

DEPARTAMENT DE DIDÀCTICA DE LES CIÈNCIES
EXPERIMENTALS I DE LA MATEMÀTICA

PROGRAMA DE DIDÀCTICA DE LES CIÈNCIES EXPERIMENTALS
I DE LA MATEMÀTICA

BIENNI 2001-2003

**OBJETOS PERSONALES, MATEMÁTICOS Y
DIDÁCTICOS, DEL PROFESORADO Y CAMBIOS
INSTITUCIONALES**

**EI CASO DE LA CONTEXTUALIZACIÓN DE LAS FUNCIONES EN
UNA FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y SOCIALES**

Tesi doctoral per optar al títol de Doctor de la Universitat de Barcelona

Presentada per

ANA BEATRIZ RAMOS DE PACIA

Dirigida per

Dr. VICENÇ FONT MOLL

UNIVERSITAT DE BARCELONA

BARCELONA, 2005

Agradecimientos

A la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales FACES de la Universidad de Carabobo por el apoyo prestado en el proceso de investigación.

A los profesores, profesoras, preparadores, preparadoras, personal administrativo y alumnos de la Cátedra de “Introducción a la Matemática” de FACES UC. Sin su apoyo y ayuda incondicional la investigación no hubiese sido posible.

A los profesores, profesoras y amigos del Departament de Didàctica de les CCEE i de la Matemàtica de la Universitat de Barcelona por su constante apoyo moral.

A Mario y Crystel por su paciencia, amor y comprensión.

ÍNDICE

	Págs
BLOQUE I INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	
CAPÍTULO 1 EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS.....	1
1 El Problema de investigación y su justificación.....	1
2 Objetivos de la investigación.....	5
3 Estructura de la memoria de investigación	8
4 El contexto de investigación y reflexión	12
4.1 El Ciclo Básico de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales	13
4.2 Características de la asignatura Introducción a la Matemática	13
4.3 Características de los docentes que imparten la asignatura.....	17
BLOQUE II MARCO TEÓRICO	
CAPÍTULO 2 EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DE LA COGNICIÓN MATEMÁTICA.....	20
1 Los objetos personales y su significado	20
2 Los objetos institucionales y su significado	23
2.1 Instituciones	23
2.2 Objetos institucionales	24
3 Significado y sentido	26
4 Realización de una práctica matemática	28
5 Ejemplo de configuración cognitiva/epistémica	30
6 Dualidades cognitivas	33
7 Tipos de significado	36
8 Análisis ontológico-semiótico de un texto matemático	37
9 Análisis a posteriori. Procesos de instrucción, configuraciones didácticas y criterios de idoneidad.	39
CAPÍTULO 3 LA PERSPECTIVA DIALÓGICA SOBRE LA ARGUMENTACIÓN	42
1 Discurso	43
2 Argumentación	44
2.1 Concepto de argumentación	44
2.2 Diferentes puntos de vista sobre la argumentación	44
3 El examen de las estructuras argumentativas según Toulmin ..	46

4	La Nueva Retórica	47
5	El punto de vista dialógico de Habermas	49
5.1	Excurso sobre la teoría de la argumentación	50
5.2	Diferentes tipos de acción	54
6.	Cómo se ha contemplado en esta investigación el punto de vista dialógico de Habermas	57
7	La Investigación didáctica sobre el discurso y la argumentación en Matemáticas	59
CAPÍTULO 4	CREENCIAS, CONCEPCIONES Y CONOCIMIENTO DEL PROFESORADO	63
1	Creencias y concepciones del profesorado	63
2	Conocimiento del Profesor	68
3	La relación entre las creencias y el cambio de la práctica del profesor	72
4	Desarrollo profesional docente	73
5	La práctica del profesor de matemáticas	74
6	Investigaciones sobre las creencias, concepciones y el conocimiento del profesor acerca de “funciones” y “contexto”	75
CAPÍTULO 5	LA INVESTIGACIÓN DIDÁCTICA SOBRE LAS FUNCIONES	78
1	Evolución histórica del objeto función	78
2	La Investigación didáctica sobre las funciones	84
2.1	La función como objeto y como proceso	85
2.2	Importancia de las traducciones y conversiones entre los diferentes tipos de representación de las funciones.....	87
3	Errores, dificultades, obstáculos, disparidad en la interpretación de la norma y conflictos semióticos	90
3.1	Las dificultades desde el punto de vista psicológico	90
3.2	Obstáculos	93
3.3	Contrato didáctico y conflictos en la interpretación de la norma	94
3.4	Complejidad semiótica, conflictos semióticos y epistémicos	97
3.5	Errores, dificultades, ... Algunas consideraciones generales	98
4	Dificultades, obstáculos, errores... relacionados con los objetos del análisis infinitesimal elemental	101
4.1	Errores, dificultades,...relacionados con las funciones	104
4.2	Sugerencias para la enseñanza	109
5	Utilización de las consideraciones anteriores en la investigación que se presenta	111

BLOQUE III	APORTES TEÓRICOS	
CAPÍTULO 6	LA DIMENSIÓN DUAL “PERSONAL / INSTITUCIONAL” Y EL PROBLEMA DEL ENCAJE DE LOS OBJETOS PERSONALES DEL PROFESORADO EN EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DE LA COGNICIÓN MATEMÁTICA	113
	1 Práctica versus conducta	115
	2 Las creencias como disposición para la acción	118
	3 Creencia verdadera y concepción	120
	4 Conocimiento generado a partir de la práctica	126
	5 Desarrollo de los tipos de significados institucionales y personales	127
	6 Significado de los objetos personales y criterios de idoneidad	135
CAPÍTULO 7	CONTEXTO Y CONTEXTUALIZACIÓN. UNA PERSPECTIVA ONTOSEMIÓTICA	137
	1 Introducción	138
	2 Los contextos extra-matemáticos en la investigación en educación matemática	139
	3 Desarrollo del enfoque ontesemiótico con relación al constructo “contexto”	144
	3.1 Dos usos del término contexto	144
	3.2 El papel del contexto en la superación de la brecha entre objeto y práctica	145
	3.3 La relación extensivo-intensivo (A es B)	147
	3.4 Una propuesta de clasificación de los problemas contextualizados	151
	3.5 Aplicación de los criterios de idoneidad al uso de contextos	152
	3.6 La aplicación del criterio de idoneidad epistémico y su relación con el uso “ecológico” del término “contexto”....	153
CAPÍTULO 8	CAMBIO INSTITUCIONAL. UNA PERSPECTIVA ONTOSEMIÓTICA	156
	1 ¿Qué se entiende por cambio educativo? Evolución del saber sobre el cambio	157
	2 Adaptación de la institución a cambios e innovaciones	160
	3 Dos aspectos diferentes relacionados con el cambio	162
	4 Los gérmenes del cambio	167
	5 Fases en la reflexión sobre la posibilidad del cambio	170
	6 Dos metáforas relacionadas con la “viabilidad” del cambio	171

BLOQUE IV	METODOLOGÍA	
CAPÍTULO 9	METODOLOGÍA	174
	1 Características metodológicas generales	174
	2 Sujetos investigados. Un estudio de casos	176
	3 Fases en el diseño empírico de la investigación	176
	4 Tomas de posición en el diseño empírico de la primera fase de la investigación. Triangulaciones	177
	5 Características metodológicas de las dos fases de la investigación y su relación con los objetivos metodológicos ..	180
	6 Los tres niveles del análisis en la segunda fase de la investigación	184
	7 Validación del proceso de análisis de los datos de la segunda fase de la investigación	187
	8 Temporalización de la primera fase de la investigación	188
	9 Objetivos del segundo tipo e instrumentos de la primera fase de la investigación	189
	10 Limitaciones en la recogida de datos de la primera fase	189
	11 Temporalización de la segunda fase de la investigación	190
	12 Objetivos del segundo tipo e instrumentos de la segunda fase de la investigación	191
	13 Limitaciones en la recogida de datos de la segunda fase	191
BLOQUE V	RESULTADOS DE LA PRIMERA FASE DE LA INVESTIGACIÓN	
CAPÍTULO 10	COMPETENCIA DE LOS DOCENTES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS ...	193
CAPÍTULO 11	COMPETENCIA DE LOS ALUMNOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS	200
CAPÍTULO 12	SIGNIFICADO INSTITUCIONAL PRETENDIDO PARA EL OBJETO FUNCIÓN	206
	1 Currículum de la asignatura “Introducción a la Matemática”..	206
	2 Análisis de dos libros de texto	211
	3 Análisis de dos textos del estado español	216
	4 Comparaciones de los dos libros de texto venezolanos con los dos libros de texto españoles	222

CAPÍTULO 13	VALORACIÓN DE LOS DOCENTES SOBRE LA IDONEIDAD DE LOS PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS	223
	1 Cuestionario 3	224
	2 Entrevista semiestructurada.....	231
CAPÍTULO 14	DIFERENTES MANERAS DE ENTENDER LAS MATEMÁTICAS	242
 BLOQUE VI RESULTADOS DE LA SEGUNDA FASE DE LA INVESTIGACIÓN		
CAPÍTULO 15	DISEÑO PREVIO DEL SEMINARIO-TALLER	257
	1 Objetivos del seminario-taller	257
	2 Negociación de la organización del seminario-taller	259
	3 Diseño preliminar de la estructura del seminario-taller	260
	4 Diseño definitivo	261
CAPÍTULO 16	IMPLEMENTACIÓN DEL SEMINARIO-TALLER. SESIÓN 1	263
	1 Planificación previa	264
	2 Consideraciones sobre la planificación	265
	2.1 Aportaciones de la investigación didáctica sobre la enseñanza y aprendizaje de las funciones	265
	2.2 Presentación de los resultados de la primera fase de la investigación	265
	2.3 Contrato didáctico del seminario-taller	267
	2.4 Consideraciones sobre el artículo seleccionado como primera lectura	268
	3 Desarrollo de la sesión	268
	4 Análisis de algunos episodios argumentativos significativos de la primera sesión	272
	4.1 Segmento 1	272
	4.2 Segmento 2	276
	4.3 Segmento 3	282
	4.4 Segmento 4	285
	4.5 Segmento 8	288
	4.6 Segmento 10	294
	5 Consideraciones globales sobre toda la sesión 1	300

CAPÍTULO 17	IMPLEMENTACIÓN DEL SEMINARIO-TALLER. SESIÓN 2	304
	1 Planificación previa	304
	2 Consideraciones sobre la planificación	305
	3 Desarrollo de la sesión	305
	4 Análisis de algunos episodios argumentativos significativos de la segunda sesión	309
	4.1 Segmento 1	309
	4.2 Segmento 2	312
	5 Consideraciones globales sobre toda la sesión 2	316
CAPÍTULO 18	IMPLEMENTACIÓN DEL SEMINARIO-TALLER. SESIÓN 3	317
	1 Planificación previa	318
	2 Consideraciones sobre la planificación	318
	3 Desarrollo de la sesión	320
	4 Análisis de algunos episodios argumentativos significativos de la tercera sesión	323
	4.1 Segmento 1	323
	4.2 Segmento 3	326
	4.3 Segmento 5	330
	4.4 Segmento 7	335
	4.5 Segmento 9	341
	5 Consideraciones globales sobre toda la sesión 3	347
CAPÍTULO 19	IMPLEMENTACIÓN DEL SEMINARIO-TALLER. SESIONES 4 Y 5	349
	1 Planificación previa	350
	2 Consideraciones sobre la planificación	350
	3 Desarrollo de las sesiones	351
	4 Análisis de algunos episodios argumentativos significativos correspondientes a la cuarta y quinta sesión	360
	4.1 Segmento 1	360
	4.2 Segmento 2	365
	4.3 Segmento 3	370
	5 Consideraciones globales sobre las sesiones cuarta y quinta	375

CAPÍTULO 20	IMPLEMENTACIÓN DEL SEMINARIO-TALLER. SESIÓN 6	378
	1 Planificación previa	378
	2 Consideraciones sobre la planificación	379
	3 Desarrollo de la sesión	381
	4 Análisis de algunos episodios argumentativos significativos de la sexta sesión	382
	4.1 Segmento 1	382
	4.2 Segmento 2	386
	4.2 Segmento 4	393
	5 Consideraciones globales sobre toda la sesión 6	397
CAPÍTULO 21	IMPLEMENTACIÓN DEL SEMINARIO-TALLER. SESIONES 7 Y 8	399
	1 Planificación previa de la séptima sesión.....	400
	2 Consideraciones sobre la planificación de la séptima sesión	400
	2.1 Instrumentos utilizados en la séptima sesión	401
	3 Desarrollo de la séptima sesión	408
	4 Análisis de algunos episodios argumentativos significativos de la séptima sesión	409
	4.1 Segmento 1	409
	4.2 Segmento 2	416
	4.3 Segmento 3	424
	4.4 Segmento 5	433
	4.5 Segmento 6	438
	4.6 Segmento 7	443
	4.7 Segmento 8	451
	5 Planificación previa de la octava sesión	457
	6 Consideraciones sobre la planificación de la octava sesión	457
	7 Desarrollo de la octava sesión	458
	8 Análisis de algunos episodios argumentativos significativos de la octava sesión	459
	8.1 Segmento 1	459
	5 Consideraciones globales sobre las sesiones 7 y 8	463

BLOQUE VII CONCLUSIONES

CAPÍTULO 22	CONCLUSIONES.....	470
	1 Conclusiones Relacionadas con el Objetivo 1: Desarrollo	
	Teórico del EOS	470
	1.1 Conclusiones relacionadas con el objetivo 1.1	471
	1.2 Conclusiones relacionadas con el objetivo 1.2	475
	1.3 Conclusiones relacionadas con el objetivo 1.3	477
	2 Conclusiones Relacionadas con el Objetivo 2: Información	
	sobre la Institución Investigada	481
	2.1 Conclusiones relacionadas con el objetivo 2.1	481
	2.2 Conclusiones relacionadas con el objetivo 2.2	483
	2.3 Conclusiones relacionadas con el objetivo 2.3	483
	2.4 Conclusiones relacionadas con el objetivo 2.4	484
	2.5 Conclusiones relacionadas con el objetivo 2.5	484
	2.6 Conclusiones relacionadas con el objetivo 2.6	489
	2.7 Conclusiones relacionadas con el objetivo 2.7	489
	3 Conclusiones metodológicas relacionadas con el objetivo 3 ..	497
	3.1 Conclusiones relacionadas con el objetivo 3.1	497
	3.2 Conclusiones relacionadas con el objetivo 3.2	498
	3.3 Conclusiones relacionadas con el objetivo 3.3	499
	3.4 Conclusiones relacionadas con el objetivo 3.4	499
BIBLIOGRAFÍA	502

BLOQUE I

INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

CAPÍTULO 1

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN, JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS

RESUMEN

En el apartado 1 se presenta el origen y las principales características del problema de investigación y se justifica su relevancia. En el apartado 2 se presentan los objetivos de la investigación. En el apartado 3 se comenta la estructura de la memoria de la investigación, y, por último, en el apartado 4, nos referimos a las principales características del contexto donde se ha realizado la investigación.

1 EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN Y SU JUSTIFICACIÓN

El problema de investigación nace del interés de la doctoranda en la mejora de la enseñanza de las matemáticas en Venezuela, dados los malos resultados obtenidos por la mayoría de alumnos en esta materia. Conseguir esta mejora conlleva la necesidad de una reflexión teórica sobre el cambio en las instituciones escolares.

Como profesora de matemáticas de una Facultad de Ciencias Económicas y Sociales este interés general se concreta en una mejora de la enseñanza de las matemáticas en las instituciones universitarias. La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, en las universidades venezolanas, no tiene en cuenta el proceso de construcción de los objetos matemáticos de los alumnos. El objetivo que se pretende alcanzar es la transmisión de ciertos contenidos matemáticos, que se considera deben formar parte del bagaje conceptual de los futuros profesionales en las diferentes áreas del saber. La metodología que suele utilizar es la explicación mediante clases magistrales de un dilatado temario. Este planteamiento didáctico tiene su origen, en nuestra opinión, en una falta de reflexión consensuada que revise los objetivos y fines de la institución y dé primacía a una formación de un profesional flexible, que sea capaz de aislar el problema, plantearlo, concebirlo, elaborar una solución y asegurar su aplicación.

Diversos investigadores coinciden en que las universidades no están preparando a los futuros profesionales para enfrentar cambios cada vez más bruscos:

(...) el mayor desafío que actualmente enfrenta el sistema de educativo estriba en ser capaz de adaptarse con agilidad y eficiencia a los cambios, las demandas y las necesidades reales de la sociedad, formando para lo desconocido. (Bovetto, 1994, p.51).

En este complejo momento histórico, la educación se enfrenta a un problema de dimensiones difíciles de situar, ya que, cada vez con mayor rapidez se transforman en inútiles los conocimientos pretéritos y se requiere su inmediata actualización. Esta situación de desafío se ve agravada, en el caso de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas universitarias, puesto que sigue dominando en su enseñanza el enfoque formalista y estructuralista.

Para enfrentar los cambios que la sociedad actual demanda se impone la necesidad de cambios profundos, tanto en la estructura organizativa tradicional de las universidades como en sus estrategias educativas y en los métodos pedagógicos. La tarea no es sencilla puesto que, en el ámbito universitario, no se muestra demasiado interés en las aportaciones que pueda hacer la didáctica de las matemáticas para la mejora de la labor docente.

Este interés por el cambio, se concretó en el uso del enfoque contextualizado, entre otros motivos por la importancia que se da en las evaluaciones internacionales a las competencias en la aplicación de las matemáticas a las situaciones de la vida real (informe Pisa). Otro motivo es que el objetivo de una Facultad de Ciencias Económicas y Sociales es conseguir una formación inicial de profesionales competentes para su futuro ejercicio profesional. Por tanto, en el momento de tomar decisiones sobre las metas del proceso educativo universitario hemos de tener muy presente los amplios sectores sociales no relacionados, directamente, con esta situación educativa pero sí afectados por ella: la sociedad en su conjunto que será atendida por los nuevos profesionales. Este objetivo es el que debe de primar sobre otros intereses sean estos de los profesores (por ejemplo primar la investigación sobre la docencia) o bien de los alumnos (por ejemplo primar la obtención de un título por encima de cualquier otra consideración). Por este motivo, consideramos que un criterio útil para la selección de objetivos y contenidos, que tiene en cuenta tanto los intereses de estudiantes como de la sociedad en su conjunto, es la contextualización sociocultural de la práctica profesional. Dicha contextualización ha de permitir, por una parte, un profesional más competente y, por la otra, un profesional con un mayor desarrollo personal.

La contextualización sociocultural de la práctica profesional topa con la limitación de tiempo de las asignaturas e implica afrontar el problema de la

selección de los contenidos, metodologías y tipo de evaluación. Ahora bien, hay una extensa investigación en didáctica de las matemáticas que ha puesto de manifiesto que la contextualización también puede facilitar: (1) la comprensión de los alumnos al proporcionar la conexión de los contenidos objeto de estudio con sus conocimientos previos, (2) la motivación de los alumnos, etc. En este sentido, también nos parece fundamental la contextualización de los conocimientos objeto de estudio para conseguir un aprendizaje significativo.

Por otra parte, no todos los conceptos tienen el mismo grado de inclusividad, o generalidad, ni son igualmente centrales para la comprensión de la disciplina. En nuestra opinión, hay que centrar el esfuerzo docente en los contenidos básicos en la disciplina, como es el caso, por ejemplo, del objeto “función”. Este concepto es hoy por hoy uno de los conceptos matemáticos más importantes debido a su naturaleza unificante y modelizadora. Es un concepto que se encuentra presente en todos los currículos para la enseñanza de las matemáticas desde los niveles medios y secundarios, hasta los niveles universitarios. Sin embargo, es un concepto complejo ya que contiene una multiplicidad de registros representativos y genera distintos niveles de abstracción.

Las reflexiones anteriores nos llevaron a centrar la investigación sobre la contextualización de las funciones, puesto que consideramos que en las matemáticas actuales el concepto de función es uno de los conceptos nucleares de la disciplina.

Hay una amplia investigación didáctica que ha puesto de manifiesto que cualquier cambio no se puede desligar de las concepciones y creencias del profesorado implicado, este hecho nos ha llevado a centrar la investigación sobre el papel que juegan las concepciones y creencias en el cambio hacia una enseñanza contextualizada de las funciones. Ahora bien, en nuestra opinión la investigación sobre las concepciones, creencias y conocimientos de los docentes se ha centrado sobre todo en la perspectiva personal del profesor ya que se ha interesado, sobre todo, en estudiar y entender lo que piensan, creen y hacen los docentes, es decir en su manera personal de entender la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Esta perspectiva personal tiene limitantes importantes para contemplar la perspectiva institucional. Estas limitantes, en nuestra opinión, tienen mayores oportunidades de ser develadas con el uso de un enfoque teórico que brinde la oportunidad de estudiar ambas dimensiones (institucional /personal).

Por último, puesto que partimos del supuesto de que cualquier reflexión sobre creencias y concepciones se tiene que afrontar desde un marco

teórico que contemple la dimensión personal/institucional, se ha renunciado a utilizar dichos términos tal como nos indicaría el sentido común y se ha optado por hacerlo de una manera que sea coherente con un determinado enfoque teórico: el enfoque ontosemiótico de la cognición matemática. Es decir, como objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado. En diferentes trabajos Godino y colaboradores han desarrollado *un enfoque ontológico-semiótico* de la cognición matemática que considera a los objetos matemáticos (tanto los institucionales como los personales) como entidades emergentes de los sistemas de prácticas realizadas en un campo de problemas. Al objeto matemático (sea institucional o personal) se le asigna un estatuto derivado, mientras que a la práctica se le dota de un lugar privilegiado, a diferencia de otras teorías en las que dicho objeto es quien tiene ese lugar privilegiado.

Como resultado de las consideraciones anteriores el problema de investigación se formuló de la manera siguiente: *analizar el papel que juegan los objetos personales matemáticos y didácticos del profesor en la incorporación de situaciones contextualizadas al proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones en una Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de Venezuela.*

Este problema de investigación se concretó en la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad de Carabobo ya que se pretendía que los resultados de esta investigación hicieran posible una acción reflexionada que sirviese para potenciar los valores y aspectos positivos de dicha institución, que permitiesen subsanar deficiencias y mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje que en ella se realiza.

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales (FaCES) se inclina por un modelo de enseñanza que tradicionalmente se apoya en una enseñanza formalista, que no da cabida a los procesos de modelización, contextualización e introducción de nuevas tecnologías. La matemática que impera dentro del currículo se caracteriza por ser previamente construida. Esta característica no permite la discusión, la construcción, ni mucho menos la reflexión. Esta manera de enseñar las matemáticas se sustenta en el argumento de *que le sirve al egresado para aumentar sus niveles de razonamiento*. Las preguntas de rigor serían, ¿hasta qué punto es esto cierto? ¿es realmente útil para un administrador de empresas, un contador, un relacionista público o para un economista conocer la teoría de conjuntos con su marcado rigor formalista?. ¿no le será, quizás, de mayor provecho utilizar la matemática que aprende para conocer como invertir y competir en la bolsa de valores, como optimizar una decisión de marcado interés

económico o social, etc.?. La reflexión sobre la matemática que se enseña y aprende en esta institución es necesaria dado el poco nivel de éxito alcanzado por su alumnado en la resolución de problemas contextualizados.

2 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

En diferentes trabajos, Godino y colaboradores (Godino y Batanero, 1994; Godino, 2002; Contreras, Font, Luque, Ordóñez, en prensa; Godino, Batanero y Roa, en prensa; Godino, Contreras y Font, en prensa) han desarrollado un conjunto de nociones teóricas que configuran un enfoque ontológico y semiótico de la cognición e instrucción matemática. Para referirnos a esa manera de enfocar la investigación en didáctica de las matemáticas utilizaremos la expresión "enfoque ontosemiótico" (EOS). Se trata de un punto de vista pragmático, semiótico y antropológico que puede explicar muchos de los fenómenos que se producen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

El EOS, como todo programa de investigación emergente, necesita desarrollos teóricos que permitan su avance. Contribuir a este desarrollo es el primer gran objetivo de esta investigación:

- Objetivo 1: Desarrollo teórico del enfoque EOS

En concreto, pretendemos:

- Objetivo 1.1: Profundizar en la dimensión dual “personal / institucional” para afrontar la problemática que representa el encaje de los objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado en el actual desarrollo del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática.
- Objetivo 1.2: Reflexionar sobre el “contexto” con el objetivo de afrontar la problemática que representa el encaje de este término en el actual desarrollo del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática.
- Objetivo 1.3: Reflexionar sobre el “cambio” en las instituciones escolares con el objetivo de afrontar la problemática que representa el encaje de este término en el actual desarrollo del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática.

Como guía de la reflexión teórica se han utilizado datos experimentales. En concreto, se ha contado, como contexto de reflexión, con la colaboración de una institución concreta: La Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad de Carabobo. De esta manera, la reflexión

teórica se ha desarrollado al unísono del avance de la experimentación concreta. El avance teórico ha permitido organizar y analizar la información empírica, al mismo tiempo que dicha información empírica ha permitido desarrollar y matizar los constructos teóricos.

También hay que resaltar que el propósito de esta investigación no ha sido sólo el de ayudar a aumentar el conocimiento teórico sobre los tres aspectos comentados anteriormente. Además de poner un grano de arena en el aumento de este conocimiento, se pretende que los resultados de esta investigación hagan posible una acción reflexionada que sirva para potenciar los valores y aspectos positivos de la institución estudiada, que permita subsanar deficiencias y mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje que en ella se realiza y que pueda abrir nuevas vías de acción individual y colectiva. Por este motivo, el segundo gran objetivo de esta investigación ha sido conseguir información sobre la institución colaboradora que pueda ser de gran ayuda para los profesores que integran la institución y especialmente, para aquellas que tienen la mayor responsabilidad en su planificación y gestión.

Este segundo objetivo lo hemos formulado, de acuerdo con el marco teórico del enfoque ontosemiótico, de la manera siguiente:

- Objetivo 2: Analizar el papel que juegan los objetos personales matemáticos y didácticos del profesor en la incorporación de situaciones contextualizadas al proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones en la asignatura “Introducción a la Matemática” impartida en la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales (FaCES) de Carabobo (Venezuela).

Este segundo objetivo general de la investigación, de acuerdo con el marco teórico adoptado, se concretó en los siguientes objetivos más específicos:

- Objetivo 2.1: Estudio del significado pretendido para el objeto función en la institución investigada.
- Objetivo 2.2: Analizar la competencia de los docentes en la resolución de situaciones contextualizadas en las que intervienen las funciones.
- Objetivo 2.3: Analizar la competencia de los alumnos en la resolución de situaciones contextualizadas en las que intervienen las funciones.
- Objetivo 2.4: Identificar las opiniones de los profesores en cuanto a la matemática.

- Objetivo 2.5: Analizar qué criterios de idoneidad expresan en sus prácticas discursivas los profesores para valorar la posibilidad (o no) de cambiar el significado pretendido, incorporando prácticas en las que se contextualiza el objeto función.
- Objetivo 2.6: Estudiar puntos de consenso en la institución FaCES para la introducción de la matemática contextualizada y/o modelizada en el currículo de la asignatura con relación al objeto función.
- Objetivo 2.7: Conocer las prácticas actuativas y discursivas del profesorado que forman parte del significado de los siguientes objetos personales matemáticos y didácticos: función, contexto, matemáticas, enseñanza, aprendizaje y evaluación.

El tercer gran objetivo de esta investigación era conseguir instrumentos metodológicos que, por una parte, serían aplicados para conseguir el segundo gran objetivo y, por otra parte, se pudiesen aplicar en otras investigaciones. En concreto, se pretendió:

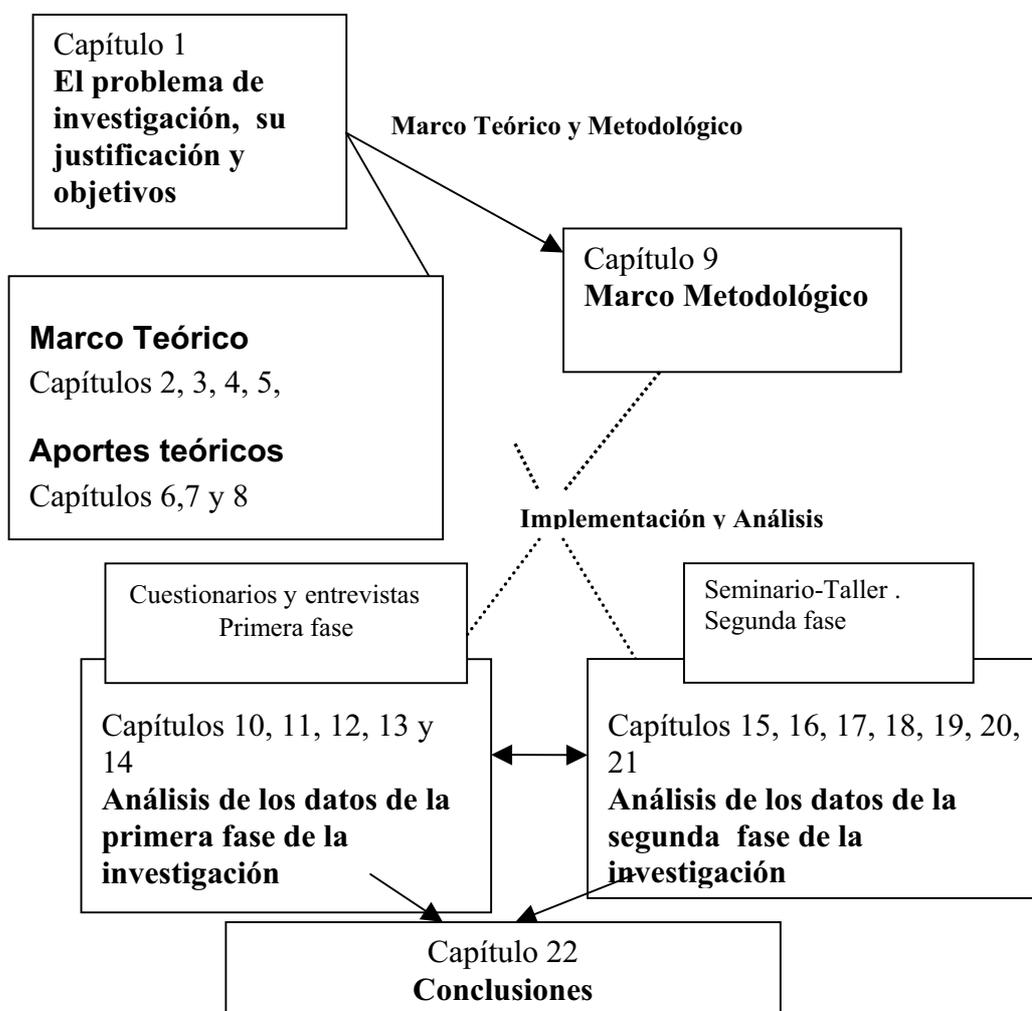
- Objetivo 3: elaborar una metodología, orientada al cambio, para diseñar cursos de formación permanente que pueda ser aplicada en otras instituciones. Una metodología que permitiese primero problematizar una práctica cotidiana de la institución, para después facilitar la reflexión sobre el posible cambio de dicha práctica problemática.

Este tercer objetivo general de la investigación, de acuerdo con el marco teórico adoptado, se concretó en los siguientes objetivos más específicos:

- Objetivo 3.1: Diseñar e implementar instrumentos metodológicos (cuestionarios, entrevistas, etc.) para conocer y problematizar una práctica cotidiana de la institución.
- Objetivo 3.2: Elaborar una metodología de análisis del significado institucional pretendido de acuerdo con el enfoque ontosemiótico.
- Objetivo 3.3: Diseñar e implementar instrumentos metodológicos (seminario-taller, etc.) para facilitar la reflexión sobre el posible cambio de dicha práctica problemática.
- Objetivo 3.4: Elaborar una metodología de análisis del significado de los objetos matemáticos y didácticos del profesorado. En concreto se trataría, sobre todo, de poner en funcionamiento el constructo “criterios de idoneidad” para analizar las prácticas discursivas del profesorado.

3 ESTRUCTURA DE LA MEMORIA DE INVESTIGACIÓN

Esta memoria de investigación se ha organizado en 22 capítulos. A continuación, presentamos en la figura siguiente un esquema de la estructura de la memoria de investigación:



Gráfica 1. Esquema de la estructura de la memoria

En el capítulo 1 se presenta el origen y las principales características del problema de investigación y se justifica su relevancia, se explican los objetivos generales y específicos de la investigación y también se explica el contexto de la investigación. En concreto, se dan detalles de la institución que ha colaborado en esta investigación.

En los capítulos 2, 3, 4, y 5 se desarrolla el primer bloque de capítulos correspondiente al marco teórico de referencia de esta investigación.

En el capítulo 2 se expone el desarrollo del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática que se tomó como punto de partida para esta investigación, en concreto se comentan los principales constructos teóricos de este enfoque: prácticas discursivas y operativas, objetos personales e institucionales y sus significados, configuraciones epistémicas y cognitivas, tipos de significado institucionales y personales, dualidades cognitivas, criterios de idoneidad de un proceso de instrucción, etc.

Algunos de los constructos teóricos expuestos en el capítulo 2 (prácticas discursivas, criterios de idoneidad, etc.), necesitan ser completados con una perspectiva más general sobre la argumentación. Por este motivo, en el capítulo 3 se presenta la perspectiva dialógica sobre la argumentación y se explicita cómo se ha tenido en cuenta en esta investigación.

Un hecho ampliamente aceptado en el campo de la educación matemática es que las concepciones de los profesores, y de las instituciones escolares, sobre la naturaleza de las matemáticas influye en su enseñanza. También está ampliamente aceptado que no es el único factor a tener en cuenta ya que hay otros que también son muy importantes como, por ejemplo, las concepciones pedagógicas y psicológicas de tipo general. Esta constatación ha llevada a la realización de numerosas investigaciones sobre lo que piensa, dice o hace el profesor. El marco teórico adoptado en el capítulo 2 – el enfoque ontosemiótico de la cognición matemática- es uno de los posibles enfoques que se pueden utilizar para investigar las prácticas discursivas y operativas de los profesores. Las aproximaciones teóricas que se han interesado por el pensamiento y la práctica del profesor en esta investigación se han tenido en cuenta como un marco de referencia más general que el enfoque ontosemiótico. Por este motivo, en el capítulo 4 se hace una revisión de las investigaciones sobre “creencias, concepciones y conocimiento del profesor”, poniendo el énfasis en las que han investigado las “creencias, concepciones y conocimiento del profesor” sobre las funciones, el contexto o el cambio.

En el capítulo 5 se presentan los resultados de la investigación didáctica sobre las funciones que se han tenido en cuenta en esta memoria de investigación. De la amplia investigación didáctica reciente sobre este concepto, nos hemos centrado fundamentalmente en dos tipos de investigaciones: (1) las que han analizado la noción de función como proceso y como objeto y (2) las que se han ocupado de analizar el papel que juegan las diferentes clases de representación del concepto de función. También se han tenido en cuenta algunas investigaciones sobre las dificultades detectadas en el proceso de instrucción de las funciones y algunas recomendaciones para su enseñanza.

En los capítulos 6, 7 y 8 se desarrolla el segundo bloque de capítulos correspondiente al marco teórico de referencia de esta investigación. Se trata de capítulos en los que se hacen aportaciones teóricas nuevas al desarrollo del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática y son la respuesta al primer gran objetivo de esta investigación.

En el capítulo 6 se profundiza en la dimensión dual “personal / institucional” para dar respuesta al primero de los tres desarrollos teóricos previstos en el primer objetivo. En concreto, se afronta la problemática que representa el encaje de los objetos personales, matemáticos y didácticos del profesorado en el actual desarrollo del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática (expuesto anteriormente en el capítulo 2).

En el capítulo 7 nos planteamos responder primero a la pregunta ¿cuáles son los diferentes usos que se hacen de los términos “contexto” y “contextualización” en la Didáctica de las Matemáticas? para después desarrollar el punto de vista del enfoque ontosemiótico sobre la contextualización en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En este capítulo, se da respuesta al segundo de los desarrollos teóricos previstos en el primer objetivo. En concreto, se afronta la problemática que representa el encaje y desarrollo del constructo “contexto” en el enfoque ontosemiótico de la cognición matemática.

En el capítulo 8 se plantea una reflexión sobre el “cambio” en las instituciones escolares con el objetivo de afrontar la problemática que representa el encaje de este término en el actual desarrollo del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática. En concreto, se comentan las tres posiciones que se han elaborado desde la sociología para analizar la adaptación de las instituciones a cambios e innovaciones y se opta por situar la investigación en la posición dual propuesta por Habermas, previamente expuesta de manera resumida en el capítulo 3. De esta manera, se da respuesta al tercer desarrollo teórico previsto en el primer objetivo.

El marco teórico del enfoque ontosemiótico nos proporciona los instrumentos teóricos para afrontar el problema de investigación (significados personales e institucionales, configuraciones epistémicas, criterios de idoneidad, ...). La metodología que se expone en el capítulo 9 es el marco que nos permitió poner en funcionamiento dichos instrumentos teóricos en un escenario de investigación real.

Para conseguir el segundo objetivo de esta investigación era necesario, en primer lugar, conseguir problematizar una práctica cotidiana de la institución (la ausencia de problemas contextualizados) que hasta el momento no se había considerado como tal en la institución. Una vez

conseguida esta problematización, tendría sentido introducir la posibilidad de una reflexión para el posible cambio de dicha práctica problemática. Este hecho nos llevó a dividir metodológicamente la investigación en dos fases claramente diferenciadas. La primera tendría como objetivo conseguir la problematización y la segunda la reflexión a partir de ella.

En los capítulos 10, 11, 12, 13 y 14 se expone el desarrollo de la primera fase de la investigación así como los resultados obtenidos. En el capítulo 10 se realiza un estudio de las competencias de los docentes en la resolución de problemas contextualizados sobre las funciones. En el capítulo 11 se realiza el estudio sobre las competencias de un grupo de alumnos de la institución en la resolución de problemas contextualizados y descontextualizados de las funciones. En el capítulo 12 se estudia el significado pretendido por la institución para el objeto función, utilizando para ello uno de los principales constructos del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática: las configuraciones epistémicas.

En el capítulo 13 se explica cómo se comenzó a indagar cuáles de los cinco criterios de idoneidad, propuestos por el enfoque ontosemiótico de la cognición matemática, tenían en cuenta los profesores a la hora de considerar la posibilidad de incorporar problemas contextualizados en el significado institucional pretendido. En el capítulo 14, se indagó si los profesores expresaban argumentos, más propios de puntos de vista no platonistas sobre las matemáticas, que pudieran dar pie también a un cambio del significado pretendido que implicara la incorporación de situaciones contextualizadas en la asignatura “Introducción a las Matemáticas”.

Como resultado de la primera fase se consiguió problematizar la suposición de que los alumnos y alumnas podían aplicar sus conocimientos descontextualizados de las funciones fácilmente a la resolución de problemas contextualizados. Entre otros instrumentos, se diseñó un cuestionario de problemas cuyo objetivo era que los profesores vivieran, en carne propia, una experiencia en la que tuvieran que demostrar su competencia en la resolución de problemas contextualizados en los que intervienen las funciones, competencia que implícitamente presuponían a sus alumnos. Uno de los principales resultados de la primera fase fue tener razones en las que fundamentar la siguiente afirmación: *el hecho de utilizar los objetos matemáticos de manera descontextualizada con rigor y competencia, no asegura que dichos objetos se pueden aplicar correctamente a la resolución de problemas contextualizados no rutinarios.*

Una vez conseguida, en la primera fase de investigación, esta problematización, tenía sentido introducir, en la segunda fase de la investigación, la reflexión para el posible cambio de dicha práctica problemática. La segunda fase consistió en el diseño e implementación de un “seminario-taller”, cuyo objetivo era permitir al colectivo docente debatir sus posturas sobre la posibilidad (o no) de introducir el enfoque contextualizado, en la enseñanza de las funciones en la asignatura “Introducción a la Matemática”.

En el capítulo 15 se presenta el diseño previo del seminario-taller previsto como instrumento principal para la segunda fase de la investigación

En los capítulos 16-21 se expone, en forma de crónica, la implementación del seminario-taller, la cual se organiza por sesiones. Para cada sesión, se expone primero la planificación previa y se hacen comentarios sobre dicha planificación, después se expone el desarrollo, a continuación se seleccionan determinados segmentos argumentativos que son analizados teniendo en cuenta: (1) los consensos alcanzados, (2) los criterios de idoneidad utilizados por los docentes y (3) las prácticas que forman parte de los significados personales matemáticos y didácticos del profesorado. Por último, se hacen consideraciones globales sobre toda la sesión.

Los capítulos de la primera fase (10-14) y los de la segunda fase (15-21) permitieron conseguir los otros dos objetivos planteados:

- Conseguir información sobre la institución colaboradora
- Experimentar una metodología, orientada al cambio, que sirva para diseñar cursos de formación permanente que pueda ser aplicada en otras instituciones.

En el capítulo 22 se exponen las principales aportaciones, las cuales se relacionan con los objetivos inicialmente previstos. También, se comentan algunas de las implicaciones que se derivan, tanto de tipo práctico para la formación de profesores como de tipo más teórico para la investigación en educación matemática.

Para finalizar se especifican las referencias bibliográficas consultadas.

4 EL CONTEXTO DE INVESTIGACIÓN Y REFLEXIÓN

Tal como se ha dicho anteriormente, como guía de la reflexión teórica se han utilizado datos experimentales de La Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad de Carabobo. A continuación, explicamos las características de esta Facultad y de la cátedra “Introducción a la

Matemática”, cuyos profesores son los que han colaborado, de manera voluntaria, en esta investigación.

Puesto que la cátedra “Introducción a la Matemática” pertenece al ciclo básico de la Facultad vamos a explicar primero las características de este ciclo.

4.1 El Ciclo Básico de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales

El Ciclo Básico conforma el ciclo inicial de todas las escuelas de la Facultad, fue creado en el año 1974 y se consolidó en el año 1976. Tiene una duración de dos semestres (un año). Este ciclo se sustenta en una variedad de asignaturas que se consideran esenciales para la futura formación del Licenciado en cualquiera de las especialidades que ofrece la Facultad. Su finalidad, tal como se expone en el currículo, es la de crear las bases intelectuales y afectivas del aprendiz a fin de dar cabida a un individuo crítico. Para conseguir dicha finalidad el ciclo se estructura mediante un modelo triádico del conocimiento que abarca las áreas del pensamiento simbólico, pensamiento heurístico y pensamiento crítico.

El pensamiento simbólico se considera un conjunto de conocimientos de naturaleza lógico-deductiva cuya función es que el aprendiz pueda operar con símbolos, formalizar el lenguaje matemático y determinar un sistema de representaciones. En el área de pensamiento heurístico se incluyen conocimientos de naturaleza instrumental-indagativos. En cuanto al área del pensamiento crítico, se trata de conocimientos con una dimensión creativa y crítica.

Por otra parte, el Ciclo Básico también responde a la necesidad de nivelar los conocimientos previos que trae el aprendiz y mejorar las deficiencias de su formación escolar anterior. Además, tiene la función de prepararle para el segundo ciclo (llamado nivel profesional). Por dichos motivos, las ocho asignaturas que se cursan en esta etapa, repartidas en dos semestres, son de carácter obligatorio.

4.2 Características de la Asignatura Introducción a la Matemática

La asignatura “Introducción a la Matemática”, pertenece al bloque de materias ubicadas en el Ciclo Básico de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales. Además de esta asignatura, componen el ciclo las siguientes asignaturas: Historia Contemporánea, Métodos de Investigación I y una cuarta asignatura que varía dependiendo de la especialidad del alumno.

Este Ciclo Básico común tiene una duración de un año, repartido en dos semestres. Es de hacer notar que la asignatura *Introducción a la*

Matemática se encuentra en el primer semestre de todas las Escuelas de la Facultad y, como se puede observar en la matriz curricular de cada Escuela, es decir tiene un carácter de ‘obligatoriedad’ y de “prerrequisito” para poder cursar las otras asignaturas de matemáticas del Ciclo Básico.

Dicha asignatura pertenece al Departamento de Matemática del Ciclo Básico. Este departamento sólo posee dos cátedras: *Introducción a la Matemática* y *Matemática I*, ambas dentro del Ciclo Básico.

La asignatura *Introducción a la Matemática* consta de cuatro unidades, tal y como puede observarse en la tabla 1.

UNIDADES	CONTENIDO
Unidad I	Elementos de la Lógica Proposicional
Unidad II	Introducción a la Teoría de Conjuntos
Unidad III	Introducción al Estudio de Funciones Lógicas
Unidad IV	Introducción al Estudio de las Funciones Reales

Nota: Tomado del Programa Vigente 1991

Tabla 1. Unidades que conforman la asignatura *Introducción a la Matemática*

La investigación que se presenta en esta memoria se ha centrado sobre todo en la unidad 4 “Introducción al Estudio de las Funciones Reales”.

Los recursos didácticos que se utilizan básicamente son el lápiz y el papel (tiza y pizarra), libro de textos y, en algunos casos, materiales escritos elaborados por los docentes del área. Es de destacar que no se utilizan recursos informáticos.

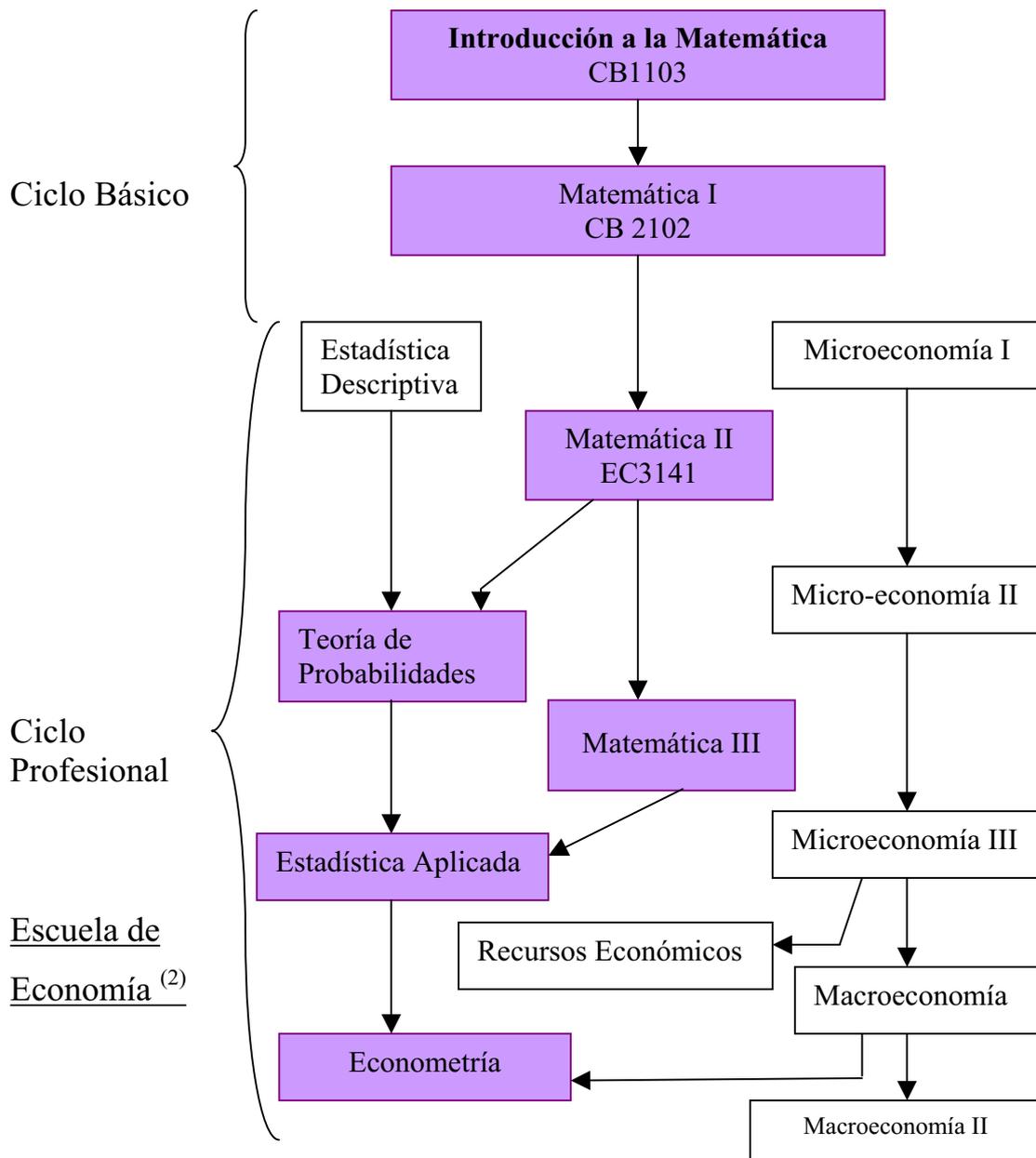
La matemática que se transmite es de corte formalista-conjuntista, las situaciones que se presentan a los alumnos son situaciones descontextualizadas (o de contexto matemático).

La metodología de asignatura es de tipo tradicional, es decir, de tipo magistral. El docente dicta y explica los conceptos, luego resuelve ejercicios de un libro de texto o una guía de ejercicios. Los alumnos copian cual receta y, en muy pocas ocasiones, hacen preguntas o responden alguna que otra interrogante que plantea el profesor.

Las guías de ejercicios y otros materiales de estudios elaborados por la cátedra tienen un estilo formalista. Al respecto, se han hecho intentos de innovación en cuanto a la elaboración de textos para el uso de los estudiantes, pero estos sólo han cambiado el estilo del texto, sin llegar a proponer otro modelo para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

Añadido a lo anterior, se tiene que la cátedra fija el cronograma de actividades que se ha de trabajar en cada semestre. De igual forma, se dictan los lineamientos a fin de medir la consecución de los objetivos previstos en el programa. Todos los docentes tienen el deber de seguir el programa y el cronograma que ha previsto la cátedra, pues las evaluaciones se ajustan a dicho programa y cronograma.

Con el objetivo de visualizar el papel de prerrequisito de la asignatura “Introducción a la Matemática” para otras asignaturas de matemática, econometría y de estadística y probabilidad, a continuación se muestra una parte de la matriz curricular perteneciente a la escuela de economía de la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales (FaCES). En color oscuro, se indican las asignaturas que son prerrequisitos para otras en el gráfico 2.



Nota: El diagrama anterior representa un corte parcial de la matriz curricular de la Facultad

Gráfico 2. Introducción a la Matemática y su relación con otras asignaturas de corte matemático. Escuela de Economía. Año 2004

La Facultad tiene, como se observa en el gráfico anterior, una distribución en dos ciclos: uno Básico de dos semestres en el cual se encuentra ubicada la asignatura “Introducción a la Matemática” y uno Profesional de ocho semestres. Debido a la consideración de prerrequisito que tiene la asignatura con relación a las otras que conforman el currículum de matemáticas de las diversas escuelas de FaCES, se puede afirmar que la asignatura ejerce gran influencia en el desempeño y prosecución de

estudios de los alumnos y alumnas en los semestres posteriores de las diferentes carreras profesionales

4.3 Características de los docentes que imparten la asignatura

La cátedra esta conformada por docentes contratados y docentes ordinarios. Los docentes ordinarios son todos aquellos que conforman la plantilla oficial de la institución. En otras palabras, son docentes que ya han obtenido la plaza a través de un concurso de credenciales y un concurso de oposición. Una vez que el docente pasa a forma parte regular de la cátedra (docentes ordinarios), tienen que ir ascendiendo en el escalafón. Los escalafones o categorías (de menor a mayor) en que se diversifican los docentes ordinarios se exponen a continuación:

- 1.- Docente Instructor
- 2.- Docente Asistente
- 3.- Docente Agregado
- 4.- Docente Asociado
- 5.- Docente Titular

También se establece una clasificación en cuanto al tiempo de permanencia en la institución. La cual se divide en cuatro categorías: (1) tiempo convencional o por horas, (2) medio tiempo, (3) tiempo completo y (4) dedicación exclusiva. En la actualidad, concretamente para el momento de la investigación, la cátedra contaba con 14 profesores, de los cuales cuatro estaban en la condición de contratados, ya que suplían los cargos de cuatro docentes que disfrutaban la condición de becados para realizar estudios doctorales fuera del país.

La tabla 2 y la tabla 3 que se colocan a continuación resumen las características profesionales de los profesores de la cátedra “Introducción a la Matemática” que participaron en la investigación.

Nos parece oportuno aclarar que hemos utilizado dos tablas debido a que la investigación se desarrolló en dos fases en las que los participantes no fueron exactamente los mismos. En la primera fase participan 6 docentes y en la segunda 13 profesores, de los cuales uno pertenece a la cátedra de “Matemática I”.

Profesores	Categoría o Escalafón	Estudios de pregrado	Años de servicio	Dedicación
A1	Contratado Instructor	Lic. en Administración de empresas		Tiempo convencional
A2	Asistente	Lic. en educación mención matemática	21	Tiempo completo
A3	Agregada	Lic. en educación mención matemática	27	Tiempo completo
A4	Titular	Lic. en educación mención matemática	22	Dedicación exclusiva
A5	Asistente	Lic. en educación mención matemática	10	Tiempo Convencional
A6 ¹	Asistente	Lic. en Economía	14	Tiempo Completo
A7	Instructor	Lic. en educación Mención Matemática	13	Tiempo Convencional
A8	Instructora	Lic. en Contaduría	10	Tiempo Convencional
A9	Instructor	Lic. en educación mención Matemática	6	Tiempo Convencional
A10	Asistente	Lic. en educación mención Matemática	25	Tiempo Completo
A11	Instructora	Lic. en Relaciones Industriales	6	Tiempo Convencional
A12	Agregado	Lic. en educación mención Matemática	8	Tiempo Completo
A13	Instructor	Lic. en educación mención Matemática	15	Tiempo Convencional
A14	Titular	Ingeniero	30 años (jubilado activo)	Dedicación Exclusiva

Tabla 2. Características profesionales de los profesores de la cátedra “Introducción a la Matemática” participantes en la investigación

¹ El profesor A6 pertenece a la cátedra de Matemática I, pero se ha incorporado en la tabla debido a que participó voluntariamente en la segunda fase de la investigación.

Profesores participantes en la fase 1	Relación con la tabla anterior
1	A13
2	A10
3	A5
4	A4
5	A12
6	A14 No participó en la fase 2

Tabla 3. Profesores que participaron en la primera fase

Los participantes en la segunda fase fueron todos los profesores menos el A14. En la primera fase de la investigación nos referiremos a los seis profesores como “profesor 1”, “profesor 2”, etc. En cambio, el profesor 1 (por ejemplo) de la primera fase en la segunda se representa por A13.

La doctoranda participó en la segunda fase de la investigación como la profesora que impartía el seminario taller. En dicha fase se representa por AI.