Universitat de Barcelona

Electrònica Aplicada

Col·lecció de Problemes

Departament d'Electrònica
Martí i Franquès, 1
08028 Barcelona (Spain)

Dr. Pere Miribel
Dr. Antonio Pardo
Dr. Jordi Colomer

ÍNDEX

SECCIÓ 1. INTRODUCCIÓ 3

SECCIÓ 2. CIRCUITS AMB RESISTÈNCIES 6

SECCIÓ 3: SISTEMES LINEALS EQUIVALENTS THÉVENIN I NORTON 10

SECCIÓ 4: CIRCUITS RC 13

SECCIÓ 5: SISTEMES LTI I ANÀLISIS DE FOURIER.. 16

SECCIÓ 6: SISTEMES LTI I TRANSFORMADA DE LAPLACE.. 18

SECCIÓ 1. INTRODUCCIÓ

1) Una esfera conductora amb càrrega +Q es posa en contacte amb una altra esfera, també conductora, idèntica en mida a l'anterior i amb una càrrega nul·la. a) Quina és la càrrega de cada esfera després del contacte? Estant les esferes en contacte, una barra carregada positivament s'apropa a una de les esferes, causant una redistribució de les càrregues, de manera que la més pròxima a la barra té càrrega –Q. b) Quina és la càrrega de l'altra esfera? (SOL: a) ½ Q, b) Q)

2) Calcular la relació entre la força elèctrica i la gravitatòria exercides entre el protó i l'electró d'un àtom d'Hidrogen. (SOL: $2.27 \cdot 10^{29}$)

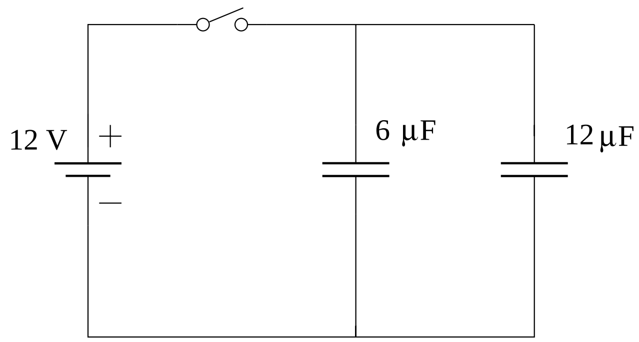
3) Un condensador de plaques paral·leles està format per dos conductors quadrats de 10cm de costat, separats 1mm de distància.

a) calcular la seva capacitat. (sol: $C = 88.5\ pF$)
b) Si es carrega a 12V. Quanta energia transfereix? (sol:$Q = 1.1nC$)
c) Quines dimensions haurien de tenir les plaques per que la capacitat fos d'1 Faraday? (sol: $L = 10.6km$)

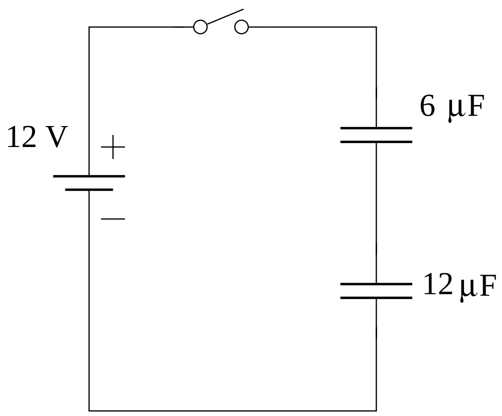
4) Un conductor de plaques paral·leles i quadrades, de costat 14cm i separades 2mm, es connecten a una bateria de 12V. Quina és la càrrega del condensador? Quanta energia s'emmagatzema dins el condensador? Es desconnecta de la bateria i es separen les plaques $3.5mm$. com varia la càrrega al modificar la separació? Quin és el voltatge final en aquest cas? (SOL: $Q = 1.04nC$, $U = 6.24nJ$, $V = 21V$)

5) Els condensadors del circuit de la figura estan inicialment descarregats. Es tanca l'interruptor i els condensadors es carreguen. Quan estan totalment carregats, s'obra l'interruptor, deixant de nou la bateria en circuit obert.

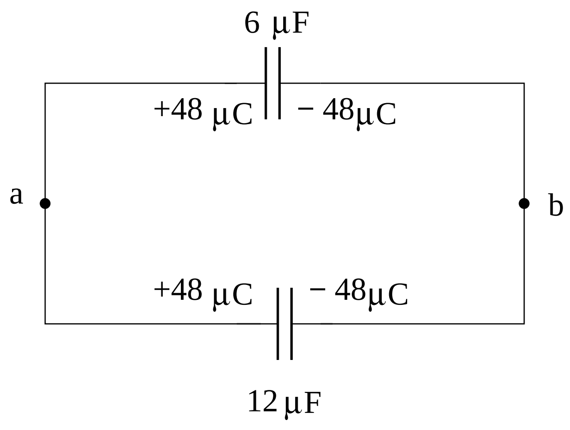
a) Quin és el potencial de cada conductor? (Prendre com a referència 0 el terminal negatiu de la bateria) (sol: $V_a = 12$, $V_b = 0V$)
b) Quina és la càrrega a cada placa dels condensadors (sol: Quina és la càrrega total que passa per la bateria? (sol: $Q_T = 216\mu C$)
c) Quin valor tindria un condensador equivalent als dos condensadors del circuit? (sol: $C_{eq} = 12\mu F$)



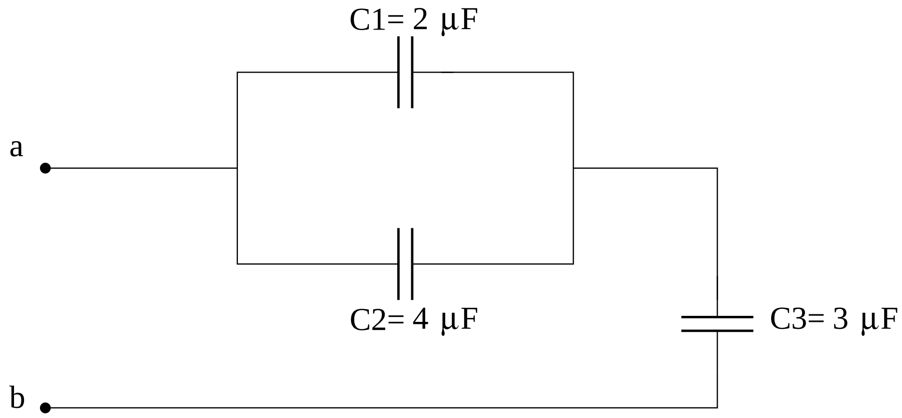
6) La disposició dels condensadors del problema anterior es canvia segons mostra la figura. Calcular de nou els potencials, càrregues i càrrega de la bateria, així com el condensador equivalent. (SOL: $V_a = 12$, $V_b = 0V$, $Q_1 = Q_2 = 48\mu C$, $Q_b = 48\mu C$, $C_{eq} = 4V$)



7) Dos condensadors $C_1 = 6\ \mu F$ i $C_2 = 12\ \mu F$ estan carregats inicialment amb una càrrega $Q = 48\ \mu C$. Ambdós condensadors es connecten acuradament en un circuit com el de la figura. Determinar la diferència de potencial entre els punts a i b del circuit i la càrrega final en cada condensador. Calcular també l'energia emmagatzemada total abans de la connexió i després de la connexió. (SOL: $V_a - V_b = 5.3V$, $U_{o\,total} = 288\mu J$ $i\ U_{f\,total} = 256\mu J$)

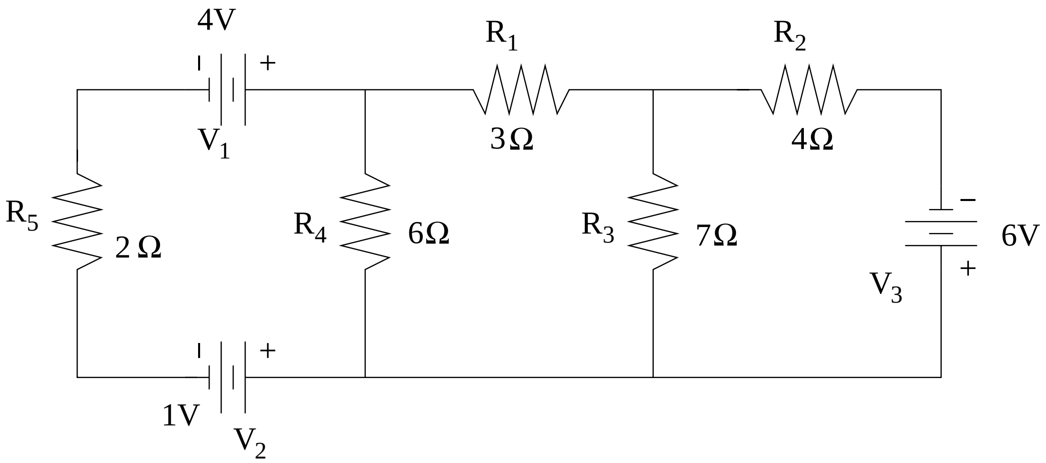


8) Determinar la capacitat equivalent del circuit de la figura. Inicialment els condensadors estan descarregats. El circuit es connecta a una bateria de 6V entre els punts a i b. Determinar la diferència de potencial entre les plaques de cada condensador, les seves càrregues després de connectar-se a la bateria i l'energia final en cada condensador. (SOL: $V_a - V_b = 2V,\ Q_1 = 2.2\mu F,\ \ Q_2 = 2.4\mu F,\ \ Q_3 = 12\mu C,\ \ U_{C1} = 4 \cdot 10^{-6}J,\ \ U_{C2} = 8 \cdot 10^{-6}J,\ \ U_{C3} = 24 \cdot 10^{-6}J$)

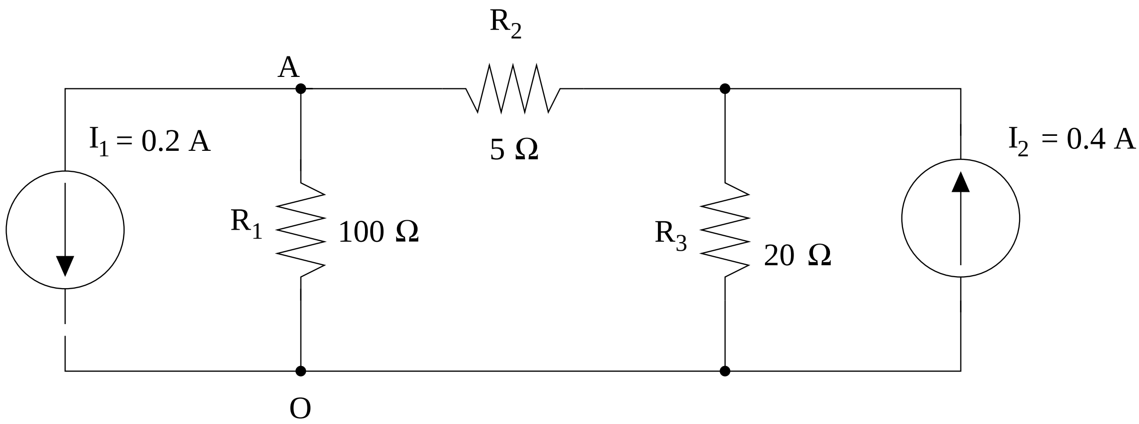


SECCIÓ 2. CIRCUITS AMB RESISTÈNCIES

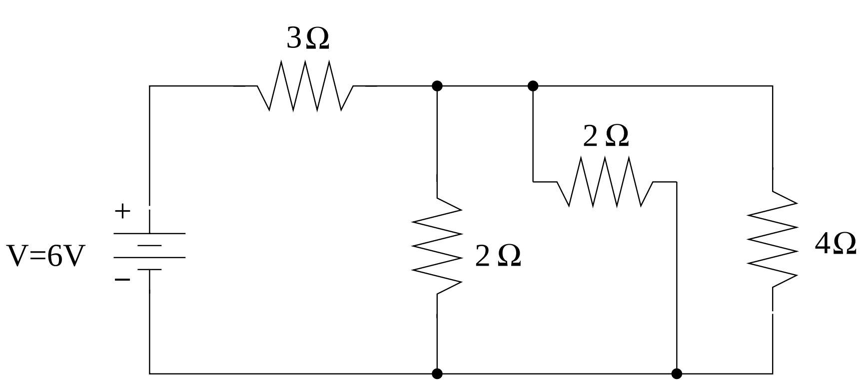
1) Donat el circuit de la figura, trobar els corrents si $V_1 = 4V,\ V_2 = 1V$ i $V_3 = 6V$. (SOL: $I_1 = 1.021A,\ I_2 = 0.160A,\ I_3 = 0.861A,\ I_4 = -0.233A,\ I_5 = 1.094A$)



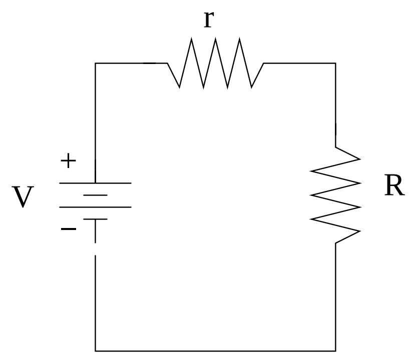
2) Donat el circuit, determinar la caiguda de voltatge V_{AO}. (SOL: $V_{AO} = 2.4V$)



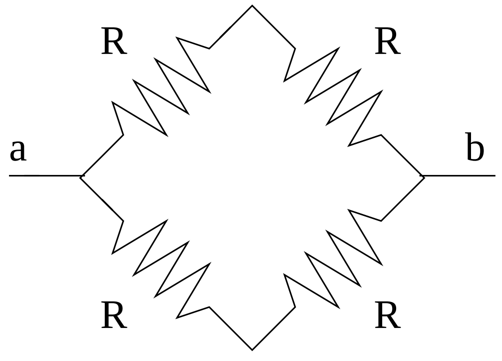
3) La bateria de la figura té una resistència interna menyspreable. Calcular les intensitats sobre cada resistència i la potència subministrada per la bateria. (SOL: $I = \frac{30}{19}A,\ I_1 = I_2 = \frac{12}{19}A,\ I_3 = \frac{6}{19}A,\ W = \frac{180}{19}A$)



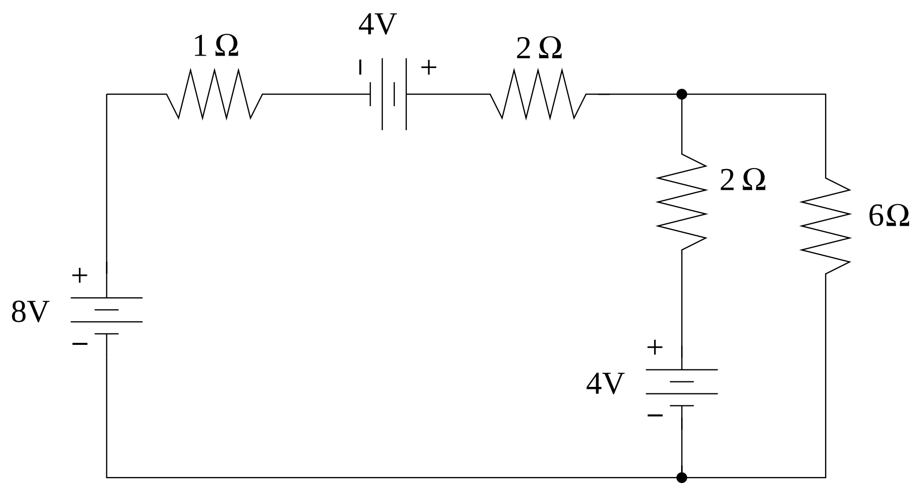
4) Una bateria té una tensió V i una resistència interna r. Quan es connecta a una resistència de $R = 5\Omega$ el corrent que circula és de $0.5A$. Si la resistència és de $R = 11\Omega$ i el corrent és de $0.25A$. Calcular r i V. (SOL: $r = 1\Omega,\ \ V = 3V$)



5) Demostrar que la resistència entre a i b és R.

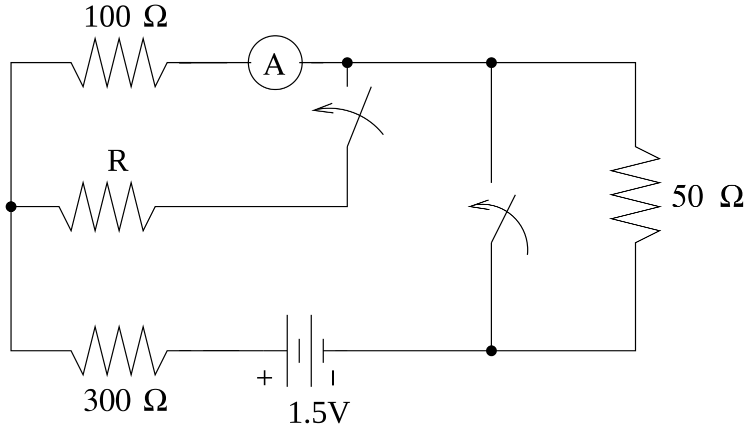


6) Calcular els corrents que circulen pel circuit de la figura, així com les potències que subministra cada bateria i la potència consumida en les resistències. (SOL: $I_1 = 2A,\ \ I_2 = 1A,\ \ I_3 = 1A,\ \ W_{8V} = 16W,\ \ W_{4V} = 8W,\ \ W_{4V} = 4W,\ W_{1\Omega} = 4\text{W},\ \text{W}_{2\Omega} = 8\text{W},\ \ \text{W}_{2\Omega} = 2\text{W},\ \ \text{W}_{2\Omega} = 6\text{W}$)

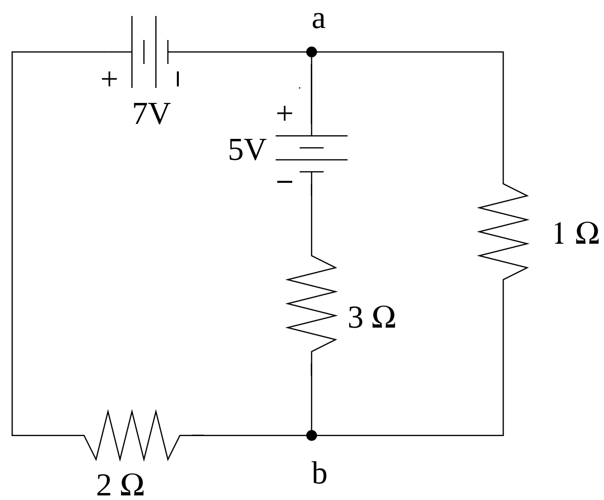


7) Una font d'alimentació de $5V$ té una resistència interna de 50Ω . Quina és la menor resistència que podem connectar en sèrie per que la caiguda de potencial entre els extrems de la resistència externa sigui major que $4.5V$? (SOL: $R = 450\Omega$)

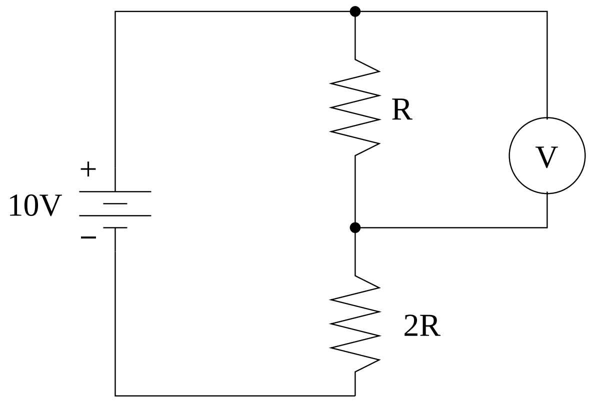
8) En el circuit indicat a la figura, la lectura de l'amperímetre és la mateixa quan ambdós interruptors estan oberts que quan estan tancats. Quan val R? (SOL: $R = 600$)



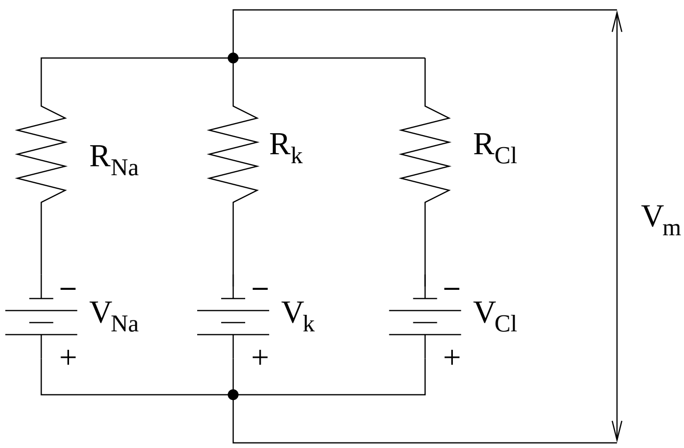
9) Calcular els corrents i la diferència de tensió entre els punts a i b, i les potències subministrades per les bateries. (SOL: $I = 2A,\ \ I_1 = 3A,\ \ I_2 = -1A,\ \ V_a - V_b = 1V,\ \ P_{V7} = 21W,\ \ P_{V5} = 10W$)



10) Un voltímetre digital està format per un voltímetre ideal amb una resistència en paral·lel de $10M\Omega$. Calcular el voltatge mesurat per aquest voltímetre en el circuit de la figura quan $R = 1k\Omega, 10\text{k}\Omega, 1\text{M}\Omega, 10\text{M}\Omega$ i $100\text{M}\Omega$. Quin és el màxim valor de R si volem que la diferència entre el valor mesurat i l'ideal sigui menor del 10%. SOL: $(R = 1k,\ V = 3.3331V)$, $(R = 10k, V = 3.331V)$, $(R = 1M,\ V = 3.12V)$, $(R = 10M,\ V = 2V)$, $(R = 100M,\ V = 0.435V)$, $(R < 1.66M\Omega$)



11) Un model de membrana cel·lular d'una neurona, pel flux de càrrega iònica dels ions K^+, Na^+ i Cl^- pot representar-se segons l'esquema elèctric que es mostra a la figura.



Suposem que $R_k = 0.1k\Omega$, $R_{Na} = 2k\Omega$, $R_{Cl} = 0.25\Omega$, $V_k = -74\ mV$ $V_{Na} = 55\ mV$ i $V_{Cl} = -68mV$. Calcular Vm (potencial de membrana). (SOL: $V_m = 0.0678V$)

SECCIÓ 3: SISTEMES LINEALS EQUIVALENTS THÉVENIN I NORTON

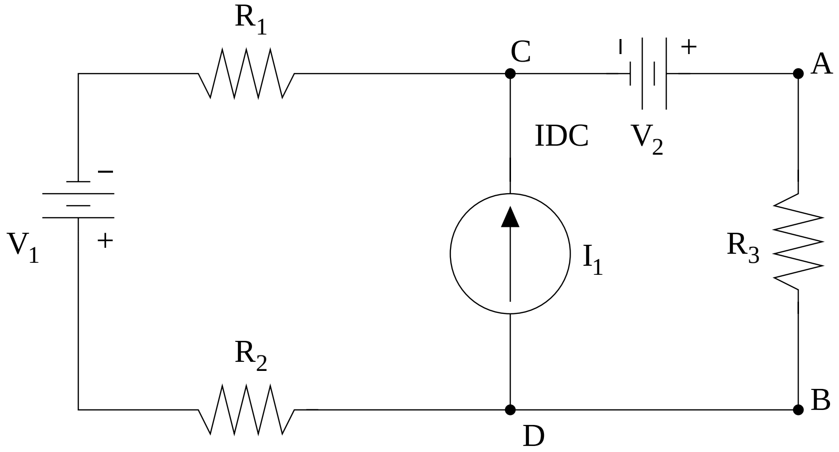
1) Troba els equivalents Thévenin i Norton del circuit de la figura respecte als punts A i B i respecte als punts C i D. (SOL: $V_{th} = 4V, \quad I_N = 3.6A, \quad R_N = 1.1\Omega$)

Dades

$R_1 = 1\Omega \quad R_2 = 1.5\Omega \quad R_3 = 2\Omega$

$I_1 = 3A$

$V_1 = 0.5V \quad V_2 = 2V$

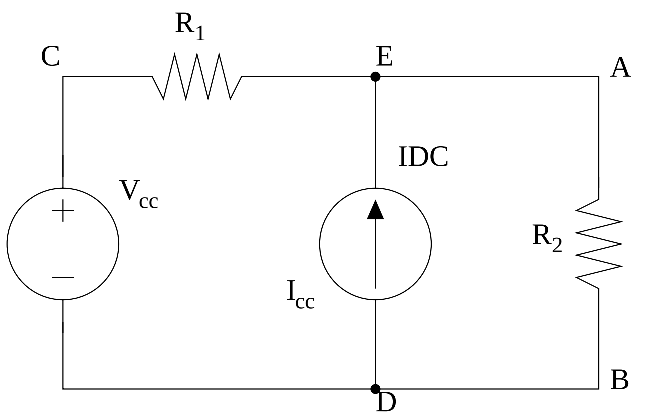


2) Calcula els paràmetres del circuit equivalent Thévenin i Norton del circuit de la figura:

a) Entre els punts A i B (sol: $V_{AB} = 1.2V, \quad R_{th} = 0.8k\Omega \quad I_N = 1.5mA$)
b) Entre els punts A i C (sol: $V_{AC} = 0.8V, \quad R_{th} = 0.8k\Omega \quad I_N = 1mA$)

Calcula en cada cas, la tensió que cauria sobre una resistència de càrrega de $100\ \Omega$

Dades: $R_1 = 4k\Omega \quad R_2 = 1k\Omega \quad I_{cc} = 1mA \quad V_{cc} = 2V$



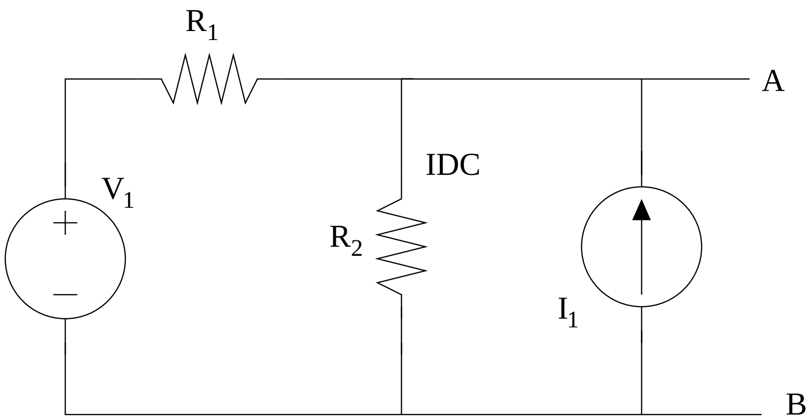
3) Calcular els equivalents Thévenin i Norton del següent circuit respecte als punts A i B. (SOL: $V_{th} = 14V,\ \ I_N = 10.5A,\ R_{th} = 1.\hat{3}\Omega$)

Dades

$R_1 = 4\Omega \quad R_2 = 2\Omega$

$I_1 = 3A$

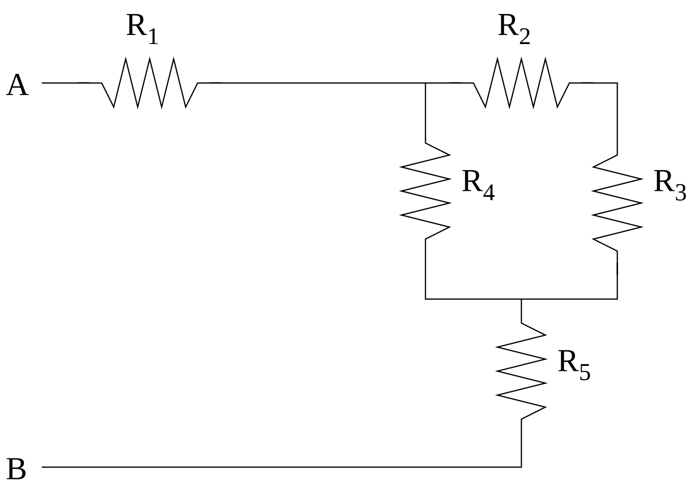
$V_1 = 30V$



4) Calcular la resistència equivalent des dels terminals A i B de la següent xarxa. (SOL: $V_{AB} = 14V,\ R_{eq} = 1.\hat{3}\Omega$)

Dades

$R_1 = 6\Omega \quad R_2 = 3\Omega \quad R_3 = 18\Omega \quad R_4 = 6\Omega \quad R_5 = 10\Omega$

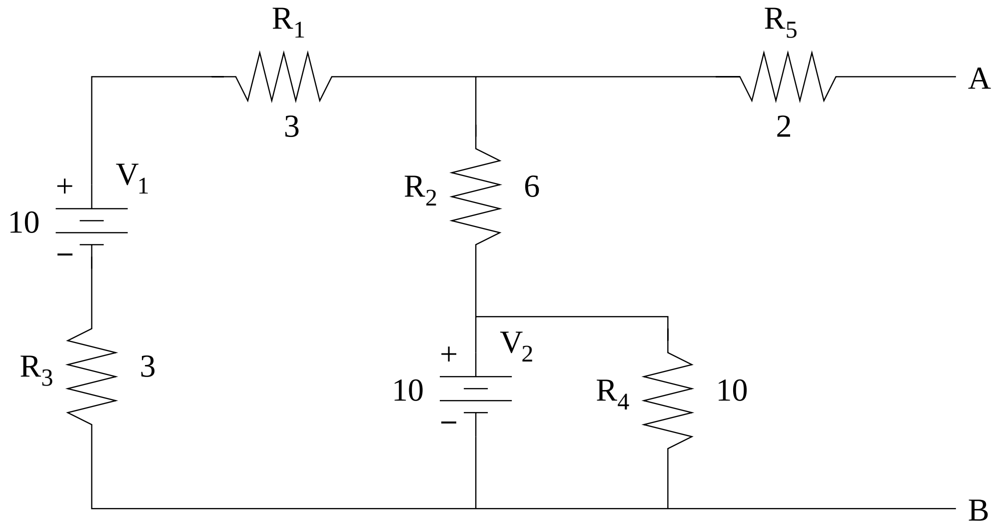


5) Calcular la resistència i tensió equivalent des dels terminals A i B de la següent xarxa. (SOL: $V_{AB} = 10V,\ R_{th} = 5\Omega$)

Dades

$R_1 = 3\Omega \quad R_2 = 6\Omega \quad R_3 = 3\Omega \quad R_4 = 10\Omega \quad R_5 = 2\Omega$

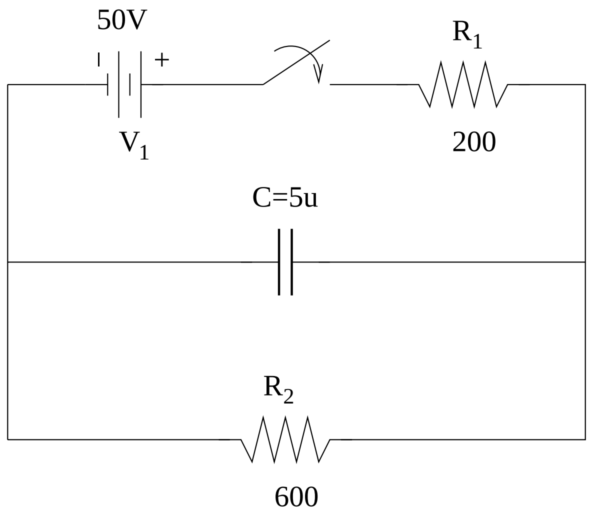
$V_1 = V_2 = 10V$



SECCIÓ 4: CIRCUITS RC

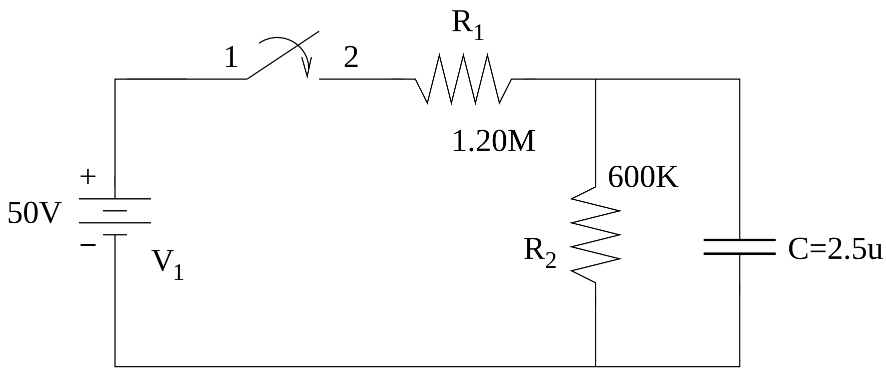
1) En el circuit de la figura, l'interruptor S ha estat obert durant el suficient temps com per que el condensador estigui completament carregat. En l'instant $t = 0$, l'interruptor S es tanca.

a) Quin corrent circula en l'instant $t = 0$? (sol: $I_o = 0.250A$)
b) Quin corrent circula en l'instant $t = \infty$? (sol: $I_\infty = 62.5\ mA$)
c) Com varia el corrent en funció del temps en la resistència $R_2 = 600\Omega$?
sol: $I_2 = 62.5\left(1 - e^{-\frac{t}{750}}\right)$

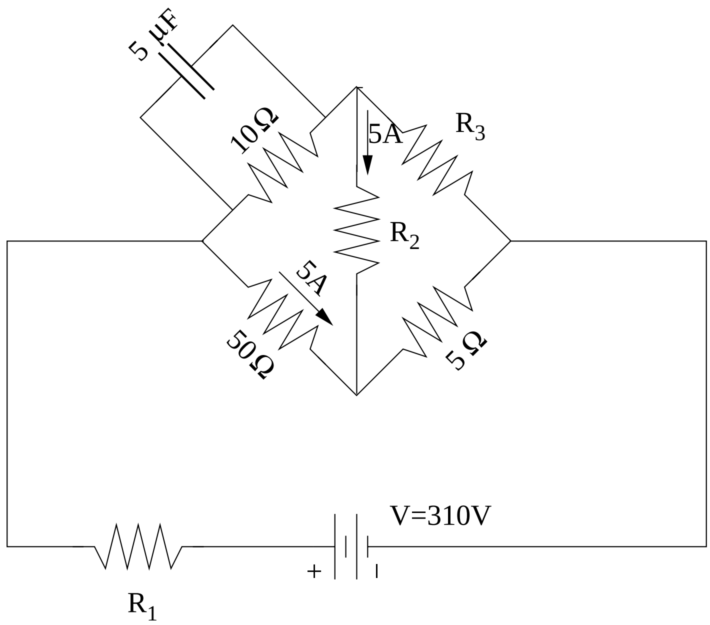


2) En el circuit de la figura, l'interruptor S ha estat obert durant molt temps i en l'instant $t = 0$ es tanca.

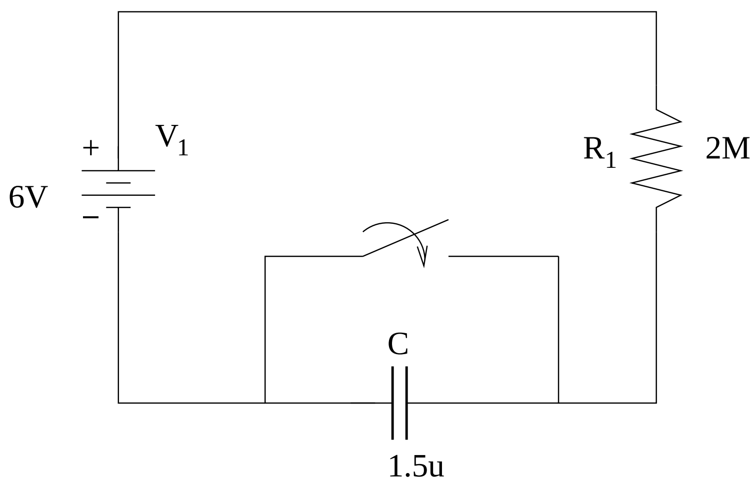
a) Quina és la intensitat inicial del corrent subministrat per la bateria immediatament després de tancar l'interruptor? (sol: $I_o = 41.7\mu A$)
b) I quan ha transcorregut molt temps des del tancament de S? (sol: $I_\infty = 27.7\mu A$)
c) Si després d'haver transcorregut molt temps, l'interruptor s'obre de nou, determinar la variació de la intensitat de corrent a través de la resistència de $600k\Omega$ en funció del temps.



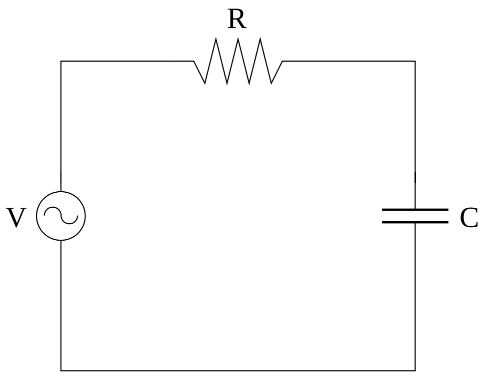
3) En estat estacionari, la càrrega del condensador de $5\mu F$ del circuit de la figura és de $1mC$. Determinar el corrent de la bateria i calcular les resistències R_1 , R_2 i R_3 . (sol: $I_{bat} = 25A$, $R_1 = 0.4\Omega$, $R_2 = 10\Omega$, $R_3 = 6.6\Omega$)



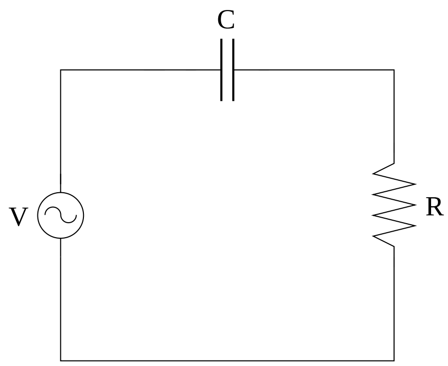
4) El condensador de la figura està connectat a una resistència de $2M\Omega$. El condensador és de $1.5\mu F$ i la bateria és de $6V$. L'interruptor ha estat tancat i s'obre en un moment determinat. Després de que hagi transcorregut un temps igual a la constant característica del temps del circuit. Quina és la càrrega del condensador? Quin és el ritme amb el que augmenta la càrrega? Quina és la potència de la bateria? Quina és la potència dissipada en la resistència? (SOL: $Q = 5.69\mu C$, $\frac{dQ}{dt} = 1.10\mu A$, $P_{bat} = 6.6\mu W$, $P_R = 2.42\mu W$)



5) Una resistència R i un condensador C estan connectats en sèrie a un generador de senyal sinusoïdal $V = Vo\cos(\omega t)$. Trobar la tensió eficaç en el condensador. (SOL:

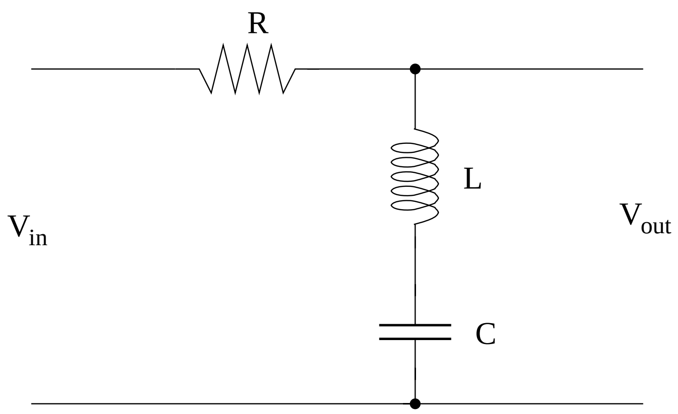


6) El següent circuit és un filtre "passa-alts". Justificar el nom. (sol: $per\ \omega \to 0\ \ V_{out} = 0,\ \ per\ \ \omega \to \infty\ \ V_{out} = V$)



7) Es desitja utilitzar un filtre RC passa-alts com el de la figura anterior, per filtrar un so de freqüències fins a $60Hz$. Calcular el valor del condensador C si la resistència és de $20k\Omega$ i si la atenuació ha de ser d'un factor 10. (SOL: $C = 13.3\ nF$)

8) El circuit de la figura es denomina circuit trampa. Aquest tipus de circuit rebutja els senyals de freqüència $\omega = \frac{1}{(LC)^{\frac{1}{2}}}$. Demostrar-ho. Com depèn de la resistència R l'amplada de la banda rebutjada? (SOL: $\omega - \omega_{tr} \backsimeq \frac{R}{2L}$)

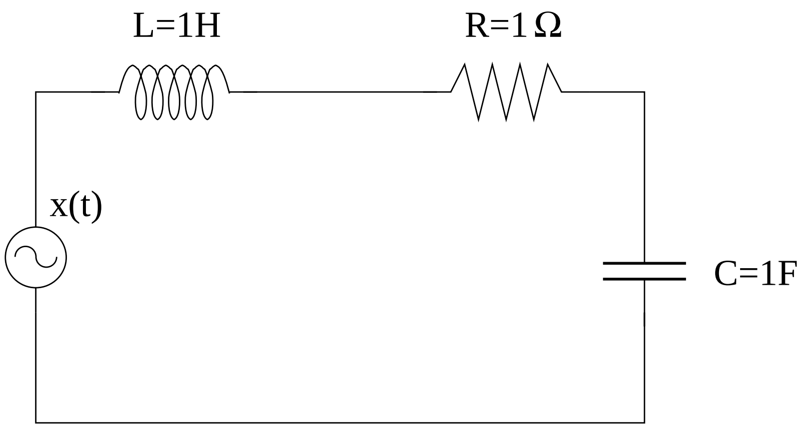


SECCIÓ 5: SISTEMES LTI I ANÀLISIS DE FOURIER

1) Un sistema LTI té una resposta en freqüència $H(j\omega) = \frac{1}{j\omega+3}$. Per una certa entrada $x(t)$, la sortida és $y(t) = e^{-3t}u(t) - e^{-4t}u(t)$. Quina ha estat l'entrada?

(SOL: $x(t) = e^{-4t}u(t)$)

2) Determinar la resposta impulsiva del sistema LTI causal representat pel següent circuit RLC. (SOL: $h(t) = \frac{2e^{-\frac{1}{2}t}}{\sqrt{3}} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)$)



3) Demostrar que els dos sistemes LTI definits mitjançant les següents respostes impulsives $h_1(t) = u(t)$ i $h_2(t) = -2\delta(t) + 5e^{-2t}u(t)$, tenen la mateixa resposta davant un senyal $x(t) = \cos(t)$. (SOL: $y_1(t) = y_2(t) = \sin(t)$)

4) Un sistema LTI està descrit per la següent equació diferencial

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} + 8y(t) = 2x(t)$$

Quina és la seva resposta impulsiva? (SOL: $\boxed{h(t) = e^{-4t}u(t) - e^{-2t}u(t)}$)

Quina és la resposta del sistema per un senyal $x(t) = te^{-2t}u(t)$

(SOL: $\boxed{y(t) = \frac{1}{4}e^{-2t}u(t) - \frac{1}{2}te^{-2t}u(t) + t^2e^{-2t}u(t) - \frac{1}{4}e^{-4t}u(t)}$)

5) Un sistema LTI causal i estable té per resposta en freqüència

$$H(j\omega) = \frac{j\omega + 4}{6 - \omega^2 + 5j\omega}$$

Determinar l'equació diferencial que relaciona $x(t)$ amb la sortida $y(t)$. Determinar la resposta impulsiva. Quina és la sortida quan l'entrada és $x(t) = e^{-4t}u(t) - te^{-4t}u(t)$.

(SOL: $\boxed{h(t)= 2e^{-2t}u(t) - e^{-3t}u(t)}$, $\boxed{y(t) = \frac{1}{2}e^{-2t}u(t) - \frac{1}{2}e^{-4t}u(t)}$)

6) Determinar la sortida d'un sistema LTI amb resposta impulsiva $h(t) = \frac{\sin(4t)}{\pi t}$ davant les entrades:

$$x_1(t) = \cos\left(6t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$x_2(t) = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^k \sin(3kt)$$

(SOL: $y_1(t) = 0$, $y_2(t) = \frac{1}{2}\sin(3t)$)

7) Estimar la resposta impulsiva del següent sistema

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + \sqrt{2}\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 2\frac{d^2x(t)}{dt^2} - 2x(t)$$

SOL: $\boxed{h(t) = 2\delta(t) - \sqrt{2}\,(1+2j)e^{-\frac{(1+j)t}{\sqrt{2}}}\,u(t) - \sqrt{2}\,(1-2j)e^{-\frac{(1-j)t}{\sqrt{2}}}\,u(t)}$

8) Considerem un sistema LTI inicialment en repòs i descrit per l'equació

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} + 9y(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} + 3\frac{dx(t)}{dt} + 2x(t)$$

L'invers d'aquest sistema també està en repòs inicial i està descrit per una equació diferencial. Trobar l'equació diferencial i les respostes impulsives d'ambdós sistemes. (entregar al professor)

$$h(t) = \delta(t) - 3e^{-3t}u(t) + 2te^{-3t}u(t)$$

$$g(t) = \delta(t) - e^{-2t}u(t) + 4e^{-t}u(t)$$

SECCIÓ 6: SISTEMES LTI I TRANSFORMADA DE LAPLACE

1) Calcular la funció de transferència i la regió de convergència d'un sistema que té com a resposta:

a) $h(t) = e - t \cdot u(t)$ (sol: $H(s) = \frac{1}{s+1}$)
b) $h(t) = e - |t|$ (entregar al professor)

2) Un sistema LTI té per funció de transferència

$$H(s) = \frac{s-1}{(s+1)(s-2)}$$

Trobar la seva resposta impulsiva i decidir si el sistema és estable en funció de la ROC

(SOL: $h(t) = \frac{2}{3}e^{-t}u(t) + \frac{1}{3}e^{2t}u(t)$. No estable)

3) Un sistema LTI es defineix amb la següent equació diferencial

$$\frac{dy(t)}{dt} + 3y(t) = x(t)$$

Quina és la resposta impulsiva? (SOL: si el sistema és causal $h(t) = e^{-3t}u(t)$, si no és causal $h(t) = -e^{-3t}u(-t)$.

4) En un sistema LTI, per una entrada $x(t) = e^{-3t}u(t)$ la sortida és $y(t) = [e^{-t} - e^{-2t}]u(t)$. Determinar la funció de transferència, així com l'equació diferencial (suposant condicions inicials de repòs).

(SOL: $H(s) = \frac{s+3}{s^2+3s+2}$, $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 3\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + 3x(t)$)

5) En un sistema LTI descrit per l'equació diferencial:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} - \frac{dy(t)}{dt} - 2y(t) = x(t)$$

Determinar la funció de transferència H(s), dibuixar un diagrama de pols i zeros, estimar la resposta impulsiva suposant que el sistema sigui a) estable, b) causal i c) no causal i inestable.

SOL: $H(s) = \frac{\frac{1}{3}}{s-2} - \frac{\frac{1}{3}}{s+1}$, a) $h(t) = -\frac{1}{3}e^{2t}u(-t) - \frac{1}{3}e^{-t}u(t)$, b) $h(t) = \frac{1}{3}e^{2t}u(t) - \frac{1}{3}e^{-t}u(t)$, c) $h(t) = -\frac{1}{3}e^{2t}u(-t) + \frac{1}{3}e^{-t}u(-t)$