

FACULTAD DE PEDAGOGÍA  
UNIVERSIDAD DE BARCELONA

Programa de doctorado  
Didáctica de las Ciencias Experimentales y la Matemática  
Bienio 1998-2000

**LA ENSEÑANZA DE LAS  
MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN  
DE PERSONAS ADULTAS  
UN MODELO DIALÓGICO**

Presentada por

**Francisco Javier Díez Palomar**

Dirigida por

**Dra. Paloma García Wehrle  
Dr. Joaquín Giménez Rodríguez**



Gracias a todas las personas que de una u otra manera han participado en esta tesis. A las mujeres del *Grupo de matemáticas dialógicas* de la escuela de La Verneda – Sant Martí. Ellas me han enseñado que todo el mundo es capaz de hacer matemáticas. A mis compañeros y compañeras de CREA, por sus ánimos, por el trabajo compartido y por la ilusión que me han transmitido siempre. A las personas de mi piso, que han estado ahí siempre, en los momentos de más esfuerzo. A mis directores de tesis, por su consejos, ayudas y ánimos personales. A mi familia, que ha sabido comprender la dedicación que un proyecto como éste ha significado. Gracias también a esa persona que me quiere, por su respeto y por su apoyo. Sin todo ese entorno, sin toda esa ayuda, esta tesis no hubiera sido un sueño hecho realidad. Por todo ello, gracias.



## CONTENIDOS

Presentación	9
Parte I. El marco teórico y el contexto de la investigación	17
1. La sociedad dialógica	21
1.1. ¿Qué es la “sociedad de la información”?	23
1.2. Nuevas formas de exclusión social	26
1.3. La Modernidad Reflexiva	28
1.4. El Giro Dialógico	30
2. Las matemáticas en la vida cotidiana de las personas	32
2.1. Matemáticas y vida cotidiana	32
2.2. El descuido de las matemáticas de la vida real	37
3. La investigación sobre formación matemática básica para todos	43
3.1. Consideraciones previas	43
3.2. Exposición del estado de la cuestión	45
3.3. La vinculación con el marco de la investigación internacional	49
4. La alfabetización matemática	53
4.1. Contextualización del concepto de alfabetización matemática	53
4.2. De la alfabetización numérica (numeracy) a la alfabetización matemática (math literacy)	55
5. La enseñanza de las matemáticas en la educación de personas adultas	69
5.1. Los nuevos retos de la educación matemática	69
5.2. Hacia unas matemáticas para todos	74
Parte II. Definición del problema, hipótesis y metodología de la investigación	81
6. Definición del problema e hipótesis	85
6.1. El marco general del problema	85
6.2. Los objetivos específicos de la tesis doctoral	88
6.3. Las hipótesis de trabajo	89
7. Sobre la idea del concepto matemático de proporción	91
7.1. Justificación de la elección del concepto de “proporción”	93

7.2. Algunas investigaciones sobre la proporcionalidad	94
7.3. Definición de la proporcionalidad	95
7.4. Aproximación a la idea de proporción	98
8. Metodología de investigación	101
8.1. El debate sobre metodología cuantitativa o cualitativa	101
8.2. El paradigma metodológico comunicativo	103
8.3. Justificación de la elección de la metodología	106
9. La selección de la muestra: un estudio de caso	111
9.1. La escuela de personas adultas de La Verneda – Sant Martí	111
9.2. El aprendizaje dialógico	120
10. Técnicas de recogida de la información	125
10.1. Breve descripción del diario de campo	126
10.2. Breve descripción de la tertulia comunicativa	127
10.3. Guión de la tertulia comunicativa	128
10.4. Justificación del uso de esta técnica de recogida de la información	129
10.5. Breve descripción de las entrevistas en profundidad	129
10.6. Guión de las entrevistas	130
10.7. Justificación del uso de esta técnica de recogida de la información	134
10.8. Otras técnicas de recogida de información: la resolución de problemas	136
10.9. Justificación de las actividades propuestas	140
11. Las técnicas de análisis de la información	145
11.1. Los elementos del discurso	147
11.2. El carácter (tono) del discurso	156
11.3. Justificación de la elección de las categorías de análisis	157
Parte III. Relato de la experiencia	159
12. La formación del Grupo de matemáticas dialógicas de la escuela de personas adultas de La Verneda – Sant Martí.	163
13. Explicación de las etapas de la investigación	167
13.1. La construcción del sitio web	167
13.1.1. El estudio piloto	167
13.1.2. Primer paso: el sitio web inicial	169
13.1.3. Segundo paso: un nuevo sitio web	171
13.1.4. Tercer paso: modificaciones del sitio web	174
13.1.5. Cuarto paso: un sitio web de las personas	178

participantes y para las personas participantes	
13.1.6. Etapa final: el diseño y la edición de las actividades sobre proporciones	181
Parte IV. Análisis de los datos	185
14. De las matemáticas vividas a las matemáticas de la escuela de La Verneda – Sant Martí	189
14.1. La interacción de las personas con el contenido matemático	189
14.2. La interacción de las personas con el grupo	193
14.3. La interacción de las personas con el medio tecnológico	195
14.4. Aportaciones del capítulo	198
15. Análisis de los datos en base al modelo de variables propuesto	201
15.1. El análisis de la relación entre la persona y los contenidos matemáticos	202
15.1.1. Los componentes cognitivos	203
15.1.2. Los componentes afectivos	218
15.1.3. Los componentes instrumentales	221
15.1.4. Los componentes normativos	225
15.2. El análisis de la relación entre la persona y el grupo	229
15.2.1. Los componentes cognitivos	231
15.2.2. Los componentes afectivos	235
15.2.3. Los componentes instrumentales	238
15.3. El análisis de la relación entre la persona y el medio tecnológico	240
15.3.1. Los componentes cognitivos	241
15.3.2. Los componentes afectivos	248
15.3.3. Los componentes instrumentales	249
15.4. Aportaciones del capítulo	251
16. Análisis de las trayectorias cognitivas de aprendizaje	255
16.1. El análisis de las intervenciones	256
16.2. Sobre las trayectorias cognitivas de aprendizaje	268
16.3. Aportaciones del capítulo	322
Parte V. Conclusiones	327
Bibliografía	343
Anexos	373





## **PRESENTACIÓN**

Todas las personas son capaces de aprender y, por lo general, saben más de lo que creen (o reconocen) saber. Esta afirmación me la han enseñado las propias personas adultas a las que he dado clase de matemáticas en la escuela de personas adultas de La Verneda – Sant Martín, de Barcelona, desde hace ya cuatro años. Su apoyo y su confianza en mí me han enseñado que yo mismo era capaz de explicar conceptos matemáticos de los que nunca antes me había creído capaz. A la vez, el trabajo conjunto que hemos llevado a cabo me ha hecho descubrir unas matemáticas nuevas, más atractivas y sugerentes que las que me habían enseñado en la escuela. Exponer un tema de matemáticas y compartir entre todos y todas diversas explicaciones, desde nuestra propia experiencia, en un ambiente de igualdad y de búsqueda conjunta de las soluciones, ha sido y es una experiencia increíble.

Es usual oír a nuestro alrededor a personas que afirman que las matemáticas son muy difíciles, que quien sabe matemáticas es un experto. No negamos que se hagan estos comentarios, pero lo que no compartimos es el rechazo radical contra las matemáticas, porque lo único que hace es contribuir a crear el mito de las matemáticas como dominio exclusivo de una élite de expertos, que es inalcanzable para el resto de las personas. Eso no sólo no es cierto, sino que además, normalmente, quienes defienden que las matemáticas no son importantes en la vida, que sólo las utilizan un grupo de “expertos” que conocen la nomenclatura y están familiarizados con el lenguaje matemático académico, lo que hacen es contribuir a aumentar la distancia entre las matemáticas académicas

y las matemáticas de la vida real. Ni una sola de las personas del *Grupo de matemáticas dialógicas* de la escuela de La Verneda pensó ni un momento cuestionar la importancia de las matemáticas, pero, sin embargo, dijeron que era una asignatura difícil. Algunas afirmaron que no iban a poder seguir el curso. Todas lo lograron y todas se entusiasmaron a lo largo de las sesiones. ¿Por qué? Porque sólo puede decirse que las matemáticas sobran si realmente se ocupa una posición acomodada que te exime de enfrentarte a las situaciones de la vida cotidiana que implican tener conocimientos matemáticos. A los campesinos brasileños, que tienen que pagar como contribución una proporción del producto de su cosecha, el saber calcular esa proporción lo más exactamente posible es muy importante, para poder alimentar a su familia, como explicó Gelsa Knijnik, cuando hace dos años conoció a las mujeres del *Grupo de matemáticas dialógicas*. Esta autora es una de las personas que más está trabajando para enseñar matemáticas al campesinado brasileño. Saber matemáticas es importante para no quedar excluido.

Dice Bishop (2000) en uno de los principios del código ético que propone a los investigadores en didáctica de las matemáticas, que cualquier investigación debería producir beneficios al mayor número posible de estudiantes.<sup>1</sup> Por eso, esta tesis es un intento de hacer que se oigan todas las voces silenciadas por el sistema educativo tradicional, donde tan sólo se han valorado los conocimientos de la matemática académica con una calificación final y, por lo general, pocas veces y a pocas personas les ha ocurrido que se les valorase su experiencia matemática y sus estrategias personales de resolución de problemas. Ante todo, y sobre todo, esta tesis es resultado de ese esfuerzo compartido.

¿Por qué es importante hacer una tesis en didáctica de las matemáticas? Creemos que para mejorar la enseñanza de esta disciplina, que tantas pasiones levanta, y mostrar que es posible enseñar matemáticas de otra manera. Las matemáticas son un dominio colectivo y la forma de enseñanza no debería ser una barrera que impidiera la formación matemática del conjunto de la población.

---

<sup>1</sup>“Los investigadores en educación matemática, como parte de la comunidad educativa, son responsables ante la sociedad en su globalidad, por lo que cualquier investigación debería poder justificarse en términos de sus beneficios potenciales para el mayor número posible de alumnos.” (Gorgorió y Bishop, 2000: 204).

Deseo mostrar a lo largo de estas páginas que cuando alguien nos dice “no sé matemáticas” o “se me dan mal”, en realidad está diciendo que son las “matemáticas académicas” lo que no sabe hacer. Pero las matemáticas son algo más que resolver una serie de algoritmos en una libreta o en un ordenador. Apreciar este sentido amplio es lo que me han enseñado esas mujeres de la escuela de La Verneda, con las que he aprendido conjuntamente a entender que todas las personas somos capaces de hacer matemáticas y utilizarlas para resolver situaciones en nuestras vidas.

Parto, pues, de una idea básica: **todas las personas podemos hacer matemáticas**, aunque no todo el mundo hayamos tenido la suerte de aprender un acervo de conocimientos matemáticos académicos.

Existen diversos trabajos de investigación que demuestran ampliamente que todas las personas tienen las mismas **capacidades básicas** para aprender. De todas maneras, suele ocurrir que 1) no todo el mundo dispone de las mismas oportunidades para aprender, y 2) que cada persona tiene una manera diferente de desarrollar esas capacidades básicas de aprendizaje. Sin embargo, no nos podemos quedar aquí, porque si no estaríamos contribuyendo a excluir a algunas personas del derecho a aprender a desarrollar esas capacidades básicas, sea en el ámbito de las matemáticas o sea en el ámbito que fuere. Por eso es importante investigar y hacer propuestas desde la didáctica, para encontrar formas nuevas e innovadoras que realmente nos sirvan a todos y a todas para solucionar las dificultades de aprendizaje que dicen tener algunas personas.

A inicios del siglo XXI la **sociedad dialógica** está abriendo nuevos retos a las personas. Los cambios que se están produciendo, día tras día, son tan trascendentales que obligan a pensar nuevas formas de aprender, de trabajar o de relacionarnos en nuestras vidas personales. Los modelos tradicionales de familia, de escuela, de trayectoria laboral, y de tantas otras cosas, ya no responden de ninguna manera a la realidad. La educación, el amor, el trabajo, el ocio, todo lo que forma parte de nuestro “universo de relaciones cotidianas” se ha diversificado (y enriquecido) tanto que escapa a las definiciones tradicionales que tenemos de

esos conceptos. Desde la Sociología se están acuñando conceptos que tratan de proporcionarnos herramientas heurísticas y conceptuales para tratar de entender algo este proceso de cambio y conseguir dirigir nuestros pasos de la mejor manera posible.

Y en todo este universo de cambios, la didáctica de las matemáticas se está transformando. Durante el año 2000 muchos organismos oficiales, como el “Parlament de Catalunya”, el Congreso de los Diputados en España, y muchos otros de todo el mundo destacaron la importancia de las matemáticas para las personas en aspectos tales como el desarrollo de una ciudadanía crítica responsable, por ejemplo. La UNESCO ha destacado el aprendizaje de las matemáticas como una de las piezas claves para el desarrollo y la Asamblea General de la *International Mathematics Union* (IMU) ha proclamado que el aprendizaje de las matemáticas es uno de los grandes desafíos para el siglo XXI. Además, la incorporación de las tecnologías de la información y de la comunicación en el aula permiten también un cambio en las estrategias y el enfoque didáctico que podemos dar a nuestra labor como docentes. Esos recursos nuevos nos abren más posibilidades de enseñar y nos permiten también centrarnos en otros conceptos diferentes a los que se priorizaban antes en una clase de matemáticas tradicional. Quizás lo importante ahora ya no es tanto tener una gran agilidad mental con las operaciones numéricas complejas, sino saber decidir qué algoritmo matemático tenemos que utilizar para resolver cualquier situación problemática que se nos presente en nuestras vidas. Seguramente cada vez más las tecnologías se convertirán en herramientas de trabajo útiles que nos permitirán ahorrar muchos esfuerzos en la realización de las operaciones. Asimismo nos abren a la idea de compartir el conocimiento (incluso el matemático) superando la idea del saber enciclopédico.

De hecho, las matemáticas juegan un papel importante en la vida cotidiana de las personas adultas (Niss, 1995; MEG, 1998).<sup>2</sup> Diversos autores y centros de

---

<sup>2</sup> Desde 1970 hasta el 2000, en ERICFILE, la base de datos más importante en educación, hay 497 entradas con el término "numeracy" (alfabetización matemática), y si acotamos más la búsqueda, encontramos 56 entradas para "basic skills on mathematics". Se trata, pues, de un tema de estudio que ha generado y sigue generando mucho interés en el ámbito de la comunidad científica internacional.

investigación destacan este papel en sus investigaciones.<sup>3</sup> Esta importancia no sólo se destaca desde los centros académicos y/o científicos. Las personas adultas también resaltan la importancia de las matemáticas, a pesar de la invisibilidad de muchos procesos matemáticos que hay en nuestras vidas. Las mujeres que asisten a la escuela de personas adultas de La Verneda – San Martín explican a través de su experiencia propia no sólo la utilidad de saber contar, sino lo importante que es para ellas saber sumar y restar y la seguridad que les da ese conocimiento. Para ellas saber matemáticas implica no tener que amilanarse y recurrir a otra persona para poder resolver las situaciones problemáticas cotidianas que nos vamos encontrando todos y todas a lo largo de nuestras vidas. Sin embargo, a veces existe una resistencia clara a lo que entendemos como “matemáticas académicas”. Este sentimiento negativo se convierte en una falta de autoestima que las personas adultas ponen de manifiesto cuando afirman que “las matemáticas son difíciles”, o “yo no valgo para eso”. Estos comentarios dejan entrever la existencia de una brecha clara entre las matemáticas que les enseñaron en la escuela hace años y el conocimiento de las habilidades matemáticas que cada cual tiene, de los que no son conscientes hasta que no se habla claramente de ello.

Niss (1994, 1995) dice que las matemáticas son invisibles en nuestra sociedad. Nosotros creemos que es más que eso: no sólo son invisibles, sino que la no coincidencia entre las “matemáticas académicas” y las “matemáticas de la vida real” es uno de los factores que explica el sentimiento de resistencia que tienen muchas personas hacia las matemáticas. Y esto resulta un problema muy importante que dificulta de manera increíble el aprendizaje. Lo que hay que hacer es cambiar radicalmente nuestro concepto de lo que son las matemáticas, recontextualizarlas y devolverles su significado. Ernest (2000), por ejemplo, hace un llamamiento a las matemáticas como algo falible, no absoluto, como nos habían enseñado hasta ahora. Alsina (2002), a su vez, hace una apuesta clara por “popularizar” las matemáticas y hacer una enseñanza radicalmente diferente a la que hemos vivido muchas personas en el sistema educativo. Se trata de una enseñanza provocativa, una enseñanza no lineal, que lleve a las personas a problematizar su entorno y no sólo resolver los problemas que se encuentran

---

<sup>3</sup> CREA, 1993; Niss, 1995; Van Reeuwijk, 1997; MEG, 1998; entre otros.

aplicando recetas o fórmulas, como dice Giménez (2002). Se trata de enseñar a que las personas desarrollen la reflexividad, la capacidad de modelización, de uso de las matemáticas como herramienta para mirar de una manera crítica el mundo.

Ante esta realidad, a lo largo de estas páginas, se puede encontrar un estudio sobre una experiencia de hacer matemáticas en una escuela de personas adultas que funciona en base al modelo del aprendizaje dialógico. La primera parte de esta tesis consiste en la descripción del estado de la cuestión, así como del contexto en el que se inscribe esta investigación. Se caracteriza la sociedad informacional en la que vivimos y se revisan diversos análisis sobre cómo debería ser la enseñanza de las matemáticas (y en especial para las personas adultas) para afrontar un mundo de cambios. En la segunda parte de la tesis se expone la metodología de la investigación. Se presentan los objetivos de la investigación y las hipótesis de las que se parte. Se explican cuáles han sido las técnicas de recogida de la información y se presentan las herramientas para hacer el análisis. A continuación, en la tercera parte, se relata el desarrollo de la experiencia. A través de esas páginas se explica cómo se formó el *Grupo de matemáticas dialógicas* de la escuela de La Verneda – Sant Martí y el desarrollo de una experiencia de hacer matemáticas. Después, en la cuarta parte, se hace el análisis exhaustivo de la información recogida. Durante tres capítulos se hace un recorrido por el aprendizaje de las matemáticas en general, y de las proporciones en particular, en el caso concreto del *Grupo de matemáticas dialógicas*. Se utiliza la técnica de las trayectorias cognitivas de aprendizaje para analizar la importancia del diálogo igualitario en la construcción de aprendizaje de las matemáticas y como forma de creación de sentido. La última parte recoge las conclusiones a las que llegamos durante todo el estudio.

Para finalizar esta presentación, me remito a otro de los principios que defiende Bishop (2000) en su código ético de la investigación: el compromiso moral, cultural y ético del investigador con el resto de personas.<sup>4</sup> Las investigaciones no deberían justificarse por el mero hecho del placer de la investigación. La

---

<sup>4</sup> “Cualquier investigador debería aceptar compromisos morales, culturales y éticos con el resto de los ciudadanos. Si aceptamos que las prácticas educativas pueden tener efectos positivos y negativos sobre las personas, entonces debemos aceptar que la investigación puede tener efectos parecidos.” (Gorgorió y Bishop, 2000: 204).

generación de conocimiento tiene que servir para fines éticos y morales. En otras palabras, tiene que suponer una mejora en la educación para todas aquellas personas adultas que decidan apuntarse a una clase de matemáticas. La investigación es un espacio de diálogo común para buscar formas colectivas de transformar la educación y superar las barreras (elitistas) que tradicionalmente se interponen a la educación matemática. Desde este compromiso, la investigación que exponemos no pretende, bajo ningún concepto, consolidar esa visión elitista de algunos profesionales de la educación que piensan en crear niveles para, por lo menos según ellos, que algunos estudiantes logren alcanzar un nivel de conocimiento alto sobre las matemáticas. El esfuerzo de todas las personas que de una manera u otra han participado en la elaboración de esta tesis es lograr precisamente lo contrario, es decir: **buscar las formas para que todas las personas tengan las mismas oportunidades de acceder a los mismos conocimientos matemáticas, aunque lo hagan desde puntos de vista diferentes.**

Queremos acabar esta presentación con una cita de Freire que creemos que resume perfectamente el sentido de esta tesis:

*“Creo que en el momento en que la naturalidad de las matemáticas se convierte en una condición para existir en el mundo, se está trabajando en contra de cierto elitismo que poseen los estudios de matemáticas, incluso a pesar de que los matemáticos deseen lo contrario. Esto significa democratizar la posibilidad de la naturalidad de las matemáticas, y esto es ciudadanía. Y cuando se hace posible una mayor convivencia con las matemáticas, no hay duda de que se contribuye a solucionar un gran número de cuestiones planteadas a nuestro alrededor, algunas veces existentes precisamente debido a una falta de competencia, incluso mínima, en la materia. ¿Y por qué no se da esta democratización? Porque se ha aceptado que comprender las matemáticas es algo profundamente refinado cuando, de hecho, no lo es ni debería serlo.”* (Freire, D’Ambrosio, Mendonca, 1997: 8).

