

CAPÍTOL 4 : FONAMENTS DEL MÈTODE ELÈCTRIC DE CORRENT CONTINU

4.1 – INTRODUCCIÓ

El mètode de prospecció elèctrica de corrent continu (dc) és una tècnica de baix cost que utilitza equips molt senzills i és àmpliament utilitzada per estudiar els metres més superficials del subsòl terrestre, els quals són molt susceptibles a ser contaminats i alterats per l'activitat de l'home. Les profunditats que s'estudien amb aquesta tècnica és on es troben localitzats alguns recursos energètics i minerals, així com la presència d'aigua, i on es poden emmagatzemar la major part dels residus industrials. Per això, s'han potenciat i millorat durant els darrers anys, els mètodes de prospecció geofísica que obtenen informació de les primeres desenes de metres. Aquests s'han aplicat per a solucionar problemes mediambientals, com estudis de zones amb presència d'aigües subterrànies, detecció de subsòls contaminats, localització de restes arqueològiques, caracterització i seguiment de l'evolució dels aqüífers, localització de cavitats buides, o caracterització de formacions o estructures geològiques.

4.2 - EQUACIONS FONAMENTALS

La prospecció elèctrica de corrent continu es fonamenta en la determinació de la distribució del potencial elèctric en la superfície de la Terra generat a partir d'unes fonts d'origen artificial.

La descripció del problema es realitza a partir de l'equació de continuïtat en tots els punts el medi:

$$(\nabla \cdot \vec{J}) = F(x, y, z) \quad (4.1)$$

on $F(x, y, z)$ representa el terme que introdueix el corrent elèctric en el medi, és a dir, el valor de la font artificial, la qual es materialitza amb els elèctrodes clavats en el subsòl. Aquest terme es pot descriure com una funció delta de Dirac, la qual val 0 en qualsevol punt del medi que sigui diferent de la posició dels elèctrodes (x_f, y_f, z_f) .

$$F(x, y, z) = f(x, y, z) \cdot \delta(x - x_f) \cdot \delta(y - y_f) \cdot \delta(z - z_f) \quad (4.2)$$

L'expressió de la llei d'Ohm, (4.3), permet relacionar el vector densitat de corrent, \vec{J} , i el camp elèctric, \vec{E} , mitjançant la conductivitat elèctrica del medi, σ , segons l'expressió:

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (4.3)$$

Sota la consideració de règim estacionari, la primera llei de Maxwell s'expressa com l'equació (4.4), la qual indica que el camp elèctric és irrotacional i que es pot determinar a partir d'un potencial elèctric, (4.5).

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad (4.4)$$

$$\vec{E} = -\nabla \cdot V \quad (4.5)$$

Treballant les equacions (4.5), (4.3) i (4.1), s'obté una equació diferencial del tipus Poisson que cal resoldre per trobar la distribució del potencial elèctric en qualsevol punt del medi, $V(\vec{r})$. Aquesta equació diferencial en derivades parcials és el·líptica, de segon ordre i es compleix en qualsevol punt de l'espai, \vec{r} .

$$-\nabla \cdot (\sigma(\vec{r}) \cdot \nabla \cdot V(\vec{r})) = F(\vec{r}) \quad (4.6)$$

$$-(\nabla \cdot \sigma(\vec{r}) \cdot \nabla \cdot V(\vec{r})) - (\sigma \cdot \nabla^2 V(\vec{r})) = F(\vec{r}) \quad (4.7)$$

4.2.1 - CONDICIONS DE CONTORN

La identificació de les condicions de contorn és un aspecte important en la resolució de les equacions diferencials a través dels mètodes numèrics. Aquestes s'han de complir en qualsevol superfície de separació entre dos medis de conductivitat elèctrica diferent, i són conseqüència de la conservació de la càrrega i del fet que el camp elèctric és irrotacional. Així es defineixen les condicions de contorn sobre el potencial i el camp elèctric com:

- a) - En primer lloc, el potencial elèctric $V(\vec{r})$ és continu en tot el contorn del domini. Suposats dos medis de conductivitat elèctrica diferent, el potencial elèctric és continu en la frontera.

$$V_1 = V_2 \quad (4.8)$$

- b) - La segona condició de contorn té en compte la continuïtat del component normal del vector densitat de corrent, J_{\perp} , figura 4.1. Considerant l'equació de la llei d'Ohm aquesta condició es descompon en:

- b1 - la continuïtat del component tangencial del camp elèctric, E_{\parallel} , figura 4.1.

$$E_{1\parallel} = E_{2\parallel} \quad (4.9)$$

- b2 - un salt en les derivades primeres del potencial elèctric degut a la discontinuïtat del component normal del camp elèctric, E_{\perp} .

$$\sigma_1 E_{1\perp} = \sigma_2 E_{2\perp} \rightarrow \sigma_1 \left(\frac{\partial V}{\partial n} \right)_1 = \sigma_2 \left(\frac{\partial V}{\partial n} \right)_2 \quad (4.10)$$

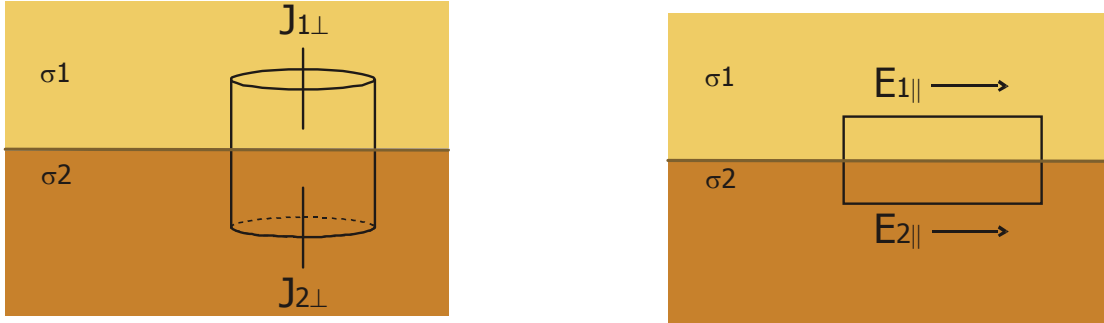


Figura 4.1. Representació de les condicions de contorn per a la densitat de corrent, \vec{J} , i pel camp elèctric, \vec{E} , en la interfície entre dos medis de conductivitat elèctrica diferent.

Sobre aquestes condicions de contorn s'afegeixen les condicions en el contorn sobre el domini del problema directe, les quals seran explicades posteriorment. El domini està format per la frontera física de la superfície del terra, Γ_s , i per una frontera fictícia que simula l'infinit, Γ_∞ .

4.2.2 - DETERMINACIÓ DE LA RESISTIVITAT APARENT

La solució del problema de la prospecció elèctrica es basa en la determinació de la variació del potencial elèctric, el qual depèn de la resistivitat elèctrica del medi, ρ . En el cas d'un medi homogeni, aquest valor es calcula a partir del corrent elèctric i de la diferència de potencial mesurats, segons la següent expressió:

$$\rho = K \frac{\Delta V}{I} \quad (4.11)$$

on el factor K és un coeficient que només depèn de la geometria del dispositiu electròdic i té dimensions de longitud. En el cas particular que el dispositiu estigui format per dos elèctrodes de corrent i dos de potencial col·locats de forma alineada, el coeficient K es calcula a partir de les distàncies entre els quatre elèctrodes designats

generalment amb les lletres A, B, pels elèctrodes de corrent i, M i N, pels elèctrodes de potencial. Així, l'expressió de la K s'escriu com:

$$k = 2\pi \cdot \left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right)^{-1} \quad (4.12)$$

Els terrenys sobre els quals es practiquen les campanyes de prospecció no són medis homogenis. Pert tant, quan sobre aquestes dades mesurades s'aplica l'expressió, (4.12), es determina en realitat una resistivitat fictícia anomenada "resistivitat aparent" ja definida en el capítol 1. La relació que existeix entre la resistivitat " real " i " l'aparent " és una relació complexa. En el cas de la prospecció elèctrica de corrent continu els valors de la resistivitat aparent es disposen, segons els eixos x i z i es construeix una imatge de la resposta elèctrica del medi, la qual no representa, en absolut, la imatge real del subsòl, sinó una visió suavitzada d'aquesta propietat física. La variació de les distàncies entre els elèctrodes permet estudiar les variacions de la resistivitat elèctrica del subsòl i la seva representació gràfica rep el nom de pseudosecció.

4.3 – DISPOSITIUS ELECTRÒDICS

Existeixen nombrosos mètodes de prospecció elèctrica segons el nombre d'elèctrodes utilitzats i la seva distribució. En aquest treball només s'han considerat aquells dispositius formats per quatre elèctrodes alineats; A i B per on s'introdueix i surt directament el corrent elèctric, i els altres dos elèctrodes M i N entre els quals es mesura la diferència de potencial. La intensitat injectada al subsòl és generada per un generador de corrent continu i mesurada per un amperímetre que està en contacte amb els elèctrodes A i B. Per a mesurar el potencial elèctric, els elèctrodes M i N es troben en contacte amb un voltímetre, figura 4.2.

D'aquesta manera el dispositiu elèctric consta de dos circuits independents que s'anomenen *circuit de corrent, d'emissió o d'alimentació* i *circuit de potencial, de recepció o de mesura*, segons els diferents autors (Orellana, 1982).

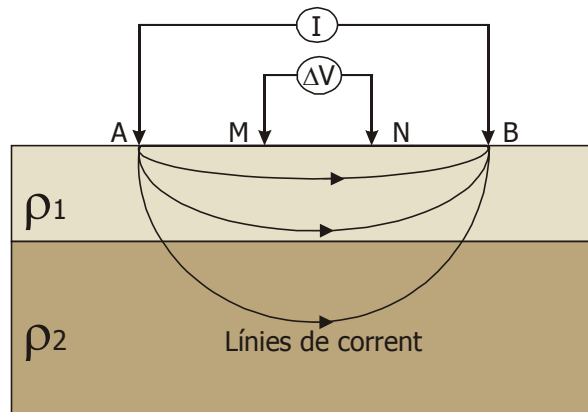


Figura 4.2. Mostra d'un dispositiu de corrent elèctrica on s'indiquen els elèctrodes de corrent en contacte amb l'amperímetre i els elèctrodes de potencial en contacte amb un voltímetre.

Una característica important de les diferents configuracions electròdiques és l'anomenada profunditat d'investigació. Aquesta es defineix com la profunditat màxima a la qual es detecta una capa horitzontal fina, paral·lela a la superfície, sobre el senyal mesurat en la superfície terrestre (Evjen, 1938). Aquesta profunditat depèn de com estiguin disposats els elèctrodes i de la distància que hi hagi entre ells. Aquest valor és aproximat i es calcula integrant la funció sensibilitat respecte de la fondària (Edwards, 1977). La funció sensibilitat és una magnitud que descriu com influencia un canvi de la resistivitat del subsòl en la mesura del potencial elèctric per a una determinada configuració.

Dels nombrosos dispositius electròdics existents, aquest treball s'ha decantat per l'estudi de tres configuracions concretes, les quals s'expliquen a continuació.

- I) En primer lloc s'introdueix el dispositiu simètric del sondeig elèctric vertical (SEV), el qual mesura en la superfície del subsòl la variació de la resistivitat elèctrica principalment en profunditat.
- II) Posteriorment, es presenta la tomografia elèctrica que aporta informació de les variacions laterals i verticals del subsòl, presentant una imatge bidimensional del terreny. Dins l'estudi de la tomografia elèctrica, aquest treball se centra en les dues configuracions més utilitzades: Wenner-Schlumberger i Dipol-Dipol.

La selecció del tipus de dispositiu que es vol aplicar, perfil SEV o tomografia elèctrica, radica en l'escala i la geometria de l'estructura en qüestió. Els perfils de SEV determinen adequadament les variacions en profunditat, però presenten poca resolució lateral, mentre que la tomografia elèctrica destaca per la seva bona determinació de la variació lateral, però pel contrari, la seva penetració és molt inferior a la del SEV.

4.3.1 - SONDEIG ELÈCTRIC VERTICAL

S'anomena sondeig elèctric vertical, SEV, a aquell dispositiu geològic simètric que determina la resistivitat elèctrica del terreny utilitzant un dispositiu que augmenta la separació entre els elèctrodes d'emissió, i en el qual, el centre dels elèctrodes de potencial es manté constant al llarg de totes les mesures.

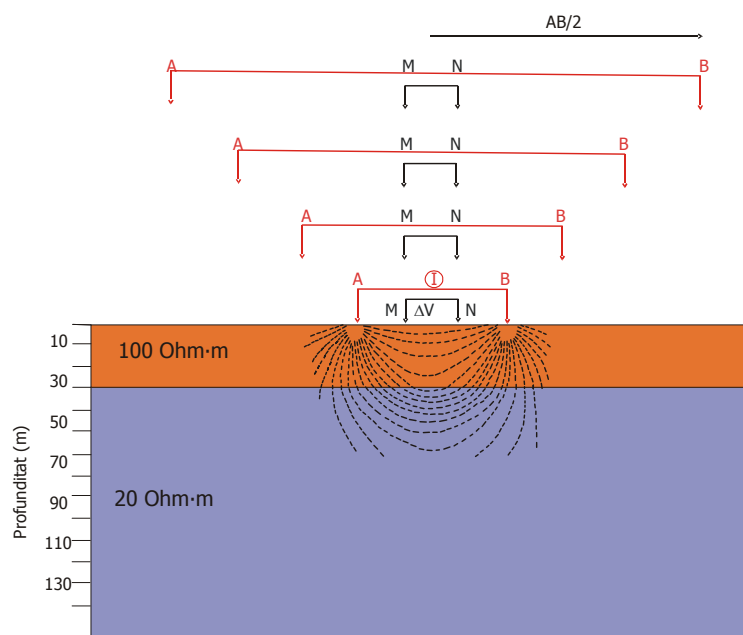
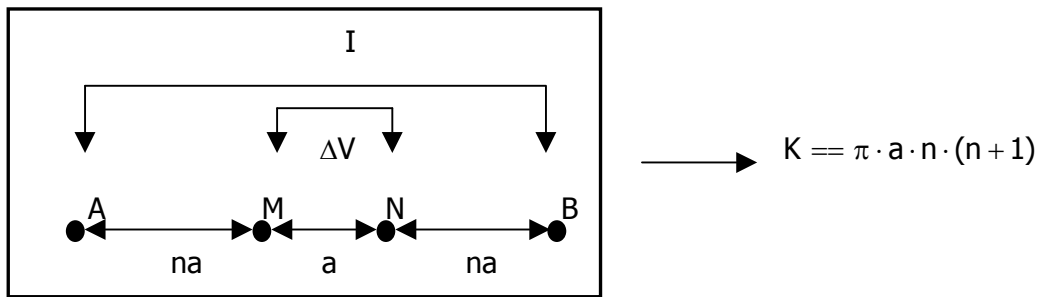


Figura 4.3. Mostra de la disposició dels quatre elèctrodes en un SEV, i la distribució de les línies de corrent pel cas d'un medi estratificat de dues capes.

Així, la distància entre els elèctrodes d'emissió, A i B, anomenada obertura $AB/2$, va augmentant de manera que les línies de corrent tenen un recorregut més llarg i aporten informació de les capes més profundes, mentre els elèctrodes de potencial, M i N, es mantenen en la mateixa posició, figura 4.3. L'objectiu principal d'aquest

dispositiu és determinar la distribució de la resistivitat en funció de la profunditat, i és molt útil per determinar medis estratificats, és a dir, medis que estan formats per capes paral·leles a la superfície. L'experiència en campanyes de camp indica, però, que s'obtenen bons resultats fins a inclinacions dels estrats d'aproximadament 30° (Orellana, 1982). Ara bé, l'avantatge del SEV és que aporta una bona resposta de les estructures localitzades a certa profunditat, però al mateix temps, pot donar informació dels primers metres del subsòl.

En el següent esquema es mostra la configuració per a una sola mesura del SEV, juntament amb l'expressió de la constant geomètrica K deduïda a partir de la distància que existeix entre les parelles d'elèctrodes de corrent i de potencial.



Les resistivitats mesurades es representen en un gràfic bilogarítmic en funció de les distàncies entre els elèctrodes de corrent, $AB/2$, figura 4.4.

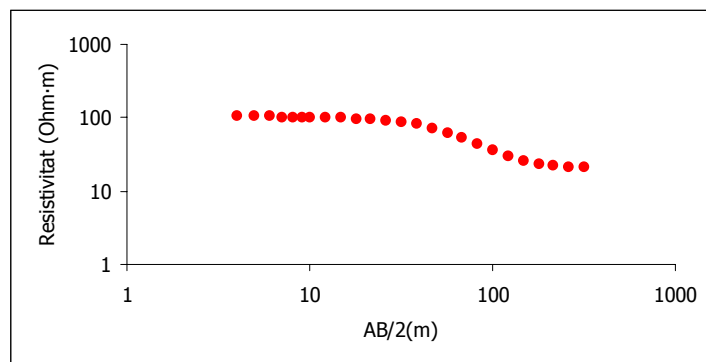


Figura 4.4. Representació gràfica de la corba obtinguda amb un SEV pel medi estratificat de dues capes de la figura 4.3.

La profunditat de penetració del sondeig elèctric vertical és una qüestió interessant dins de la prospecció elèctrica. Per conèixer la profunditat màxima sobre la qual un sondeig elèctric proporciona informació del subsòl, és necessari estudiar com la densitat de corrent varia en funció de la profunditat.

A partir del comportament del camp elèctric creat per un elèctrode d'emissió, es pot deduir la fracció de corrent elèctric que circula per sobre d'una certa profunditat. Així, és conegut que un 70,6 % del corrent elèctric, circula per sobre d'una profunditat que és igual a la separació entre els elèctrodes d'emissió (Orellana, 1982). És difícil però, considerar una profunditat màxima a partir de la qual les mesures realitzades amb el SEV ja no aporten informació del subsòl, perquè la densitat de corrent disminueix de forma gradual i suau amb la profunditat depenent de la composició del terreny.

És evident que les zones més profundes influiran menys en el potencial elèctric mesurat en superfície, perquè en elles existeix una densitat de corrent menor. Ara bé, aquesta profunditat d'investigació no només depèn del corrent, sinó que es determina també a partir de la posició dels elèctrodes de corrent i dels elèctrodes de potencial (Roy i Apparao, 1971).

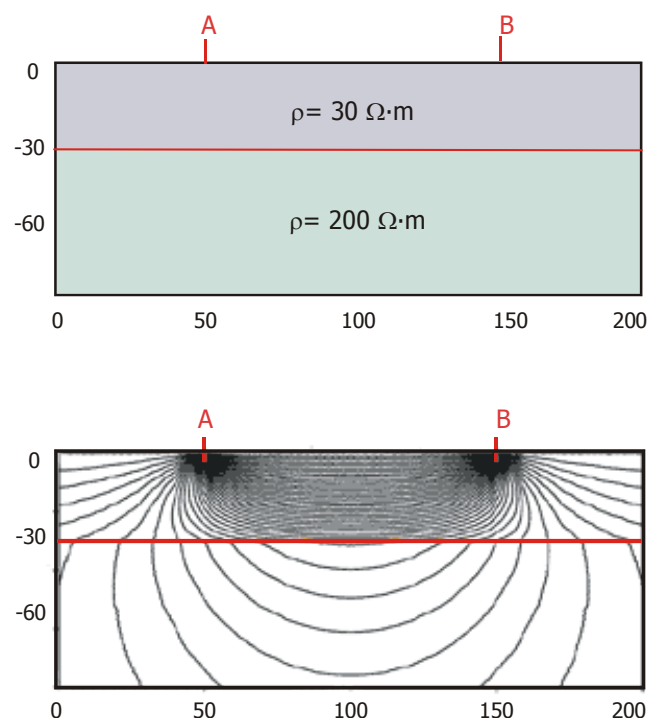


Figura 4.5. Exemple de la distribució de les línies de corrent per a un model estratificat de dues capes on la capa inferior té una resistivitat més gran.

Es presenta en la figura 4.5 un exemple del comportament de les línies de corrent per a un model on la capa inferior té una resistivitat més gran que la capa superior. La capa inferior presenta una major resistència al pas de les línies de corrent i aquestes penetren menys en el terreny resistiu. El resultat d'aquest comportament és que el SEV o qualsevol altre dispositiu de prospecció elèctrica, aporta poca informació del material que hi ha per sota de la zona més resistent.

La manera de poder aprofitar la bona resolució vertical que dóna el sondeig elèctric vertical, és mitjançant la realització de perfils de SEV. A partir d'aquests es pot obtenir una imatge bidimensional de la distribució elèctrica del terreny. La interpretació d'aquestes dades exigeix la resolució i l'estudi del problema directe i del problema invers, els quals són explicats en els capítols 5 i 6 de la tesi.

4.3.2 - TOMOGRAFIA ELÈCTRICA

Tal i com s'ha comentat anteriorment, el sondeig elèctric vertical (SEV) no és el dispositiu més adequat per a donar informació de la variació lateral de la resistivitat elèctrica del subsòl, encara que es poden utilitzar.

Pel contrari, els perfils de tomografia permeten obtenir una imatge bidimensional més acurada del subsòl tenint en compte les variacions laterals i verticals de la resistivitat elèctrica. En el cas d'estructures bidimensionals, s'assumeix que el paràmetre físic de la resistivitat elèctrica no canvia en la direcció perpendicular al perfil elèctric, és a dir, que existeix una direcció de l'estructura on la conductivitat o resistivitat es manté constant.

Els perfils elèctrics han estat utilitzats durant moltes dècades en l'àmbit de la hidrogeologia i prospecció minera, i actualment, són molt útils per l'estudi mediambiental del subsòl. El seu propòsit és determinar la distribució bidimensional de la resistivitat elèctrica del subsòl mitjançant la realització de mesures sobre la pròpia superfície terrestre. A partir d'aquestes mesures, es realitza una estimació de la resistivitat del terreny, la qual està relacionada amb diferents paràmetres geològics com poden ser els components minerals, la porositat o el grau de saturació de l'aigua en la roca.

L'escala de treball de la tomografia elèctrica és petita, però pot oscil·lar des dels 5 primers metres fins als 50 metres, tot depèn de la separació utilitzada entre el parell d'elèctrodes, la qual està limitada per la potència del generador de corrent.

L'obtenció de les dades es realitza traslladant quatre elèctrodes al llarg d'una línia recta per sobre de la superfície. Encara que existeixen nombroses distribucions dels elèctrodes en el perfil, en aquesta tesi s'estudien les que són més utilitzades: Dipol-Dipol i Wenner-Schlumberger. Cada configuració presenta els seus avantatges i inconvenients, per tant, és important escollir la configuració més adient en funció de l'objecte d'estudi, la profunditat de penetració a la qual es pretén arribar (profunditat equivalent) i el tipus de resolució necessària.

Un esquema de l'equip de mesura es presenta en la figura 4.6, i consisteix en un cable multicanal amb un nombre determinat d'elèctrodes, els quals es troben equiespaiats sobre aquesta línia recta i que durant el procés de mesura, poden ser tant de corrent com de potencial, i d'una font d'alimentació.

El cable multicanal es troba connectat a un instrument que controla la seqüència de prendre les dades. L'aparell de tomografia elèctrica permet seleccionar la configuració dels elèctrodes que serviran per introduir el corrent elèctric i els elèctrodes que serviran per mesurar la diferència de potencial elèctric.

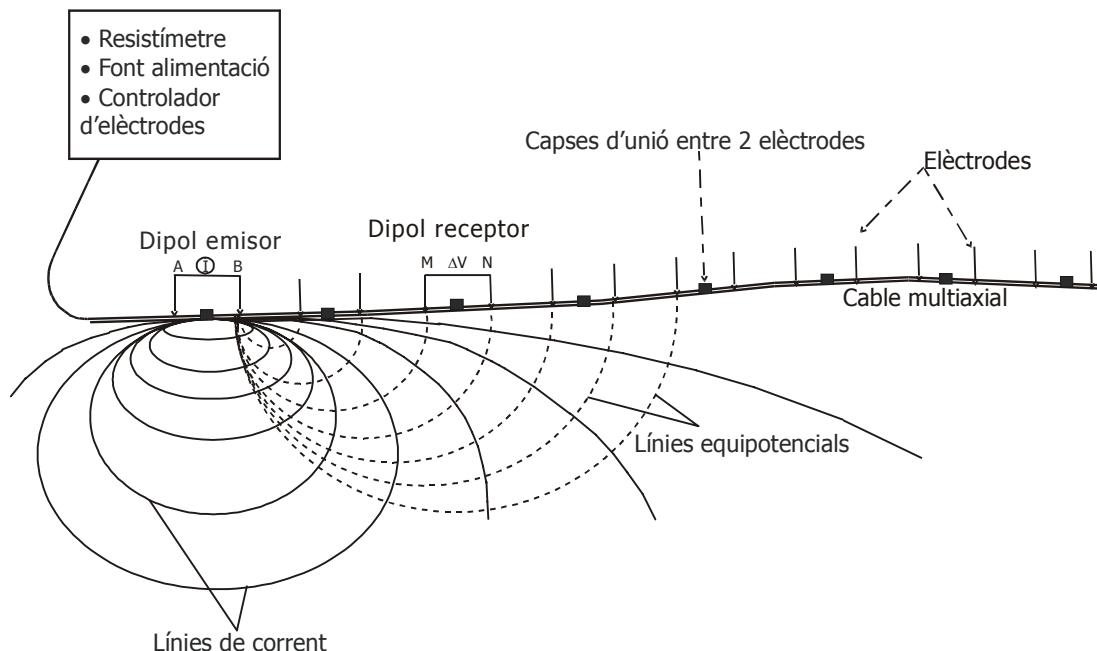


Figura 4.6. Diagrama d'un dispositiu de tomografia elèctrica pel cas de la configuració Dipol-Dipol, i la corresponent distribució de les línies de corrent i de potencial en el subsòl.

A partir de la diferència de potencial i la intensitat elèctrica mesurades es pot calcular la resistivitat aparent del terreny, que permet crear una imatge elèctrica bidimensional del subsòl. Aquesta imatge bidimensional s'anomena pseudosecció i no s'ha de considerar en cap cas, l'estructura elèctrica real del subsòl.

Una mostra de la construcció d'aquesta imatge elèctrica es mostra en la figura 4.7, per a un dispositiu Dipol-Dipol de 15 elèctrodes. Cada fila de dades de la pseudosecció està mesurada amb la mateixa distància entre els elèctrodes que injecten corrent al medi, A i B, i els elèctrodes que mesuren la diferència de potencial elèctric, M i N. La dada mesurada es disposa en el punt mig entre els quatre elèctrodes que formen la configuració electròdica tal com s'observa en la figura 4.7.

Així, la posició vertical de la mesura, que anomenem nivell de profunditat, està directament relacionada amb la separació entre els elèctrodes de corrent i els elèctrodes de potencial. Una separació gran entre els elèctrodes permet que les línies de corrent arribin a més profunditat i per tant, aporten informació de zones més profundes del subsòl.

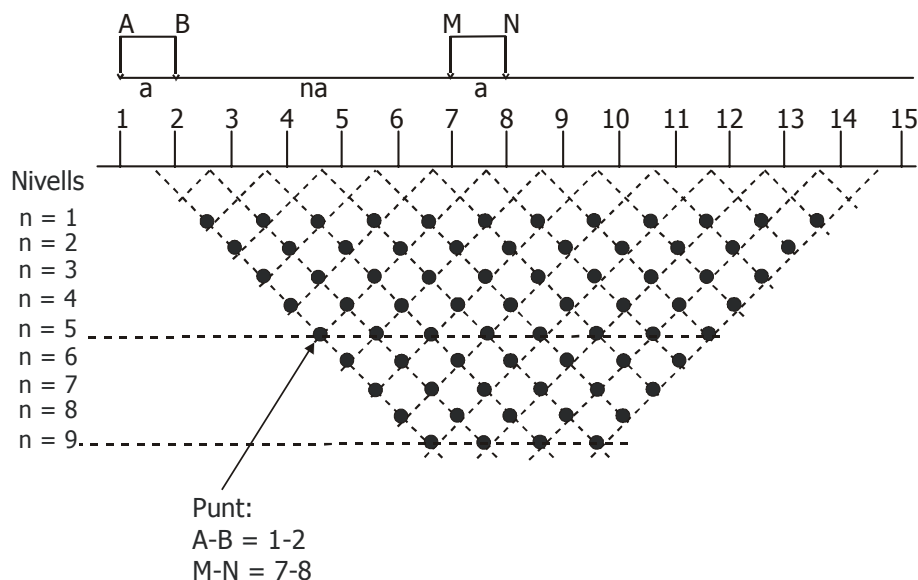
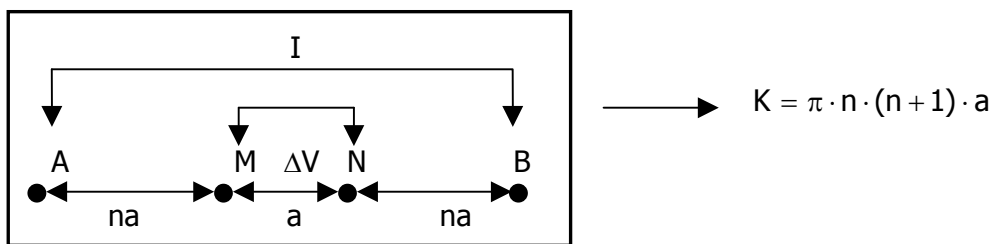


Figura 4.7. Mostra de la construcció d'una pseudosecció per a un dispositiu Dipol-Dipol de 15 elèctrodes.

4.3.2.1 – WENNER-SCHLUMBERGER

En aquest dispositiu, els elèctrodes que mesuren la diferència de potencial, M i N, són interiors al dipol format pels elèctrodes de corrent A i B. Per tant, aquests últims es troben sempre situats en els extrems del conjunt electròdic. Aquesta configuració és una barreja dels dispositius anomenats Wenner i Schlumberger (Pazdirek i Blaha, 1996). La manera de disposar els elèctrodes sobre el perfil exigeix que la distància entre els M i N es mantingui constant, a , i que la distància entre els elèctrodes A i M, o N i B, augmenti des del mínim valor, a , fins a completar tot el perfil amb la distància màxima entre els extrems A i B.

L'esquema següent mostra la localització dels elèctrodes i el valor del seu factor geomètric, K.



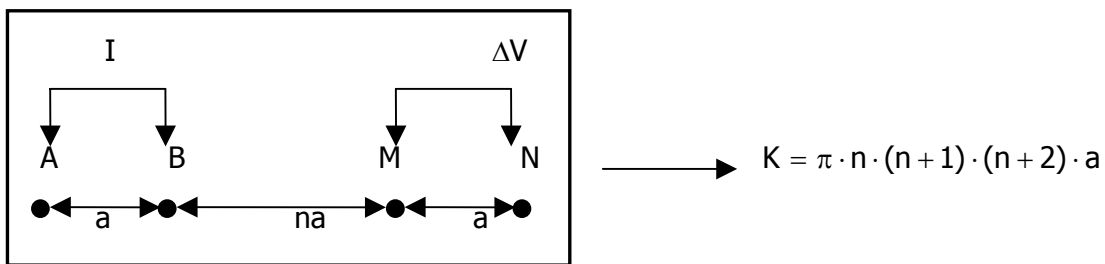
A mesura que es van separant els extrems, la profunditat d'investigació va augmentant en funció dels coeficients presentats en la taula 4.1. En aquesta taula es presenten les profunditats d'investigació, Z_e , a les quals s'arriba per a les configuracions Wenner-Schlumberger en funció de la longitud total del perfil, L , de la separació màxima entre els elèctrodes de mesura, a , i de l'anomenat nivell de mesura, n .

Tipus de configuració	n	Z_e/a	Z_e/L
Wenner-Schlumberger	1	0.52	0.173
	2	0.93	0.186
	3	1.32	0.189
	4	1.71	0.190
	5	2.09	0.190
	6	2.48	0.190

Taula 4.1. Determinació de la profunditat d'investigació, Z_e , en funció de L , a i n , pel dispositiu electròdic Wenner-Schlumberger (Loke, 1999).

4.3.2.2 – DIPOL-DIPOL

La configuració Dipol-Dipol tal com diu la pròpia paraula es troba formada per dos dipols, un dipol d'emissió i un altre dipol de recepció separats una determinada distància entre ells. La distància entre els elèctrodes que formen els dos dipols sempre és un múltiple de la longitud dels dipols, a . Aquesta disposició dels elèctrodes en l'espai es mostra en la següent figura, juntament amb el valor del factor geomètric, K .



A mesura que augmenta aquesta distància entre els dipols, és a dir, a mesura que n augmenta també ho fa la profunditat de penetració del senyal, segons indica la taula 4.2.

Tipus de configuració	n	Z_e/a	Z_e/L
Dipol-Dipol	1	0.416	0.139
	2	0.697	0.174
	3	0.962	0.192
	4	1.220	0.203
	5	1.476	0.211
	6	1.730	0.216

Taula 4.2. Determinació de la profunditat d'investigació, Z_e , en funció de L , a i n , pel dispositiu electròdic Dipol-Dipol (Loke, 1999).

El major inconvenient d'aquesta configuració és la disminució de la intensitat del senyal. El potencial elèctric creat per un dipol en un punt qualsevol de l'espai és inversament proporcional a la distància al cub, per tant, com més allunyats estiguin els dipols, menys senyal es podrà mesurar. Existeixen, però, estratègies per solucionar aquest problema que consisteixen en apropar els dos dipols augmentant la distància dels elèctrodes que el formen.