

BLOQUE VII

CONCLUSIONES

CAPÍTULO 22

CONCLUSIONES

RESUMEN

En este último capítulo presentamos una síntesis de las aportaciones y conclusiones obtenidas con relación a los objetivos planteados en el capítulo 1, así como de las posibles líneas de investigación que abre este trabajo.

En el capítulo 1 se han expuesto los tres tipos de objetivos de esta investigación: (1) desarrollo teórico del EOS, (2) información sobre la institución investigada y (3) metodológicos. Si bien, conviene distinguir conceptualmente los tres tipos de objetivos, en esta investigación han estado mezclados e interactuando constantemente entre ellos.

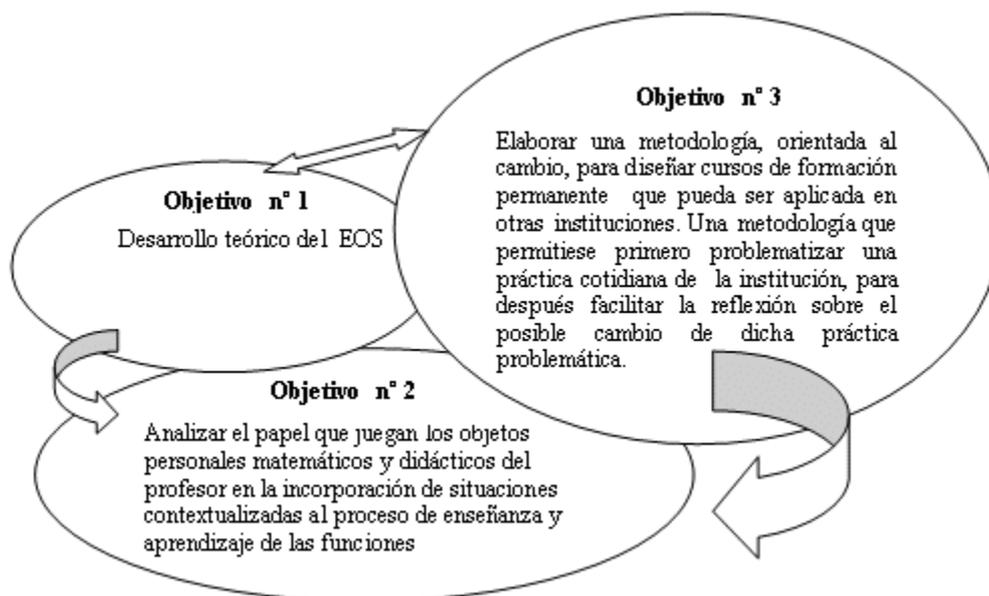


Figura 1. Tipos de objetivos

1 CONCLUSIONES RELACIONADAS CON EL OBJETIVO 1: DESARROLLO TEÓRICO DEL EOS

El EOS, como todo programa de investigación emergente, necesita desarrollos teóricos que permitan su avance. Contribuir a este desarrollo ha sido el primer gran objetivo de esta investigación. Para conseguirlo, la metodología ha consistido, básicamente, en un análisis de fuentes documentales de tipo epistemológico, cognitivo, semiótico y didáctico,

adoptando la doctoranda una posición personal sobre las diferentes fuentes. Ahora bien, esta posición personal se ha producido de manera dialéctica con el avance de la fase empírica de la investigación. Es decir, los constructos teóricos que se han propuesto han servido para dirigir la parte empírica, al mismo tiempo que han sido sugeridos y modificados a medida que avanzaba dicha fase empírica. Este primer gran objetivo se concretó en 3 objetivos más específicos.

1.1 Conclusiones relacionadas con el objetivo 1.1

Una de las aportaciones de esta investigación ha sido *profundizar en la dimensión dual “personal/institucional” para afrontar la problemática que representa el encaje de los objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado en el actual desarrollo del EOS* (objetivo 1.1). Para ello, se ha renunciado a utilizar términos como creencia o concepción tal como nos indicaría el sentido común y se ha optado por hacerlo de una manera que sea coherente con el EOS.

Entre las diferentes maneras de entender “creencia” se ha optado por la interpretación pragmatista que la considera como una disposición para la acción. En esta perspectiva, al término “creencia” se le asocian otros términos: “acciones”, las cuales son respuestas a la “situación” que se le presenta al organismo, y “proposiciones” (yo creo P), las cuales, en muchos casos son “propiedades” que relacionan “conceptos”. Ahora bien, el paso de la duda a la creencia exige unos métodos de “razonamiento” que rigen las operaciones simbólicas que permiten tal paso. Tales métodos se desarrollan por imperativo de la experiencia y se refinan con el uso. Por otra parte, es evidente que todo lo anterior necesita expresarse por medio de un cierto “lenguaje”.

Dicho de otra manera, la práctica realizada por un sujeto, de acuerdo a una determinada creencia, se puede considerar como el resultado de la activación de algo parecido a lo que en el EOS se llama “configuración cognitiva”. Este paralelismo nos lleva a considerar que el “término objeto personal”, tal como se utiliza en el EOS puede sustituir, sin muchos problemas, al término “creencia” cuando ésta se considera como una disposición para la práctica.

El término “concepción” aparece, también, en la famosa máxima pragmática de Peirce y se utiliza para clarificar lo que entiende este filósofo por “significado”. En el capítulo 6 hemos expuesto que cuando en el EOS se considera el significado de los objetos como el conjunto de prácticas, en la que el objeto en cuestión juega un papel determinante, se está recogiendo esta visión pragmática de la “concepción”. Además, esta visión holística del significado propuesta en el EOS se relaciona, en cierta manera, con las

investigaciones que consideran la concepción de un objeto como un sistema de creencias o como un substrato básico de las creencias.

En efecto, si consideramos la concepción de un objeto como equivalente al sistema de prácticas en la que el objeto juega un papel determinante, y dado que el objeto y cada práctica quedan relacionados por una configuración cognitiva que, en cierta manera, se puede considerar equivalente a la configuración asociada a una creencia, resulta que, en cierta forma, una concepción se puede considerar como un sistema de creencias. La idea de que una concepción en el EOS se tiene que considerar como un sistema de prácticas personales, el cual a su vez implica un sistema de configuraciones cognitivas conecta claramente con algunas caracterizaciones propuestas anteriormente en la investigación didáctica para el término concepción.

Las connotaciones mentalistas que tiene el término “concepción” para muchos investigadores, nos ha llevado a matizar en el capítulo 6 la identificación anterior entre el significado de un objeto personal, entendido en términos de prácticas, y el constructo “concepción” de la manera siguiente: *la concepción se puede entender, de manera amplia, como el sistema de prácticas y sus configuraciones asociadas y, de manera restringida, como la faceta no ostensiva del significado del objeto, entendido éste como sistema de prácticas (y sus configuraciones asociadas).*

Otro constructo, que también se ha considerado en esta investigación, es el de “conocimiento”, muy utilizado en diferentes investigaciones, y que resulta difícil de distinguir de los constructos “creencia” y “concepción”. En nuestra opinión, desde la perspectiva del EOS se puede coincidir plenamente con la idea de que hay un conocimiento generado a partir de la propia práctica profesional, pero, a diferencia de muchos investigadores que explícitamente o implícitamente restringen este conocimiento a los aspectos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de los alumnos, pensamos que se debe considerar que *todo* el conocimiento se genera a partir de la propia práctica, incluso el conocimiento de la disciplina.

Nuestra conclusión es que la caracterización que realiza el EOS de los objetos matemáticos y didácticos, como emergentes de los sistemas de prácticas y la de sus significados en términos de prácticas (junto a las dualidades contempladas en dicho enfoque) puede sustituir, sin muchos problemas, a los términos “creencia”, “concepción” y “conocimiento” si el constructo “significado” se desarrolla de manera que los objetos matemáticos y didácticos del profesor se puedan contemplar como objetos diferenciados de los institucionales.

La opción que se ha tomado, para conseguir la diferenciación de los significados de los objetos personales de los profesores con respecto a los

significados institucionales, ha consistido en considerarlos, primero, como una parte constitutiva del significado de referencia tal como se ilustra en la figura 2 y, segundo, como objetos matemáticos y didácticos a la vez, cuyo significado consiste en un sistema de prácticas matemáticas en las que interviene el objeto y en un sistema de prácticas para la enseñanza y aprendizaje de dicho objeto.

Con la figura 2 se pretende ilustrar que no hay que pensar en los 4 tipos de significado institucional sólo como una secuencia que empieza en el significado de referencia y termina en el pretendido (secuencia representada por las flechas grandes). Al poner el significado de referencia en la columna de la izquierda se pretende ilustrar que éste siempre está interactuando con los otros tipos de significado (flechas horizontales) y no sólo con el pretendido.

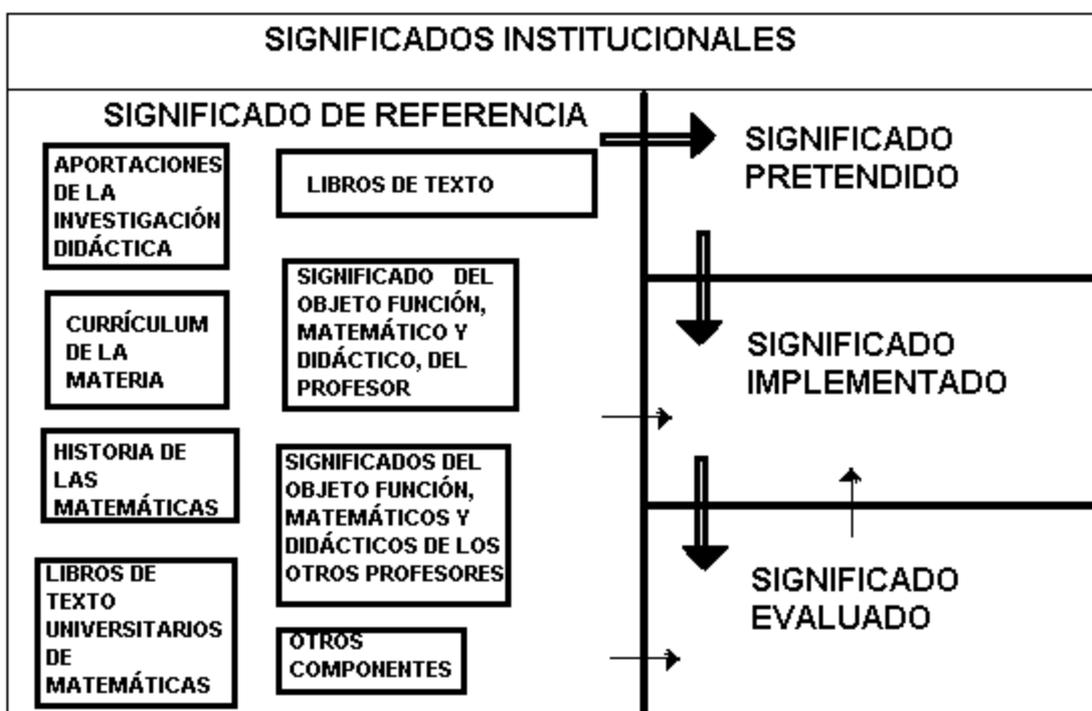


Figura 2.

La figura 2 también sirve para ilustrar que si bien conviene distinguir conceptualmente los 4 tipos de significados institucionales, en los procesos de instrucción reales están mezclados e interactuando constantemente entre ellos. Uno de los aspectos que permite visualizar la columna de la izquierda de la figura 2 es que *el significado institucional de referencia está distribuido*, no reside ni en una sola persona ni sólo en la institución escolar considerada. Otro aspecto que permite destacar la columna de la izquierda de la figura 2 es que *el significado institucional de referencia es holístico* en el sentido de que el sistema de prácticas que lo constituye se analiza, entre otros, desde los siguientes puntos de vista: histórico, epistemológico y didáctico.

Los objetos personales del profesorado no se pueden considerar aisladamente sino que hay que considerarlos integrados (en forma de red). Por este motivo, cuando se considera, por ejemplo, el objeto personal “función” de los profesores hay que ser conscientes que estamos considerando un objeto matemático y didáctico a la vez cuyo significado constituye un conjunto de prácticas sobre las funciones, su enseñanza y aprendizaje. Por este motivo, consideramos que cuando hablamos de un objeto personal de un profesor, nos estamos refiriendo a un objeto que es a la vez matemático y didáctico.

El significado de los objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado, por ejemplo el significado del objeto “función”, hay que entenderlo en sentido amplio como el conjunto de prácticas operativas y discursivas que realiza el profesor relacionadas con las funciones y con su enseñanza y aprendizaje. Este conjunto de prácticas se puede descomponer en prácticas matemáticas en las que interviene el objeto matemático “función” y prácticas para la enseñanza y el aprendizaje de las “funciones”. Este conjunto de prácticas se puede descomponer en su significado personal del “objeto matemático función” (prácticas matemáticas realizadas por el profesor en las que las funciones juegan un papel determinante), su significado personal de “aprender función”, su significado personal de “enseñar función”. A su vez estos significados están relacionados con otros significados (su significado personal de “matemáticas”, su significado personal de “aprender”, su significado personal de “enseñar” y su significado personal de “contexto”, etc.).

Desde esta perspectiva, algunas de las prácticas que forman el significado de los objetos personales, matemáticos y didácticos, de los profesores para un determinado objeto matemático institucional tratarán de cómo debería ser el proceso de instrucción y otras son las que intervienen en la determinación del significado pretendido, el implementado y el evaluado. Dicho de otra manera, en el significado de los objetos personales, matemáticos y didácticos, asociados a un objeto matemático institucional se puede considerar, entre otras, las siguientes componentes: (a) lo que hace, (b) lo que dice que hace, (c) lo que dice que ha acordado implementar con los otros compañeros y (d) lo que dice sobre cómo debería ser el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Si se considera que el significado de los objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado es el conjunto de prácticas, operativas y discursivas, que realiza el profesor relacionadas con el objeto matemático en cuestión y con su enseñanza y aprendizaje, es necesario desarrollar instrumentos metodológicos y teóricos que permitan analizar la argumentación del profesor tal como se ha hecho en esta memoria de investigación. Por otra parte, una de las aportaciones de esta investigación

es poner de manifiesto cómo los cinco criterios de idoneidad son herramientas que pueden ser muy útiles, tanto para organizar y analizar las prácticas discursivas del profesorado sobre cómo debería ser el proceso de instrucción, como para valorar las prácticas que intervienen en la determinación del significado pretendido, el implementado y el evaluado.

Otro aspecto importante, para organizar las prácticas discursivas con base en los criterios de idoneidad, es que de esta manera podemos pasar de la visión “estática” que nos dan los significados de los objetos personales (un listado de prácticas que metafóricamente se pueden considerar como la “anatomía”) a una visión dinámica en la que los significados personales se ponen en funcionamiento. De esta manera, podemos saber cuál es la práctica del significado personal que se está realizando en un momento determinado y ver su evolución a lo largo del tiempo (una evolución que metafóricamente se puede considerar como la “fisiología”).

1.2 Conclusiones relacionadas con el objetivo 1.2

Una de las aportaciones de esta investigación ha sido *reflexionar sobre el “contexto” con el objetivo de afrontar la problemática que representa el encaje de este término en el actual desarrollo del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática* (objetivo 1.2). La primera conclusión a la que se ha llegado es que, con relación al término contexto, hay básicamente dos usos. Uno consiste en considerar el contexto como un ejemplo particular de un objeto matemático, mientras que el otro es un uso “ecológico” que consiste en dar más detalles sobre el caso particular -enmarcarlo en el entorno-.

La segunda conclusión está relacionada con el importante papel que tiene el contexto en la superación de la brecha entre un objeto personal y la práctica en la que dicho objeto personal es determinante. El contexto permite la activación, entre otros aspectos, de una configuración cognitiva de la que forma parte el objeto. El hecho de contemplar la situación problema en el marco de la configuración cognitiva/epistémica asociada permite relacionar las dos maneras de entender el término “contexto”: (1) como caso particular de un objeto matemático y (2) como entorno del objeto y entender que, de hecho, las dos actúan simultáneamente.

La tercera conclusión es que conviene entender los procesos de descontextualización a partir de contextos extra matemáticos en términos de la siguiente quintupla: (S, R, S’, la relación extensivo-intensivo “es”, OM). Se parte de una situación de contexto extra matemático S, que como resultado, entre otros aspectos, de la activación de una (o varias) configuración — cognitiva (si se considera desde la perspectiva personal y epistémica (si se considera desde la perspectiva institucional) — podemos poner en relación (R) con la situación S’, la cual, a su vez, se considera

como un caso particular del objeto matemático OM. La relación R, que permite relacionar S con S', en función de la configuración cognitiva/epistémica activada, puede ser de muchos tipos diferentes. Ahora bien, en todos los casos se suele terminar considerando R como una relación de representación.

Una aportación relevante de esta investigación es la propuesta de clasificación de los problemas contextualizados en función de la complejidad de los procesos necesarios para su resolución y también en función del momento en que se proponen a los alumnos. La primera clasificación que se propone es entre: (a) problemas escolares no contextualizados (es decir, de contexto matemático), (b) problemas de contexto evocado, (c) problemas de contexto simulado y (d) problemas reales. Con relación a los problemas de contexto evocado se propone una clasificación en función de la complejidad de los procesos necesarios para su resolución. En un extremo tendríamos problemas contextualizados que se han diseñado para activar procesos complejos de modelización, mientras que en el otro extremo tendríamos problemas relativamente sencillos cuyo objetivo es la aplicación de los conceptos matemáticos previamente estudiados.

Entre estos dos extremos hay una línea continua en la que podemos situar a la mayoría de los problemas contextualizados propuestos en el ámbito escolar. Además, un mismo problema puede estar más o menos cerca de uno de dichos extremos en función del momento en que sea propuesto a los alumnos.

Otra clasificación que se propone está relacionada con el momento en que se propone a los alumnos los problemas contextualizados. Se pueden proponer a continuación de un proceso de instrucción en el que se han enseñado los objetos matemáticos necesarios para la resolución del problema. En este caso, el objetivo es que sirvan, por una parte, como problemas de consolidación de los conocimientos matemáticos adquiridos y, por otra parte, para que los alumnos vean las aplicaciones de las matemáticas al mundo real. A este tipo de problemas se les llama “problemas contextualizados evocados de aplicación” si son relativamente sencillos o “problemas contextualizados evocados de consolidación” cuando su resolución resulte más compleja. En ambos casos, se trata fundamentalmente de aplicar los conocimientos adquiridos previamente en el proceso de instrucción.

También, se pueden proponer los problemas contextualizados al inicio de un tema o unidad didáctica con el objetivo de que sirvan para la construcción de los objetos matemáticos que se van a estudiar en esta unidad didáctica. En este caso, no se trata tanto de aplicar conocimientos matemáticos acabados de estudiar, sino que el objetivo es presentar una

situación del mundo real que el alumno puede resolver con sus conocimientos previos (matemáticos y no matemáticos). A esta nueva categoría se les llama “problemas de contexto evocado introductorios” puesto que se proponen al inicio de un tema matemático y se han diseñado para que queden dentro de la zona de desarrollo próximo (en términos de Vygotsky). Su principal objetivo es facilitar la construcción, por parte de los alumnos, de los conceptos matemáticos nuevos que se van estudiar en la unidad didáctica. A su vez, estos problemas pueden ser más o menos complejos en función de los procesos de modelización que se pretendan generar.

Otra aportación importante consiste en la aplicación de los criterios de idoneidad al uso de contextos, en especial, se desarrolla la aplicación del criterio de idoneidad epistémico y su relación con el uso “ecológico” del término “contexto”. Desde esta perspectiva, un criterio de idoneidad de una trayectoria didáctica para un objeto matemático es que el conjunto de prácticas implementadas en la institución sea un conjunto, lo más representativo posible, del sistema de prácticas que son el significado de referencia del objeto. Dicho en términos de contextos, hay que presentar a los alumnos una muestra de contextos lo más representativa posible, una muestra de contextos que permita diseñar en la institución un significado pretendido que incorpore los sentidos del objeto que se consideran más importantes en el significado de referencia.

1.3 Conclusiones relacionadas con el objetivo 1.3

Una de las aportaciones de esta investigación ha sido *reflexionar sobre el “cambio” en las instituciones escolares con el objetivo de afrontar la problemática que representa el encaje de este término en el actual desarrollo del enfoque ontosemiótico de la cognición matemática* (Objetivo 1.3). La primera conclusión es que para explicar el cambio institucional resulta demasiado simple pensar en los objetos personales del profesorado en términos de “filtro” y de acuerdo con el siguiente esquema:



Figura 3. Esquema 1

Según este esquema, los objetos personales del profesorado (OPP) serían el “filtro” que regula el proceso que va del significado de referencia al significado evaluado. Este esquema, además, produce un desplazamiento del “cambio”. En lugar de cambiar los diferentes tipos de significado se desplaza el cambio hacia un cambio de “concepciones y creencias”. De esta manera, se produce un fenómeno de “desplazamiento” de la problemática del cambio. En nuestra opinión, reflexionar sobre los objetos personales

del profesorado en términos de filtro resulta insuficiente, y además tiene el peligro de que, de manera implícita, segrega en demasía los significados de los objetos personales del profesorado de los significados institucionales. Ahora bien, este esquema tiene la virtud de resaltar que los significados de los objetos personales del profesorado siempre están presentes en el proceso que va del significado de referencia al significado evaluado.

Si se opta por situar los significados de los objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado en el significado de referencia, tal como se muestra en la figura 2, se conserva el aspecto esencial del esquema de la figura 3, es decir, sigue teniendo la virtud de resaltar que los significados de los objetos personales del profesorado siempre están presentes en el proceso que va del significado de referencia al significado evaluado. Pero además presenta otras virtudes que la linealidad del primer esquema oculta.

La primera es que, al situar los significados de los objetos personales del profesorado como uno de los componentes del significado de referencia, lo que los profesores consideran “que se debería hacer” (y son competentes para hacer) se convierten en parte del stock de prácticas que forman el significado de referencia y que, por tanto, pueden ser uno de los gérmenes del cambio (aunque no el único) del significado pretendido. De hecho, se puede producir un conflicto entre esta parte del significado de los objetos personales matemáticos y didácticos del profesor (lo que se debería hacer) y el significado pretendido ya que en la elaboración del significado pretendido intervienen muchos elementos. En primer lugar, la opinión que tiene el profesor de cómo funciona la institución, lo que él puede esperar de ella, lo que la institución le está pidiendo, los medios con que cuenta para desarrollar su trabajo, etc. En segundo lugar, la planificación del significado pretendido requiere una serie de interacciones personales con los otros miembros de la institución para llegar a acuerdos consensuados. Estos acuerdos, en lugar de consensuarse entre todos pueden ser impuestos por los superiores, por el líder del grupo, etc. sin que sus argumentos convenzan al profesor.

La segunda es que permite analizar mejor los diferentes gérmenes del cambio institucional. Dicho de otra manera, es un esquema que permite visualizar claramente los diferentes aspectos que pueden ser el motor del cambio en una institución. El esquema de la figura 2, al permitir visualizar que *el significado institucional de referencia está distribuido*, pone de manifiesto que hay muchas fuentes, a las que de antemano se les concede una cierta autoridad o como mínimo un cierto peso, que pueden proponer prácticas alternativas a la que conforman el significado pretendido de la institución.

La tercera es que pone de manifiesto la influencia que tienen los significados de los objetos personales del profesorado en el significado

implementado. Esta tercera consideración tiene que ver con que, si bien la institución es bastante homogénea con relación al significado pretendido, es heterogénea con respecto a la diversidad de prácticas que conforman el significado implementado. Este hecho nos lleva a otro de los gérmenes del cambio. Es ingenuo pensar que el cambio es algo que siempre viene de fuera, penetra y modifica el significado pretendido.

Cuando una institución, que podría continuar haciendo lo mismo, se siente provocada a cambiar el significado pretendido por algo que le viene de fuera, muchas veces es debido a que este “algo” ya está en cierta manera dentro, es decir, ya forma parte de su significado implementado. Lo que cambia es el peso que tiene este tipo de prácticas, que pasan de ser marginales a centrales. Este cambio se produce cuando la institución se convence, mediante argumentos, de que su proyecto exige tener más en cuenta lo que antes se consideraba secundario o poco relevante.

Otra de las conclusiones es que “el cambio” no se puede plantear de espaldas a la historia y a la realidad que vive la institución. No se puede plantear independientemente de la manera en que la institución se concibe a sí misma, de la historia que cuenta de sí misma y de cómo “vive” la institución en las prácticas de sus miembros. Dicho de otra manera, no tiene sentido plantearse un cambio si previamente no se problematiza lo que está sucediendo en la institución. Para aceptar un “cambio” este se tiene que percibir como un progreso, se tiene que considerar el “cambio” como algo que producirá un “estado de cosas mejor” en relación con las deficiencias que se observan en las presentes circunstancias. Este “estado de cosas mejor”, en nuestra opinión, se puede justificar mediante la consideración conjunta de los criterios de idoneidad, y la no supeditación de todos ellos al mediacional (al tiempo).

La heterogeneidad del significado implementado y el hecho de que el significado pretendido está sujeto a discusión cuando se entra a considerar “lo que se debería hacer”, abren la puerta a una revisión del significado pretendido. Eso sí, en determinadas circunstancias y de acuerdo con ciertos procedimientos cuando son movilizados por determinadas personas. Dichos procedimientos deben contemplar dos fases bien diferenciadas: la de problematización y la de la reflexión a partir de ella.

Otra de las conclusiones relevantes es que, si bien la metáfora ecológica puede constituir un recurso de gran utilidad para comprender por qué un determinado significado pretendido es adoptado por una determinada institución, para el estudio del cambio de dicho significado pretendido resulta más relevante la metáfora de la “zona de desarrollo próximo”, (ZDP) la cual estructura la problemática de la viabilidad de una propuesta nueva en los términos de la teoría psicológica de Vygotsky. Una de las

aportaciones más relevantes de esta investigación son los siguientes siete principios que hacen operativa la metáfora de la ZDP:

1. La institución investigada puede permitir una modificación del significado pretendido siempre que la nueva propuesta se sitúe dentro de la ZDP de la institución. Dicho de otra manera, la institución no está en condiciones de asumir “cualquier” innovación.
2. Esta ZDP depende de la historia de la institución, del tipo de organización, de lo que los profesores “saben” (por ejemplo, si tienen las competencias que la nueva propuesta requiere), etc. Esto quiere decir que nuevas propuestas que se pueden convertir en el significado pretendido en otras instituciones escolares no tienen porque tener futuro en la institución investigada.
3. La posibilidad de supervivencia de la nueva propuesta de significado institucional pretendido es inversamente proporcional a la distancia que la separa de la propuesta actual. Pequeñas variaciones tienen más posibilidad de convertirse en habituales, mientras que grandes variaciones corren el peligro de desaparecer más fácilmente.
4. Las posibilidades de supervivencia de la nueva propuesta son inversamente proporcionales a la complejidad organizativa que implica la nueva propuesta. Si la nueva propuesta implica condicionantes horarios, uso del aula de informática, reducción de ratios, etc. tiene menos posibilidades de supervivencia que si no lo hace.
5. Puesto que un cambio en el significado pretendido puede conllevar un cambio importante en el contrato didáctico asociado, la posibilidad de supervivencia de la nueva propuesta de significado institucional pretendido es inversamente proporcional a la distancia que separa el nuevo contrato didáctico asociado del vigente antes del cambio.
6. Cuando se prima el criterio mediacional, a la hora de valorar la idoneidad de un posible cambio, de hecho se está dirigiendo la atención hacia el punto 4 y se desplaza la responsabilidad del cambio a la “institución escolar”. En cambio, si se priman los otros criterios se está dirigiendo la atención hacia el punto 5 y la posibilidad del cambio queda en manos tanto de la institución como de cada profesor. Dicho de otra manera, cuando no se prima el criterio mediacional las posibilidades de supervivencia de la nueva propuesta aumentan ya que los cambios a realizar son más próximos al docente (cambio de metodología, de contrato didáctico, etc.).

7. Si una propuesta innovadora presenta un alto grado de acuerdo con una parte del significado de los objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado (lo que se debería hacer) y, por otra parte, el significado de los objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado presenta un alto grado de conflicto con el significado pretendido actualmente vigente en la institución, dicha propuesta innovadora tiene posibilidades de convertirse en una parte de un nuevo significado pretendido, implementado y evaluado cuando la institución implicada tiene autonomía para decidirlos.

2 CONCLUSIONES RELACIONADAS CON EL OBJETIVO 2: INFORMACIÓN SOBRE LA INSTITUCIÓN INVESTIGADA

El propósito de esta investigación no ha sido sólo el de ayudar a aumentar el conocimiento teórico sobre los tres aspectos anteriores. Además de contribuir al aumento de este conocimiento, se ha pretendido conseguir información sobre la institución colaboradora que pueda ser de gran ayuda para los profesores que integran la institución. Este segundo objetivo se formuló de la manera siguiente: *Analizar el papel que juegan los objetos personales matemáticos y didácticos del profesor en la incorporación de situaciones contextualizadas al proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones en la asignatura “Introducción a la Matemática” impartida en la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales (FaCES) de Carabobo (Venezuela) y se concretó en 7 objetivos más específicos.*

2.1 Conclusiones relacionadas con el objetivo 2.1

Con relación al objetivo 2.1: *Estudio del significado pretendido para el objeto función en la institución investigada*, la conclusión general a la que se ha llegado es que el significado pretendido actualmente vigente en la institución se corresponde con una enseñanza de las funciones descontextualizada y más cercana al modelo formalista que al modelo constructivista. Se puede afirmar que el tipo de enseñanza que se propone en esta institución ha perdido la coherencia del modelo formalista, pero mantiene la mayoría de sus características.

Algunas de las principales características del significado pretendido del objeto función son: (1) El concepto de función es tratado como un concepto estático definido en términos conjuntistas (una relación es una función si y sólo si a todo elemento de A se relaciona con un solo elemento del conjunto B). (2) En los primeros ejemplos, los conjuntos de salida y de llegada son finitos, y las funciones se representan mediante diagramas sagitales. Posteriormente, se pasa a conjuntos infinitos que se representan mediante gráficos cartesianos. (3) Se presentan situaciones descontextualizadas. (4) El objeto personal “función” de los alumnos no es

producto de una construcción, el docente primero lo define y luego lo ilustra con varios ejemplos. (5) En todos los ejemplos hay una sola forma de representación. En la mayoría de los ejemplos descontextualizados, esta forma de representación es una gráfica y en menor medida, una expresión analítica. (6) No se proponen actividades cuyo objetivo sea la conversión enunciado-tabla, enunciado-gráfica, gráfica-tabla.

Si bien el significado implementado es bastante coherente con el pretendido, del análisis detallado realizado en la segunda fase de la investigación se obtiene una información relevante sobre el significado implementado por algunos de los profesores participantes: *la incorporación de ejemplos contextualizados con el objetivo de resolver las dificultades de los alumnos*. Este hallazgo es un caso particular de un fenómeno más general que consideramos relevante. Nos referimos al fenómeno de que los significados institucionales implementados y evaluados no son una mera ejecución del significado institucional pretendido. Los significados implementados y evaluados son el resultado de un proceso en el que no sólo cuenta el significado pretendido sino muchos otros factores entre los cuales se encuentran los significados de los objetos personales, matemáticos y didácticos, de los profesores.

En consecuencia, los significados institucionales pretendidos son personalizados por el profesor que los encarna y ejecuta, dado que nadie hace exactamente las mismas cosas de la misma manera. Los profesores imprimen en cierta manera su propio sello al concretar el significado pretendido en el implementado y el evaluado. Dicho de otra manera, si bien la institución es bastante homogénea con relación al significado pretendido, es heterogénea con respecto a la diversidad de prácticas que conforman el significado implementado.

La entrevista realizada a los profesores en la primera fase de la investigación evidenció un fenómeno que hemos llamado metafóricamente *“mutilación del currículum oficial a manos del significado pretendido”*. Nos referimos a que ciertas prácticas contempladas en el currículum oficial que no aparecen en los materiales que concretan el significado pretendido (libros de texto, materiales elaborados por los profesores, etc.), con el tiempo son consideradas por los profesores como no pertenecientes al currículum oficial o bien, cuando aún se reconocen como pertenecientes al currículum oficial, se asume de facto la imposibilidad de contemplarlas en el significado pretendido. Éste sería el caso del único objetivo del currículum oficial que explícitamente hace referencia a la aplicación de las matemáticas a situaciones contextualizadas (*aplicar la condición de la recta para resolver diversos problemas de las ciencias económicas y administrativas*).

2.2 Conclusiones relacionadas con el Objetivo 2.2

Con relación al objetivo 2.2: *Analizar la competencia de los docentes en la resolución de situaciones contextualizadas en las que intervienen las funciones*, la conclusión a la que se ha llegado es que el significado del objeto personal “función” de los profesores no incorpora prácticas que permitan resolver problemas contextualizados no rutinarios en los que tenga que intervenir el objeto función. Este bajo nivel de competencia se produjo, sobre todo, cuando el profesorado tuvo que interpretar gráficas contextualizadas o realizar conversiones desde una forma de representación de las funciones (que no fuese la fórmula) a otra forma de representación.

Se trata de un resultado esperado ya que se partió de la hipótesis de que utilizar los objetos matemáticos de manera descontextualizada con rigor y competencia, no asegura que dichos objetos se pueden aplicar correctamente a la resolución de problemas contextualizados no rutinarios. Sobre todo, si se le añade el desconocimiento de los contextos y la falta de prácticas matemáticas en las que se tengan que realizar conversiones de representaciones.

Los docentes manifestaron (1) ser conscientes de este bajo nivel de competencia y (2) la necesidad de que el significado de sus objetos personales, matemáticos y didácticos, incorporase prácticas matemáticas que permitan resolver problemas contextualizados.

2.3 Conclusiones relacionadas con el objetivo 2.3

Con relación al objetivo 2.3: *Analizar la competencia de los alumnos en la resolución de situaciones contextualizadas en las que intervienen las funciones*, la conclusión a la que se ha llegado es que el significado global del objeto personal “función” de los alumnos, que han cursado la asignatura “Introducción a la Matemática”, no incorpora prácticas que permitan resolver la mayoría de problemas contextualizados no rutinarios en los que interviene el objeto función.

El hecho de que los alumnos fracasasen en este tipo de problemas y muchos profesores también permite concluir que la validez del siguiente argumento, considerado válido de manera implícita por algunos docentes de la institución en la primera fase de la investigación, es muy dudosa: *<<la matemática que se enseña en la asignatura “Introducción a las Matemáticas” puede ser aplicada posteriormente por el alumno, con cierta facilidad, a situaciones contextualizadas>>*. La validez de este argumento fue perdiendo peso a medida que transcurría el seminario-taller de la segunda fase de la investigación.

2.4 Conclusiones relacionadas con el objetivo 2.4

Con relación al objetivo 2.4: *Identificar las opiniones de los profesores en cuanto a la matemática* la conclusión a la que se ha llegado es que: (1) los docentes no tienen opiniones claras sobre la naturaleza de las matemáticas, más bien presentan una mezcla implícita de diferentes posiciones con un cierto predominio de una mezcla de platonismo y formalismo, aunque este predominio convive con argumentaciones más propias de otros puntos de vista que no son el platonismo o el formalismo, las cuales pueden dar lugar a un posible cambio en sus prácticas docentes. (2) La modulación de la enseñanza de las matemáticas que actualmente se realiza en la institución (primero las matemáticas y después las aplicaciones en cursos posteriores) no es el resultado de una posición meditada y reflexionada sobre lo que son las matemáticas.

2.5 Conclusiones relacionadas con el objetivo 2.5

Con relación al objetivo 2.5: *Analizar qué criterios de idoneidad expresan en sus prácticas discursivas los profesores para valorar la posibilidad (o no) de cambiar el significado pretendido incorporando prácticas en las que se contextualiza el objeto función* las conclusiones a las que se han llegado son las siguientes:

Primera fase

En la primera fase de la investigación los profesores utilizaron, sobre todo, los criterios de idoneidad semiótico, emocional y epistémico cuando valoraron positivamente el enfoque contextualizado para la enseñanza de las matemáticas y manifestaron su disposición a introducirlo. Su buena disposición se basó en argumentos de tipo semiótico (este tipo de situaciones resultan significativas para los alumnos), en argumentos emocionales (los va a motivar) y en argumentos de tipo epistémico (son el tipo de situaciones en las que tendrá que aplicar posteriormente sus conocimientos matemáticos).

Ahora bien, a pesar de la buena disposición manifestada, los docentes consideraron, sobre todo, dos tipos de problemas para la incorporación de la enseñanza contextualizada de las funciones. El primero tiene que ver con argumentos de tipo cognitivo (falta de conocimientos previos de los alumnos) y el segundo tiene que ver con argumentos mediacionales (falta de tiempo).

Segunda fase

En la segunda fase de la investigación los docentes esgrimen diversas posturas, las cuales resaltan el carácter de vaivén de los argumentos, dentro de sus trayectorias argumentativas. Es decir, sus respuestas se dan desde “lo que se debería hacer”, “lo que hago” y “lo que debo hacer como

miembro de la cátedra” y no siempre hay coherencia entre estas tres perspectivas. En los argumentos de la mayoría de los participantes se observa cierta dificultad para mantener un criterio más o menos permanente.

Si bien hemos estudiado los discursos argumentativos en forma coral, a partir de este coro de voces hemos podido extraer algunas trayectorias argumentativas individuales en las cuales se detecta un peso diferente de los criterios de idoneidad y una evolución en el uso de éstos. A continuación realizamos un resumen de los criterios de idoneidad utilizados por algunos de los docentes participantes cuando dan argumentos para introducir (o no) el enfoque contextualizado en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

A4, en sus primeras argumentaciones mantiene una postura bastante abierta a la introducción del enfoque contextualizado en la enseñanza de las funciones (usa los criterios de idoneidad epistémico y emocional). No obstante, argumenta que la preparación de los profesores, la falta de tiempo y la falta de conocimientos previos del alumnado son problemas a superar para poder realizar cambios (criterios de idoneidad mediacionales y cognitivos). Luego, en la cuarta y quinta sesión rechaza el uso de propuestas de modelización complejas (la considera fuera de la ZDP de la institución, básicamente por una falta de tiempo y de conocimientos previos de los alumnos, criterios de idoneidad mediacional y cognitivo) y se muestra partidaria de la elaboración de un material (dossier de problemas contextualizados) muy preciso (criterio semiótico) ya que considera que debe darse una relación biunívoca entre el objeto matemático y la situación contextualizada. A partir de la sexta y séptima sesión, sus planteamientos dan un giro, de más a menos, ya que ahora se inclina por valorar la estrategia del enfoque contextualizado sólo como aceptable y expone la necesidad de validar el enfoque a través de una experiencia cuasi-experimental con grupo control (los criterios de idoneidad epistémico y emocional, utilizados al principio del seminario taller no son ahora tomados en cuenta de manera relevante) a lo cual le añade que la implementación de este proceso debe ser gradual. Finalmente, se muestra partidaria de la alternativa nº 2 (el docente introduce primero los objetos matemáticos y al final del tema se presentan problemas contextualizados de aplicación) y coincide con los profesores que consideran difícil que los alumnos puedan construir los objetos matemáticos a partir de contextos.

A5 desde el principio manifestó una cierta reserva en cuanto a la validez del enfoque contextualizado. Además de argumentar sobre la falta de preparación de los profesores, la falta de tiempo y la falta de conocimientos previos del alumnado (criterios de idoneidad mediacionales y cognitivos) argumenta que dicho enfoque puede ser poco eficaz para los

alumnos de la Facultad por la problemática acerca de la construcción de los objetos matemáticos (criterio semiótico). Luego, en las sesiones cuarta y quinta sigue sosteniendo que, tanto la falta del conocimiento de los alumnos sobre los contextos del área de ciencias sociales y económicas, como la dificultad para hallar un contexto que no sea ambiguo, hace muy difícil estos problemas para la comprensión del alumno (criterio de idoneidad semiótico). En su opinión, la realidad por lo general no se ajusta a los modelos o problemas que se plantean, por ello hay que tener mucho cuidado en la elaboración de problemas para que se ajusten a la realidad. Luego, en la séptima sesión se manifiesta de acuerdo con la alternativa n° 2 y considera como muy difícil que los alumnos puedan construir los objetos matemáticos a partir de los contextos, sin la intervención inicial del docente, quien debe, según su opinión, introducir los objetos matemáticos. Se puede decir que A2 mantiene una argumentación relativamente estable en todo el seminario-taller.

A3 pertenece al grupo de docentes que, a pesar de manifestarse tímidamente a favor del cambio, mantiene sus reservas sobre el mismo, básicamente como ella misma lo expone, por no estar preparada para asumir dicho enfoque (se puede decir que se aplica el criterio de idoneidad cognitivo a sí misma). Sin embargo, el tono de su discurso es un tono que se mantiene inalterado a lo largo de todo el seminario-taller. Sus argumentos van siempre dirigidos a la necesidad de preparación de los profesores. Es la primera que realiza una propuesta de “cómo hacer el cambio”, en dicha propuesta expone la necesidad de diseñar y desarrollar otros seminarios en los cuales los profesores debaten sobre los problemas contextualizados y en qué lugar de la programación colocar los problemas contextualizados, (de manera indirecta sugiere que los profesores de la cátedra se tendrían que constituir en el futuro en una “comunidad de aprendizaje”). En la séptima sesión, se alinea con los profesores que son partidarios de la alternativa n° 2, al manifestar su postura acerca de la imposibilidad de que el alumnado de la Facultad pueda construir los objetos matemáticos sin la intervención del docente (criterio semiótico).

A2 pertenece al grupo de docentes que han manifestado utilizar ejemplos contextualizados en algunas de sus prácticas de enseñanza (criterio de idoneidad semiótico). Se manifiesta totalmente en desacuerdo con el enfoque basado en la modelización, al considerarla muy ambiciosa para el nivel cognitivo del alumnado de la Facultad (utiliza, sobre todo, el criterio de idoneidad cognitivo). Con relación al enfoque contextualizado, manifiesta que los alumnos, por si solos, no van a llegar a construir el objeto matemático y considera que será necesario un proceso muy dirigido por el docente (criterio de idoneidad semiótico). En cuanto a la dirección del docente, es importante aclarar que la postura de A2 “sobre la

dirección” no está referida a la intervención del docente para introducir y definir el objeto matemático (como propone por ejemplo A4), se refiere, más bien, a que el profesor ayude a los alumnos en la construcción de los objetos matemáticos a partir de situaciones contextualizadas.

De entrada, coincide con el grupo de profesores que está de acuerdo con la alternativa nº 3 (problemas contextualizados al principio para la construcción de los objetos matemáticos), pero al final propone como secuencia didáctica la mezcla de las dos alternativas (nº 2 y 3).

A7 es uno de los docentes más entusiasta en defensa del enfoque contextualizado (utiliza los criterios de idoneidad epistémico, semiótico y emocional). Se manifiesta desde un principio de acuerdo con el cambio, sin embargo también es consciente de las dificultades que representan la falta de tiempo, el número de alumnos por aula, la preparación del docente y del alumnado, entre otras (utiliza, sobre todo, el criterio mediacional y el cognitivo). Es uno de los docentes, conjuntamente con A2, que ha manifestado utilizar de una forma marginal los contextos.

Su postura pasa a ser menos entusiasta cuando en la sexta sesión conforma equipo con el grupo de docentes que han calificado la introducción en el uso de contexto de forma inmediata como un fracaso. No obstante, el fracaso que expresan estos docentes, queda sujeto al intento de introducir el enfoque sin antes haber realizado todo un trabajo previo (cambios en los planes de evaluación y en el programa de la asignatura) que garanticen el éxito del enfoque.

Es uno de los docentes que plantea la brecha entre los problemas informales (no escolares) y los problemas matemáticos escolares (para ello utiliza, sobre todo, criterio de idoneidad semiótico).

En la cuarta y quinta sesión, se manifiesta totalmente en desacuerdo con la modelización, dice que la descarta por el nivel de complejidad de dicho enfoque para los alumnos de la asignatura (para ello utiliza, sobre todo, criterio de idoneidad semiótico). También utiliza el criterio de idoneidad semiótico cuando considera que, en los problemas presentados en el dossier, las preguntas referidas a la conversión tabla-fórmula o gráfica-fórmula son muy difíciles de entender para los alumnos, dado su nivel de matemáticas.

De entrada, coincide con el grupo de profesores que está de acuerdo con la alternativa nº 3 (problemas contextualizados al principio para la construcción de los objetos matemáticos), pero al final propone como secuencia didáctica la mezcla de las dos alternativas (nº 2 y 3).

A10 es uno de los profesores más entusiasta con la propuesta del enfoque contextualizado (utiliza los criterios de idoneidad epistémico y semiótico).

Si bien manifiesta no usar contextos en sus prácticas de aula, comenta que tiene experiencias en el uso de contextos a través del programa denominado “bachillerato internacional”. Es uno de los profesores que expone que debe haber una correspondencia biunívoca entre objeto matemático y contexto para que los problemas puedan ser considerados como buenos problemas (criterio de idoneidad semiótica).

De entrada, coincide con el grupo de profesores que está de acuerdo con la alternativa n° 3 (problemas contextualizados al principio para la construcción de los objetos matemáticos), pero al final propone como secuencia didáctica la mezcla de las dos alternativas (n° 2 y 3).

En general se observa que:

1) El criterio de idoneidad epistémico sólo se utiliza para argumentar a favor de la introducción del enfoque contextualizado. No hay ningún profesor que argumente en contra de que los alumnos deban aplicar sus conocimientos matemáticos a la resolución de problemas de funciones contextualizados (lo cual es lógico si se tiene en cuenta de que se trata de una Facultad de Ciencias Económicas).

2) El criterio de idoneidad mediacional, sobre todo el tiempo, sólo se utiliza para argumentar en contra de la introducción del enfoque contextualizado. No hay ningún profesor que argumente que el enfoque contextualizado consume menos tiempo que el enfoque descontextualizado.

3) El criterio de idoneidad emocional se utiliza, casi siempre, para argumentar a favor de la introducción del enfoque contextualizado. Sin embargo, en algún momento se utiliza para argumentar en contra (la falta de éxito puede frustrar al alumnado).

4) El criterio de idoneidad cognitivo, cuando se aplica a los alumnos, se utiliza más en contra que a favor. En contra cuando se dice que los alumnos no están preparados y a favor cuando se dice que el conocimiento del contexto puede facilitar la resolución del problema.

5) El criterio de idoneidad semiótico se utiliza tanto en contra como a favor. En contra, cuando se dice que los alumnos van a tener dificultades por la complejidad que implica el proceso de descontextualización y a favor cuando se dice que el conocimiento del contexto y el hecho de encontrar sentido a la situación pueden facilitar el proceso de descontextualización.

De manera metafórica, se puede decir que en la batalla para impedir el éxito del enfoque contextualizado los profesores que no son partidarios de su implementación se sitúan fundamentalmente en posiciones “mediacionales” y “semióticas” y, en menor medida, en posiciones “cognitivas”. En cambio, los partidarios de su implementación se sitúan fundamentalmente en posiciones “epistémicas”, “emocionales” y

“semióticas”. Las posiciones de los profesores que no son partidarios de su implementación, cuando se sitúan fundamentalmente en posiciones “mediacionales” están aplicando el principio n° 4 de ZDP (ver capítulo 8), mientras que cuando se sitúan fundamentalmente en posiciones “semióticas” o “cognitivas” están aplicando el principio n° 5 de ZDP.

2.6 Conclusiones relacionadas con el objetivo 2.6

Con relación al objetivo 2.6: *Estudiar puntos de consenso en la institución FaCES para la introducción de la matemática contextualizada y/o modelizada en el currículo de la asignatura con relación al objeto función* los consensos generales que consideramos más significativos fueron los siguientes:

- Los docentes rechazaron, por unanimidad, continuar con el actual significado pretendido e implementado para el objeto función.
- Los docentes manifestaron que la introducción del enfoque contextualizado necesitaba (1) que el significado de sus objetos personales, matemáticos y didácticos, incorporase prácticas matemáticas que permitan resolver problemas contextualizados y realizar prácticas de enseñanza contextualizada (2) una modificación consensuada del currículo de la asignatura, de su cronograma y de sus planes de evaluación y (3) un proceso de preparación del alumnado en cuanto al uso de contextos.
- No se obtuvo consenso en cuanto a la secuencia didáctica con la cual implementar el enfoque contextualizado. Al respecto hubo dos posturas. (1) Una que propuso una metodología de enseñanza donde se le presenten inicialmente a los alumnos los objetos matemáticos previamente construidos, para luego al final colocar problemas de aplicación contextualizados y (2) otra que propuso un modelo mixto: primero la enseñanza habitual a fin de introducir el objeto “función” seguido de problemas contextualizados de aplicación y, en segundo lugar, proponer primero problemas contextualizados para la construcción de los diferentes tipos de funciones, para luego ir incrementado el nivel de dificultad.

Además de los consensos anteriores hubo muchos otros consensos parciales que se detallan en las diferentes sesiones del seminario-taller.

2.7 Conclusiones relacionadas con el objetivo 2.7

Con relación al objetivo 2.7: *Conocer las prácticas activas y discursivas del profesorado que forman parte del significado de los siguientes objetos personales matemáticos y didácticos: función, contexto, matemáticas, enseñanza, aprendizaje, evaluación, matemáticas y cambio*, la primera gran conclusión es que en los diferentes segmentos discursivos analizados se

puede observar, con claridad, como muchos de los significados de los objetos del profesorado que hemos estado considerando (cambio, contexto, función, enseñanza, aprendizaje, evaluación y matemáticas) aparecen entremezclados, lo cual confirma la opción que hemos tomado de hablar, en la mayoría de los casos, conjuntamente de dichos objetos y, además, la de considerarlos, a la vez, como matemáticos y didácticos.

Si bien somos partidarios de hablar en conjunto de los objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado, también consideramos útil, en algunos casos, intentar hablar de ellos separadamente, siempre y cuando esto sea posible. Por este motivo, a continuación presentamos para cada uno de los objetos considerados una visión global de los significados de los profesores. Esta visión global se refiere a las prácticas discursivas y actuativas en las que coinciden la mayoría de los profesores.

Función

El significado del objeto personal “función” de los profesores no incorpora prácticas matemáticas que permitan resolver problemas contextualizados no rutinarios en los que tenga que intervenir dicho objeto. Sobre todo, cuando tienen que interpretar gráficas contextualizadas o realizar conversiones desde una forma de representación de las funciones (que no sea la fórmula) a otra forma de representación. En cambio, sí que incorpora prácticas en las que el objeto función es definido en términos conjuntistas (una relación es una función si y sólo si a todo elemento de A se relaciona con un solo elemento del conjunto B). También Incorpora prácticas en las que las funciones se presentan descontextualizadas y con una sola forma de representación (gráfica, diagrama sagital o expresión analítica).

Los profesores manifiestan que es un problema matemático complejo y difícil el paso de la gráfica a la expresión analítica. Las prácticas de enseñanza y aprendizaje que hacen son bastante coherentes con el significado institucional pretendido y son las siguientes:

- Presentan el objeto función en términos conjuntistas como un caso particular de relación.
- Inicialmente los conjuntos de salida y de llegada son conjuntos finitos que se representan por diagramas sagitales, después se pasa a conjuntos infinitos que se representan, sobre todo, mediante gráficos cartesianos y, en menor medida, una expresión analítica.
- Se presentan, sobre todo, situaciones descontextualizadas.
- El objeto personal “función” de los alumnos no es producto de una construcción, el docente primero lo define y luego lo ilustra con varios ejemplos.

- No se proponen actividades cuyo objetivo sea la conversión enunciado-tabla, enunciado-gráfica, gráfica-tabla.
- Algunos profesores utilizan ejemplos contextualizados, de manera marginal, para resolver las dificultades de los alumnos.
- Consideran que a los alumnos les resulta muy difícil resolver problemas contextualizados en los que se tenga que convertir una representación de la función a su expresión simbólica.

Sobre “lo que se debería hacer” son partidarios de:

- Incorporar, a los significados personales de los profesores, prácticas matemáticas que permitan resolver problemas contextualizados y conversiones entre representaciones de las funciones y, también, prácticas que permitan realizar una enseñanza contextualizada de las funciones.

Contexto

El significado del objeto personal “contexto” de los profesores incorpora prácticas discursivas en las que los docentes:

- Manifiestan que la relación entre las matemáticas y los contextos extra-matemáticos es compleja. Si bien se manifiestan muy de acuerdo con el uso de contextos, afirman que conseguir un buen contexto no es tarea fácil.
- Consideran que los contextos deben ser bien precisos, no deben expresar ambigüedades. Para que un problema contextualizado sea realmente idóneo debe darse entre el contexto y el objeto matemático que representa una correspondencia biunívoca.
- Consideran que hay una brecha entre las matemáticas informales de la vida cotidiana y las escolares.
- Consideran, además, que los contextos deben ser, en su caso, adaptados a las Ciencias Económicas y Sociales y manifiestan la necesidad de formación sobre este tipo de contextos.
- No se consideran del todo competentes para aplicar las matemáticas a situaciones contextualizadas. En el caso concreto de las funciones demuestran no ser todo lo competentes que cabría esperar.
- Consideran que los modelos matemáticos son una representación idealizada de la realidad, lo que quiere decir que, en la mayoría de las ocasiones, no se ajustan exactamente a la misma.

- Consideran que las situaciones no matemáticas se tienen que idealizar para que se puedan considerar casos particulares del modelo matemático.

Enseñanza

El significado del objeto personal “enseñanza” de los profesores incorpora prácticas discursivas en las que los docentes:

- Manifiestan que la metodología utilizada es la clase magistral.
- Consideran que lo más recomendable es seguir un texto y completarlo con otro material.
- Consideran que en la planificación de la enseñanza el aspecto determinante es el tiempo disponible y que los conocimientos previos de los alumnos, si bien son importantes, no son un factor relevante en la planificación de la enseñanza actualmente implementada.
- Consideran que la enseñanza de la asignatura “Introducción a la Matemática” debe servir, sobre todo, como una herramienta para las otras asignaturas de matemáticas de las carreras que se cursan en la Facultad y también para otras asignaturas de la carrera y para la vida profesional.
- No se consideran competentes para realizar una enseñanza contextualizada (excepto los que ya realizan este tipo de enseñanza en el bachillerato internacional) aunque la consideran una buena metodología.
- Manifiestan que sólo utilizan los contextos de manera marginal en sus prácticas de enseñanza (como ejemplos).
- Manifiestan que una enseñanza contextualizada presenta ventajas de tipo diverso (prepara al alumno para la vida profesional, motiva al alumno, etc.). Y también desventajas (falta de tiempo, conocimientos previos de los alumnos, necesidad de materiales nuevos, etc.).
- Consideran los problemas modelizados como “muy difíciles” también consideran que un problema contextualizado con un “grado de dificultad bajo” debe tener un enunciado “preciso”, y que, además, en el caso de las funciones no implique el paso de la gráfica a la fórmula. Por otra parte, consideran que el grado de dificultad puede irse incrementando en la medida de que los docentes y alumnos tengan mayores competencias en la resolución de problemas contextualizados.

- La enseñanza con proyectos de trabajo en los que se tenga que modelizar es considerado interesante pero es vista como completamente inviable.
- Consideran que si los alumnos reciben un entrenamiento apropiado pueden resolver los problemas contextualizados.
- Manifiestan su acuerdo con una estrategia de enseñanza donde se coloque problemas contextualizados (aunque discrepan sobre si se han de colocar al principio con el objetivo de construir el objeto matemático, o bien al final del tema).

Aprendizaje

El significado del objeto personal “aprendizaje” de los profesores incorpora prácticas discursivas en las que los docentes:

- Relacionan las dificultades específicas relacionadas con un objeto matemático (por ejemplo las funciones) con dificultades de tipo general (falta de motivación, etc.).
- Consideran que los conocimientos previos de los alumnos son determinantes en su aprendizaje.
- Consideran que los alumnos tienen dificultades para traducir desde el lenguaje objeto al lenguaje natural.
- Consideran que es difícil para los alumnos aplicar las matemáticas a los contextos extra-matemáticos.
- Consideran que el uso de ejemplos contextualizados puede ayudar a los alumnos a resolver algunas dificultades.
- Consideran que la familiaridad del alumno con el contexto puede facilitar la resolución del problema. En cambio la falta de conocimientos previos asociados al contexto del problema aumenta su dificultad.
- Manifiestan sus dudas de que los alumnos puedan construir los objetos matemáticos a partir de problemas contextualizados sin la intervención del profesor (difieren en el tipo de intervención).

Evaluación

El significado del objeto personal “evaluación” de los profesores incorpora prácticas discursivas en las que los docentes:

- Manifiestan que el actual significado institucional evaluado sólo contempla la evaluación sumativa.
- Realizan prácticas discursivas en las que manifiestan un conocimiento de lo que es la evaluación continua y también de que

ellos no la practican en la evaluación que actualmente realizan, los docentes también son conscientes de la importancia que tiene el significado evaluado en la incorporación de cambios en el significado pretendido. Dicho de otra manera, consideran que para que el cambio tenga éxito, no se puede quedar sólo en el significado pretendido, sino que tiene que impregnar también al significado evaluado.

- Manifiestan que observar una actitud positiva de los alumnos y alumnas, en la clase, es la condición que permite, sobre todo, poder apreciar que se está realizando una buena enseñanza. Consideran que este aspecto es más importante que, por ejemplo, que las respuestas de los alumnos sean acertadas.

Matemáticas

El significado del objeto personal “matemáticas” de los profesores incorpora prácticas discursivas en las que los docentes:

- Manifiestan opiniones sobre la naturaleza de las matemáticas en las que se observa un cierto predominio de una mezcla de platonismo y formalismo, aunque este predominio convive con argumentaciones más propias de otros puntos de vista sobre las matemáticas.
- Consideran que la relación entre las matemáticas y la realidad es muy compleja.
- Manifiestan dar mucha importancia a la característica de “herramienta” que tienen los objetos matemáticos (sobre todo para otros objetos matemáticos).

Cambio

El significado del objeto personal “cambio” de los profesores incorpora prácticas discursivas en las que los docentes:

- Manifiestan que de cara al futuro el cambio es, en ciertos aspectos, inevitable.
- Consideran que el actual significado institucional pretendido se tiene que cambiar. En la segunda fase ningún profesor hace una defensa de la falta de situaciones contextualizadas en el actual significado pretendido.
- Manifiestan una disposición a asumir el cambio que significa la introducción del enfoque contextualizado, que es considerado como una nueva y buena metodología de enseñanza. A pesar de las manifestaciones expresadas, por la mayoría de los participantes, sobre su buena disposición al cambio, se observa que también hay

voces que expresan la necesidad de evaluar estos cambios y recuerdan la resistencia del profesorado al cambio. Los profesores se manifiestan de acuerdo con la necesidad del cambio, siempre y cuando lo que se les propone sea una perspectiva de cambio de tipo general que no se explicita con propuestas concretas.

- Manifiestan que no se sienten preparados para asumir el cambio que implica la introducción de la enseñanza contextualizada.
- Manifiestan dos maneras de contemplar el cambio del significado pretendido para la incorporación del enfoque contextualizado: (a) El cambio debe ser implementado por todos los profesores a la vez, después de un acuerdo entre todos los profesores de la cátedra, (b) La introducción del enfoque contextualizador debe enfocarse a partir del desarrollo de experiencias innovadoras realizadas por algún profesor que, con el tiempo, sean asumidas por los compañeros.
- Manifiestan que un cambio que implique la adopción de la enseñanza contextualizada presenta ventajas de tipo diverso (prepara al alumno para la vida profesional, motiva al alumno, etc.). Y también desventajas (falta de tiempo, conocimientos previos de los alumnos, necesidad de materiales nuevos, etc.).
- Se manifiestan sobre tres aspectos: “qué cosas cambiar”, “cuándo realizar el cambio” y “cómo realizarlo”. Con relación al “qué”, los profesores consideran que los aspectos que hay que cambiar son: preparación de los profesores, aumento de horas, cambio del programa, etc. En general, utilizan todos los criterios de idoneidad a la hora de valorar qué aspectos hay que cambiar, aunque dan mayor peso al criterio mediacional. Con relación al cuándo la mayoría considera que no es posible introducir este enfoque inmediatamente. Con relación al “cómo” se deben hacer estos cambios se manifiestan partidarios de que sea el resultado de un proceso de discusión colectiva (por ejemplo, diseñando entre todos una secuencia didáctica que incorpore el enfoque contextualizado).
- Manifiestan que el cambio hacia el enfoque contextualizado debe ser gradual.
- Sobre cómo se tiene que concretar el cambio se manifiestan de dos maneras diferentes. Una propone una metodología de enseñanza donde se le presenten inicialmente a los alumnos los objetos matemáticos previamente construidos, para luego al final colocar problemas de aplicación contextualizados. La otra propone un modelo mixto: primero la enseñanza habitual a fin de introducir el objeto “función” seguido de problemas contextualizados de

aplicación y, en segundo lugar, proponer primero problemas contextualizados para la construcción de los diferentes tipos de funciones, para luego ir incrementado el nivel de dificultad.

Después de esta “anatomía” de los significados personales, matemáticos y didácticos, de los profesores la segunda gran conclusión es que éstos forman una red de significados relacionados, cualquiera de los cuales puede ejercer su presión sobre cualquier otro en una dinámica que puede facilitar (o dificultar) el cambio. Ahora bien, una visión estática nos puede informar de las relaciones, incongruencias, etc. de dicha red que pueden ser gérmenes del cambio, pero necesitamos una visión dinámica para saber si el efecto inicial producido en uno de los puntos de la red a favor del cambio va progresando (e incluso amplificando) o bien es neutralizado poco a poco por los otros elementos de la red.

El hecho de haber optado en la segunda fase por un seminario-taller nos ha dado un instrumento para aplicar esta visión dinámica y la conclusión a la que hemos llegado es que el efecto inicial a favor del cambio se va neutralizando “poco a poco” sin llegar a desaparecer del todo.

La técnica utilizada para esta neutralización consiste en la modulación del uso de los criterios de idoneidad que hacen los profesores para ir aplicando los diferentes principios que hacen operativa a la metáfora de la ZDP (ver capítulo 8). En un primer momento podemos observar la aplicación de los principios 1, 2 y 3, ya que los profesores descartan la alternativa de la modelización mediante proyectos de trabajo, por considerarla fuera de la ZDP, y optan por la alternativa de utilizar los contextos para construir los objetos matemáticos, que es considerada la alternativa más ambiciosa entre las que se hallan dentro de la ZDP de la institución.

Después, los docentes van siendo cada vez más conscientes de que el enfoque contextualizado implica un cambio de contrato didáctico y se observa como los profesores empiezan a tomar muy en cuenta el principio 5, con lo cual aumenta la “resistencia” a introducir este cambio. Ahora bien, puesto que no se tienen argumentos de peso para rechazarlo directamente, se adopta la estrategia (seguramente de manera inconsciente) de postergarlo exigiendo estudios sobre su eficacia (comparación entre un grupo que utiliza el enfoque contextualizado y otro que utiliza la metodología tradicional).

Cuando los profesores elaboran la programación de una secuencia didáctica hipotética para la introducción del enfoque contextualizado no pueden vehicular su “resistencia” al cambio por medio del criterio mediacional (principio nº 6) (ya que se parte de la hipótesis de que se va a aplicar dicho enfoque) por lo que la “resistencia” se deriva hacia el criterio semiótico (se

pone en duda que los alumnos puedan construir los objetos matemáticos a partir de contextos sin la intervención del profesor).

El principio nº 7 se manifiesta en la propuesta de programación elaborada por cada uno de los dos equipos. Por una parte, el significado de los objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado de los dos equipos presenta un cierto grado de conflicto con el significado pretendido actualmente vigente en la institución, puesto que no hay ningún profesor que argumente a su favor (cosa que sí sucedió en la primera fase de la investigación). Por otra parte, el equipo que optó por una enseñanza basada en el uso de contextos para la construcción de los objetos matemáticos “funciones elementales” son profesores para los cuales la propuesta de utilizar el enfoque contextualizado presenta un alto grado de acuerdo con una parte del significado de sus objetos personales, matemáticos y didácticos (lo que se debería hacer). Por ejemplo, algunos han manifestado haber tenido experiencias positivas con el enfoque contextualizado en otras instituciones. En cambio, el equipo que optó por la alternativa de utilizar sólo los contextos como aplicación de los objetos matemáticos previamente definidos son profesores para los cuales la propuesta de utilizar el enfoque contextualizado no presenta un alto grado de acuerdo con una parte del significado de sus objetos personales, matemáticos y didácticos (lo que se debería hacer). Como resultado de la aplicación de los principios 5, 6 y 7 la propuesta inicialmente mejor valorada (la de utilizar los contextos para la construcción de los objetos matemáticos) se va debilitando.

3 CONCLUSIONES METODOLÓGICAS RELACIONADAS CON EL OBJETIVO 3

El tercer gran objetivo de esta investigación era conseguir instrumentos metodológicos que, por una parte serían aplicados para conseguir el segundo gran objetivo y, por otra parte, se pudiesen aplicar en otras investigaciones. En concreto, se pretendió elaborar una metodología, orientada al cambio, para diseñar cursos de formación permanente que pueda ser aplicada en otras instituciones. Una metodología que permitiese primero problematizar una práctica cotidiana de la institución, para después facilitar la reflexión sobre el posible cambio de dicha práctica problemática (objetivo 3). Este tercer gran objetivo se concretó en 4 objetivos más específicos.

3.1 Conclusiones relacionadas con el objetivo 3.1

Con relación al objetivo 3.1: *Diseñar e implementar instrumentos metodológicos (cuestionarios, entrevistas, etc.) para conocer y problematizar una práctica cotidiana de la institución* las conclusiones son las siguientes:

- La elección y el diseño de los instrumentos de recogida de datos han sido acertados puesto que nos ha permitido obtener información, tanto por separado como integrada, sobre las prácticas que forman parte del significado de los objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado.
- La variedad de instrumentos ha permitido la triangulación de la información de manera eficaz.
- Los instrumentos diseñados han cumplido el objetivo pretendido de permitir conocer y problematizar una práctica cotidiana de la institución.
- Si bien los instrumentos utilizados no son novedosos, puesto que instrumentos parecidos han sido ampliamente utilizados en la investigación didáctica, queremos destacar el cuestionario nº 4 de la primera fase de investigación. Se trata de un cuestionario de escala valorativa, sobre diferentes maneras de entender la relación entre las matemáticas y la realidad y el tipo de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que se deriva de esta relación, que en nuestra opinión es muy completo.

3.2 Conclusiones relacionadas con el objetivo 3.2

Con relación al objetivo 3.2: *Elaborar una metodología de análisis del significado institucional pretendido de acuerdo con el enfoque ontosemiótico* la principal aportación es el uso del constructo “configuración epistémica” para analizar el significado pretendido.

En el EOS, hasta esta investigación, se había utilizado este constructo para analizar una práctica concreta, pero no se había utilizado para analizar toda una unidad. Es decir, se había hecho, sobre todo, un uso local de este instrumento. Consideramos que hemos puesto de manifiesto la gran versatilidad y operatividad de este constructo al mostrar que sirve para analizar tanto una práctica específica (uso local) como los significados pretendidos en una unidad de un libro de texto (uso global).

Hay que destacar que una de las ventajas que presenta el uso de las configuraciones epistémicas aplicadas a las unidades de los libros de texto es que permite una fácil y rápida comparación entre ambas unidades.

Una de las líneas de desarrollo que se abre es el desarrollo del uso intermedio de las configuraciones epistémicas. Es decir, estudiar la secuencia y organización de las configuraciones epistémicas puntuales para llegar a las configuraciones globales de toda la unidad.

3.3 Conclusiones relacionadas con el objetivo 3.3

Con relación al objetivo 3.3: *Diseñar e implementar instrumentos metodológicos (seminario-taller, etc.) para facilitar la reflexión sobre el posible cambio de dicha práctica problemática*, las conclusiones son las siguientes:

- La elección y el diseño del seminario-taller han cumplido el objetivo pretendido al facilitar la reflexión que se perseguía.
- Esta estrategia metodológica resultó ser un formato que permitió:
 - 1) *Informar* a los docentes sobre “lo qué está sucediendo aquí”.
 - 2) *Comparar* “lo qué está sucediendo aquí” con “lo qué está sucediendo en otros lugares”.
 - 3) *Dar respaldo* a los intentos de planear cambios.
 - 4) *Facilitar* la discusión colectiva y en pequeños grupos.
 - 5) *Averiguar*, a través del diálogo igualitario, cuáles son las prácticas discursivas que constituyen los significados de los objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado (para el objeto función), así como el rol que juegan los criterios de idoneidad en dichas prácticas discursivas
 - 6) *Averiguar* qué nuevas prácticas se pueden incorporar al significado institucionalmente actualmente pretendido (y cuáles se deben de suprimir, si es el caso) para conseguir una enseñanza contextualizada de las funciones.

Consideramos que una de las aportaciones de este trabajo ha sido diseñar y poner en práctica un seminario-taller con la finalidad de conseguir una situación de acción comunicativa, es decir una conversación entre iguales basada en pretensiones de validez a fin de lograr alcanzar un consenso racionalmente motivado. Se trata de un tipo de metodología que se puede aplicar en otros cursos de formación en los que los profesores estén interesados en realizar un cambio para la mejora de la enseñanza en su institución a partir de la reflexión sobre su propia práctica.

3.4 Conclusiones relacionadas con el objetivo 3.4

Con relación al objetivo 3.4: *Elaborar una metodología de análisis del significado de los objetos matemáticos y didácticos del profesorado. En concreto se trataría, sobre todo, de poner en funcionamiento el constructo “criterios de idoneidad” para analizar las prácticas discursivas del profesorado*, una de las aportaciones importantes de esta investigación es poner de manifiesto que los criterios de idoneidad se convierten en “organizadores” de las prácticas de los docentes tanto para justificar lo que

se debería hacer, como lo que se hace. Expresiones como “lo que se debería hacer”, “lo que hace”, etc., son muy vagas, pero tal como se ha puesto de manifiesto en esta investigación, mediante el uso de los criterios de idoneidad se vuelven operativas.

Es importante destacar que el análisis que se ha desarrollado en la segunda fase de la investigación se ha concentrado en el estudio de los argumentos expresados, en forma coral, por los docentes participantes en el seminario-taller. Dicho análisis tenía por objetivo, además de determinar los consensos alcanzados, un objetivo de tipo “dinámico” o “longitudinal” que pretendía conocer como las prácticas discursivas que formaban parte de los significados personales, matemáticos y didácticos, se organizaban por medio de los criterios de idoneidad a lo largo del seminario-taller. Se trataba de ver los significados personales, matemáticos y didácticos, en funcionamiento, dicho metafóricamente se trataba de ver cuál era la fisiología de los significados personales, matemáticos y didácticos, de los profesores. Para ello, se ha realizado un estudio global (coral) que proporcionara una visión general de los criterios de idoneidad que han organizado las prácticas que forman parte de los significados de los objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado. En ningún momento, el objetivo primordial fue proporcionar un análisis particular de cada profesor, aunque no se ha renunciado en las conclusiones finales a caracterizar, dentro de lo posible, el uso que ha hecho diferentes profesores, los que más han participado, de los criterios de idoneidad.

Otro objetivo ha sido realizar un estudio global (coral) que proporcionara una visión estática general de los significados de los objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado –dicho metafóricamente, se trataba de conocer la anatomía de los significados personales, matemáticos y didácticos, de los profesores- En este caso, tampoco el objetivo primordial fue proporcionar un análisis particular del significado de los objetos personales de cada profesor, aunque no se ha renunciado, en las conclusiones parciales de las diferentes sesiones, a caracterizar, dentro de lo posible, el de algún profesor particular

Para realizar este primer análisis (coral) de las prácticas discursivas del profesorado se ha tenido en cuenta básicamente algunos constructos teóricos de Teoría de la Acción Comunicativa y del EOS. En concreto, se han considerado tres niveles de análisis

- 1) *Un primer nivel más general* donde se ha utilizado la Teoría de la Acción Comunicativa. En concreto, los tres aspectos que considera Habermas en su excursión sobre la teoría de la argumentación: proceso, procedimiento y producto.

- 2) *Un segundo nivel más detallado* donde se ha vuelto a utilizar básicamente la Teoría de la Acción Comunicativa para el estudio de los consensos conseguidos en los segmentos argumentativos analizados.
- 3) *Un tercer nivel (intermedio)* donde se utilizan, sobre todo, los criterios de idoneidad (fisiología) y los objetos personales matemáticos y didácticos del profesorado (anatomía), propuestos por el EOS, para organizar las prácticas discursivas del profesorado.

El primer nivel se ha aplicado en el diseño del seminario-taller. Se ha intentado conseguir un “proceso” argumentativo que permitiera una situación de acción comunicativa en la que prevaleciera el mejor argumento, con lo cual quedase neutralizado todo otro motivo que no fuese la búsqueda cooperativa de la “verdad”. Se procuró entender la argumentación como una continuación, con otros medios, ahora de tipo reflexivo, de la acción orientada al entendimiento. El “procedimiento” seguido en el seminario-taller trató de conseguir una interacción sometida a una regulación en forma de división cooperativa del trabajo entre proponentes y oponentes. La doctoranda comenzó presentando argumentaciones, recopiladas en la primera fase de la investigación, de validez dudosa o bien presentando prácticas realizadas en otras instituciones que los docentes tuvieron que examinar y tomar partido sobre ellas con razones, y sólo con razones. El aspecto “producto” se contempló también ya que uno de los objetivos del seminario-taller fue la producción de “argumentos” pertinentes que convencieran en virtud de sus propiedades intrínsecas.

Los otros dos niveles de análisis se han aplicado de la manera siguiente: (1) primero se ha seleccionado un segmento argumentativo de la transcripción del seminario-taller, (2) A continuación se analiza qué participantes son proponentes y cuáles oponentes, la tesis que se debate, las razones argumentativas y la trayectoria argumentativa para determinar los consensos alcanzados, (3) A continuación, se hace un análisis de la trayectoria argumentativa para ver qué criterios de idoneidad se han utilizado (fisiología) y (4) finalmente, se realiza un análisis de la trayectoria argumentativa con la finalidad de determinar las prácticas que forman parte del significado de los objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado (anatomía)

Consideramos que una de las aportaciones importantes de esta investigación es precisamente la metodología que se acaba de exponer.