *nao de China* des d'Acapulco fins a Manila pel Pacífic. El problema d'ambdues rutes era el *tornaviaje*: molts vaixells varen fracassar buscant una ruta que els portés de nou a casa cap a l'est. Per tornar de Manila a Acapulco, el navegant Arellano va obrir la ruta d'Urdaneta que enfilant cap al nord fins al Japó i agafant la corrent del Kuro-Shio, el va dur fins a Califòrnia en



Figura 1.1: La volta al món de Magalhães

uns dos mesos, tot un rècord en aquell temps en què creuar el Pacífic cap a l'est era una aventura mortal de sis mesos o més (Figura 1.2). Aquestes rutes comercials dels espanyols varen afavorir enormement la seva economia, i varen persistir fins a finals del segle XVIII, quan perderen el monopoli de la ruta, sobretot amb l'obertura del canal de Suez.

Però la història del routing pròpiament dit es remunta a mitjans del segle XIX amb l'aparició de les cartes de vent o *wind charts*. L'obra de l'oceanògraf M.F. Maury, *The Physical Geography of the Sea*, 1851 [Maury, 1851] recull les observacions de molts vaixells comercials que creuaven els oceans a vela, i s'utilitzen per elaborar un atlas de vents i corrents oceàniques mundials. Maury divideix l'oceà en regions quadrades, i es calcula una direcció i força mitjana del vent en cada una de les regions, a partir de les observacions dels vaixells. Ara bé, aquests promitjos pateixen els efectes de la inhomogeneïtat total de la sèrie. Les dades no s'obtenen de manera regular, ni registrades pel mateix aparell, ni tenen en compte fenòmens antropogènics com pot ser que en situació de vent favorable s'enregistraven molt poques observacions. Els primers capítols del llibre tracten temes d'interès meteorològic o oceanogràfic, com la Corrent del Golf, la batimetria dels oceans, el comportament general de l'atmosfera, la circulació global atmosfèrica, etcètera. Es dedica un capítol sencer a la tria d'una ruta adequada, mitjançant l'ús de les *wind charts* o cartes de vent.

És també pioner l'article del meteoròleg, científic i explorador Francis Galton *On the employment of meteorological statistics in determining the*



Figura 1.2: La ruta d'Urdaneta i Arellano

best course for a ship whose sailing qualities are known de 1873 [Galton, 1873], que estableix les bases del routing. Galton va més enllà d'una simple climatologia de vents i corrents, i a partir de les característiques d'un vaixell tipus que ell anomena *Beaufort Ship* proposa calcular la distància mitjana que avança el vaixell en una direcció donada al cap d'un dia. D'aquesta manera obté no un atlas de vents sinó un atlas de velocitats del vaixell en cada punt i direcció (Figura 1.3). En aquesta obra Galton defineix per primer cop el terme isòcrona com la línia de punts als quals s'arriba després de navegar un cert temps, i a més a més dissenya un aparell mecànic per tal d'agilitzar els càlculs d'aquesta línia.

Amb l'arribada de la propulsió mecànica, aquest tipus d'atles climatològics perden tot el seu interès, i no és fins als anys 60 del segle XX que reneix un interès per l'estudi de la meteorologia a l'hora de traçar les rutes per als vaixells mercants. Quan un vaixell mercant topa amb una tempesta amb fortes onades es veu obligat a reduir la marxa per tal de disminuir el risc d'accident, no forçar l'estructura del casc, no perdre la càrrega, etc... Un estudi previ de l'onatge permet evitar les zones amb una mar més alterada. Això pot proporcionar als mercants transoceànics avantatges importants: estalvi de temps, estalvi de combustible, seguretat de la càrrega i la tripulació, confort dels passatgers (en el cas d'un creuer), puntualitat i en últim terme estalvi econòmic.

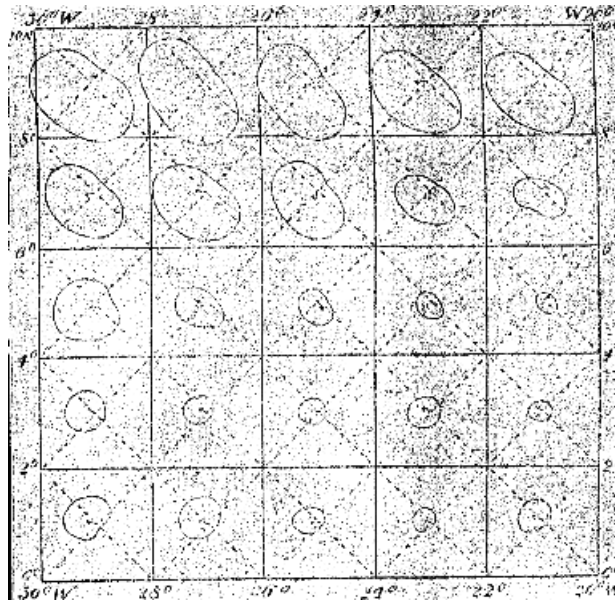


Figura 1.3: L'atles de velocitats de Galton. Cadascun dels anells és una isòcrona, que dóna una idea de la velocitat mitjana del vaixell en aquella regió de l'oceà per cada direcció.

R.W. James [James, 1957] és el primer d'utilitzar un pronòstic d'onatge i proposar un mètode de càlcul manual per traçar una ruta òptima o de temps mínim: l'anomenat mètode d'isòcrones. Aquest mètode és molt similar a l'exposat per Galton, però fa un pas més enllà utilitzant pronòstics en comptes de climatologies. Amb l'arribada dels ordinadors el mètode manual és programat [Nagle, 1961]. Poc després el problema és solucionat a través del càlcul de variacions o extrems, un mètode integral similar a l'utilitzat per traçar les rutes de l'aviació [Haltiner and Hamilton, 1961] [Bleick and Faulkner, 1965]. Des de llavors diversos avenços s'han anat introduint, com optimitzar la ruta segons el consum de combustible en comptes del temps de trajecte o tenir en compte l'efecte de les corrents oceàniques.

Diverses metodologies han estat proposades per solucionar el problema:

- El mètode d'isòcrones de James.
- El càlcul de variacions i la teoria de control òptim.
- La programació dinàmica.

La incertesa del pronòstic de les variables meteorològiques ha estat tractada en el routing per a mercants de diverses maneres: solucions purament deterministes amb previsions a curt o mig termini, climatologies [Joseph and Kipper, 1963], prediccions per conjunts [Hoffschildt et al., 1999]

o tractament estocàstic de les variables.

En el camp pràctic el routing per a vaixells de vela no ha avançat tant com el routing per a mercants, però els mateixos procediments poden ser aplicables al routing per a vaixells de vela fent algunes modificacions. Allsopp [Allsopp, 1998] [Allsopp et al., 2000a] proposa un mètode estocàstic per a les variables meteorològiques utilitzant un sistema de branques que es despleguen, modelant així la incertesa del temps.

També s'ha desenvolupat tecnologia de routing per a regates transoceàniques de rem [Philpott and Leyland, 2005] utilitzant el mètode d'isòcrones.

Capítol 2

Metodologies pel routing determinista

El routing meteorològic o en anglès *optimum ship routing* és definit per James [James, 1957] com:

La selecció d'un camí òptim per una travessia transoceànica mitjançant l'aplicació de pronòstics de llarg termini del vent, l'onatge i corrents al coneixement de com el vaixell reacciona a aquestes variables.

Amb aquesta cita James defineix el que avui podem entendre com a routing determinista: si coneixem la velocitat del vaixell en funció de les condicions atmosfèriques/oceàniques, a partir de pronòstics d'aquestes variables podem calcular la velocitat del vaixell en cada punt de l'oceà i en cada instant. Amb aquesta informació podem determinar quina serà la millor ruta per anar d'un punt a un altre.

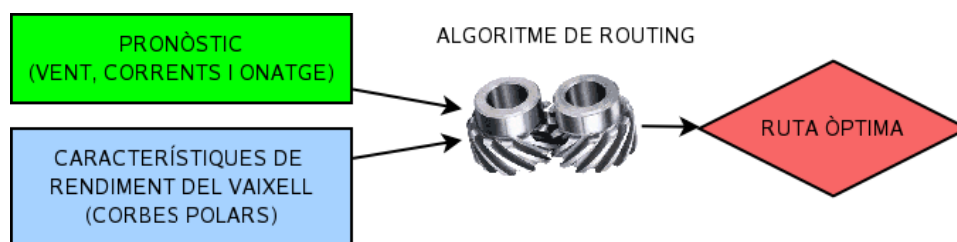


Figura 2.1: Esquema conceptual del routing determinista

En el cas dels vaixells de vela, el coneixement de com el vaixell reacciona a les variables atmosfèriques/oceàniques es recull en unes taules, que s'anomenen *corbes polars* (Figura 2.2). Aquestes taules es poden obtenir amb programes específics anomenats VPP (Velocity Prediction Program), que mitjançant les característiques del vaixell com la superfície vèlica, el pes de

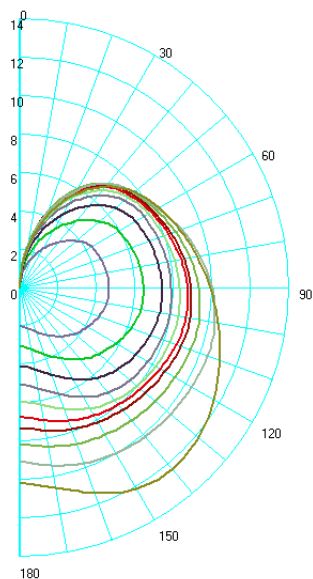


Figura 2.2: Corbes polars d'un vaixell de vela. Cadascuna de les línies representa la velocitat del vaixell per una intensitat de vent donada, en funció de l'angle d'incidència del vent amb el rumb del vaixell

la quilla, l'eslora de l'embarcació, etc... calculen la velocitat a través d'un equilibri entre les forces aerodinàmiques i hidrodinàmiques. Continuar la discussió per aquesta banda donaria lloc a una segona tesi. Per una introducció lleugera i comprensible vegeu [Cochran,], per un estudi més detallat vegeu [Larsson and Eliasson, 2000] o [Marchaj, 1996].

Per altra banda, el pronòstic de les variables es pot obtenir de moltes maneres: climatologies, simulacions numèriques del temps, anàlisi de dades de satèl·lit, etc... Evidentment, com més acurat sigui el pronòstic millor serà la ruta obtinguda.

Tal i com s'exposa al capítol 1 existeixen bàsicament tres mètodes per traçar rutes òptimes:

2.1 El mètode de James

El mètode de James és un mètode manual inspirat en el principi de Huygens de propagació de la llum (Figura 2.3). El mètode consisteix a calcular la velocitat del vaixell per cada rumb que pot prendre, i dibuixar en una carta nàutica l'espai recorregut pel vaixell en cada direcció en un cert interval de

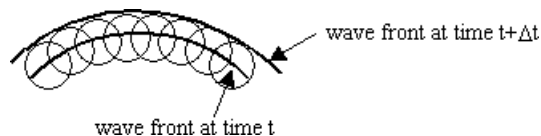


Figura 2.3: Propagació d'un front d'ona segons el principi de Huygens

temps Δt .

Així, després d'un interval de temps podem traçar una isòcrona o línia de mateix temps, és a dir, una línia unint punts als quals s'arriba després de navegar Δt hores. Agafant uns quants punts sobre la isòcrona calculada repetim el procediment considerant cada un d'aquests punts com el punt inicial. Obtenim aleshores una segona isòcrona per cada punt en la primera isòcrona. L'envolvent de totes aquestes isòcrones defineix una segona isòcrona definitiva, que cal traçar manualment unint de manera intel·ligent les isòcrones calculades per cada punt. També cal dibuixar els raigs, és a dir, les trajectòries que porten d'una isòcrona a la següent. D'aquesta manera, quan una isòcrona intercepti el punt d'arribada de la ruta, resseguint els raigs obtindrem la ruta òptima.

L'analogia entre la propagació de la llum i la propagació de les isòcrones és molt encertada, i d'aquesta similitud en podrem extreure algunes idees.

2.1.1 Analogia amb un altre model físic: propagació d'ones en un medi anisòtrop no homogeni

Per tal de visualitzar millor la situació i aprofitar idees i mètodes utilitzats per altres finalitats diferents al routing podem fer un símil entre el nostre problema i la propagació d'ones en un medi anisòtrop no homogeni. Imaginem que tenim un focus puntual que emet una ona a \mathbb{R}^2 . Es defineix un front d'ona com el lloc geomètric de punts que es troben en la mateixa fase. Per determinar l'evolució d'un front d'ona, el principi de Huygens ens diu que tot punt en un front d'ona s'ha de tractar com un nou focus emissor, i l'envolvent de totes aquestes ones forma un nou front d'ona. Podem pensar que de tots els raigs que surten d'un front d'ona, el primer que arribi a un punt de l'espai proper serà el que defineixi la vibració en aquell punt, formant el nou front. En un medi anisòtrop (la propagació depèn de la direcció) i no homogeni (cada punt de l'espai té unes condicions de propagació particulars) la situació serà molt semblant al nostre problema: la velocitat d'un vaixell de vela és diferent en cada punt de l'oceà segons el vent que hi bufi (no homogeneïtat), i depèn de la direcció que prengui el vaixell (anisotropia).

Fixem ara un punt de sortida de la ruta del nostre vaixell.

Definició Una isòcrona $I(t)$ és el lloc geomètric dels punts que es poden

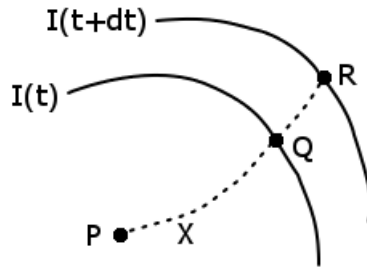


Figura 2.4: Propagació d'una isòcrona

atènyer al cap d'un temps de navegació t , ni més ni menys.

Definició Una ruta òptima és aquella que ens porta de l'origen al destí en el menor temps possible, el temps òptim.

Hipòtesi 1 *Tot punt es pot atènyer en un temps finit.*

Corol·lari 1 *Sempre existeix una ruta òptima.*

Donats punts de sortida i arribada poden existir diverses rutes òptimes. (Existència però no unicitat)

Definició Sigui $A(t)$ el conjunt de punts que es poden atènyer en temps igual o inferior a t .

Proposició 1 $A(t)$ és arc-conex.

Proposició 2 $A(t_1) \subset A(t_2) \iff t_1 < t_2$

Proposició 3 $I(t) = \partial A(t)$

Proposició 4 (*Símil principi de Huygens*) La isòcrona $I(t + \delta t)$ només depèn de la isòcrona $I(t)$ i les condicions de propagació en els seus punts a l'instant t .

Amb aquesta proposició volem fer veure que la propagació de les isòcrones segueix el mateix patró que la propagació de la llum: tot punt en una isòcrona es tracta com un nou "focus emissor", i l'envolvent de totes elles forma una nova isòcrona.

Demostració Suposem que la isòcrona $I(t + \delta t)$ depèn d'un punt interior a $A(t)$. Suposem que existeix un punt $P \in A(t) \setminus I(t)$ i un camí X tal que $X(t) = P$ i $X(t + \delta t) \in I(t + \delta t)$. És a dir, el camí X és un raig que no parteix de $I(t)$ en l'instant t però en canvi contribueix a expandir la isòcrona

$I(t + \delta t)$ (figura 2.4).

Sigui $Q = X \cap I(t)$ i $R = X \cap I(t + \delta t)$. Si en l'instant t fem sortir de Q un raig resseguint el camí X , de Q a R vegem que aquest nou camí, diguem-li Y , arriba a R a l'instant $t + \delta t$. Per reducció a l'absurd: si arribés abans de $t + \delta t$ R no pertanyeria a $I(t + \delta t)$. Si arribés més tard, en algun punt del camí Y , entre Q i R el camí X hauria d'avançar al camí Y (Teorema de Bolzano). Però en el moment de l'avançament les velocitats del camí X i Y serien diferents, cosa que és impossible, perquè la velocitat depèn únicament de la posició, el temps i la direcció, que en aquest cas coincideixen. Per tant el camí Y parteix de $I(t)$ a l'instant t i arriba a $I(t + \delta t)$ a l'instant $t + \delta t$.

Hem construït un camí Y que expandeix $I(t)$ fins a R , a $I(t + \delta t)$, per tant $I(t + \delta t)$ no depèn de P i les seves propietats de propagació. \square

Proposició 5 (*Principi d'optimalitat de Bellman feble*) *Sempre existeix una ruta òptima on tot punt intermig és abastat en el menor temps possible, és a dir, una ruta que $\forall t$ creua la isòcrona $I(t)$ en l'instant t .*

Demostració Fixem-nos que la prova anterior és vàlida per δt de tamany arbitrari, no necessàriament petit. L'única condició que cal satisfer és $t > t_{ini}$, per tal de poder agafar P a l'interior de $A(t)$. Si $t = t_{ini}$, és evident que $I(t_{ini} + \delta t)$ està determinada per x_{ini} , i per definició podem construir un camí òptim Y desde x_{ini} fins a qualsevol punt de $I(t_{ini} + \delta t)$.

Definim el vector

$$V^+(t) = \lim_{\delta t \rightarrow 0^+} \frac{Y(t + \delta t) - Y(t)}{\delta t}$$

on Y és el camí construït a la proposició anterior si $t \neq t_{ini}$, o el recentment esmentat en cas contrari. Aquest vector és una "velocitat òptima", però només en la direcció endavant. Suposarem que aquest límit estigui definit, sense suposar però la derivabilitat del camí Y (cal pensar que Y pot variar quan es canvia δt). Integrant aquest vector al llarg del temps obtenim un camí X que en tot moment creua la isòcrona $I(t)$ a l'instant t . \square

2.2 El càlcul de variacions

El càlcul de variacions i la teoria del control òptim plantegen la situació com un problema d'optimització matemàtica. Tenim unes variables d'estat $x(t) = (x_1(t), x_2(t))$ (la posició del vaixell) que responen a una equació diferencial,

$$x'(t) = f(t, x(t), u(t)) \tag{2.1}$$

on $u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots)$ són les variables de control, és a dir, paràmetres que podem modificar lliurement.

Definim un funcional

$$I(x, u) = \int_0^T F(t, x(t), u(t)) dt \quad (2.2)$$

i volem trobar (x, u) que sigui solució de l'equació d'estat 2.1 i minimitzi el funcional 2.2. En el nostre cas en concret podem escriure l'equació d'estat com

$$\begin{cases} x'_1(t) = V(x_1(t), x_2(t), t, r(t)) \cdot \cos(r(t)) \\ x'_2(t) = V(x_1(t), x_2(t), t, r(t)) \cdot \sin(r(t)) \end{cases} \quad (2.3)$$

on $V(x_1, x_2, t, r)$ dona la velocitat del vaixell en funció de la posició, el temps i el rumb del vaixell $r(t)$, que en el nostre cas serà la variable de control, ja que és la que podem fer variar voluntàriament per optimitzar la nostra ruta.

El funcional que nosaltres voldrem minimitzar serà simplement el temps de travessia

$$I(x, u) = \int_0^T dt \quad (2.4)$$

A l'equació 2.3 caldrà afegir-hi condicions de contorn inicials i finals. Per trobar solució de 2.3 i minimitzant 2.4 apliquem el mètode dels multiplicadors de Lagrange i el principi d'optimalitat de Pontryagin [Pedregal, 2004], que es deriva de les equacions d'Euler-Lagrange [Arnold, 1989]. Construïm un Hamiltonià $H = F + pf$ on p és un vector de multiplicadors continus respecte t .

$$H(x, t, p, r) = 1 + p_1(t)V(x_1, x_2, t, r)\cos(r(t)) + p_2(t)V(x_1, x_2, t, r)\sin(r(t)) \quad (2.5)$$

i la solució al problema satisfà

$$\begin{cases} p'_1(t) = -\partial_{x_1} H(x, t, p, r) \\ p'_2(t) = -\partial_{x_2} H(x, t, p, r) \\ x'_1(t) = -\partial_{p_1} H(x, t, p, r) \\ x'_2(t) = -\partial_{p_2} H(x, t, p, r) \\ H(x, t, p, r) = \min_{\forall R} H(x, t, p, R) \end{cases} \quad (2.6)$$

L'última condició es pot substituir per $\frac{\partial H(x, t, p, r)}{\partial r} = 0$ però no s'assegura l'obtenció d'un màxim absolut, sinó d'un extrem, i aleshores cal afegir algunes comprovacions addicionals.

Desenvolupant les derivades parcials pel nostre cas concret el sistema d'equacions que obtenim és:

$$\begin{cases} p_1'(t) = -[p_1(t)\cos(r(t)) + p_2(t)\sin(r(t))] \frac{\partial V(x_1, x_2, t, r)}{\partial x_1} \\ p_2'(t) = -[p_1(t)\cos(r(t)) + p_2(t)\sin(r(t))] \frac{\partial V(x_1, x_2, t, r)}{\partial x_2} \\ x_1'(t) = V(x_1(t), x_2(t), t, r(t)) \cdot \cos(r(t)) \\ x_2'(t) = V(x_1(t), x_2(t), t, r(t)) \cdot \sin(r(t)) \\ \text{i } H(x, t, p, r) = \min_{\forall R} H(x, t, p, R) \end{cases} \quad (2.7)$$

Així doncs podem descriure un algoritme per calcular una ruta òptima:

Algoritme 1 Integrar el Hamiltonià

repeteix

Calcular r que minimitzi el Hamiltonià

Integrar numèricament p un Δt

Integrar numèricament x un Δt

fins que $t > X$ hores

2.3 La programació dinàmica

La programació dinàmica soluciona el problema discretitzant l'espai -en comptes del temps com ho fa el càlcul de variacions- en una xarxa de punts, i computant el temps de trajecte entre tots els punts per determinar la millor ruta.

Cal primerament definir una malla de punts adequada: que no toqui terra, amb els punts espaiats de forma intel·ligent i amb una ordenació dels punts de tal manera que arribats a un node de la malla només es pugui avançar cap alguns nodes propers a aquest. Sigui $N = 1, 2, \dots, n$ el conjunt de nodes de la malla. Definim els successors de j , $S(j)$ com el conjunt de tots els nodes als quals pots seguir avançant després d'arribar al node j . Igualment definim $S^{-1}(j)$ com els predecessors del node j , els nodes a partir dels quals podem avançar cap a j .

Definim una funció $T(i, j, t)$ que ens dona el temps necessari per navegar del node i al node j a l'instant t , i dues funcions recursives:

$$f^{op}(i, t) = \min_{\forall j \in S(i)} [T(i, j, t) + f^{op}(j, t + T(i, j, t))] \quad (0 \text{ si } i = n_{final}) \quad (2.8)$$

$$j^{op}(i, t) = \arg \min_{\forall j \in S(i)} [T(i, j, t) + f^{op}(j, t + T(i, j, t))] \quad (2.9)$$

Amb aquesta notació el nostre problema és calcular $f^{op}(n_{inicial}, 0)$ i la cadena de nodes òptims donada per la funció j^{op} . Per tal de disminuir costs

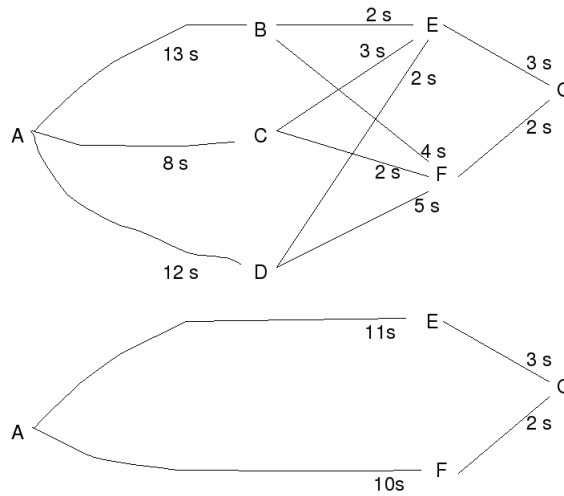


Figura 2.5: Recurrència per calcular el temps i el predecessor òptim

computacionals és necessari aplicar el principi d'optimalitat de Bellman, o principi fonamental de la programació dinàmica:

Una política òptima té la propietat que sense importar quines han sigut les decisions prèvies, les decisions restants han de constituir una política òptima respecte l'estat resultant de les decisions prèvies

Traduint al routing: *tota porció d'un camí òptim és en si mateixa òptima.* O equivalentment: *en una ruta òptima tot node intermig és abastat en el menor temps possible.* Per tant podem dividir el problema en parts més petites: si sabem arribar a tots els predecessors d'un node j en el temps mínim, n'hi ha prou de calcular, per a cada $i \in S^{-1}(j)$ la suma de $T(i, j, t)$ i el temps mínim fins a j . Comparant totes les possibilitats trobem un temps i un predecessor òptim per a j . Il·lustrem aquesta tècnica amb un exemple pràctic (Figura 2.5) [Pedregal, 2004]:

Suposem que sabem navegar des del node A fins als nodes B C i D en 13, 8 i 12 segons, seguint camins òptims. Per arribar al node E podem fer: $AB+BE=13+2=15s$, $AC+CE=8+3=11s$ o bé $AD+DE=12+2=14s$. Per tant podem navegar fins a E en 11 segons, passant per C. Amb la mateixa tècnica, per navegar a F tardarem: passant per B 17s, per C 10 s i per A 17 s, per tant naveguem a F per C en 10 s. Ara iterant el procés, naveguem de A fins a G per E en 14s i per F en 12s. La ruta òptima és ACFG.

Així doncs es tracta d'anar etiquetant cada node amb el menor temps possible amb el que s'hi pot arribar i per quin predecessor s'hi arriba.

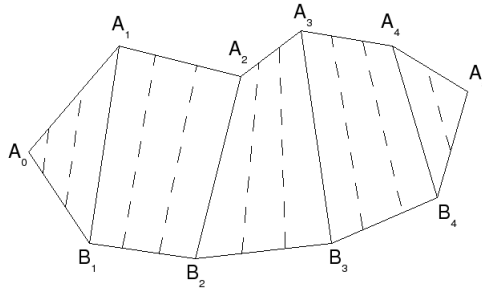


Figura 2.6: La xarxa corredor proposada per Allsopp

Anem ara a parlar de com construir la malla de punts. Fixem-nos que si tracem una malla de punts quadrada, des d'un node podem accedir a 8 nodes al seu voltant. Això ens dóna una resolució d'angles (o rumbos) molt limitada per a un vaixell de vela ($360/8=45$). Podem ampliar els punts accessibles des d'un node als veïns dels veïns, obtenint així 16 angles possibles, però d'aquesta manera dificultem notablement l'esquema de càlcul de $S(j)$. Cal pensar a més a més que si acabem d'accedir a un node des d'un node veí, no ens interessa gens tornar enrere, de manera que les direccions més properes a l'angle del qual procedim caldria descartar-les per evitar càlculs innecessaris. Un mètode que posa solució a aquests dos problemes (la resolució d'angles i la direccionalitat de la ruta) és la xarxa corredor que ens proposa Allsopp (Figura 2.6).

Construïm un seguit de parelles de punts $L = \{(A_i, B_i) \mid i = 0, \dots, w\}$ que delimitaran la regió per on transcorre la regata. Les parelles de la sortida i l'arribada es poden pensar com un punt, mentre que les altres parelles s'uniran amb una geodèsica. Si les geodèsiques successives estan molt distanciades se'n poden afegir de noves subdividint els arcs $A_i A_{i+1}$. Els punts de la malla es distribueixen sobre cada una d'aquestes geodèsiques, en nombre suficient per produir una bona densitat i permetre un alt nombre de rumbos a escollir. Observeu a més que aquests rumbos no són mai en la direcció contrària, com podria passar amb una malla rectangular. Com mostra Allsopp, la resolució angular ve donada per $\alpha_{max} = \arctan \frac{Dn}{Dg}$ on Dn és la distància màxima entre nodes d'una mateixa geodèsica i Dg la distància mínima entre geodèsiques. D'aquesta manera els punts de la malla queden ordenats segons en quina geodèsica estiguin, de manera que des d'un punt només es pot accedir als punts de la següent geodèsica. El numero de geodèsica on es troba un node s'anomenarà el rang del node. Des d'un node de rang 3, per exemple, es podrà accedir a qualsevol node de rang 4. El rang ens indica quants predecessors cal seguir per arribar a l'origen. Fixem-nos que amb aquest mètode totes les rutes possibles tenen el mateix nombre de

nodes, el rang del node final.

A [Lee et al., 2002] es descriu un mètode semblant per traçar una malla de punts més apta per a vaixells mercants.

Ara que tenim construïda una malla adequada passem a descriure l'algoritme per etiquetar els nodes de la malla.

Algoritme 2 Etiquetar els nodes

```
per  $i \in N$  fes
   $i.time = \inf$ 
   $i.pred = NULL$ 
fi per
 $i = nodeinicial$ 
 $i.time = 0$ 
per  $k = 0, 1, \dots, r_{max} - 1$  fes
  per  $i \in R_k$  fes
    per  $j \in S(i)$  fes
      si  $i.time + T(i, j, i.time) < j.time$  aleshores
         $j.time = i.time + T(i, j, i.time)$ 
         $j.pred = i$ 
      fi si
    fi per
  fi per
fi per
```

2.4 Comparació de les tres metodologies

El mètode de James és un mètode manual, per tant no és pràctic a l'hora de fer un traçat de rutes extensiu. Ara bé, marca la direcció a seguir als dos altres mètodes. De fet, tant la programació dinàmica com el control òptim són mètodes numèrics per tal de simular la propagació de les isòcrones, i estalviar el traçat manual de les envolvents.

Pel que fa als resultats, Bijlsma fa una comparació entre el segon i el tercer mètode [Bijlsma, 2002], i demostra que portades al límit les dues aproximacions porten al mateix resultat.

Quina de les dues metodologies es vulgui utilitzar dependrà bàsicament de l'ús posterior que volguem fer dels resultats. Si fem servir la discretització espacial tindrem un bon control sobre l'epai, i per tant serà fàcil fer càlculs en un punt donat, mentre que si fem servir la discretització temporal

tindrem més facilitats a l'hora de conèixer resultats en un instant concret. Per exemple el traçat d'isòcrones és molt més senzill amb l'ús de la discretització temporal, però en canvi el tractament de les rutes òptimes és més senzill amb l'altra aproximació.

Pel que fa als temps de càlcul, l'algoritme 2 és més complex que l'algoritme 1, però els costos computacionals dels dos algoritmes són acceptables.

Capítol 3

Metodologies pel routing estocàstic

Les metodologies exposades a l'apartat anterior són discretitzacions espacials i temporals que s'aproximen a la realitat contínua del fenomen estudiat. Per tant, aquestes discretitzacions introdueixen un error en el càlcul de la ruta òptima, que és inherent a la pròpia metodologia usada. Però refinant el pas d'integració o el pas de malla podem obtenir rutes òptimes tan acurades com vulguem. Ara bé, les rutes obtingudes només seràn bones si les condicions meteorològiques pronosticades es compleixen. Si aquestes es desvien massa de la realitat, aleshores l'error en el pronòstic es propagarà a la ruta òptima calculada. És considerablement més gran l'error introduït pel pronòstic de les variables que no pas l'error introduït per la discretització. Dit d'una altra manera, si poguéssim determinar sense error l'estat de l'atmosfera i de l'oceà, utilitzant passos de malla prou petits obtindríem una ruta òptima exacta, perfecta.

Però com és ben sabut, descriure completament l'estat de l'atmosfera és impossible (cap funció analítica ho podria fer, ni tampoc podem aspirar a mesurar l'atmosfera fins a un nivell de detall prou fi per representar exactament tots els fenòmens meteorològics), i encara ho és menys pronosticar el seu comportament precís. L'atmosfera és un sistema caòtic, i això vol dir que petites diferències en el seu estat present poden dur a grans diferències en un estat futur [Lorenz, 1963] [Palmer and Hagedorn, 2006]. Aquest és el conegut *efecte papallona*, ja que el batre d'ales d'una papallona pot canviar l'evolució d'un huracà (a la pràctica, les limitacions en l'exactitud de les mesures instrumentals de l'atmosfera són més importants que el batre d'ales d'una papallona). A vegades un petit error en l'estimació de l'estat actual de l'atmosfera produeix un gran error en el pronòstic. Així doncs, tot pronòstic meteorològic té un horitzó de predicció a partir del qual els resultats no tenen cap fiabilitat, i per tant les rutes calculades amb aquests

pronòstics també perden tota validesa.

Està clar que si volem calcular rutes una mica llargues, per exemple una ruta per travessar l'Atlàntic, no en tindrem prou amb un pronòstic determinista a set dies com el del GFS (Global Forecats System). Ens caldrà modelitzar d'alguna manera la incertesa del temps.

3.1 Prediccions per conjunts

Per tal d'allargar l'horitzó de predicció dels models numèrics del temps, els grans centres meteorològics com el centre europeu (ECMWF) o el NCEP han desenvolupat models de predicció per conjunts. Aquests models consisteixen a fer diverses simulacions alterant lleugerament l'estimació de l'estat inicial de l'atmosfera usat per arrencar cada simulació. Aquests petits canvis estan dissenyats per tal de reflectir la incertesa de l'estimació inicial de l'atmosfera. Cadascuna d'aquestes simulacions dona un pronòstic amb una probabilitat igual a la probabilitat que es donin aquelles condicions inicials.

Fent servir cadascun dels pronòstics obtinguts per traçar una ruta obtindrem una multitud de rutes, cadascuna amb una probabilitat igual a la del pronòstic usat. D'aquesta manera, si podem ponderar les rutes segons els seus percentatges podem obtenir una ruta promitjada més fiable que la que obtindriem amb un pronòstic determinista (figura 3.1).

3.2 Escenaris

Allsopp [Allsopp, 1998] ens proposa un mètode de branques desplegable (o agregació de escenaris), en el qual la incertesa de les variables meteorològiques es va afegint a mesura que avança el temps. Tenim una situació inicial que pot evolucionar en diverses situacions o escenaris, cadascun amb una probabilitat fixada. A partir d'aquestes probabilitats, fent servir l'algoritme 2 modificat per tal de ponderar cada escenari obté la ruta òptima. Aquest mètode sembla força robust però té dos inconvenients. El primer és que l'algoritme agafa una complexitat encara més alta que l'algoritme 2, i per tant els temps de càlcul es multipliquen. El segon és la dificultat d'obtenir un sistema de predicció numèrica del temps que doni percentatges d'ocurrència de cada escenari. Una possible manera d'obtenir aquestes probabilitats és mitjançant l'ús d'una classificació sinòptica o *principal component analysis* (PCA).

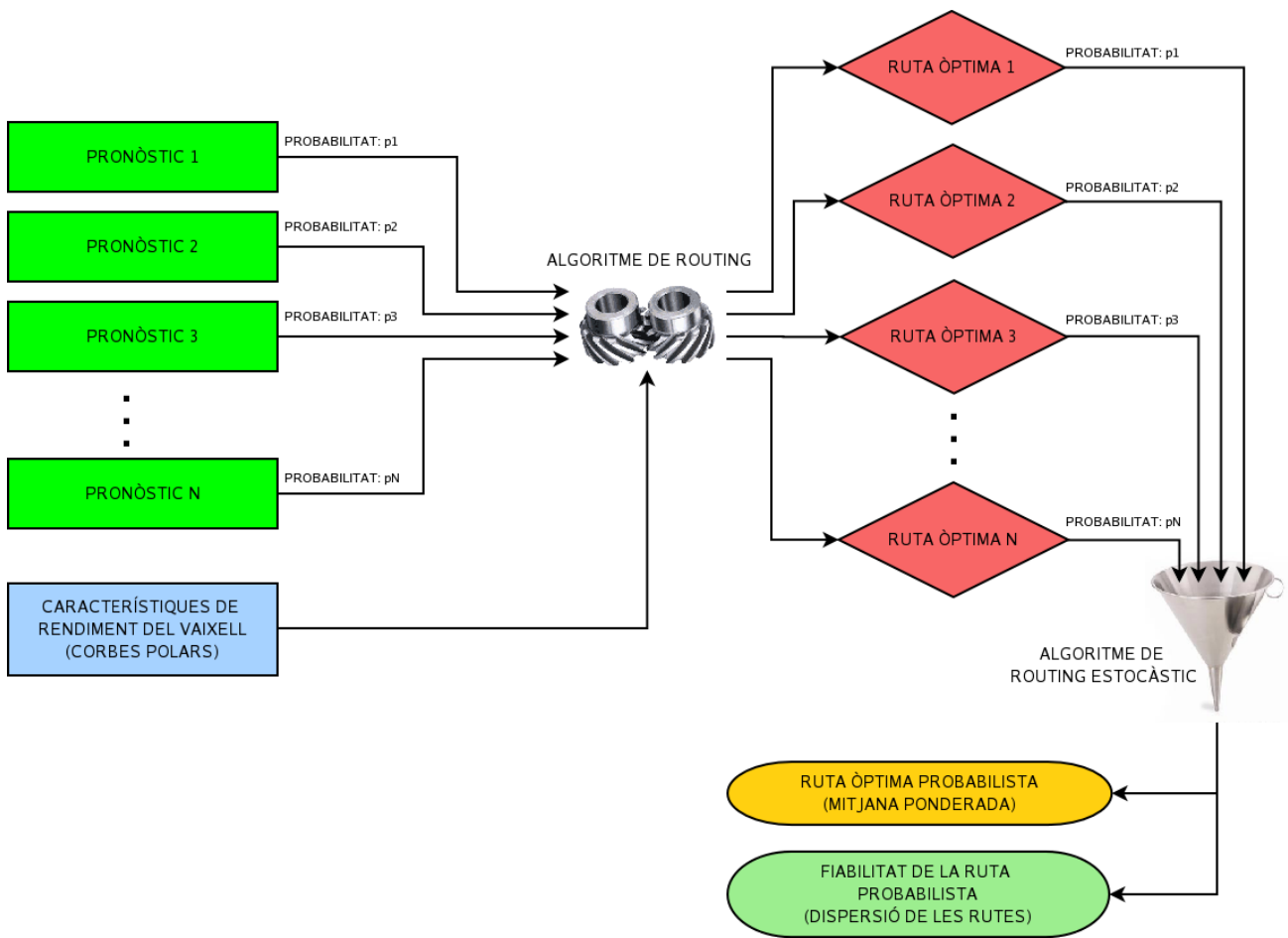


Figura 3.1: Un possible esquema de routing estocàstic

3.3 Climatologies

Una possible solució per tal de poder calcular rutes més llargues que l'horitzó de predicció dels models actuals és fer ús combinat de modelització determinística pels primers dies, i climatologies pels següents dies.

Un primer intent, proposat per Zoppoli [Zoppoli, 1972], consisteix a ajustar les condicions climàtiques del vent per cada punt a una distribució estadística, i a partir d'aquí fer els càlculs de la ruta òptima amb una variable aleatòria. Però aquesta metodologia no té en compte les correlacions existents entre punts contigus, ni tampoc entre instants de temps correlatius. Si a les Palmes de Gran Canària està bufant un vent alisi també ho estarà fent a Tenerife, però el mètode estadístic pot donar en algunes ocasions vents molt diferents a les dues illes. Aquest mètode no pot representar adequadament fenòmens meteorològics com el pas d'una borrasca.

Un altre mètode plantejable per evitar situacions com l'anterior seria usar una única mitjana climatològica (ja no parlariem de routing estocàstic). Es soluciona el problema de correlació dels fenòmens respecte l'espai, però no respecte el temps. Es suavitzen tots els fenòmens, i tampoc es pot simular el pas d'una borrasca.

La tercera opció, completament diferent, es basa en traçar diverses rutes per la mateixa travessia, utilitzant dades històriques de diferents dies, i aleshores combinar la informació de totes les rutes obtingudes en una *ruta promig*. Amb aquest mètode s'eviten els problemes esmentats anteriorment. Aquesta metodologia segueix la mateixa filosofia de la secció 3.1 de fer estadística directament amb les rutes, no pas amb el temps meteorològic, i de fet comparteix la mateixa tècnica: a partir d'un seguit de rutes possibles extreure'n un promig.

3.4 Integració d'escapes a partir d'isòcrones inverses

La tècnica de les isòcrones inverses, exposada per Philpott [Philpott and Leyland, 2005] per traçar rutes per vaixells de rem i incorporada per algunes aplicacions de routing existents, consisteix a calcular amb dades històriques el temps que es tarda en promig des de qualsevol punt de l'oceà fins a l'arribada. D'aquesta manera el problema d'arribar a la línia d'arribada abans que els competidors es subdivideix en el de creuar les isòcrones inverses més ràpid que ells. Si mitjançant dades climatològiques generem unes isòcrones inverses, aleshores amb un pronòstic determinista a curt termini podem optimitzar no pas el temps d'arribada sinó el temps de

creuar la següent isòcrons. D'aquesta manera s'aconsegueix integrar l'escala climàtica amb l'escala determinista.

L'avantatge que aquesta tècnica aporta és que tota la feina de càlcul forta es pot dur a terme abans de la regata, preparant les isòcrones inverses, i durant la travessia els càlculs necessaris són pocs.

Part II

Part pràctica

Capítol 4

Aplicació d'una eina de routing

4.1 Descripció de l'eina utilitzada

En aquesta part pràctica es mostren algunes simulacions dutes a terme amb una eina de routing desenvolupada per l'autor en un projecte cofinançat per la Fundació per la Navegació Oceànica de Barcelona, la Universitat de Barcelona i la empresa Meteosim S.L. amb seu al Parc Científic de Barcelona. L'objectiu d'aquest treball no és donar una descripció tècnica del sistema de routing desenvolupat, però a continuació se'n donen alguns detalls.

El programa ha estat pensat per poder traçar rutes estocàstiques, seguint l'esquema exposat a la figura 3.1. Per això s'ha dissenyat seguint la metodologia de la programació dinàmica (secció 2.3). El programa només té en compte dades de vent, que s'ingesten a partir de fitxers GRIB, provinents de qualsevol font. Les corbes polars del vaixell s'ingesten en forma de taula des d'un fitxer de text i s'interpolen per obtenir les corbes. La malla de càlcul és del tipus corredor, i es pot ajustar segons les necessitats. Disposa d'un mòdul per traçar les isòcrones. El programa té una interfície gràfica per facilitar-ne el seu ús a l'usuari bàsic, i és scriptable, permetent un ús extensiu a l'usuari avançat o al desenvolupador.

4.2 Simulació determinística

Utilitzant una sortida determinística del model MASS amb un pas de malla de 24 km i un horitzó de predicció de 72 hores s'ha simulat una travessia Barcelona-Eivissa.

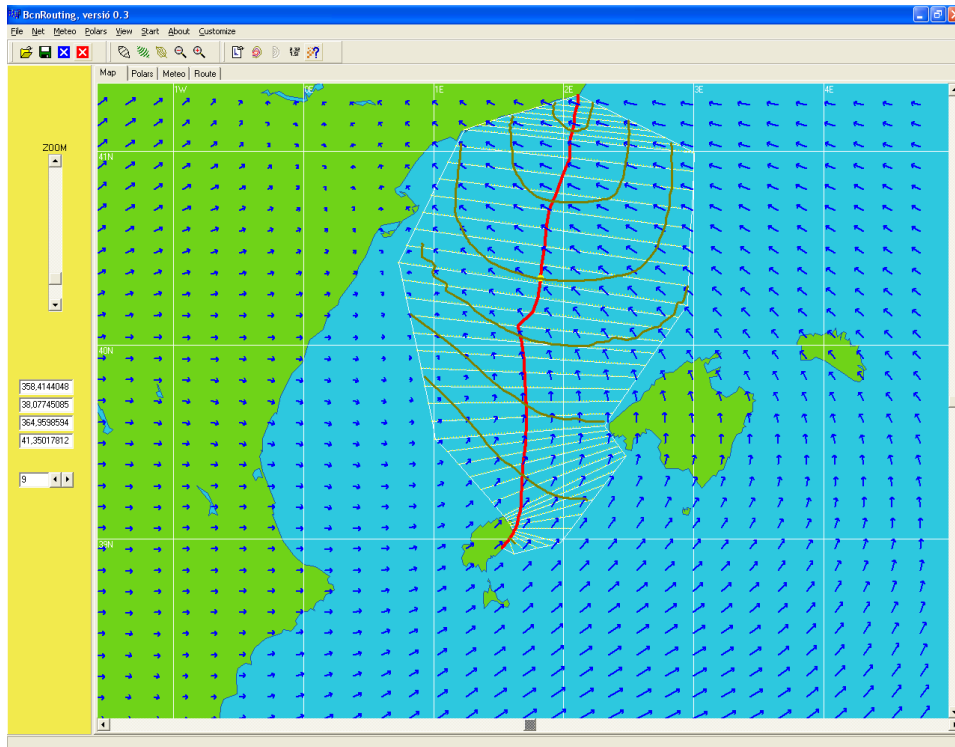


Figura 4.1: Simulació determinística Barcelona-Eivissa. Veiem les isòcrones dibuixades a intervals de 3 hores, i el vent correspon a les 9 hores després de la sortida.

Podem veure com durant les 10 primeres hores la ruta va portant el vaixell una mica cap a l'oest, rebent el vent per babord, per a partir de les 12 fer una virada i tornar a recuperar cap a l'est amb el vent entrant per estribord.

4.3 Simulació estocàstica

No disposant de dades meteorològiques d'un *ensemble*, com podria ser el del ECMWF, s'ha utilitzat un *ensemble manual* de l'estil *i si...* S'ha agafat la sortida determinística del model i fent-hi alguna modificació s'han obtingut diverses situacions que considerarem equiprobables, hipòtesi realment dubtosa. S'hi han aplicat algunes transformacions com rotar el vent, desplaçar la previsió de lloc, retardar el pronòstic o variar la intensitat del vent. D'aquesta manera, traçant una ruta per cada una de les variacions de la previsió obtenim un *ensemble* de rutes òptimes, que cal ponderar per extreure una ruta *mitjana*.

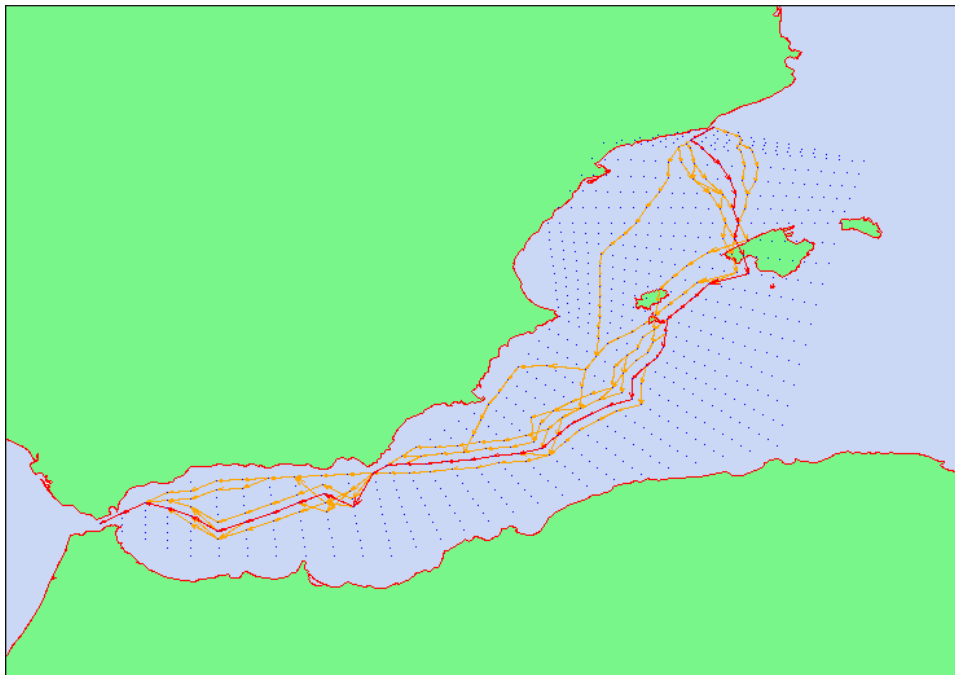


Figura 4.2: Simulació estocàstica Barcelona-Gibraltar.

Per fer la ponderació de totes les rutes s'ha utilitzat la següent tècnica: per cada punt de la malla es busca quin predecessor òptim ha sigut més freqüent, és a dir, es calcula el mode de tots els predecessors òptims. Aquesta tècnica sembla més ferma que no pas fer una mitjana de tots els predecessors òptims, ja que en casos de distribucions bimodals podríem tenir una mitjana molt infreqüent.

4.4 Simulació climàtica

Per tal de mostrar la utilitat d'aquesta eina en regates de llarga durada, aquesta simulació climàtica utilitza dades de vent històriques, extretes del reanàlisi del NCEP/NCAR. S'ha creat una malla des de Plymouth fins a Boston, creuant l'Atlàntic d'est a oest per simular la mítica regata *Transat*. S'ha llençat una simulació per cada 11 de novembre des de l'any 1974 fins al 2006, obtenint així 33 rutes que varen ser òptimes en cadascun dels 33 anys. Combinant la informació de totes aquestes rutes de la mateixa manera que hem fet per la simulació estocàstica anterior ens podem fer una idea d'una *ruta climàtica mitjana*.

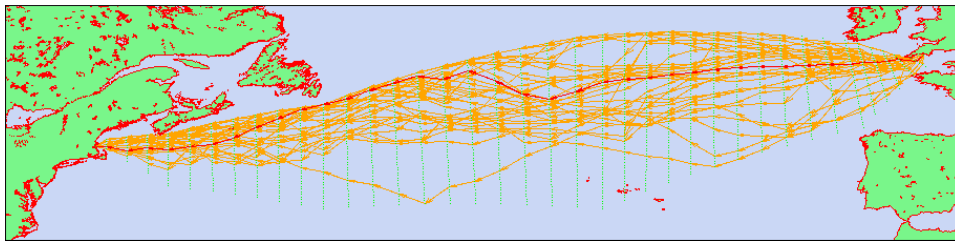


Figura 4.3: Simulació climàtica Plymouth-Boston per la Transat. Les línies carbassa són les 33 rutes òptimes per cadascun dels anys de simulació, mentre que la línia vermella és la ruta mitjana.

Podem veure que la ruta mitjana es separa considerablement de la ortodròmica, la línia de menor distància. Ara bé, també podem veure que la dispersió de les rutes és enorme. Poster caldria una mostra més gran per arribar a alguna conclusió més ferma, i seria necessari obtenir una estimació de la dispersió de les rutes òptimes obtingudes.

Capítol 5

Conclusions

Hem conegut les tècniques de routing usades actualment i hem vist de quina manera les tècniques de routing estocàstic poden ajudar a millorar el panorama actual. En conclusió convé remarcar els següents punts:

- La incertesa del pronòstic meteorològic es propaga a les rutes òptimes calculades.
- Les metodologies de routing determinístic no són suficients per satisfer les necessitats del navegants de llargues distàncies.
- El routing estocàstic permet una millora en aquest sentit.
- Obtenir dades meteorològiques per fer routing estocàstic és difícil i costós.
- La climatologia de rutes també pot aportar millores respecte el routing determinista.
- Més recerca és necessària per tal d'obtenir una estimació de la desviació de les rutes òptimes i la confiança en la mitjana obtinguda, així com la manera de calcular la mitjana.

Índex de figures

1.1	La volta al món de Magalhães	3
1.2	La ruta d'Urdaneta i Arellano	4
1.3	L'atles de velocitats de Galton	5
2.1	Esquema conceptual del routing determinista	7
2.2	Corbes polars d'un vaixell de vela	8
2.3	Propagació d'un front d'ona segons el principi de Huygens	9
2.4	Propagació d'una isòcrons	10
2.5	Recurrència per calcular el temps i el predecessor òptim	14
2.6	La xarxa corredor proposada per Allsopp	15
3.1	Un possible esquema de routing estocàstic	20
4.1	Simulació determinística Barcelona-Eivissa	25
4.2	Simulació estocàstica Barcelona-Gibraltar	26
4.3	Simulació climàtica Plymouth-Boston	27

Bibliografia

- [Allsopp, 1998] Allsopp, T. (1998). Stochastic weather routing for sailing vessels. Master's thesis, University of Auckland.
- [Allsopp et al., 2000a] Allsopp, T., Mason, A., and Philpott, A. (2000a). Optimal sailing routes with uncertain weather. In *Proceedings of the 35th Annual Conference of the Operations Research Society of New Zealand*, pages 65–74.
- [Allsopp et al., 2000b] Allsopp, T., Mason, A., and Philpott, A. (2000b). Optimising yacht routes under uncertainty. In *Proceedings of the 2000 Fall National Conference of the Operations Research Society of Japan*, pages 176–183.
- [Arnold, 1989] Arnold, V. (1989). *Mathematical methods of classical mechanics*. Graduate texts in mathematics. Springer, second edition.
- [Bijlsma, 2002] Bijlsma, S. (2002). On the applications of optimal control theory and dynamic programming in ship routing. *Journal of the Institute of Navigation*.
- [Bleick and Faulkner, 1965] Bleick, W. and Faulkner, F. (1965). Minimal-time ship routing. *Journal of Applied Meteorology*.
- [Cochran,] Cochran, C. Vpp for the peeps. <http://www.sailinganarchy.com/YD/2003/vpp.htm>.
- [Galton, 1873] Galton, F. (1873). On the employment of meteorological statistics in determining the best course for a ship whose sailing qualities are known. *Proceedings of the Royal Society*.
- [Haltiner and Hamilton, 1961] Haltiner, G. and Hamilton, H. (1961). Minimal-time ship routing. *Journal of Applied Meteorology*.
- [Hoffschildt et al., 1999] Hoffschildt, M., Bidlot, J., Hansen, B., and Jansen, P. (1999). Potential benefit of ensemble forecasts for ship routing. Technical report, European Center for Medium-Range Weather Forecast.

- [James, 1957] James, R. (1957). *Application of wave forecasts to marine navigation*. PhD thesis, New York University.
- [Joseph and Kipper, 1963] Joseph, E. and Kipper, J. (1963). Wave climatology as an aid to ship routing in the north atlantic ocean. Technical report, U.S. Naval Oceanographic Office.
- [Larsson and Eliasson, 2000] Larsson, L. and Eliasson, R. (2000). *Principles of Yacht Design*. McGraw-Hill Professional Publishing.
- [Lee et al., 2002] Lee, H., Kong, G., Kim, S., Kim, C., and Lee, J. (2002). Optimum ship routing and it's implementation on the web. In *AISA '02: Proceedings of the First International Workshop on Advanced Internet Services and Applications*, pages 125–136, London, UK. Springer-Verlag.
- [Lorenz, 1963] Lorenz, E. (1963). Deterministic nonperiodic flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*.
- [Marchaj, 1996] Marchaj, C. (1996). *Sail Performance : Designs and Techniques to Maximize Sail Power*. McGraw-Hill.
- [Maury, 1851] Maury, M. (1851). *The physical geography of the sea*. Harper & Brothers, New York.
- [Nagle, 1961] Nagle, F. (1961). Ship routing by numerical means. Technical report, U.S. Navy Weather Research Facility.
- [Palmer and Hagedorn, 2006] Palmer, T. and Hagedorn, R. (2006). *Predictability of Weather and Climate*. Cambridge University Press.
- [Pedregal, 2004] Pedregal, P. (2004). *Introduction to optimization*. Texts in applied mathematics. Springer, New York.
- [Philpott and Leyland, 2005] Philpott, A. and Leyland, G. (2005). Rowing to barbados. In *Dagstuhl Seminar Proceedings*, number 05031.
- [Zoppoli, 1972] Zoppoli, R. (1972). Minimum–time routing as an n-stage decision process. *Journal of Applied Meteorology*.