

TD 304

✓

# UNIVERSITAT DE BARCELONA

**ELS NIVELLS DE PENSAMENT GEOMÈTRIC I**

**RESOLUCIÓ DE PROBLEMES GEOMÈTRICS**

**AMB ALUMNES SORDS I OIENTS:**

**IMPLICACIONS PEDAGÒGIQUES.**

- 44 -

0624-98360

**Núria Rosich i Sala**

**Departament de Didàctica de les Ciències  
Experimentals i de la Matemàtica.**

**Programa de: Didàctica de les Ciències  
Experimentals i de la Matemàtica.**

**Bienni: 1988-~~1989~~**

88-90

**Per optar al títol de Doctor en Filosofia i  
Ciències de l'Educació. Secció: Ciències de  
l'Educació**

**Co-directors: Josep M<sup>a</sup> Nuñez Espallargas y  
Núria Silvestre Bernach.**

**Tutor: Josep M<sup>a</sup> Nuñez Espallargas**

BIBLIOTECA DE LA UNIVERSITAT DE BARCELONA



0700693232



“Però succeí que el petit príncep, després d’haver caminat llarg temps per la sorra, les pedres i les neus, descobrí, a la fi, un camí. I tots els camins menen cap a l’home”

Saint- Exupery

AGRAÏMENTS: A TOTS ELS ALUMNES QUE HAN COL·LABORAT AMB LES SEVES APORTACIONS A LA REALITZACIÓ DE LA TESI. TANMATEIX, A LES LOGOPEDES I MESTRES, AIXÍ COM ALS COMPANYS DEL GRUP GISTALL, COMPANYS I FAMÍLIA QUE M'HAN DONAT ÀNIMS PER DUR-LA A TERME.

# Í N D E X

---

<b>INTRODUCCIÓ.....</b>	<b>1</b>
<b>CAP.1. SORDESA I EDUCACIÓ.....</b>	<b>7</b>
1.1.Introducció.....	10
1.2. Evolució històrica de l'educació de les persones amb <del>de les persones amb</del> dèficit auditiu.....	11
1.2.1. L'educació es posa a l'abast dels sords.....	11
1.2.2. La professionalització dels educadors dels sords.....	13
1.2.3. La institucionalització de l'ensenyament dels sords.....	14
1.2.4. El gestualisme enfront l'oralisme.....	15
1.3. La integració dels nens sords en l'escolarització amb els oients.....	16
1.4. El paper de la sordesa en els aprenentatges escolars.....	18
1.4.1. Tipus de sordesa.....	18
1.4.2. Etiologia de les sordeses.....	19
1.4.3. Inici de la sordesa.....	19
1.4.4. Nivells de sordesa.....	20
1.4.5. Entorn familiar del nen sord.....	21
1.4.6. Característiques de les escoles integradores de Catalunya.....	22
<b>CAP. 2. ASPECTES COGNITIUS I LINGÜÍSTICS DELS DEFICIENTS AUDITIUS.....</b>	<b>25</b>
2.1. Introducció.....	28
2.2. Estudis cognitius del desenvolupament de les persones amb dèficit auditiu .....	30

---

2.3. Memòria i estratègies de record dels deficients auditius.....	33
2.4. Aspectes lingüístics dels deficients auditius.....	34
2.4.1. Llenguatge oral.....	35
2.4.2. Llenguatge de signes.....	36
2.4.3. Llenguatge escrit.....	37
<b>CAP. 3. MARC TEÒRIC I REFERENCIAL.....</b>	<b>41</b>
3.1. Introducció.....	44
3.2. Estat actual dels estudis d'aprenentatge de les matemàtiques amb nens sords.....	47
3.2.1. Aspectes psicològics relacionats amb les matemàtiques.....	47
3.2.2. Estudis específics sobre algunes qüestions i habilitats matemàtiques.....	52
3.2.3. Estudis del paper del llenguatge involucrat en l'aprenentatge de les matemàtiques.....	57
3.2.4. Estudis dels efectes de la integració dels nens sords en l'escolarització ordinària en l'aula de matemàtiques.....	65
<b>CAP. 4. EL MODEL DE VAN HIELE.....</b>	<b>67</b>
4.1. Introducció.....	70
4.2. Presentació del model.....	72
4.3. Característiques del model de Van Hiele.....	74
4.3.1. Els nivells de pensament en el model.....	76
4.3.2. Anàlisi i conseqüències de la teoria de Van Hiele.....	79

4.3.3. El paper del símbols en els nivells de pensament.....	83
4.3.4. El paper del llenguatge en el model.....	85
4.4. Treballs sobre el model de Van Hiele.....	88
4.4.1. Els treballs sobre el model en les escoles de l'Unió Soviètica....	88
4.4.2. Els treballs sobre el model en les escoles d'Estats Units.....	89
4.4.3. Els treballs sobre el model en les escoles d'Espanya.....	93
4.5. Justificació de l'elecció del model per l'estudi.....	96
<b>CAP. 5. OBJECTE I FINALITATS DE L'ESTUDI.....</b>	<b>97</b>
5.1. Introducció.....	100
5.2. Qüestions que <del>es</del> plantegen.....	102
5.3. Delimitació de les dimensions de l'objecte d'estudi.....	108
5.3.1. Delimitació de les dimensions de l'objecte d'estudi de les figures bidimensionals.....	111
5.3.2. Delimitació de les dimensions de l'objecte d'estudi de les figures tridimensionals.....	112
5.3.3. Delimitació de les dimensions de l'objecte d'estudi dels problemes geomètrics.....	113
5.4. Hipòtesis de treball.....	116
5.4.1. Hipòtesis sobre les proves de les figures bidimensionals.....	117
5.4.2. Hipòtesis sobre les proves de les figures tridimensionals.....	118
5.4.3. Hipòtesis sobre les proves dels problemes geomètrics.....	119

---

<b>CAP. 6. METODOLOGIA.....</b>	<b>121</b>
6.1. Introducció.....	124
6.2. La selecció de la població.....	125
6.3. Presentació de les proves i condicions prèvies.....	131
6.3.1. Presentació de les proves bidimensionals i dimensions estudiades.....	134
6.3.2. Presentació de les proves tridimensionals i dimensions estudiades.....	144
6.3.3. Presentació dels problemes geomètrics i dimensions estudiades.....	151
6.4. Criteris i anàlisi del tractament de les dades.....	154
6.5. Condicions de realització de les proves.....	156
<b>CAP. 7. RESULTATS DE LES PROVES BIDIMENSIONALS.....</b>	<b>159</b>
7.1. Introducció.....	162
7.2. Anàlisi dels resultats de les proves bidimensionals.....	163
7.2.1. Resultats de les proves bidimensionals del Nivell 0.....	163
7.2.2. Resultats de les proves bidimensionals del Nivell 1.....	175
7.2.2.1. Resultats de les proves de reconeixement.....	183
7.2.2.1.1. Reconeixement dels triangles.....	190
7.2.2.1.2. Reconeixement dels quadrilàters.....	201
7.2.2.2. Resultats de les proves de construcció.....	212
7.2.2.2.1. Construcció dels triangles.....	219
7.2.2.2.2. Construcció dels quadrilàters.....	227

7.2.3. Resultats de les proves bidimensionals del Nivell 2-3.....	234
7.2.3.1. Estudi de les propietats de la creu de malta....	243
7.2.4. Resultats de les proves bidimensionals del Nivell 3.....	251
7.2.5. Resultats de les proves bidimensionals del Nivell 3-4.....	262
<b>CAP. 8. RESULTATS DE LES PROVES TRIDIMENSIONALS.....</b>	<b>263</b>
8.1. Introducció.....	266
8.2. Anàlisi dels resultats de les proves tridimensionals.....	267
8.2.1. Resultats de les proves tridimensionals del Nivell 0.....	267
8.2.2. Resultats de les proves tridimensionals del Nivell 1.....	287
8.2.3. Resultats de les proves tridimensionals del Nivell 2-3.....	297
8.2.4. Resultats de les proves tridimensionals del Nivell 3-4.....	309
<b>CAP. 9. RESULTATS DELS PROBLEMES GEOMÈTRICS.....</b>	<b>311</b>
9.1. Introducció.....	314
9.2. Anàlisi dels resultats dels problemes geomètrics.....	315
9.2.1. Resultats del problema de construcció.....	328
9.2.2 Resultats del problema de perímetres i d'àrees.....	335
9.2.3. Resultats del problema del geoplà.....	344
<b>CAP. 10. COMPARACIÓ DEL GRAU D'ASSOLIMENT PER NIVELLS SORDS I OIENTS.....</b>	<b>351</b>
10.1. Introducció.....	354
10.2. Comparació del grau d'assoliment dels alumnes sords profunds i oients.....	355



10.3. Comparació del grau d'assoliment dels alumnes sords severs i oients.....	366
<b>CAP. 11. CONCLUSIONS.....</b>	<b>379</b>
11.1. Introducció.....	382
11.2. Conclusions de les proves bidimensionals.....	383
11.3. Conclusions de les proves tridimensionals.....	391
11.4. Conclusions de les proves de la resolució dels problemes.....	394
11.5. Conclusions generals de tota la recerca.....	397
<b>BIBLIOGRAFIA.....</b>	<b>403</b>

## INTRODUCCIÓ

Els plantejaments inicials d'aquesta Tesi Doctoral surdeixen a partir de la meua participació com a professora de matemàtiques de la primera experiència d'integració de nens amb dèficit auditius, en l'escolarització ordinària que es va realitzar a Espanya.

Els propòsits que preten en el seu inici es la de trobar algunes respostes sobre les moltes dificultats que tenen els estudiants sords en l'ensenyament obligatori en l'aprenentatge de les matemàtiques, així com aportar formes que millorin el seu ensenyament. Després de successives reflexions, és concreta en com es produeix l'aprenentatge de la geometria amb els estudiants sords.

La majoria dels estudis sobre les persones sordes i concretament amb nens amb dèficits auditius, versen entorn a dos aspectes: el coneixement de les seves capacitats cognitives, competències lingüístiques i la seva possible millora. Les possibles causes que poden explicar aquests fets es troben en les arrels històriques del problema, doncs durant segles es va considerar que els sords no eren susceptibles d'ésser educats al mancar-lis un dels cinc sentits que afecta de forma important el llenguatge, que era considerat el més essencial per a l'educació.

En aquest contexte, la preocupació pel coneixement de les habilitats i el talent matemàtic dels nens sords, s'ha plantejat com una qüestió relativament recent, podent-se fixar els seus inicis en la dècada dels anys seixanta. Forman part, en el seu inici, de les investigacions psicològiques, com una de les millors formes de posar de manifest la capacitat de raonament lògic i la capacitat de pensament abstracte de les persones amb dèficits auditius. En aquest marc trobem els treballs de Suppes de 1974, i els de Wood i col.laboradors dels anys 1981 i 1984, que han utilitzat proves matemàtiques, en les quals el llenguatge

estava minimitzat, per posar de relleu que les seves capacitats per resoldre qüestions matemàtiques eren similars a les dels oients. No obstant això, com veurem àmpliament en la revisió dels treballs de recerca de l'aprenentatge de les matemàtiques i estudiants sords, un nombre significatiu dels mateixos mostren retards que oscil·len entre un i tres anys respecte dels oients. És important senyalar la variabilitat de resultats que mostren els alumnes sords en aquest tipus de proves, ja que no es pot considerar la població de persones sordes com un tot homogeni sinó que s'ha de tenir en compte els factors individuals que encara poden ser més acusats que els dels oients, ja que a més dels factors individuals intervenen també els diferents graus del dèficit, encara que les dades globals ens poden orientar sobre les seves dificultats.

La revisió bibliogràfica dels estudis sobre l'aprenentatge de les matemàtiques amb estudiants sords mostren que, gairebé tots han tractat sobre qüestions aritmètiques. Són pocs els treballs realitzats sobre els conceptes o habilitats geomètriques amb alumnes sords. El més rellevant és el que va realitzar Marchesi sobre les capacitats d'organització de l'espai des d'una orientació piagetiana.

Les causes d'aquesta mancança d'estudis sobre l'aprenentatge de la geometria amb estudiants sords poden ser explicades per múltiples raons, però segurament la que possiblement ha influït més en el cas dels alumnes sords hagi estat la importància que en la vida diària s'otorga a l'aritmètica sobre la geometria.

En els darrers anys són molts els autors que han senyalat la importància que té l'aprenentatge de la geometria en els alumnes d'ensenyament primari, secundari en la formació matemàtica.

Actualment, la visió que es té sobre les qüestions geomètriques que han de

ser ensenyades a l'escola primària es basa, com ha estat senyalada per l'Informe Cockcroft, 1985, pàg. 106:

*“Todos los niños deberían tener cierta experiencia en el trabajo con gran variedad de formas planas y de sólidos”*

Fielker l'any 1986, en una anàlisi sobre l'ensenyament de la geometria a les escoles del Regne Unit i Irlanda del Nord en les darreres dècades, resenya la importància d'un ensenyament de la geometria accessible per tots els alumnes.

El currículum actual de la Generalitat de Catalunya (1989), recollint les últimes tendències, dona els objectius que han d'afavorir l'aprenentatge de la geometria i diu que han d'estar en funció del coneixement del món que ens envolta, el desenvolupament de les capacitats de raonament i aprendre a desxifrar els codis i missatges de l'entorn social i cultural.

Des d'aquesta perspectiva ens proposem estudiar quins són els coneixements geomètrics que tenen els alumnes sords respecte dels oients, si les estratègies que utilitzen són comparables, a més de quins tipus d'ajut poden ser útils per tal de dissenyar una didàctica .

Entre les teories que actualment tenen més vigència sobre com es produeix l'aprenentatge geomètric en els estudiants de diversos ensenyaments es troba en l'anomenat model de Van Hiele. Són moltes les raons que ens portem a escollir aquest model com a marc teòric. Entre elles resaltem la importància que dona a la visualització, la qual cosa pot ser realment important pels alumnes sords, la importància que dona a la capacitat de raonament, i sobretot a la estretra relació entre la progressió dels coneixements i el llenguatge.

En aquest marc, la recerca versa sobre l'estudi dels nivells de pensament de

Van Hiele de les figures bidimensionals, tridimensionals i la resolució dels problemes geomètrics amb estudiants sords integrats i el seus companys oients i les seves implicacions didàctiques.

En el primer capítol mostrem una panoràmica general sobre varis aspectes que s'han de tenir en compte a l'hora d'emprendre un estudi de l'aprenentatge de la geometria amb estudiants sords prelocutius, per tal de poder comprendre quin és l'estat actual de la qüestió. Així, presentem l'evolució històrica del procés d'integració, el qual ens ajudarà a entendre alguns dels problemes que encara avui dia segueixen plantejats.

També en el primer capítol, es comenten les principals causes que expliquen perquè un infant esdevé sord, els diferents tipus de sordesa i les seves repercussions en els aprenentatges escolars.

Donada la importància que té el desenvolupament cognitiu i el paper que ocupa el llenguatge en l'aprenentatge de les matemàtiques, en el segon capítol mostrem els darrers estudis sobre el desenvolupament cognitiu i lingüístics de les persones amb dèficits auditius.

En el tercer i quart capítol es recull el marc teòric que ha orientat la recerca. En el primer d'ells, es presenten i es resumeixen les idees fonamentals de les principals recerques que han girat al voltant de l'aprenentatge de les matemàtiques amb estudiants sords.

En el quart capítol presentem el model escollit com a marc teòric per la recerca, així com també es donen les principals característiques del mateix. Mostrem, a continuació, els resultats de les recerques més significatives que s'han dut a terme amb el model sobre l'aprenentatge de la geometria amb estudiants oients en diferents països, ja que no tenim constància de la seva realització amb estudiants sords.

En el cinquè capítol, presentem els objectius i plantejaments globals, delimitació de les dimensions de l'objecte d'estudi de tota la recerca.

En el sisè capítol presentem el grup d'estudiants escollits per a l'estudi, tipus de sordesa, període d'integració i medi familiar dels mateixos. En aquest capítol, també mostrem les proves i les dimensions analitzades. Tanmateix s'aporten el tipus d'anàlisi, criteris i variables utilitzades per l'estudi. Finalment, indiquem les condicions de realització de les proves.

Els següents tres capítols, es donen i analitzen els resultats que han obtingut els alumnes sords i oients en les diferents proves dels nivells de pensament geomètric. En el capítol setè es presenten els resultats de les proves bidimensionals. En el vuitè es mostren els resultats de les proves tridimensionals. En el capítol novè es mostren els resultats de les proves de la resolució dels problemes geomètrics.

El capítol desè, aporta el grau d'assoliment dels nivells de pensament geomètric de les proves bidimensionals, tridimensionals i la resolució dels problemes geomètrics de cada estudiant sord amb el seu company oient, que són els que han rebut les mateixes condicions pedagògiques i per tant, aquesta comparació ens ha permès establir les semblances i diferències individuals amb alumnes del mateix medi.

En el capítol onzè, aportem les diferents conclusions que es desprenen de la recerca sobre les finalitats de l'objecte d'estudi, sobre els coneixements geomètrics que tenen els estudiants sords prelocutius integrats en escoles ordinàries respecte dels seus companys oients i les seves implicacions didàctiques que poden ser tingudes en compte per l'ensenyament de la geometria amb alumnes sords i oients.

# **1. SORDESA I EDUCACIÓ**

### 1.1. Introducció.

### 1.2. Evolució històrica de l'educació de les persones amb dèficit auditiu.

1.2.1. L'educació es posa a l'abast dels sords.

1.2.2. La professionalització dels educadors dels sords.

1.2.3. La institucionalització de l'ensenyament dels sords.

1.2.4. El gestualisme enfront l'oralisme.

### 1.3. La integració dels nens sords en l'escolarització amb els oients.

### 1.4. El paper de la sordesa en els aprenentatges escolars.

1.4.1. Tipus de sordesa.

1.4.2. Etiologia de les sordeses.

1.4.3. Inici de la sordesa.

1.4.4. Nivells de sordesa.

1.4.5. Entorn familiar del nen sord.

1.4.6. Característiques de les escoles integradores de Catalunya.



## **1.1. INTRODUCCIÓ.**

Mostrarem en primer lloc una panoràmica general de les dificultats en que s'enfroten els nens sords prelocutius<sup>7</sup> en l'aprenentatge de les matemàtiques, contemplant varis aspectes que s'han de tenir en compte a l'hora d'emprendre un estudi d'aquestes característiques: evolució històrica de l'educació de les persones sordes, paper que desenvolupa la sordesa en els aprenentatges escolars, factors socials i familiars, etc. per entendre l'estat actual de la qüestió.

L'evolució històrica del procés d'integració ens ajudarà a entendre alguns dels problemes que encara avui dia segueixen plantejats, i no s'ha trobat una solució clara per adoptar una o altra postura, un exemple clar és el dualisme entre l'oralisme i el gestualisme.

Un altre aspecte analitzat són les principals causes que expliquen perquè un infant esdevé sord, així com els diferents tipus i nivells de sordesa i quines seran les repercussions que tenen aquests fets en els aprenentatges escolars.

Els factors socials i familiars que envolten a l'infant sord contribuiran de forma important en el seu desenvolupament cognitiu i lingüístic, així com les relacions que establirà amb el seu entorn.

Així doncs, encara que el camí que s'ha recorregut, en moltes ocasions, ha estat llarg i difícil, ens ajudarà a comprendre els avenços que han aconseguit les persones sordes per gaudir d'una educació normalitzada i d'una plena integració en la nostra societat.

---

<sup>7</sup> Són anomenats sords prelocutius aquells infants que han nascut amb graus importants de pèrdues auditives i per tant no han pogut adquirir el llenguatge oral de forma espontània a com ho fan els oients.

## **1.2. EVOLUCIÓ HISTÒRICA DE L'EDUCACIÓ DE LES PERSONES AMB DÈFICITS AUDITIUS.**

La integració dels nens sords en l'ensenyament general és una conquesta recent en la història, però el procés que ha conduït a aquesta situació ha estat llarg i ple d'esculls. Per comprendre la problemàtica que planteja aquesta integració és necessari conèixer, en primer lloc, quines han estat les principals etapes d'aquest procés.

### **1.2.1. L'educació es posa a l'abast dels sords.**

Durant molt de temps les concepcions aristotèliques i en particular la que atribuïa el llenguatge de ser la principal via per l'educació de l'home, va fer creure que el sord no era susceptible de ser educat. D'aquesta manera, la persona sorda apareix inclús en el codi civil romà, amb els dementis i els incapaços per malalties incurables, dins de la categoria de ciutadans que tenien els seus drets reduïts, al no poder, per exemple, fer-se càrrec de negocis, servir de testimoni o testar. Les mateixes o semblants exclusions es troben en els codis medievals i en moltes legislacions modernes, encara que és just dir, que aquestes prohibicions es referien als sords profunds, donant certs drets als sords que conservaven restes d'audició dins una complexa casuística, que posa de manifest la gran confusió que ha existit respecte a la distinció dels diferents nivells i afeccions de la sordesa.

Va ser un benedictí espanyol, Pedro Ponce de León (1520-1584), el primer en creure que era possible educar als sords-muts i en desenvolupar una metodologia amb aquesta finalitat. Els seus alumnes van ser tots fills de famílies nobles de l'època i, encara que el seu principal objectiu era donar a conèixer les doctrines de la religió cristiana i procurar la salvació de les

---

seves ànimes mitjançant la confesió, va aconseguir també per ells avantatges terrenals. Es coneix que un d'ells, Francisco de Velasco, va adquirir suficient nivell de llenguatge com per anular les prohibicions legals que li impedien administrar la seva quantiosa herència. No s'han conservat escrits sobre els seus ensenyaments, però es creu, pel fet que acabem d'explicar, que el seu mètode havia de ser l'oralisme.

A un altre monjo espanyol, Juan Pablo Bonet (1560 -1620), li deven la primera obra publicada que descriu un mètode per l'ensenyament dels sords. Sense citar-la, sembla inspirar-se en l'obra realitzada per Ponce, desenvolupant-la i estructurant-la. Partint de la dactiologia o alfabet digital, que permet entendre's rudimentàriament amb el sord, el mètode de Bonet ensenya a l'alumne a vocalitzar fonemes, començant per les vocals. Després s'integren les síl·labes i finalment les paraules. En el llibre apareix també el primer intent d'ensenyar la lectura labial o lectura sobre els llavis, si bé no es descriu cap didàctica.

Els alumnes de Bonet, com abans els de Ponce, i com eran els d'altres educadors que en Espanya i en altres països europeus practicaven els seus propis mètodes, eren de la noblesa o de les classes més adinerades de la societat. L'ensenyament requeria tenir pocs alumnes i una dedicació exclusiva, i per tant era molt car i solament podien gaudir-la uns quants.

Al començament aquets assatjos d'educació dels sords-muts estaven gairabé en mans de la clerecía, encara que no hem d'oblidar els esforços d'alguns pares, com l'alemany Joachim Pasha, contemporani de Bonet, el qual va desenvolupar un mètode de comunicació amb la seva filla sorda que li va permetre cultivar l'esperit i posar-la amb contacte amb el món que l'envoltava. Pasha no va divulgar la seva experiència i no va tenir seguidors, però figura com el primer pare que es va ocupar personalment de l'educació

d'un infant sord.

### **1.2.2. La professionalització dels educadors sords.**

Les espectaculars recuperacions que van tenir alguns nens sords-muts de l'època van fer que comencecin a proliferar, sobre tot en els segles XVII i XVIII, els educadors que d'una manera professional i mitjançant fortes sumes de diners es dedicaven a l'educació dels nens sords. Al ser aquesta una professió molt ben pagada, aquests mestres solien guardar amb secret els seus mètodes, intentant evitar que altres competidors els hi prenguessin la clientela. Alguns d'aquests mètodes han arribat de forma parcial fins a nosaltres, per mitjà de les cartes i relats dels seus alumnes, molts dels quals havien de mantenir en secret la metodologia emprada pel seu mestre.

Un cas paradigmàtic és el de Jacobo Rodríguez de Pereyra. Va néixer a Portugal el 1715 en el sí d'una família judeo espanyola. En 1714 es va traslladar a França, on va començar la carrera de matemàtic. La sordesa d'una germana més petita li va portar a interessar-se per l'ensenyament dels sords. Els progressos que van experimentar alguns dels seus deixebles li van proporcionar molta fama i fortuna, sent conegut en la seva època com "el millor mestre de tots els temps". Malgrat la seva fama solament va escriure una memòria que va presentar a la Reial Acadèmia de Ciències de Paris, en la que va exposar el procediment seguit en els seus ensenyaments limitant el seu informe a un conjunt general sobre la matèria. Tant en secret va mantenir les seves tècniques, que el 1780 una vegada mort, quan els seus descendents van intentar proseguir la seva feina, els hi va resultar del tot impossible al no trobar entre les seves notes la informació suficient.

### **1.2.3. La institucionalització de l'ensenyament dels sords.**

El Segle de la Llum que va propiciar canvis fonamentals en la filosofia i l'administració de l'educació en general, també va afectar a l'educació dels nens sords.

El primer que va fer de l'educació del sord un objecte de preocupació pública va ser l'abat Charles Michel de l'Epée (1712-1789) l'ocupar-se de que l'ensenyament arribés als sords-muts pobres. El 1760 va fundar en la seva pròpia casa de París una escola dedicada exclusivament a l'ensenyament de nens amb dèficits auditius. L'escola era gratuïta i agrupava tant rics com pobres, funcionant com un internat. Aviat va comptar amb ajuts i subvencions tant públiques com privades.

La preocupació més gran de l'Epée era portar l'educació al major nombre possible d'infants, pensant en la salvació de les seves ànimes. L'abat va conèixer el llibre de Bonet i a partir d'aquest va elaborar la seva pròpia metodologia. Estava convençut de que els signes que feien els sords amb les mans per intentar comunicar-se entre ells era la base rudimentària del llenguatge, comparable amb el llenguatge oral de les persones oients . Es va esforçar per sistematitzar i categoritzar i fins i tot va crear signes per lograr desenvolupar amb ells un pensament lògic. Va prescindir per complet del llenguatge oral creant un sistema de llenguatge gestual. Aquest sistema tenia l'avantatge de permetre l'ensenyament simultani de varis alumnes sords , que era el que admittia les tècniques oralistes. A més, es tractava d'un llenguatge universal, igual per tots els sords, sense tenir en compte el seu origen.

Els èxits de l'Epée es van estendre ràpidament i molt aviat es van fundar col·legis i institucions amb fons públics a diferents països seguin la seva metodologia. A Espanya, Carles IV, el 1794, va promoure a Madrid la creació

---

d'una escola gratuïta per els nens no oients. A Barcelona va ser creada una escola semblant el 1800, que depenia, pel seu funcionament, de l'ajut econòmic de l'Ajuntament. Aquestes primeres escoles espanyoles van utilitzar com a llibre de text base per l'organització dels seus ensenyaments una obra de Lorenzo Hervás y Panduro (1735-1809) que era, en realitat, una adaptació pels col·legis espanyols de la publicada per l'abat francès.

#### **1.2.4. Gestualisme enfront a l'oralisme.**

Si bé és cert que l'obra de l'Epée i els seus successors en un començament van intentar una metodologia oral, encara que després van passar a un mètode gestual, va ser essencial per aconseguir donar un pas endavant en la integració dels deficients sensorials en la societat d'oients. Aquesta integració era encara incompleta a l'estar basada en un sistema de comunicació gestual que solament era propi dels sords-muts i d'aquelles persones oients que podien haver-lo après (familiars i professors), i que constituïen, en tot cas, un nombre molt reduït. El veritable camí que havia de conduir a la plena integració del sord en la societat d'oients estava en l'oralisme, és a dir, en el mètode en que ensenyés als sords a parlar el llenguatge dels oients.

Com ja hem comentat, des del temps de Ponce, l'oralisme era una metodologia que s'emprava per educar als sords-muts. Però el fet de que fos difícil d'utilitzar amb molts alumnes alhora i que es mantinguessin en secret les tècniques utilitzades pels mestres, així com el desconeixement de la fisiologia de la parla i l'etiologia de les diferents causes de la sordesa, va fer que el mètode gestual de l'Epée s'imposés durant molt de temps sobre els mètodes oralistes.

A Alemanya existia des del segle XVII una forta tradició oralista, però no va ser fins que es van donar a conèixer els treballs de Samuel Heinicke (1727-

1790) que el sistema oral va prendre consciència de les seves possibilitats educatives. Heinicke va fundar l'any el 1778 a Leipzig la primera escola oral del món. Els seus ensenyaments es basaven en la creença de que el pensament prové del llenguatge oral i que el llenguatge escrit es solament una traducció d'aquest pensament.

Entre Heinicke i l'Epée es va establir una cèlebre controvèrsia que va concloure amb la mediació de l'Acadèmia de Zurich. Aquesta Acadèmia el 1783 va acceptar els mèrits del mètode francès i per manca d'elements suficients de judici va declinar emetre la seva opinió sobre la metodologia de Heinicke. Aquest no va voler exposar públicament les seves tècniques i el resultat va perjudicar momentàneament les possibilitats de l'oralisme.

En el transcurs dels anys, al llarg del segle XIX i començaments del XX, l'oralisme va anar guanyant terreny al gestualisme. Encara que s'ha de dir que van aparèixer escoles que propugnaven tècniques mixtes o que, si bé acceptaven l'oralisme com objectiu final, mantenien la mímica per facilitar la comunicació entre els sords i entre professor i alumne, fins que aquest no tingués la suficient habilitat lingüística.

### **1.3. LA INTEGRACIÓ DEL NEN SORD A L'ESCOLA D'OIENTS.**

Va ser un alemany Johan B. Graser (1766-1841), el primer que va comprendre que un dels principals problemes del nen sord era el seu aïllament i que si aquest és volia corregir, no solament era necessari educar-lo en el llenguatge oral dels oients, sino també incorporar-lo al sistema dels oients. El 1821 Graser va obrir un col·legi experimental per sords annex a una escola ordinària de Bayreuth en el que, després de donar als nens deficients auditius

dos anys d'educació especial aplicant una tècnica que els conduïa a l'oralisme, els incorporava a les classes comuns. Al començament la idea de Graser va ser acceptada amb gran entusiasme per les administracions de varis Länders, però passat un temps i davant els resultats poc satisfactoris, el sistema és va anar deixant. Les causes d'aquest aparent fracàs creïem que cal cercar-les fonamentalment en el insuficient coneixement que en l'època es tenia sobre la fisiologia del llenguatge, per una banda, i per l'altra en la gran variabilitat de graus de sordesa dels nens sords que assistien a aquests centres que feien ineficaces les tècniques per assegurar un mateix nivell d'integració a tots els escolars.

En el transcurs del segle XX la ciència laringològica va avançar espectacularment, així com els estudis sobre l'etiologia del diferents tipus de sordesa. En aquest segle, la invenció d'audífons cada vegada més perfectes ha permès millorar les condicions auditives de molts sords. A més de l'esmentat, el perfeccionament de les tècniques orals ha fet possible realment la integració plena del sord en l'educació general d'oients.

En els darrers decennis han estat varis els països que han legislat en favor de la integració dels nens sords al sistema educatiu general. Així, per exemple, als Estats Units, país que en l'actual segle destaca per les seves investigacions sobre els sords, en el Congrés de 1975 va aprovar la llei 94-142 que suposava la integració dels nens sords (juntament amb altres disminuïts físics) en l'ensenyament ordinari. A Espanya l'Ordre Ministerial que estableix la integració es va publicar el 1985, encara que un any abans, el 1984, un Decret de la Generalitat de Catalunya havia disposat aquesta mesura en el Principat.



---

## **1.4. EL PAPER DE LA SORDESA EN ELS APRENENTATGES ESCOLARS.**

Tractarem a continuació molt sintèticament, els diferents tipus de sordesa, l'etiologia dels defectes auditius, els nivells de sordesa i altres circumstàncies que afecten al nen sord en l'àmbit escolar.

### **1.4.1. Tipus de sordesa.**

Sintetitzant molt poden classificar les diferents classes de sordesa en dos grans grups : la sordesa conductiva i la sordesa neurosensorial.

Les sordeses conductives són les que deriven de problemes situats en l'oïda mitjana o en l'externa. Normalment són alteracions que poden corregir-se o curar-se totalment mitjançant un tractament quirúrgic o amb la implantació d'audífons.

Les sordeses neuro-sensorials són les que afecten a l'oïda interna, al nervi auditiu o a zones cerebrals relacionades amb l'audició. Aquestes sordeses són més greus que les anteriors i són, generalment, poc susceptibles de tractament mèdic.

La detecció del tipus de sordesa pot fer-se mitjançant proves audiomètriques. La combinació d'audiometria aèria amb òssia permet distingir entre la sordesa conductiva o la neuro-sensorial. Així, si un nen no percep el so emès per un emissor sonor situat a certa distància de l'oïda (audiometria aèria), però si quan l'emissor està situat sobre l'òs mastoïdes darrera l'orella (audiometria òssia), llavors es pot inferir que té una sordesa conductiva. Quan no respon a les proves audiomètriques aèries i òssies és que pateix una

sordesa neuro-sensorial.

#### **1.4.2. Etiologia de les sordeses.**

La causa de la sordesa és un dels altres factors essencials en l'educació dels sords, especialment, per determinar si existeixen altres trastorns, a més de l'auditiu, que afecten a altres òrgans sensibles o a centres relacionats amb el seu desenvolupament intel·lectual.

Encara són múltiples les malalties que poden portar com a conseqüència la sordesa. Aquestes les podem agrupar en dos grans categories: les hereditàries i les adquirides.

Les primeres estan associades a problemes genètics i no acostumen a tenir altres tipus de trastorns addicionals. Les adquirides, en canvi, si que poden portar, en més o menys grau, altres disfuncions, depenent de la malaltia causant: incompatibilitat RH, meningitis, plasmosis, sífilis, rubeola, etc<sup>8</sup>.

#### **1.4.3. Inici de la sordesa.**

L'edat en que comença a manifestar-se la pèrdua auditiva és essencial per l'aprenentatge del llenguatge oral del nen sord.

Els nens sords de naixement han d'aprendre el llenguatge sense haver tingut cap l'experiència amb els sons. Quan la sordesa s'adquireix entre els dos i tres anys d'edat, el nen ha pogut tenir certa pràctica auditiva. Això li permet assolir amb més rapidesa que el sord de naixement certa competència lingüística, a condició de que la seva educació comenci el més aviat possible, abans de que pugui oblidar les seves experiències auditives. Si la sordesa

---

<sup>8</sup> Perelló, J. i Tortosa, F. (1978) donen unes explicacions molt detallades sobre el tema.

---

succeix després dels tres anys llavors, és més fàcil, si s'inicia l'aprenentatge d'hora, mantenint el llenguatge oral adquirit i enriquint-lo a partir del coneixement lingüístic que ja té.

#### **1.4.4. Nivells de sordesa.**

Com és ben conegut, no tots els nens sords tenen el mateix nivell de pèrdua auditiva. Aquest factor influeix no solament en les habilitats lingüístiques del sord, sinó també en tot el seu procés d'aprenentatge i comportament social.

La graduació dels diferents nivells de sordesa és complexa, ja que la pèrdua auditiva no solament bé donada per la falta de sensibilitat enfront una determinada intensitat o volum del senyal sonor, sinó que pot variar segons les diferents freqüències de l'ona acústica. Aquest fet és de suma importància per l'aprenentatge de la llengua, doncs en la parla normal emetem sons amb diferents freqüències (per exemple les consonants fricatives s'emeten normalment en freqüències més altes que les vocals) i el sord pot ser més sensible a unes freqüències que a les altres i captar solament part de les nostres emissions, independentment de l'intensitat de les mateixes. A més, la sensibilitat auditiva d'un nen sord parcial pot ser diferent per cada oïda.

Existeixen diverses classificacions basades segons la perspectiva des de la que es contempla la sordesa (etiològica, clínica, etc.), o segons les diverses tècniques de mesurar-les. En línies generals hi ha certa unanimitat en acceptar quatre grans nivells.

a) Hipoacústics: Pèrdua de l'audició inferior al 40 %. Tenen algunes dificultats en percebre les paraules i presenten errors en la pronunciació.

b) Sords lleugers: Pèrdua auditiva compresa entre el 40 i el 70 %. Els afectats no identifiquen del tot per complet els elements d'una paraula. El seu llenguatge és limitat i l'articulació defectuosa.

c) Sords mitjos o semisords: Pèrdua compresa entre el 70 i el 90 %. Solament perceben alguna paraula de forta intensitat i no han pogut adquirir el llenguatge espontaneament.

d) Sords profunds: Pèrdua auditiva superior al 90 %. No perceben paraules. No han adquirit cap tipus de llenguatge.

Les dues primeres categories no ofereixen problemes educatius importants ja que, amb pròtesis auditives escaients, poden seguir una escolarització normal. Però les dues darreres són les que presenten dificultats pedagògiques, especialment l'última, ja que encara no existeixen aparells que puguin mitigar aquests tipus de sordesa<sup>9</sup>.

Convé senyalar que, a més del nivell de sordesa, existeixen altres elements que cal tenir en compte en la reeducació, com són a més dels ja esmentats de l'etiologia, inici de la mateixa, etc, d'altres factors com són els familiars i socials que envolten a l'infant sord.

#### **1.4.5. Entorn familiar del nen sord.**

El fet de que un nen sord hagi nascut o visqui en una família en la que existeixen més persones no oients (freqüentment en sordeses hereditàries) el fa sentir, normalment més comprès i acceptat que quan l'ambient familiar està constituït exclusivament per oients.

---

<sup>9</sup> Lafon, J.C. (1987) dóna una informació més amplia sobre la tipologia de la sordesa, així com de les adequacions de les pròtesis auditives per treure més profit en cada cas.

---

Schlesinger i Meadow (1972) en un estudi comparatiu sobre el grau de maduresa i independència dels infants sords de pares sords i d'oients van observar que els nens sords de pares sords eren més independents i capaços de prendre decisions que els dels pares oients. Sembla, com diu Lewis (1991), que el nivell de comprensió del propi dèficit i els sistemes comunicatius que aquests han desenvolupat els fan més susceptibles d'entendre's i comunicar-se amb el seu fill.

També influirà en l'educació del sord altres factors ambientals com són el nivell econòmic de la família, el tipus de comunicació que estableixi amb el seu entorn, el moment en que inicia el seu aprenentatge i, sobre tot, la classe d'educació que rebí.

#### **1.4.6. Característiques de les escoles integradores de Catalunya.**

La forma com s'ha dut a terme la integració de nens amb dèficits a Espanya no ha estat de forma uniforme per a totes les Comunitats Autòniques.

A Catalunya, on es partia d'una experiència previa d'integració de nens amb dèficit auditiu (que no tenien altres tipus de deficiència), es va posar de manifest que les escoles que tenien nens integrats sords havien servit per incrementar l'ensenyament-aprenentatge de tots els nens, inclús els oients, ja que la reflexió que comportava la docència amb alumnes sords (revisió de les dificultats d'aprenentatge, dels conceptes, utilització del llenguatge, utilització de recursos didàctics, etc.) millorava l'aprenentatge de la majoria dels alumnes. Des d'aquesta perspectiva, qualsevol escola pública o concertada ha d'acollir nens integrats, aplicant els criteris generals de proximitat al centre. El centre que acolleix nens amb integració té un professor-especialista, segons el tipus de dèficit (logopeda, professors de suport, etc.).

Resumint, les característiques bàsiques d'integració escolar a Catalunya són les següents:

- \* Qualsevol centre públic o concertat ha d'acollir alumnes amb dèficit (segons l'informe de l'EAP del sector) tenint en compte els criteris generals de proximitat al mateix.
- \* Tots els professors han de ser considerats com recursos disponibles per atendre les necessitats educatives especials dels alumnes, tot i que en funció de la seva necessitat requerixin la intervenció d'altres professors o especialistes.
- \* Degut a que les necessitats educatives especials són heterogènies, segons el dèficit, els criteris generals que han d'orientar la resposta educativa per aquests alumnes faran referència preferentment al currículum escolar i a les seves adaptacions.
- \* L'avaluació continua ha de permetre identificar quan es convenient per a un alumne, o grups d'alumnes, una resposta singular adaptada a les seves possibilitats en un moment donat del procés d'aprenentatge.

Les característiques més destacades del programa d'integració escolar per la resta de les Autonomies que no tenen competències educatives són les següents:

- \* Realitzen integració solament aquells centres que han expressat de forma explícita la seva voluntat de fer-la.
- \* La implantació ha estat progressiva des del parvulari o cicle inicial d'EGB.

\* L'aplicació ha estat prudent a l'integrar els alumnes amb menys dificultats i limitant a dos el nombre d'aquests alumnes per aula, en els centres que han 24 manifestat el seu desig d'acollir aquests alumnes.

\* El desenvolupament del programa d'integració ha anat acompanyat d'importants recursos humans i materials, incorporant en els centres de 16 unitats almenys tres professors (logopeda, fisioterapeuta, més professors de suport).

\* L'evolució i concreció del PI ha estat avaluat rigorosament i constanment.

Una característica essencial de l'escola oberta a la diversitat és la capacitat de donar respostes diferencials a tots els seus alumnes. Per això es fa necessari la coordinació de tots els professionals que intervenen en la seva educació.

## **2. ASPECTES COGNITIVS I LINGÜÍSTICS DELS DEFICIENTS AUDITIUS**





2.1. Introducció.

2.2. Estudis cognitius del desenvolupament de les persones amb dèficit auditiu.

2.3. Memòria i estratègies de record dels deficients auditius.

2.4. Aspectes lingüístics dels deficients auditius.

2.4.1. Llenguatge oral.

2.4.2. Llenguatge de signes.

2.4.3. Llenguatge escrit.

## 2.1. INTRODUCCIÓ.

Donada la importància que té el desenvolupament cognitiu i el paper que juga el llenguatge en l'aprenentatge de les matemàtiques, una recerca que pretengui emprendre estudis sobre els diferents nivells d'aprenentatge de la geometria en nens sords no pot deixar de banda de fer una revisió general sobre els coneixements actuals que disposem sobre aquests temes en aquests infants.

El coneixement dels aspectes cognitius de les persones sordes en general i dels nens sords en particular ha generat un gran nombre de treballs de recerca per part dels psicòlegs. Aquets han tractat d'esbrinar les seves capacitats intel·lectuals i com ajudar amb aquestes aportacions els processos educatius d'ensenyament-aprenentatge, així com les relacions que es plantegen entre el pensament i el llenguatge quan aquest està disminuït. Els marcs teòrics i metodològics que s'han emprat han estat diferents segons els paradigmes imperants en cada moment i per tant, això ha repercutit també en les conclusions que s'han arribat. Un bon nombre d'aquestes investigacions s'han realitzat des d'una perspectiva piagetiana aportant dades importants sobre el grau d'adquisició de les operacions concretes i, formals i en menys, mesura del desenvolupament sensoriomotor i simbòlic.<sup>1</sup>

Molts d'aquests estudis psicològics han inclòs tasques matemàtiques com una excel·lent forma de posar de manifest la intel·ligència de les persones sordes i per la utilització d'un llenguatge diferent al llenguatge oral. Actualment són varis els investigadors que han evidenciat que la forma d'accés al llenguatge de símbols es realitza mitjançant un procés que està lligat al llenguatge oral. Algunes investigacions psicològiques han inclòs proves

<sup>1</sup> Segons Marchesi, A. (1990), pàg. 233.

cognitives de lògica i de raonament que estan directament relacionades amb l'aprenentatge de les matemàtiques.

Un dels principals efectes dels dèficits auditius severos i profunds es manifesta de forma clara tant en els aspectes d'adquisició del llenguatge com les relacions comunicatives amb el seu entorn.

Les revisions dels diferents mètodes de l'adquisició del llenguatge oral de les persones sordes han estat sotmeses en les darreres dècades a una renovació constant. No obstant això, gairebé no hi ha dades comparatives clares que orientin sobre quina és la millor opció ha emprendre.

Són pocs els estudis dedicats a les repercussions del dèficit auditiu en l'aprenentatge de les matemàtiques que hagin inclòs el llenguatge i, encara menys, els que hagin comparat la utilització dels diferents llenguatges que aquests utilitzen. Donat que aquest estudi es realitza amb nens sords que utilitzen el llenguatge oral, ens limitarem a exposar els aspectes lingüístics més rellevants que afecten aquesta població.

## **2.2. ESTUDIS DEL DESENVOLUPAMENT COGNITIU DE LES PERSONES AMB DÈFICIT AUDITIU.**

Els estudis dels aspectes cognitius dels infants sords han promogut, per part dels psicòlegs, una atenció especial que s'ha traduït en una gran quantitat d'estudis. Aquests s'han centrat bàsicament en el coneixement de les seves capacitats cognitives, així com la influència que podia tenir aquest dèficit en les seves relacions comunicatives i socials amb el món que els envolta. També trobem estudis encaminats a esbrinar les relacions entre el pensament i el llenguatge quan aquest està disminuït.

Els primers estudis cognitius que es van portar a terme en nens sords, en la dècada dels anys quaranta, van aplicar tests d'intel·ligència general escrits en els quals tant les preguntes com les respostes demanaven formes verbals escrites. Les conclusions que es deduien d'aquestes proves es que les persones sordes mostraven nivells d'intel·ligència inferiors als oients.

En les següents dècades, la majoria de recerques sobre el desenvolupament cognitiu de les persones amb dèficit auditiu es basen en la teoria epistemològica-genètica de Jean Piaget, segons la qual les operacions intel·lectuals procedeixen de l'acció sobre la realitat i la seva progressiva interiorització. Per tant els primers estadis de desenvolupament no estan regits per les operacions lingüístiques.

Una de les investigacions més significatives, seguint el model de Piaget, que va produir un canvi d'emfocament sobre les concepcions de la intel·ligència de les persones sordes, van ser els treballs de Furth i col·laboradors (1966, 1971), que van partir del supòsit de que era possible la intel·ligència sense el llenguatge.

---

Per avaluar aquesta hipòtesi va realitzar unes proves experimentals en les quals es pogués posar de manifest la “conducta intel·ligent”<sup>2</sup> de les persones sordes, tenint cura de minimitzar el llenguatge perquè aquest no fos rellevant. Els resultats d’aquests amplis estudis van mostrar que no hi havia diferències significatives entre el desenvolupament cognitiu de les persones sordes i els oients quan el llenguatge no és determinant. Segons aquest investigador, les diferències que es mostren en algunes proves s’han d’atribuir bàsicament a les mancances d’experiències vivencials i a les seves particulars relacions que estableixen amb el medi.

Norden (1975) va estudiar si els infants sords presentaven característiques intel·lectuals pròpies diferencials respecte dels oients. Aquest investigador va aplicar la prova anomenada WITKIN per mesurar el grau d’independència de les influències del context, i no va trobar cap diferència substancial respecte dels oients.

Altres estudis amb el test d’intel·ligència no verbal, com el WISC, realitzades per Anderson i Sisco (1977), mostren que, en general, els infants sords segueixen un desenvolupament cognitiu normal, encara que alguns d’ells obtenen puntuacions inferiors en algunes proves que els oients. Aquestes diferències mínimes s’han d’explicar en funció d’altres factors aliens a la sordesa.

Marchesi i col·laboradors (1978), van realitzar un treball de recerca sobre el desenvolupament cognitiu de les persones sordes dins l’àmbit espanyol, avaluant la representació espacial i una prova de combinatòria. Els resultats d’aquesta àmplia investigació van mostrar que els infants sords tarden més temps que els oients en arribar a la construcció operatòria espacial, que l’acostumen a adquirir entre els onze i dotze anys, però segueixen els mateixos

---

<sup>2</sup> Anomenada així per Furth, H.G.(1966)

---

passos que els seus companys oients.

El treball de recerca de Silvestre de 1990<sup>3</sup> que estudia les capacitats de lògica formal amb una prova piagetiana “el descobriment de la llei del pèndul” demana per la seva resolució saber dissociar factors i excloure les dades que no són útils, amb una població majoritària d'adolescents profunds de Catalunya i els seus companys oients de les mateixes característiques educatives i socials. Les anàlisis d'aquestes dades posan de relleu que les diferències més significatives són les dificultats que tenen els joves sords a l'hora d'eliminar les falses hipòtesis que se'ls hi plantegen, més que el descobriment de la llei en sí.

Així doncs, podem concloure dient que la majoria d'estudis sobre el desenvolupament cognitiu de les persones amb dèficits auditius posen de manifest, com diu Wood<sup>4</sup> que: “No hi ha, efectivament, dades convincents que suggereixin que la sordesa és causa de cap limitació necessària, essencial, en el desenvolupament del pensament racional”, encara que s'han de tenir en compte les diferències en el grau de les habilitats dels sords que poden ser diferents a les trobades en els oients.

---

<sup>3</sup> Silvestre, N. (1993) dóna una amplia descripció d'aquesta prova a la comunicació presentada al Congrés Internacional d'Educació de les persones amb dèficit auditiu. Rochester.

<sup>4</sup> Wood, D. (1983): “El desarrollo lingüístico y cognitivo en los deficientes auditivos” en Infancia y Aprendizaje, pàg. 203

### **2.3. MEMÒRIA I ESTRATÈGIES DE RECORD DELS DEFICIENTS AUDITIUS.**

La importància que té el llenguatge en relació amb algunes estratègies de record, sobre tot en la repetició de les paraules que tots utilitzem per recordar, ha fet que alguns investigadors hagin estudiat les repercussions que té el dèficit auditiu en la memòria de les persones sordes.

Les teories de l'Escola Soviètica i principalment de Vygostky (1934) han fet que es considerés que la memòria no és solament un procés voluntari, sinó que també depen de la integració de la nova informació en les estructures semàntiques del subjecte i dels contextes significatius que es treballin.

La importància que tenen els contextes significatius i l'entrenament específic per crear estructures de record van fer pensar a Flavell (1970), que les mancances que presenten moltes persones sordes profundes no depenen tant de les seves capacitats generals de memòria com de la manca d'estratègies adequades. Donat que el pensament lògic-abstracte no depen de forma exclusiva de la codificació acústica, les persones sordes han d'utilitzar altres tipus de simbolització com són les imatges mentals i el llenguatge de signes.

La recerca de Esteban Torres (1986) sobre el record de contes i de narracions en infants sords, va posar de relleu les limitacions que tenen aquests en les estratègies de record. Els resultats d'aquest estudi mostren que els nens sords de quatre a sis anys amb un nivell lingüístic baix van tenir més dificultats que els oients per recordar les seqüències narratives de la vida diària. També va trobar diferències entre els sords que havien tingut intercanvis comunicatius amb el llenguatge de signes. Un altre aspecte important va ser la influència de la manca d'organització del coneixement i del record.



---

Com diu Esteban Torres (en Marchesi, 1987, pàg. 89):

“La organització de la memòria i el seu rendiment és un reflex del nostre procés cognitiu general. Encara que en el cas dels nens sords no suposi cap deteriorament d'aquesta capacitat “abstracta”, sinó que es poden utilitzar les eines adequades, el retard en les seves habilitats intel·lectuals i socials serà notable”.

#### **2.4. ASPECTES LINGÜÍSTICS DELS DEFICIENTS AUDITUS.**

Els infants sords que neixen amb dèficits auditius severos o profunds<sup>5</sup> no poden adquirir el llenguatge oral de la mateixa forma espontània a com ho fan els oients.

Un dels aspectes fonamentals, admès per tothom, és la influència de la comunicació pre-verbal per l'adquisició del llenguatge oral. Els bebès sords, durant els primers mesos de vida, també emeten els lalejos característics d'aquesta edat, però a mesura que van creixen, al no escoltar-se els interrompen perden, per tant, les primeres pautes d'entonació del llenguatge oral. Un altre conseqüència important serà la importància que adquirirà la via visual per rebre la informació sobre el seu entorn i la pèrdua de la simultaneïtat entre la paraula i els objectes sobre els que es posa l'atenció, havent de compartir el temps entre ambdues informacions, segons ha senyalat D. Wood (1986).

En els primers mesos de vida els jocs desenvolupen un paper fonamental per l'adquisició de les primeres regles lingüístiques, segons els estudis realitzats per Bruner (1975, 1983) sobre els formats ‘interactius’. En els infants sords

---

<sup>5</sup> Són també anomenats prelocutius.

aquestes interaccions comunicatives entre l'adult i l'infant poden veure's afectades, depenent de la seva capacitat d'adaptar-se al medi i, sobre tot, de l'educació primerenca que pugui rebre<sup>6</sup>.

En el procés d'adquisició del llenguatge oral pels sords profunds prelocutius tindrà un paper essencial l'educació especial i els mètodes pedagògics que s'emprenen, que es basaran, sobre tot, en la discriminació dels pocs sons que puguin percebre auditivament amb els audifons i, sobre tot, amb la visualització i percepció tàctil de la cadena parlada.

De forma global i sintètica podem dir que els estudis lingüístics de les persones amb dèficits auditius s'han desenvolupat al voltant de tres eixos fonamentals:

1. Llenguatge oral.
2. Llenguatge de signes.
3. Llenguatge escrit

#### **2.4.1. Llenguatge oral.**

La recerca per aconseguir un bon mètode pedagògic per l'ensenyament del llenguatge oral, ha constituït des de l'inici del seu procés històric, una preocupació en la qual s'han esmerçat molts esforços i temps. En l'actualitat els mètodes més usuals de que es disposen són tres:

- a) El mètode dactiològic, que com ja hem comentat en el capítol anterior s'atribueix el seu descobriment a Bonet en el segle XVI, és considerat un sistema oral perquè cada gest de la mà corresponent a un fonema.

---

<sup>6</sup> Alegria, J. (1979), veu com a condició necessària l'educació primerenca pel desenvolupament fonològic i Volterra (1981) també exposa aquesta necessitat per l'adquisició de les primeres regles semàntiques.

b) El mètode verbo-tonal de Guberina (1962), que es basa en l'aprofitament de les restes auditives per mitjà de la percepció tàctil i en transmissió aèria, és el més utilitzat en aquest moment en el nostre país. Aquest mètode ressalta els paràmetres de la parla: l'entonació, la intensitat, la pausa, la tensió i el temps.

c) En el mètode anomenat "cued speech" de Cornett (1967), les paraules s'acompanyen de gestos; en aquest mètode la mà té tres posicions i els dits vuit i serveixen per ajudar la comprensió oral quan els mots són difícils de distingir per la lectura labial perquè tenen el mateix punt d'articulació.

#### **2.4.2. Llenguatge de signes**

El llenguatge signat, que és el que va perfeccionar i difondre l'abat L'Épée, és en l'actualitat un dels més utilitzats per les persones sordes d'arreu del món. Els seguidors i detractors del mateix, han promogut una de les polèmiques que han despertat més debats sobre els seus valors com un veritable llenguatge i arguments en contra.

Entre les tesis en contra més recents del llenguatge de signes trobem la de Lewis (1968), en la que s'exposa en un informe britànic, la imprecisió del mateix per la manca d'una veritable gramàtica i la manca d'una representació simbòlica abstracta.

Aquesta posició ha estat refutada per altres lingüistes com Stoke (1972 i 1976) que afirma que si bé tenen regles gramaticals, els diferents llenguatges signats no utilitzen l'ordre dels signes com instruments fonamentals per establir les relacions semàntiques i tampoc conjuguen els temps verbals, ni verbs auxiliars. Altres treballs que abogen en favor d'aquest llenguatge són

que els de Bonvillian i Chanow (1972) en Ramspott (1991)<sup>7</sup> consideren més apropiats que els orals perquè presenten menys dificultats que els anomenats “oralistes”.

Finalment hi ha un altre mètode que combina elements dels sistemes orals i dels gestuals: és l'anomenat mètode bimodal. Segons Marchesi (1990), el llenguatge gestual és en general una varietat del llenguatge oral signat i el lèxic procedeix del llenguatge de signes, però la sintàxis, i l'ordre de les paraules, segueixen les pautes del llenguatge oral.

Són poques les investigacions dirigides sobre la comparació de l'eficàcia dels diferents mètodes per l'adquisició del llenguatge oral.

Un dels darrers treballs sobre la influència de la utilització del llenguatge Cued Speech i el llenguatge de signes gestuals sobre el sistema comunicatiu efectuat per Power, Wood y Wood (1990), mostren que no són tant diferents, però sí que es donen diferències significatives en els estils d'ensenyament més o menys “controladors” i en la riquesa del discurs d'alumne. Aquest tipus d'investigació planteja noves vies a l'educació del llenguatge en la que es dóna més prioritat a la funció comunicativa del llenguatge que no pas al mètode d'accedir-hi.

#### **4.2.3. Llenguatge escrit.**

La majoria dels treballs sobre el llenguatge amb els infants sords s'han dedicat als processos d'adquisició de la llengua escrita, a les seves capacitats lectores, així com a l'anàlisi de l'elaboració de textos i especialment als textos narratius. Una de les possibles causes d'aquest fet pot ser les limitacions orals que es troben les persones sordes i les dificultats de la seva comprensió.

<sup>7</sup>La comprensión y producción de cuentos en niños y adolescentes sordos. Universitat Autònoma. Barcelona 1991. Tesis doctoral, text mecanoscrit.

---

Els estudis sobre els nivells lectors que s'han realitzat en diferents països, encara que evidentment s'han trobat diferències individuals, en el rendiment de la lectura i escriptura, han posat de manifest el baix nivell en aquestes tasques per gran part d'aquesta població, malgrat els diferents sistemes educatius estudiats. Entre les recerques més significatives sobre els nivells lectors hem de mencionar la de Conrad (1972) que troba una diferència entre un i sis anys respecte als oients de la mateixa edat al final de l'escolarització obligatòria.

Les dificultats lectores dels infants sords són des del seu començament importants, doncs els oients quan inicien la lectura parteixen d'un bon coneixement oral que els facilita la lectura.

Així com hi ha mètodes específics sobre l'aprenentatge oral, no passa el mateix amb els mètodes lectors, que s'utilitzen els mateixos que amb els oients, amb preferència els que es basen en la comprensió lectora sobre els mecànics, fets posat per Lanfrey (1975).

King i Quiley (1985) han posat de relleu la falta d'interès per part de les institucions per la millora de les pràctiques lectores dels infants sords malgrat els dèficits que presenta aquesta població en aquest aspecte. Així, citant els estudis de Marshman (1974), recull les respostes dels professors que ensenyen la lectura i troba que la majoria fan un sol grup i el temps de dedicació està comprès entre mitja hora i una hora diària, molt poc temps si es compara amb el que empren els joves sords.

Les estratègies que fan servir els nens sords per identificar les paraules en les lectures són en general els de memorització visual i la comprensió del seu significat, fet que han posat de manifest Alegria i Leybaert (1985).

LaSasso (1987) posa de relleu que els entrebancs majoritaris per la comprensió lectora en els sords són les mancances de vocabulari i l'estructura sintàctica de les frases.

Els estudis d'Asensio i Carretero realitzats a Espanya (1989), també mostren, de la mateixa manera que en els altres països, que una tercera part dels nens sords no tenen assolides les tècniques lectores i per tant tenen problemes en la comprensió de textos.

Respecte a les produccions escrites dels nens sords Marshall i Quiley (1970) van analitzar unitats de sintàxis i van trobar que la complexitat del llenguatge escrit és degut a la utilització prioritària de les frases nominals.

La investigació realitzada per Ramspostt i Silvestre a Espanya sobre el text narratiu en alumnes d'EGB, va trobar que el context condicionava de manera important l'estructura del text que elaboraven<sup>8</sup>.

---

<sup>8</sup> Silvestre, N. (1988)

### **3.MARC TEÒRIC I REFERENCIAL**

...



### 3.1. Introducció

3.2. Estat actual dels estudis d'aprenentatge de les matemàtiques amb nens sords.

3.2.1 Aspectes psicològics relacionats amb les matemàtiques.

3.2.2. Estudis específics sobre algunes qüestions i habilitats matemàtiques.

3.2.3. Estudis del paper del llenguatge que està involucrat en l'aprenentatge de les matemàtiques.

3.2.4. Estudis dels efectes de la integració dels nens sords en l'escolarització ordinària en l'aula de matemàtiques.

## **2.1. INTRODUCCIÓ.**

La majoria de les investigacions sobre les persones amb dèficits auditius i concretament amb nens, han girat bàsicament entorn a dos aspectes: els coneixements de les seves capacitats cognitives i les seves competències lingüístiques, així com el seu millorament. Les causes per què hagi estat així han estat, per una banda, conèixer les repercussions que pogués tenir el dèficit auditiu amb el desenvolupament cognitiu i per l'altra, la recerca de mètodes lingüístics que garantissin un bon mitjà de comunicació per una plena integració en un món d'oients.

La preocupació pel coneixement de les habilitats i el talent matemàtic dels nens sords s'ha plantejat com una qüestió relativament recent; es pot fixar el seu inici a partir de la dècada dels anys seixanta. En moltes ocasions les proves matemàtiques han format part d'investigacions psicològiques, com una de les millors formes per posar de manifest la capacitat de raonament lògic (sobre tot a partir de la teoria de Jean Piaget) i la capacitat de pensament abstracte de les persones amb dèficits auditius. Dins d'aquest contexte trobem els treballs de Suppes de 1974, i els de Wood i col.laboradors dels anys 1981 i 1984, que han utilitzat els tests matemàtics, en els quals el llenguatge estava minimitzat, per posar de relleu que les seves capacitats per resoldre qüestions matemàtiques eren similars a les dels oients. No obstant això, com podrem veure àmpliament en la revisió dels treballs de recerca en matemàtiques i nens sords, un nombre significatiu de nens sords mostren retards que oscil·len entre un any i tres anys respecte dels companys oients de la mateixa edat. És important senyalar la variabilitat de resultats que mostren els nens sords en aquests tipus de proves, ja que no es pot considerar la població de persones sordes com un tot homogeni sinó que s'han de tenir en compte els factors individuals que encara poden ser més acusats que els dels oients, donat que a

---

més dels factors individuals intervenen també els diferents nivells del dèficit, encara que les dades globals ens poden orientar sobre les seves dificultats. Aquestes dades no són suficients per afirmar amb claretat que hi hagi correlació entre la sordesa i l'habilitat matemàtica (quan el llenguatge està minimitzat) o bé que aquesta sigui un factor més entre d'altres com són: els educacionals, els comunicatius, etc, que afecten aquesta població. Per aquests motius Wood i col.laboradors posen de relleu la necessitat de seguir investigant en aquest sentit.

La revisió bibliogràfica dels estudis matemàtics en nens sords versen gairebé tots sobre qüestions aritmètiques. Són pocs els treballs realitzats sobre conceptes o habilitats geomètriques amb nens sords. El més rellevant és el que va fer Marchesi sobre les capacitats d'organització de l'espai des d'una orientació piagetiana. També hem de citar el realitzat per nosaltres mateixos en la recerca exploratòria sobre la importància del llenguatge escrit en l'aprenentatge de la geometria del any 1991<sup>1</sup>

Les causes d'aquesta mancança d'estudis en aquesta branca de les matemàtiques poden ser explicades per múltiples raons: el poc nombre de treballs en aquest camp en general, l'ampli debat que es va portar a terme durant els anys seixanta sobre la conveniència de l'ensenyament euclidià de la geometria en els nivells bàsics, la coincidència en el temps de l'algebratització de la geometria en l'educació matemàtica com a conseqüència de la implantació de l'anomenada matemàtica moderna, i sobre tot la importància que en la vida diària s'otorga a l'aritmètica sobre la geometria, com diu l'informe (Cockcroft, 1985, pàg. 1): "Per molts es veu en terminis dels coneixements aritmètics que són necessaris a casa, l'oficina o el taller..." referits a les utilitats de la matemàtica.

---

<sup>1</sup> El qual va ser presentat al 1er Congrés Internacional de Psicologia de l'Educació celebrat a Madrid el 1991.

Si analitzen quines són les principals dificultats que assenyalen els professors de matemàtiques dels nens sords en el seu aprenentatge, les atribueixen en general al llenguatge: desconeixement del lèxic, dificultats en la comprensió de conceptes, definicions, i sobre tot la resolució de problemes <sup>2</sup>.

És molt difícil, amb les dades que disposem en aquests moments i sense saber amb més precisió quines són aquestes dificultats, emprendre una didàctica de l'ensenyament de les matemàtiques per alumnes sords que pugui tenir certes garanties d'èxit si previament no s'ha averiguat la influència del paper que juga el llenguatge amb l'aprenentatge de les matemàtiques amb els nens sords. En l'actualitat disposem de dades importants sobre la importància del llenguatge amb els nens oients, però no succeix el mateix amb els nens sords. En els últims anys s'han fet algunes propostes educatives, com són les dels professors Sachs i Bishop per treballar el llenguatge amb alumnes sords, però encara no disposem dels resultats de les mateixes.

---

<sup>2</sup> Dades estretes de l'enquesta passada al professors de les escoles amb infants integrats en la recerca exploratoria.

### **3.2. ESTAT ACTUAL DE LA QÜESTIÓ DELS ESTUDIS D'APRENTATGE DE LES MATEMÀTIQUES AMB INFANTS SORDS.**

Hem pogut veure que en el camp de la psicologia i del llenguatge amb nens sords existeix una àmplia bibliografia, però no succeix el mateix en el camp de les matemàtiques.

Els estudis de recerca que disposem en l'actualitat sobre matemàtiques amb infants sords és reduïda i la seva procedència és molt variada.

Per una millor claretat d'exposició s'han agrupat els treballs de recerca d'acord a quatre criteris:

- I. Aspectes psicològics relacionats amb les matemàtiques.
- II. Estudis específics sobre algunes qüestions i habilitats matemàtiques.
- III. Estudis del paper del llenguatge que està involucrat en l'aprenentatge de les matemàtiques.
- IV. Estudis dels efectes de la integració dels nens sords en l'escolarització normal en l'aula de matemàtiques.

#### **3.2.1. Aspectes psicològics relacionats amb les matemàtiques.**

Moltes investigacions procedents del camp de la psicologia han inclòs tasques matemàtiques per posar en evidència la capacitat de raonament abstracte de les persones sordes. També varies d'aquestes recerques han

---

tractat qüestions cognitives de raonament lògic que estan directament implicades en l'aprenentatge de les matemàtiques.

Entre aquestes investigacions hem de resaltar la ja citada de Furth (1966) als Estats Units. En aquesta àmplia investigació estudia, en primer lloc, el coneixement de tres classes de conceptes bàsics: identitat, simetria i oposició. Per avaluar aquests conceptes va utilitzar un material adaptat dels tests no verbals de N. Levy. Els resultats obtinguts pels sords no van mostrar diferències significatives respecte als oients, excepte en el concepte d'oposició. L'avaluació d'aquests resultats porta a Furth a creure que si en els conceptes d'identitat i simetria no influeix els factors lingüístics, en el cas del concepte d'oposició podia haver influït el coneixement lingüístic del terme, doncs els nens oients ja l'utilitzen als sis anys d'edat, però aquest fet no implicaria necessàriament que la influència del llenguatge intervingués en tots el conceptes.

També en aquesta recerca, Furth investiga les capacitats de conservació del pes i dels líquids en els infants sords, per tal de contrastar els resultats obtinguts per Oleron i Herren, (1961). Va fer una sèrie d'adaptacions lingüístiques per poder ser millor compreses les instruccions que comporta aquesta prova pels sords. Els resultats que va trobar van mostrar que els sords tenien retards significatius respecte els oients. A Espanya Marchesi (1978) també va realitzar aquesta prova coincidint amb els resultats de Furth, encara que difereix en els marges de retard. Les diferències trobades pels diferents investigadors en aquesta prova, són degudes a ( segons Marchesi, 1987, pàg.50 ):

*“el procedimiento experimental utilizado, la comprensión de las instrucciones o del nivel lingüístico, cognitivo y educacional de los sujetos sordos estudiados”.*

Un altre aspecte estudiat per Furth va ser l'utilització de les classificacions lògiques i el descobriment i la utilització dels símbols lògics elementals (i per la conjunció, - per la negació i "o" per la disjunció exclusiva) en una població d'adolescents sords. Els resultats d'aquestes proves mostren que els sords tenen més dificultats en el descobriment, però una vegada coneixen el seu significat, els utilitzen com els oients. Els resultats d'aquestes proves porten a Furth a concloure que el sord adult està capacitat per la comprensió de les operacions lògiques.

En una revisió dels seus treballs, Furth (1971) exposa que la veritable qüestió en les persones sordes és la funció del llenguatge en la formació dels conceptes i suggereix que els sords tenen un llenguatge intern per fer aproximacions als processos cognitius.

Posteriorment, Suppes (1974) rebut les proves que va realitzar Furth sobre el raonament lògic, ja que les va considerar extremadament elementals i considera que proves més complexes d'inferències que poden fer nens oients de 6 i 7 anys d'edat, són difícils de demostrar en un context no verbal.

Des de la perspectiva psicològica, Suppes realitza també en el curs escolar 1970-71 una àmplia investigació als Estats Units a l'Institut de Stanford. En aquesta recerca, Suppes inclueix un apartat sobre les habilitats aritmètiques que tenen els sords respecte als oients. L'objectiu d'aquest treball era obtenir dades que servissin per la confecció d'un programa d'ajuda assistida per ordinador per l'aprenentatge de qüestions aritmètiques. Per la seva confecció va utilitzar tres llibres de textos estandaritzats sobre la base d'un currículum aritmètic elemental. Cada lliçó presentava 14 fileres bàsiques d'habilitats i en cada una d'elles s'agrupaven exercicis semblants en els que anava augmentant el grau de dificultat. La resolució d'aquestes tasques era individual, i havien de començar pels nivells més elementals independentment

---

de la seva edat cronològica. Els resultats més rellevants d'aquesta recerca mostren que el grau de dificultat de la resolució d'un exercici de suma vertical és el mateix pels sords que per els oients i que la resolució dels algorismes de les fraccions i el nivell conceptual implicats en les mateixes són també similars, inclús una mica millor els sords. No obstant això, s'ha de tenir en compte que més de la meitat de la població d'oients, per ser comparada amb els sords, va ser escollida en els districtes pobres dels Estats Units i per tant aquest factor pot haver-hi influït en els baixos nivells educatius i culturals d'aquesta població d'oients.

Un altre recerca rellevant sobre la representació espacial de les persones sordes és la que ja citada de Marchesi (1978), des d'una orientació piagetiana. Els objectius que es proposa aquest autor són conèixer el pas d'una perspectiva egocèntrica a una perspectiva descentrada i coordinada; i les repercussions d'aquest canvi en les relacions socials dels infants sords.

Per avaluar les proves de llocs topogràfics i la relació en perspectives, va utilitzar uns materials adaptats de Laurendau i Pinard (1968) dels materials originals de Piaget i Inhelder (1948).

A la primera prova de localització dels llocs topogràfics va utilitzar dos cartrons sobre els quals hi ha representats un camí i una via de tren que es creuen, dividint el rectangle en quatre regions de formes diferents, en els quals si col.loquen cinc cases diferents per la forma i el color. La prova consisteix en que l'examinador té un cartró i un nino que el col.loca en un lloc determinat del seu plano, llavors el nen que està sentat davant seu també ha de posar el seu nino en el mateix lloc. Aquesta prova té 12 ítems, una vegada finalitzada la primera part, és gira el cartró i col.loca el nino en els mateixos 12 llocs anteriors però en ordre diferent.



Els resultats que va obtenir Marchesi de la primera part de prova van ser similars per els sords i els oients més petits i la segona part s'aprecien diferències que oscil·len aproximadament entre un any i mig i tres anys respecte als oients.

La prova de la "Posta en relació de perspectives" consta del següent material un cartró dividit en quatre parts iguals per dues tires fines, en el qual es situen tres cons de paper que representen muntanyes o botigues. Aquesta prova té dues parts com l'anterior, en la primera l'examinador col·loca un nino en diferents posicions i el nen ha de trobar entre cinc tarjetes diferents la que correspon a la perspectiva que va obtenir el nino.

La segona part de la prova és el cas invers, donada la tarjeta el nen ha de posar el nino en la posició corresponent.

Els resultats que va obtenir Marchesi van ser els següents (Marchesi, 1987, pàg. 54):

*"Los datos obtenidos en ambas pruebas indican que el desarrollo de la representación espacial en los niños sordos atraviesa las mismas etapas que en los niños oyentes." (encara que es manté un desfaseament a favor de l'oient).*

Les conclusions dels resultats de les dues proves porten a Marchesi a concloure que (Marchesi, 1987, pàg. 54):

*"Cuando a través de puntos de referencia topológicas es posible resolver los problemas propuestos, el niño sordo de cinco años los ejecuta correctamente, como sucede en la primera parte de la prueba "Localización de los lugares topográficos". Sin embargo, cuando el*

---

*niño ha de poner en juego relaciones de tipo proyectivo o euclídiano, como en la segunda parte de esta prueba o en la prueba siguiente, el niño sordo fracasa en esta edad”*

Sukhova (1985) va fer un estudi sobre l'adquisició del concepte nombre amb alumnes sords de pre-escolar i els primers nivells de l'ensenyament primari. Els resultats van mostrar que els tipus d'errors eren comparables als que fan els oients en aquest aprenentatge durant aquest període.

### **3.2.2. Estudis específics sobre algunes qüestions i habilitats matemàtiques.**

En aquest apartat hem de destacar les investigacions realitzades per Hine i Wood i col.laboradors. Hine (1970) va realitzar una investigació sobre els algorismes dels nombres decimals i la resolució de problemes aritmètics amb una població de nens parcialment sords de 7 a 16 anys i va arribar a la conclusió que aquests nens mostraven retards respecte als oients i que aquesta diferència s'acreixentava a mesura que augmentava l'edat i que aquest desfasament es mantenia en la resolució dels problemes aritmètics.

Wood i col.laboradors (1981) van passar a una població majoritària de nens sords i d'oients d'Anglaterra i País de Gal·les, el test de Vernon-Miller anomenat “Graded Arithmetic- Mathematics”, que inclou operacions bàsiques com sumes, restes, multiplicacions, operacions algebràiques i algunes interpretacions de gràfiques. Els motius que van induir a Wood a escollir aquest tipus de prova van ser, en primer lloc, que aquest test ja havia estat passat als Estats Units i per tant era un punt de referència per contrastar els resultats. Un altre avantatge era l'ampli marge d'edat que abastava, doncs tenia dues versions, una pels nens més petits fins als 12 anys i un altre pels més grans. Un tercer aspecte important era la poca rellevància dels factors

---

lingüístics. De les anàlisis d'aquesta prova, Wood va trobar dos resultats importants. El primer d'ells és que el grau de sordesa i per tant l'habilitat lingüística no es correlacionava amb la competència matemàtica i no s'apreciaven diferències importants entre els nens sords escolaritzats en escoles especials (sords profunds) i els nens integrats en escoles ordinàries (sords severes). El segon resultat va ser que tots els sords mostraven unes puntuacions més baixes que els nens oients, presentant un desfament aproximat de tres anys. Les explicacions que van atribuir Wood i el seu equip a aquests fets van ser que no es podia considerar la sordesa com única responsable d'aquest fet, ja que no existia una correlació significativa entre nivells de sordesa i èxit en les proves matemàtiques, no passant el mateix entre habilitats lingüístiques i augment de perdues auditives, per tant les raons s'havien de buscar en altre tipus de factors com són: els educacionals, nivell d'intel·ligència, talent matemàtic, causa de la sordesa i context familiar.

En un segon treball de Wood i col.laboradors publicat l'any 1983 sobre raonament matemàtic i sordesa va plantejar tres hipòtesis:

- No existeix connexió entre la capacitat verbal i el raonament matemàtic, excepte quan els problemes estan formulats en forma lingüística, ja que Conrad (1979) i Kyle (1980) havien demostrat que el cas dels nens sords anaven dels símbols impressos al significat sense la subvocalització ( sense emetre sons).
- Hi ha alguna classe de relació directa entre la competència lingüística verbal i el raonament matemàtic, doncs els símbols i les formes matemàtiques estan codificades de forma verbal. Hi ha autors que senyalen la subvocalització com necessària per dotar a la memòria en les activitats del càlcul.
- Hi ha una implicació directa del llenguatge en tant que el llenguatge oral és

utilitzat per explicar els conceptes matemàtics, així com per atreure l'atenció dels alumnes i el control de la classe. Encara que en teoria els nens sords siguin capaços d'aprendre conceptes matemàtics sense el discurs oral, com que la seva habilitat lingüística és pobre, en aquest cas, encara podrien disminuir més els seus aprenentatges matemàtics.

Les anàlisis d'aquestes tres proposicions enfront als resultats obtinguts en l'estudi de l'any 1981 el van portar a rebutjar les dues primeres hipòtesis, ja que sinó hi hauria una correlació entre la competència matemàtica i els nivells de sordesa, encara que, si bé senyala que els sords profunds estan per sota dels severs en competència matemàtica aquestes diferències són mínimes. Els nens sords van resoldre millor les preguntes en les que hi havia una o dues paraules i que comportaven operacions simples, mentres que els oients en aquest tipus de preguntes van cometre més errors. En canvi els oients van realitzar millor les operacions algebraïques i la interpretació de gràfics; aquests fets mostren, segons Wood, que els nens sords pateixen un retard en l'adquisició matemàtica, però segeixen els mateixos passos que els oients. No hi ha proves sistemàtiques que permetin respondre amb seguretat a la qüestió : tarden més temps els nens sords en aprendre matemàtiques que els oients?. Així doncs, conclou que la deficiència lingüística verbal no és un obstacle insalvable pel desenvolupament de les habilitats matemàtiques.

En un tercer treball dedicat als progressos matemàtics dels nens sords en diferents àmbits educatius, Wood i col.laboradors (1984) van realitzar un segon estudi per profunditzar en el fet de que no havia trobat diferències significatives entre sords severs i profunds. Va agafar una mostra de nens sords integrats en escoles ordinàries (sords severs) i d'altres en escoles especials (sords profunds) i els hi va passar el mateix test. Van trobar que els resultats més alts corresponien als nens sords que assistien a les escoles ordinàries, encara que més baixos que els oients. Va investigar la possible

---

relació entre aquestes dues variables i va concloure que els nens sords profunds produeixen una variabilitat matemàtica més alta que els sords severes. Així, encara que el grau de sordesa pot influir, continua reafirmant-se amb la seva teoria de que la sordesa no és l'únic factor a tenir en compte i torna a citar els factors d'intel·ligència, educacionals, curriculars, etc. Degut a la manca de marc teòric que pugui explicar tots aquest factors, reconeix Wood les limitacions per explicar els baixos rendiments que presenten alguns sords.

Seguint en l'aprofundiment del seu treball de recerca de l'any 1984, Wood i col.laboradors van analitzar els tipus d'errors fets en les proves matemàtiques dels test de Vernon-Miller pels nens sords i els oients i publicà aquests resultats en el llibre "Teaching and talking" (1987). En primer lloc va mirar si coincidien els errors pronosticats pels professors dels nens sords i els resultats i van trobar altes correlacions entre el que ells havien dit i els resultats obtinguts, excepte en les dificultats lingüístiques dels problemes, doncs els van resoldre molt millor del que havien predit. Aquest fet va fer pensar a Wood que potser els nens sords rendirien més en les qüestions matemàtiques amb llenguatge si els professors esperessin més d'ells.

També va analitzar el comportament a l'hora d'emprendre les qüestions més difícils; el resultat va ser similar per les dues poblacions. Les preguntes més difícils solament les van respondre un grup petit de nens sords, però els que ho van fer ho van resoldre correctament. Les errades més altes van ser en els problemes que coneixien les operacions implicades, però havien de fer la traducció matemàtica el mateix que els hi va succeir als oients (Wood, 1987, pàg. 157-158) :

*"Over list contains several wordy problems, and it may be that both deaf and hearing children found them more difficult than they expected because they knew the mathematical operations need for the problem hit*

---

*many could not transform the problem into a workable mathematical format without making errors”.*

La comparació dels errors fets pels nens sords i oients va resultar ser similar, i va mirar si les errades que feien els nens sords eren de menys complexitat que les dels oients. Per poder-ho analitzar amb més precisió va agafar dos subgrups de les dues poblacions anteriors que tinguessin la mateixa puntuació matemàtica i els hi va passar a uns la versió “senior” que era la més difícil i a l’altre grup la “junior”, tant als nens sords com als oients. Els resultats que van trobar en el grup que van resoldre la versió “senior” en ambdós casos, van ser similars, però en l’altre grup que va resoldre la “junior” les puntuacions més altes van ser pels oients, encara que els tipus d’errors eren semblants. Tots aquests resultats van portar a Wood i als seus col.laboradors a concloure que:

- La lògica emprada per resoldre les qüestions matemàtiques és igual que la dels oients
- Les estratègies que fan servir els nens sords per resoldre els problemes matemàtics són del mateix tipus que les dels oients, però el seu progrés en general és més lent. Wood reconeix doncs, que coincideix amb les tesis de Furth, però mentres aquest posa l’èmfasis en que aquests retards són deguts a la manca d’experiències vivencials, el segon els situa en base al nivell social i a les dificultats comunicatives, per això diu (Wood, 1987, pàg. 162):

*“ The deaf child may no reason about mathematics in words, but he must acquire the concepts, procedures and symbols of mathematical processes through communication”.*

Serrano (1993) va evaluar, mitjançant dues proves, l’habilitat dels nens

---

sords profunds prelocutius, amb edats compreses de 9 a 12 any l'utilització dels nombres naturals d'una sola xifra. La primera prova va consistir en completar operacions de suma i resta, en expressions del tipus  $a+b=?$ ;  $a+?=c$ ;  $a-?=c$ ;  $?+b=c$ ;  $?-b=c$ . La segona prova es va basar en l'estudi de la combinació de nombres naturals en algunes triades de suma i resta. Els resultats més rellevants van ser els següents: en la primera prova els alumnes sords no van tenir dificultats en trobar el nombre que mancava, mentres que la en la segona prova un 66% dels estudiants sords no van trobar la triada correcta quan es tractava d'efectuar l'operació de subtracció. Un dels possibles factors que va atribuir la investigadora a aquest segon resultat, va ser la poca relació que s'estableix entre les dues operacions.

### **3.2.3. Estudis del paper del llenguatge que està involucrat en l'aprenentatge de les matemàtiques.**

En els darrers anys s'ha desvetllat un gran interès per trobar les relacions entre el llenguatge i l'educació matemàtica i les seves implicacions en el seu ensenyament. Aquest fet és especialment important en el cas dels estudiants sords, així com la progressiva incorporació de l'ús d'aparells tecnològics (calculadores i ordinadors) per ajudar aquests alumnes en el seu ensenyament i aprenentatge matemàtic.

Però no sempre, els professors de matemàtiques dels nens sords s'han adonat de la relació que hi ha entre el llenguatge i el seu ensenyament-aprenentatge. Aquest fet el van posar de relleu Watts i Phil en l'article que van publicar l'any 1979 sobre els resultats d'una enquesta que van passar a una majoria de professors de matemàtiques de nens sords en la que manifestaven la seva creença de que era possible el seu ensenyament pràcticament sense llenguatge, no veint el paper d'aquest en la formació de conceptes ni els

efectes de la comunicació en el procés de la simbolització.

Degut a que no es disposava d'estudis sobre el coneixement i les habilitats matemàtiques relacionades amb la llengua escrita que tenen els sords profunds, ens vam proposar en la recerca exploratòria, a investigar qüestions matemàtiques relacionades amb el llenguatge, sobre tot les de caràcter geomètric, poc estudiades fins aleshores i que tenen l'interès de que els seus conceptes són més intuitius que els algebraïc Rosich (1989).

Els objectius generals que es van plantejar van ser els següents:

- a) El grau de relació entre les proves cognitives i algunes proves en les que intervenen coneixements i habilitats matemàtiques.
- b) El nivell de generalització de vocabulari elemental geomètric al món real.
- c) El grau de concordància entre la definició d'una figura geomètrica i el seu reconeixement entre d'altres similars.
- d) L'elaboració d'enunciats de problemes aritmètics a partir de la seva expressió formal.
- e) Resolució d'un problema aritmètic senzill de la mateixa estructura que l'anterior a partir del seu enunciat escrit.
- f) La relació entre l'habilitat per resoldre proves matemàtiques i les condicions didàctiques que han tingut els alumnes.

Les proves que es van elaborar per avaluar les nocions bàsiques i les habilitats matemàtiques van ser les següents:



i) Prova del lèxic bàsic de geometria i la seva identificació amb el món real.

Aquesta prova constava de dues parts: en la primera d'elles s'havia de dibuixar al costat de cada paraula la figura geomètrica corresponent (vuit figures en el pla i sis en l'espai) i la segona part de la prova es tractava de reconèixer aquestes mateixes figures amb objectes del món real. L'objectiu d'aquesta prova era determinar quines eren les paraules que coneixien i veure si els nens les relacionaven amb la forma dels objectes del seu entorn.

ii) Prova de les definicions geomètriques i el seu reconeixement en el paper.

Aquesta prova també constava de dues parts, en la primera se'ls hi demanava que expliquessin (definissin) per escrit, què és un triangle isòsceles i un rombe, i en la segona el seu reconeixement. Per realitzar el reconeixement se'ls hi proporcionava un conjunt de triangles de diferents tipus i en el cas dels rombes, el conjunt estava format per varis quadrilàters, tots ells col·locats en diferents posicions. L'objectiu d'aquesta prova va ser el de contrastar l'explicació que ells donaven i les corresponents representacions.

iii) Prova del tangram simplificat.

Aquesta prova era manipulativa i es va utilitzar un tangram simplificat (format per tres peçes: un quadrat i dos triangles isòsceles iguals), amb els que havia de construir: un quadrat (solament amb els dos triangles), un paral·lelogram, i un trapezi isòsceles (amb les tres peçes). Amb aquesta prova es pretenien els següents objectius: 1) coneixement del lèxic; 2) el grau de dificultat de la construcció de la figura; 3) habilitat i reflexió en la construcció.

iv) Confecció de l'enunciat d'un problema a partir d'una expressió aritmètica donada.

En aquesta prova se'ls demanava que elaboressin l'enunciat del problema a partir d'un producte amb decimals. L'objectiu que es plantejava aquesta prova era averiguar com elaboren l'enunciat els adolescents sords i si aquests

eren comparables al dels seus companys oients.

v) Resolució d'un problema aritmètic semblant a l'anterior donat l'enunciat.

En aquesta prova se'ls demanava la resolució d'un problema del mateix tipus d'estructura que en la prova anterior a partir del seu enunciat i una vegada resolt havien d'explicar el procés que havien seguit per escrit. Per facilitar aquesta explicació se'ls demanava que pensessin en un company que tenia dificultats per trobar la solució, poguent utilitzar dibuixos si ells ho creien convenient. L'objectiu era conèixer quins eren els camins que ells utilitzaven per resoldre el problema que se'ls plantejava i si eren similars als dels seus companys oients.

La població escollida per l'estudi va complir dues condicions: ser sords profunds i no tenir altres deficiències associades a la sordesa. Les edats compreses eren entre els 12 i els 17 anys. Amb aquestes condicions, la població va quedar constituïda per 23 adolescents sords integrats en escoles públiques o privades concertades. També van formar part de l'estudi el mateix nombre d'adolescents oients companys de classe dels alumnes sords.

Els resultats d'aquest estudi van ser els següents: en la comparació de les dades entre els adolescents sords amb els seus companys oients en la prova de l'expressió gràfica en el paper del lèxic de geometria plana vam observar que les figures que millor s'havien representat eren les mateixes: triangles, quadrats, rombes i rectangles amb un lleuger percentatge a favor dels oients. També van coincidir els resultats en les figures que menys van saber representar; trapecis, pentàgons i octògons, mantenint-se els percentatges a favor dels oients. Entre les possibles causes que poden explicar aquests resultats està el fet de que són les figures més conegudes per ells per haver intervingut en les activitats escolars habituals.

En canvi, les diferències més acusades es donen en la representagràfica dels cossos geomètrics tridimensionals, donat que els nois sords en conjunt estan molt per sota dels resultats obtinguts pels seus companys oients. Els resultats que van obtenir en l'associació d'aquestes figures tridimensionals amb objectes del seu entorn, van ser que menys de la meitat dels nois sords van saber donar una resposta a la pregunta, però els que si ho han fer ho van resoldre correctament. Pels resultats obtinguts sembla indicar-nos que la minoria d'adolescents sords que van contestar correctament havien realitzat un aprenentatge geomètric que havia estat relacionat en el context de la realitat.

En la prova de les definicions del triangle isòsceles el fet més significatiu va ser que quasi la meitat de nens sords no van respondre a la pregunta, en canvi, la majoria si que van realitzar el reconeixement. Una possible explicació és que la majoria d'adolescents sords no estan acostumats, segons l'opinió d'alguns professors, a resoldre aquest tipus de prova i no saben com ho han de fer. En canvi la majoria d'oients responen a la pregunta, però fan moltes errades.

En la definició del rombe, la majoria d'adolescents sords i oients tampoc responen a la pregunta, encara que hi ha tres nens sords que sí que ho fan correctament. Creiem que una possible explicació de perquè ho fan correctament aquests nens, potser degut en part, a que són aquests mateixos estudiants sords que resolen correctament les proves de lèxic i tenen un coneixement més alt del llenguatge en general que els altres sords.

En la prova d'elaboració de l'enunciat d'un problema aritmètic donada l'operació, s'ha observat comparant els resultats entre els sords i oients, que es donen similituds entre els següents factors analitzats: el nombre de nens que ha contestat a la pregunta ha estat el mateix, la col.locació de la pregunta al final del problema també ha coincidit i el temps verbal més utilitzat va ser el

present. Els fets que poden explicar aquestes coincidències poden ser la similitud d'ensenyament rebut i/o l'estructura més usual utilitzada pels llibres de text.

Les diferències trobades les hem classificat en tres grans grups: les de correcció de l'enunciat, les d'estructura matemàtica utilitzada i les referents al vocabulari i la seva utilització. Els joves oients han obtingut un percentatge superior en la correcció dels enunciats que els sords, la qual cosa indica que els sords tenen més dificultats en les destreses lingüístiques.

També s'han evidenciat aquestes dificultats en l'utilització de l'estructura matemàtica, ja que la totalitat dels oients han utilitzat el producte enfront a un terç dels sords, influits segurament pel retard en l'adquisició del càlcul (memorització de les taules de multiplicar, reversibilitat de les operacions, etc) com senyala l'estudi d'Hine (1970).

Respecte al vocabulari es va posar de relleu el major nombre de paraules utilitzades pels oients, tant en la quantitat com en la riquesa del contingut semàntic. Pel que fa referència al seu ús, els tipus d'oracions més utilitzades pels sords van ser les coordinades i en el cas dels oients les condicionals. Aquestes deficiències en el nivell del llenguatge col.loca als nens sords en una situació d'inferioritat respecte als oients en aquells problemes on el llenguatge juga un paper important.

Les dades obtingudes en la resolució del problema donat l'enunciat, van mostrar que tant els sords com els oients els va resultar molt més fàcil ja que la majoria el van resoldre correctament. Les diferències més grans es van trobar en el tipus d'explicacions que van donar de la forma com havien arribat a la solució; aproximadament la meitat dels sords van optar pel dibuix enfront al 70 % dels oients que van preferir l'explicació escrita.

També volem mencionar la sorpresa que van manifestar alguns professors i logopedes que van estar presents en la resolució de les proves, al veure que els sords realitzaven determinades qüestions que ells pensaven que no les podrien resoldre, estant d'acord en aquest punt amb la tesis de Wood segons la qual els nens sords poden rendir més del que pensen determinats professors.

Dintre d'aquest àmbit troben el treball encara no publicat de Barham i Bishop que ens ha estat amablement cedit pels autors. En aquest article tracten, entre varis aspectes, el coneixement insuficient de vocabulari específic comparat amb els oients i la confusió de paraules que s'assemblen per la seva pronunciació en aquells nens sords que utilitzen la lectura labial. També tracten les dificultats que tenen els nens amb dèficits auditius en el diferent significat que prenen moltes paraules segons sigui el contexte i que ells no han assolit per problemes comunicatius. Recullen les conclusions del treball de Silverman-Dresner i Guilfoyle (1972) en el que es posa al descobert que moltes paraules que tenen una significació matemàtica, com "si", "més", "perquè", etc no són conegudes per una gran majoria de sords. Enfront a totes aquestes dificultats, ells proposen l'ús de l'ordinador com un bon mitjà per: centrar la seva atenció i no haver d'estar pendents de tot el que passa en l'aula, per aprendre una motivació per la realització de les tasques, a més de les possibilitats que aquests ofereixen d'una graduació de nivells per les activitats segons els seus nivells. Els autors veuen l'ús de l'ordinador com un instrument per generar activitats que ajudin a reflexionar als nens i com un col.laborador eficaç pel professor pel desenvolupament del llenguatge en els nens sords.

En la disertació del professor Sachs en el darrer Congrés Internacional d'Educació per sords celebrat a Rochester als Estats Units (1990) sobre "Educació matemàtica en estudiants sords", va exposar les principals línies de recerca i mètodes de treball sobre llenguatge i matemàtiques, i la incorporació

---

de noves tecnologies, que s'està portant a terme a "l'Institut Nacional de tecnologia de sords". Per ells les dificultats de llenguatge que tenen els alumnes sords en l'estudi de la matemàtica, poden ser similars als estudiants d'altres països que tenen una llengua nativa que no és l'anglès però fan l'aprenentatge de la matemàtica en aquesta llengua. Mentre que aquests professors i alumnes comparteixen una mateixa llengua, sistemes culturals i de raonament, en el cas dels alumnes sords hi ha moltes qüestions per resoldre, per exemple: quina és la llengua vernacle que s'ha de considerar en el cas dels sords (llenguatge oral o llenguatge signat) i com l'han d'emprar els professors en l'educació matemàtica. Dintre de les principals línies adoptades pel millorament dels aspectes del llenguatge en relació a les matemàtiques trobem l'utilització de l'escriptura en l'aula, a més de la incorporació de calculadores i ordinadors de funcions més complexos per ajudar a la comprensió de conceptes tals com resolució de gràfics, etc.

Una altra aportació important en el mateix Congrés de Rochester va ser la comunicació feta pel professor Goodstein, director dels cursos d'estiu de la Universitat Gallaudet de Washington, sobre "L'ensenyament matemàtic i resolució de problemes per nens sords i durs d'oïda", en la qual van exposar les observacions fetes en l'aula de matemàtiques. Les interaccions entre alumne/alumne i professor/alumnes són molt minses. La majoria de treballs que fan els nens són de forma individual i amb poques discussions amb els professors. Les referides a l'aprenentatge són les següents: s'utilitzen poques habilitats d'estimació, es fan moltes memoritzacions de conceptes i tenen habilitats pobres de llenguatge signat. Per tal de paliar tots aquests problemes van recomenar augmentar les interaccions entre els alumnes i entre aquests i el professor, incrementar les discussions a nivell de grup, capacitar intèrprets de llenguatge en aquesta disciplina i agafar la resolució de problemes com eix central per l'adquisició de coneixements

### **3.2.4. Estudis dels efectes de la integració dels nens sords en l'escolarització ordinària en l'aula de matemàtiques.**

En aquest apartat trobem els treballs de Kluvin i Moores (1985) als Estats Units sobre els efectes de la integració en l'aprenentatge de les matemàtiques.

Les anàlisis dels primers resultats de la integració en aquest país, no van produir en principi cotes més altes d'aprenentatge de les matemàtiques, encara que s'ha de tenir en compte que quan es va realitzar aquest estudi, la integració era un fet recent. Les possibles explicacions que van donar sobre aquest resultat van ser la manca d'experiència dels professors i les dificultats de tenir un traductor de llenguatge signat (llenguatge gestual) en l'aula. Tots aquests condicionants podien influir en el rendiment de l'aprenentatge de les matemàtiques, encara que reconeixien que les expectatives eren elevades per la igualtat de currículums escolars i les tasques que havien de realitzar eren les mateixes que els oients, però creien necessari el suport d'un professor en aquesta disciplina per millorar el seu aprenentatge.

## **4. EL MODEL DE VAN HIELE**





#### 4.1. Introducció

#### 4.2. Presentació del model.

#### 4.3. Característiques del model.

##### 4.3.1. Els nivells de pensament.

##### 4.3.2. Anàlisi i conseqüències de la teoria de Van Hiele.

##### 4.3.3. El paper dels símbols en els nivells de pensament.

##### 4.3.4. El paper del llenguatge en el model.

#### 4.4. Treballs sobre el model Van Hiele.

##### 4.4.1. Els treballs sobre el model en les escoles de l'Unió Soviètica.

##### 4.4.2. Els treballs sobre el model en les escoles d'Estats Units.

##### 4.4.3. Els treballs sobre el model en les escoles d'Espanya.

#### 4.5. Justificació de l'elecció del model per l'estudi.

#### **4.1. INTRODUCCIÓ.**

La Geometria és, sens dubte, la ciència més antiga de la humanitat. Ha estat la primera de les ciències construïda per l'home, amb diferència de milers d'anys amb les altres ciències. No obstant això, el seu lloc en el currículum escolar ha estat ampliament debatut en les darreres dècades donant postures contradictòries. Trobem des de les que han proposat un ensenyament formalista, fins les que han cregut com Freudenthal (1973), el qual pensava que ha estat precisament aquesta postura l'ha portat al fracàs del seu aprenentatge, ja que al mostrar-la com un sistema deductiu perfecte, no té cabuda la "reinvenció" del que apren, sent viscut aquest fet per als alumnes com una ciència imposada per al professor.

Sintonitzant amb aquesta línia trobem la teoria sobre el procés d'ensenyament-aprenentatge dels Van Hiele. Si bé les teories sobre aquest model daten dels inicis dels anys cinquanta, no s'han extès les investigacions i posta en pràctica a la majoria de països, exceptuant Holanda i l'antiga Unió Soviètica, fins la dècada dels anys vuitanta.

Les raons que ens han portat a escollir-lo com a marc teòric per a la nostra investigació són fonamentalment tres: la importància que dóna als raonaments que fan els alumnes sobre els coneixements geomètrics, la progressiva seqüenciació dels conceptes geomètrics des dels nivells més elementals (visuals) fins els més elevats i el paper rellevant del llenguatge en la construcció d'aquets coneixements.

Les diverses recerques sobre matemàtiques amb infants sords que hem exposat en el capítol anterior, conjuntament amb el model teòric dels Van Hiele constituïran el marc teòric de la nostra tesis.

Exposarem a continuació de forma detallada les principals característiques d'aquest model. També explicarem les principals recerques portades a terme sobre aquest mateix enfocament realitzades a diferents països.

## **4.2. PRESENTACIÓ DEL MODEL.**

Pierre Marie i Dina Van Hiele van elaborar un marc teòric sobre els nivells de pensament i aprenentatge de les matemàtiques, que van presentar l'any 1957 quan van exposar les seves tesis doctorals a la Universitat d' Utrech.

El model surgeix com a resposta de les inquietuts que els produïa la incomprensió o manca d'entesa a l'hora d'ensenyar les matemàtiques als seus alumnes d'ensenyament mitjà, quan aquests tractaven d'aplicar els nous conceptes explicats en contextes diferents dels utilitzats anteriorment, així ho explica Van Hiele (1986, pàg.39):

*“ When I began my career as a teacher of mathematics, I very soon realized that it was a difficult profession. There were parts of the subject matter that I could explain and explain, and still the pupils would not understand. I could see that they really tried, but they did not succeed. Especially in the beginning of geometry, when very simple things had to be proved, I could see they did their utmost, but the subject matter seemed to be too difficult”.*

Les primeres manifestacions sobre la seva teoria les trobem en la conferència que va donar Pierre<sup>1</sup> a l'any 1954 a la ciutat de Koning sobre “ Alguns problemes en les didàctiques de les Ciències Naturals, especialment en la Química “<sup>2</sup> . En aquesta disertació mostra les influències de dos grans psicòlegs: de Van Parreren i de Piaget que seràn fonamentals pel desenvolupament de la seva teoria.

---

<sup>1</sup> Dina Van Hiele va morir molt aviat i el seu marit va continuar el treball que havien començat conjuntament, encara que Dina es va dedicar més sobre les teories d'aprenentatge i Pierre a l'estructura de pensament.

<sup>2</sup> Van Hiele, P. (1986) en Structure and Insight.

Van Hiele havia llegit els escrits originals que li havia facilitat el propi Piaget sobre “ El desenvolupament del nombre “ i del qual va deduir, igual que d’altres professors, que Piaget es fonamentava més sobre el desenvolupament humà per passar d’una etapa a una altra, que no pas en els factors d’aprenentatge.

Les diferències que posa de manifest Van Hiele respecte a la teoria de Piaget són les següents :

- La teoria psicològica de Piaget és basa en el desenvolupament i no en l’aprenentatge, per tant Van Hiele veu la seva actuació en aquest camp i es planteja com podrà estimular als seus alumnes per passar d’un nivell al següent mitjançant l’aprenentatge.
- Van Hiele creu que cal considerar més nivells en la gènesis de les nocions geomètriques que les va descriure en Piaget.
- La teoria de Piaget no resalta suficientment el paper del llenguatge en el pas dels diferents nivells ja que es basa també amb les accions, però la correcció de les mateixes no significa per Van Hiele el grau de pensament.
- La teoria de Piaget presenta el desenvolupament humà en la direcció de certs conceptes teòrics , mentres que Van Hiele pensa que aquests evolucionen amb el temps ja que són fruit d’un procés d’aprenentatge .
- La teoria de Piaget no explica la relació de les estructures entre els diferents nivells (del nivell més baix fins al més alt). En canvi per Van Hiele hi ha una relació important entre aquests, ja que solament es poden assolir els nivells més alts si s’han après prèviament els primers .També hi ha una altra diferència important en la graduació dels nivells, ja que per Piaget el nivell més alt és el

---

primer, perquè és la dotació amb la qual neixem, mentre que per Van Hiele és a la inversa ja que és el resultat d'un aprenentatge.

- En la teoria de Piaget l'estructura lògica-matemàtica defineix tota l'estructura, mentre que en el model de Van Hiele l'estructura matemàtica s'interrelaciona en l'estructura general, i el funcionament d'aquesta ve guiada per unes certes lleis generals.

Van Hiele reconeix que malgrat aquestes diferències que ell ja posa de manifest en els seus primers escrits, la teoria de Piaget li va portar a donar-se compte de l'existència de les estructures dels nivells de pensament, a més d'una concepció global sobre el coneixement del nen, doncs els estudis que s'havien fet fins aleshores solament explicaven aspectes puntuals d'aquest coneixement.

L'any 1951 Van Hiele llegeix " Intenció i Autonomia en el procés d'aprenentatge " de Van Parreren<sup>3</sup> el qual va influenciar a Van Hiele a fixar l'atenció en les estructures visuals descrites per els psicòlegs de la Gestalt i la seva relació amb les estructures d'acció.

### **4.3. CARACTERÍSTIQUES DEL MODEL DE VAN HIELE**

Les idees bàsiques sobre les quals es fonamenta el model es poden concretar en quatre punts :

- a) La capacitat de raonament matemàtic és divideix en varis nivells de perfecció.
- b) Els alumnes solament comprendran de veritat les parts de la matemàtica que

---

<sup>3</sup> Van Parreren, C.F.(1951), en Van Hiele, P. (1986)

---

per la seva forma estigui adequada al seu nivell de raonament.

c) Si una relació matemàtica no pot ser expressada d'acord amb el seu nivell de raonament, caldrà esperar que l'alumne l'adquireixi per poder-la ensenyar.

d) Els nivells estan seqüenciats i jerarquitats, per tant, no es pot saltar d'un nivell baix a un altre de més alt, sense passar per als altres intermitjos consecutius, però el que si es pot fer es afavorir l'acceleració del procés mitjançant un ensenyament adequat.

El model dona la seqüenciació del nivells de raonament matemàtic, a més dels camins que s'hauran de recórrer perquè l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques sigui significatiu.

Encara que aquest model data de l'època dels anys cinquanta, no va ser conegut arreu del món (en l'excepció de la Unió Soviètica) fins als anys setanta quan es va donar a conèixer als Estats Units gràcies als treballs de Wirzup de 1974.

Les teories de Van Hiele, han creat un corrent de seguidors arreu del món, que segueixen treballant en el desenvolupament del model. En aquesta línia podem citar els treballs de A.Gutiérrez a Espanya, Senk a Anglaterra o d'altres. També hi ha autors que han treballant quelcom més d'aquest model, cercant nivells de pensament més alts que els donats per l'autor. En la dècada dels vuitanta, hi ha alguns investigadors que han desenvolupat tests matemàtics sobre els nivells de pensament per avaluar el grau de raonament geomètric i a partir d'aquests poder progressar en els coneixements de la matemàtica. En aquesta línia trobem els estudis d'Usiskin (1982) als Estats Units, Smith (1987) a Sud Àfrica i les aportacions d'Usiskin i Senk (1989).



### **4.3.1. Els nivells de pensament en el model.**

L'any 1955 Van Hiele va publicar els fonaments de la seva teoria sobre els nivells de pensament, basats en la reflexió de les dificultats que li plantajeva l'ensenyament-aprenentatge de la geometria en la seva tasca docent. Segons Van Hiele, s'assoleix un nivell de pensament quan un alumne és capaç d'aplicar certes operacions conegudes a noves situacions.

L'estructuració del pensament en nivells té varies conseqüències importants per l'ensenyament de la geometria. En primer lloc, la seva aplicació per al professor és molt difícil per l'adequació que suposa del currículum geomètric al desenvolupament lògic de l'alumne. L'utilització de determinades paraules<sup>4</sup> per part dels alumnes no sempre comporten la comprensió d'aquests conceptes, si aquests no tenen un determinat nivell. En segon lloc, una altra dificultat en la que es troba el professor de matemàtiques, és la de no poder predir en quin moment es produirà la "crisi de pensament" que és la que farà avançar als seus alumnes a un nivell superior de pensament. En tercer lloc, la diversitat dels alumnes farà que en una mateixa classe en un determinat moment es trobin alumnes en diferents graus de nivell de pensament i això comportarà que el professor hagi d'utilitzar dos o més tipus de llenguatge, fet considerat inevitable per Van Hiele.

L'autor reconeix que aquestes consideracions sobre les dificultats del professor de matemàtiques l'ha anat variant amb el transcurs dels anys, ja que també han variat els enfocaments de l'ensenyament de la geometria.

L'aplicació dels nivells de pensament en la geometria no és gens fàcil, per la implicació del pensament humà (van Hiele, 1986, pàg. 41):

---

<sup>4</sup> "Prova", "Premisa", "Conclusió", segons cita Van Hiele (1986).

*“ Tracing of levels of thinking that play a part in geometry is not a simple affairs , for the levels are situated not in the subject matter but in thinking of man “.*

En la primera elaboració del seu model l'any 1955 Van Hiele va establir, com a primer nivell, el que els alumnes eren capaços d'aplicar les propietats de les figures geomètriques conegudes a d'altres noves. Les teories de Van Parreren van fer que Van Hiele revisés el nombre i ordre dels seus nivells de pensament ja que no havia tingut en compte el nivell visual (nivell zero). Degut a la importància d'aquest, el situa en la base del seu model, i el que havia anomenat primer nivell passa a ser el segon nivell, i així successivament.

Van Hiele també té en compte els matisos que fa Van Baalen del seu model, el qual considera que el primer nivell que elaboren les persones en el seu pensament es basa en les experiències viscudes de cada dia i és gràcies a aquestes que prenen les seves decisions<sup>5</sup>. Van Hiele creu que tots els nivells estaran, per tant, supeditats a aquest i consegüent aquest serà el segon nivell.

El tercer nivell de pensament (anomenat així en la nova notació), l'alumne haurà de ser capaç d'operar amb les relacions de les figures geomètriques que ja coneix. En aquest nivell els alumnes podran ser ajudats, però s'haurà de tenir en compte els tipus d'ajuts que rebin, ja que és molt important no evitar la “crisi de pensament“, sense la qual no seria possible seguir progressant en els nivells.

En aquest tercer nivell Van Hiele fa una reflexió metodològica sobre els estils d'ensenyar la geometria, i posa de manifest que hi ha professors que comenten no haver-se trobat gairebé mai en dificultats a l'hora del seu ensenyament. Aquest fet pot tenir dues possibles explicacions: primera, que el professor

<sup>5</sup> ( Van Baalen, 1980-81, pàg. 429 , en Vvan Hiele 1986, pàg. 42 )

---

planteji el seu ensenyament com una memorització de teoremes, axiomes, etc, i sent la seva avaluació una repetició dels conceptes apresos, sense una aplicació dels mateixos; i segona, que el professor faci una reducció dels nivells, i per tant les qüestions que es plantegen als alumnes estiguin per sota de les seves possibilitats, evitant d'aquesta manera la "crisi de pensament", impendint-los arribar a nivells superiors de pensament .

Aquests fets porten a reflexionar a Van Hiele sobre els estils docents i com s'ha de plantejar l'ensenyament de la geometria per tal d'anar progressant en els nivells i com els alumnes poden enfrontar-s'hi i superar la "crisi de pensament".

En el quart nivell de pensament els alumnes han de ser capaços de treballar amb premisses i operar amb relacions, sense ajuts, i han de saber, per tant, fer extensions de teoremes, proves indirectes, etc.

La majoria dels alumnes segons diu Van Hiele, solen assolir els nivells 1, 2 i 3 en els seus aprenentatges escolars bàsics (Primaria, Secundaria i Batxillat), però el quart nivell solament l'adquireixen poques persones, ja que requereix uns estudis superiors.

El paper que juga el llenguatge és fonamental en aquest model i per tant, també haurà de seguir una progressió d'acord amb aquest. Així, en el primer nivell quan es comença a ensenyar la geometria, el llenguatge que s'ha d'utilitzar ha de ser entenedor i proper a l'alumne perquè aquest pugui comprendre el que se li explica. Quan l'alumne ja el domina, el professor haurà d'expressar-se en el llenguatge del segon nivell; llavors els alumnes tindran dificultats, però l'estímul per comprendre al seu professor els farà progressar de nivell. Aquest plantejament també és vàlid pel tercer nivell , però en el quart nivell el professor haurà d'anar en compte d'expressar-se amb el rigor que requereix aquest estadi i no baixar al nivell anterior.

Van Hiele recomana que s'utilitzi la seva teoria per progressar en l'educació matemàtica i que serveixi per millorar l'aprenentatge dels nivells descrits anteriorment (1,2,3 i 4) i no per cercar nivells més alts ( Van Hiele , 1986, pàg. 47 ) :

*“ This is a method to realize one's theoretical lusts, but I would much prefer that a beginning be made on the improvement of education with the aid of the levels of thinking “.*

#### **4.3.2. Anàlisi i conseqüències de la teoria de Van Hiele.**

Per a demostrar l'existència dels nivells de pensament, Van Hiele analitza la discontinuïtat entre els diferents nivells de pensament i com es produeix el pas d'un a l'altre.

En el nivell zero - recordem com s'ha definit abans, és aquell que utilitza els raonaments basats en les seves observacions visuals - les motivacions s'han de fer sobre la cadena visual; no hi ha una explicació raonada de perquè una figura geomètrica té un nom determinat. Van Hiele és basa amb la psicologia de la Gestalt , en contra d'altres opinions com la de Skemp, que creuen veure una abstracció a l'hora de designar els noms dels objectes.

En el moment que es produeixen diferències d'opinió en el perquè els objectes geomètrics tenen diferents noms, llavors és quan els alumnes comencen a analitzar les propietats de les figures. Aquest fet és el que porta als alumnes a la consecució del segon nivell i per tant, el pas del primer nivell al segon no és fruit d'un procés de maduresa, sinó el resultat d'un aprenentatge.

Per passar al tercer nivell seran necessaris els raonaments elaborats en el nivell anterior . En aquest nivell es tornaran a plantejar discrepàncies d'opinió

entre els alumnes i aquests hauran de posar de manifest els conceptes i definicions de les quals parteixen per tal de poder establir unes bases d'entesa i així resoldre les seves diferències.

Tot aquest procés exigeix per part dels alumnes una coherència deductiva important. Per tant, segons tot el que s'ha esmentat abans, es posa en evidència que hi ha una relació jeràrquica entre els nivells, des dels més baixos fins als més alts.

Van Hiele creu que totes les Ciències estan integrades en una estructura general. El fet de que hi hagin pocs nivells pot ser explicat per l'existència de les "estructures coordinades" (globalització de casos particulars). Aquestes es poden presentar, de vegades, de tal manera que es relacionen a un nivell superior. Quan això succeeix el procés d'aprenentatge es frena i sembla que hi torna a haver dos llenguatges diferents. Però a diferència dels anomenats nivells de pensament, aquest fet no implica el pas a un nivell superior, sinó la relació entre estructures. Per tant, el professor haurà de mostrar la línia a seguir que permeti als alumnes superar aquestes dificultats, fent notar les similituds entre l'estructura original i "l'estructura coordinada".

Les estructures teòriques poden ser visualitzades mitjançant l'ajuda d'un sistema de símbols. L'utilització mecànica d'aquests ens indiquen que els alumnes es troben en el segon nivell de raonament, mentre que la interpretació correcta dels símbols mostren un nivell més alt de raonament i així successivament. Encara que s'ha de tenir molt en compte en seguir l'estructura dels nivells i no fer una reducció dels mateixos.

Podem concloure, segons tot el que hem esmentat anteriorment, dient que el model teòric de Van Hiele es concreta en cinc nivells de pensament:

- Nivell zero (Nivell visual): Els nens veuen les figures geomètriques de forma

global, com unitats, sense percebre les seves propietats matemàtiques.

• Segon nivell ( Nivell descriptiu ) : En aquest nivell els alumnes s'han començat a adonar de que les figures geomètriques tenen propietats matemàtiques i les poden descriure, de forma informal, a partir de la seva observació i dels seus elements, però tindran dificultats per relacionar-les amb les altres.

El raonament d'aquest nivell es pot dir que és el principi del raonament "matemàtic", doncs és quan els nens comencen a descobrir i a generalitzar les propietats de les figures geomètriques a partir de les seves observacions i manipulacions, però és limitat ja que les propietats d'una figura no la transfereixen a les altres.

• Tercer nivell ( Nivell teòric): Els alumnes se n'adonen de que les propietats de les figures es dedueixen unes de les altres i són capaços d'ordenar-les correctament segons les seves propietats.

Els estudiants en aquest estadi ja són capaços d'entendre les definicions i comencen a construir-les , discriminant entre la necessitat i la suficiència del conjunt de propietats per arribar al concepte, però encara no veuen la necessitat de les demostracions formals, i per tant de comprendre l'estructura axiomàtica.

• Quart nivell (Lògic formal): A l'arribar a aquest nivell, els alumnes ja comprenen el raonament lògic formal i per tant, ja tenen sentit i utilitat les demostracions com únic mitjà per poder comprobar la veritat d'una formació i són capaços de construir-ne i seguir la seqüència de varies proposicions.

• Cinquè nivell (Rigor): Es el nivell de màxima abstracció i els estudiants tenen la capacitat per comparar els diferents sistemes axiomàtics, poden estudiar les

diferents geometries sense la presència d'un model concret.

Una vegada explicitats els cinc nivells d'aprenentatge de la geometria, Van Hiele exposa també un model coherent del seu ensenyament.

El procés d'ensenyament el desglosa en cinc etapes:

1. La primera etapa és informativa. Es presenten als alumnes les activitats d'aprenentatge donant el vocabulari i les observacions necessàries per poder desenvolupar el seu treball.
2. La segona etapa és la de l'orientació guiada. En la que el professor ensenyarà als seus alumnes el camí que han de seguir en les seves tasques, per tal de que puguin establir relacions en la seqüència dels diferents nivells de coneixement.
3. La tercera etapa es la de l'explicitació. Els alumnes mitjançant el llenguatge es conscienciaran de les relacions que existeixen. Aquesta fase serveix per què els alumnes puguin integrar a les seves estructures les relacions explorades.
4. La quarta etapa és la de l'orientació lliure. A través de feines generals, els alumnes han de trobar el seu propi camí i les poder-les transferir a d'altres situacions diferents a les que han treballat, però similars d'estructures.
5. La cinquena etapa és la de la integració. Els alumnes incorporaran en el seu coneixement tot el que han après de la matèria, formant una cadena de relacions i sent interioritzades en el seu sistema mental de coneixements.

Aquestes cinc etapes són de gran importància per l'ensenyament-aprenentatge de la matemàtica, ja que gràcies a aquest procés els alumnes podran construir noves cadenes de relacions.

Van Hiele pensa, que fins l'etapa d'explicitació els raonaments que faran els alumnes estaran basats en la intuïció, ja que encara no ha acabat el seu procés d'aprenentatge. Aquesta situació seria comparable doncs, amb la segona etapa de Piaget - però Van Hiele segueix remarcant les diferències entre les dues teories. La diferència fonamental seria que Piaget ho relaciona amb l'edat i no amb l'aprenentatge.

La utilització dels nivells de pensament no és important solament per als alumnes, sinó també per als professors, ja que serveix per reflexionar sobre el que estan ensenyant i com ho han de fer. La discussió entre professors i alumnes pot ser molt enriquidora per ambdós, si els professors consideren als seus alumnes com uns oponents que se'ls ha d'escoltar i donar arguments clars que puguin ser debatuts per tots.

Van Hiele fa una comparació entre el seu model i la metodologia tradicional d'ensenyar les matemàtiques que normalment utilitza exemples per complementar les seves explicacions orals amb expressions lingüístiques pobres, pensant que els alumnes, a partir d'aquestes poden extreure'n els conceptes; però amb aquesta pobresa de llenguatge serà molt difícil que els alumnes puguin realitzar els raonaments de forma correcta i per tant, assolir un nivell més alt de pensament.

#### **4.3.3. El paper dels símbols en els nivells de pensament.**

Van Hiele agafa com a referència la concepció dels símbols de Meyerson<sup>6</sup> segons la qual la imatge per si sola pot tenir una significació i llavors esdevenir un símbol. Però no sempre succeeix així, per què sinò no tindrien tanta importància les situacions de la vida diària que també formen part del desenvolupament intel·lectual.

<sup>6</sup> Meyerson, 1932, pàg. 582 en Van Hiele, 1986, pàg. 60-61.



En matemàtiques, les imatges són substituïdes per paraules i aquestes per símbols matemàtics; a mesura que s'avança en les abstraccions aquestes es tornen cada vegada més inexpressables.

La majoria dels símbols comencen amb una imatge que expressa unes propietats, però al verbalitzar-los es tornen simbòlics fent-se més útils al pensament.

També s'ha de tenir en compte la relació que hi ha entre el símbol i el contexte, ja que cada contexte genera un tipus de símbols i quan aquest és interpretat en altres contextes pot generar errors.

El primer pas per desenvolupar la didàctica d'un tema en el segon nivell és introduir els símbols adequats i després les cadenes de relacions que determinaran el tercer nivell.

Els símbols són imatges amb unes propietats que esdevenen senyals mitjançant un procés d'aprenentatge. Per tant el seu ensenyament ha d'estar dirigit i els alumnes ha d'aprendre el seu significat i viceversa. Quant els alumnes comencen a manifestar dificultats en les operacions amb els símbols, aquest és un possible indicador del pas cap a l'altre nivell .

En el cas de la geometria, el començament del seu estudi (nivell zero), els alumnes veuran les figures geomètriques de forma global, com un tot, però després d'haver-les estudiat, tindran la capacitat de diferenciar-les, encara que en aquest nivell no coneguin les seves propietats.

En el segon nivell de pensament, quan els alumnes estudiïn les propietats de les figures i reflexionin sobre els seus símbols podran arribar a un nivell més alt de pensament; tot i que aquest procés pot ser guiat pel professor, a partir de situacions concretes, hauran de ser ells mateixos els que trobin el camí en

aquest nivell. Els símbols del primer nivell s'ompliran de nous continguts i alhora se'n formaran de nous, propis del nou contexte. Així, per exemple, Van Hiele dóna uns quants exemples sobre l'estudi d'algunes de les propietats de les figures geomètriques: "paral·lelisme", "congruència", "igualtat". Al final d'aquest procés d'aprenentatge, els alumnes veuran les formes geomètriques com un conjunt de propietats ordenades. Per reconèixer les figures geomètriques cal conèixer les propietats característiques. Una vegada els alumnes han assolit aquest nivell, podran ser capaços de transferir aquestes propietats estudiades a d'altres figures noves.

El tercer nivell de pensament es caracteritza per la capacitat de fer deduccions informals, ja que previament hi hagut una certa esquematització i abstracció.

Les estructures esquemàtiques es desenvoluparan a partir de les estructures visuals i de la funció simbòlica del llenguatge. Una vegada s'ha produït l'esquematització de les imatges ja no seran expressades per paraules ja que s'hauran de reestructurar simbòlicament i seran més riques que els seus representats verbals.

En el començament de l'educació matemàtica serà molt important, per tant, treballar exercicis que afavoreixin la formació d'estructures que condueixin al desenvolupament dels símbols.

#### **4.3.4. El paper del llenguatge en el model.**

Per Van Hiele el paper que té el llenguatge és el d'eina entre la realitat i el pensament, i per tant, connectarà els diferents tipus d'estructures. El llenguatge, tot i com s'ha anat posant de relleu en els anteriors apartats, té un paper fonamental en les diferents etapes de l'aprenentatge i consegüentment en els

nivells de pensament.

Les funcions del llenguatge segons van Hiele són les següents:

- El llenguatge juga una funció importantíssima en l'interacció comunicativa i el medi.
- Hi ha una relació important entre el temps i el llenguatge i viceversa. Van Hiele pren com a exemple els temps verbals.
- Un dels papers més destacats del llenguatge en els nivells de pensament és la comunicació entre les diferents estructures, des de les més simples fins a les més complexes.

Les paraules prenen significació en els contextes que s'utilitzen (anàlisi semàntic), ja que primer es fan servir frases en les quals les paraules es troben incloses i a partir d'aquestes s'extreuen els significats i no al revés. Per tant, serà molt important utilitzar les frases correctes en les discussions, perquè a partir d'aquestes es generaran els significats .

La funció comunicativa del llenguatge serà bàsica per poder aprendre els diferents significats dels mots i així saber quines són les paraules que s'han d'utilitzar i com s'han de fer servir en un contexte determinat.

El contrast d'opinions entre els alumnes, amb el llenguatge que han elaborat per si mateixos amb el contacte de la realitat els portarà a l'adquisició del llenguatge específic a partir del contexte que han treballat. No obstant això, en alguns casos serà necessari que previament s'hagi fet una reflexió abstracta de les estructures visuals. Van Hiele per l'abstracció pren com a referent teòric el model que dóna Van Parreren (1981)<sup>7</sup>. L'abstracció per

<sup>7</sup> ( Van Parreren, 1981, pàg. 99, Van Hiele, 1986, pàg. 79 )

aquest autor és un procés que consta de sis nivells. El primer nivell o nivell 0 és el de percepció, en el qual es distingeix el color o la forma. En el Nivell 1, que anomena "d'accentuació colectiva" les qualificacions verbals ajuden a accentuar les percepcions i per tant col·laboren en la informació dels objectes i de l'explicitació del nivell visual de pensament. En el Nivell 2 o normatiu, és on es comprenen les normes i per tant, ja no cal veure directament els objectes. El Nivell 3 és el de generalització de les normes. En el Nivell 4 o simbòlic abstracte, el subjecte es dona compte de que els objectes estan representats per signes, per una paraula o per una lletra. El Nivell 5 o de la relativitat, és el de les abstraccions que es contrueixen a partir d'altres, segons Van Hiele un exemple d'abstracció d'aquest nivell serian els axiomes.

Per Van Hiele l'abstracció serà per tant una construcció mental que solament es pot donar després d'haver-se produït tot el procés i caldrà, per tant, que s'hagi donat una discussió del concepte en varis contextes diferents, per poder copsar els diferents significats de les paraules.

Les repercussions que té aquesta idea d'abstracció seran molt importants en l'ús correcte dels conceptes que s'hagin construït en diferents contextes i per tant, la fase de discussió i intercanvi d'opinions serà rellevant per l'aprenentatge.

Malgrat és dongui per suposat que tota resposta ha de ser fruit d'un pensament "discursiu" no sempre és així, ja que moltes vegades en la solució donada no es tenen en compte els diferents nivells i solament és posarà de manifest el grau de raonament quan es produeixin errors. La discussió sobre els errors ajudaran als alumnes a passar a un nivell de pensament més alt, encara que si els alumnes no tenen l'estructura necessària no comprendran el llenguatge, ni els raonaments i per tant, se'ls hauran d'ensenyar. També s'han de tenir en compte altres factors, com són el talent de cadascu, ja que hi ha persones que estan més dotades en els aspectes visuals que en els dels

lleguatge i viceversa.

De vegades els professors donen les explicacions amb un llenguatge d'un nivell de pensament superior al que tenen als seus alumnes i per tant, aquests no podran seguir els seus raonaments produint-se incomprendions en les explicacions. És per això que els professors hauran de ser conscients d'aquests fets.

L'altre font d'informació que tenen els alumnes sobre la matèria són els llibres que normalment utilitzen, però en moltes ocasions s'ha trobat que els llibres de text fan servir un llenguatge tècnic que està en desacord en amb el nivell de pensament que tenen els alumnes pels quals estan pensats.

#### **4.3. TREBALLS SOBRE EL MODEL DE VAN HIELE.**

L'objectiu principal del model que van proposar els Van Hiele sobre l'ensenyament-aprenentatge de la matemàtica va ser el desenvolupar un marc teòric que expliqués de forma coherent com es realitza aquest procés en el pensament humà, encara que també s'ha aplicat a d'altres ciències. El coneixement d'aquest model ha creat un corrent cada vegada més ampli de seguidors arreu del món. A continuació comentarem els treballs més significatius en la geometria, encara que alguns d'ells no han estat publicats en la seva totalitat.

##### **4.3.1. Els treballs sobre el model en les escoles de l'Unió Soviètica.**

Els primers seguidors d'aquest model van ser els soviètics que van conèixer els treballs dels Van Hiele a l'any 1960 gràcies a les publicacions que aquests havien fet. L'escola soviètica va incorporar molt aviat aquest model

sobre l'aprenentatge de la geometria en el seu l'ensenyament primari que abastava dels set fins als quinze anys.

Pyshkalo (1968) també va investigar sobre la posta en pràctica del model i va trobar els següents resultats:

- a) Un nombre important d'alumnes de set fins a dotze anys percebien les figures geomètriques de forma global.
- b) A partir dels dotze anys solament una minoria, entre el 10 i 15 %, assolía el primer nivell.
- c) Per arribar al mateix nivell de pensament en les figures tridimensionals tardaven aproximadament dos anys més.
- d) La familiarització amb els sòlids des dels primers anys d'escolarització (a partir dels vuit anys), produïa uns nivells més alts de pensament que no pas en l'ensenyament tradicional.

Els bons resultats obtinguts en l'aprenentatge de la geometria per als alumnes soviètics van conduir a Pyshkalo a concloure que el model de Van Hiele afavoria enormement el desenvolupament de les capacitats geomètriques en l'ensenyament bàsic, molt més del que s'obtenia en l'ensenyament tradicional.

#### **4.3.2. Els treballs sobre el model en les escoles d'Estats Units.**

Wirszup va ser el primer que va introduir el model de Van Hiele als Estats Units a l'any 1974. L'any 1978 la National Science Foundation va finançar un programa de tres anys per l'elaboració de materials per la millora de l'ensenyament secundari de les matemàtiques. Els resultats van ser la

---

proposta d'activitats de visualització per l'aprenentatge de la geometria i un llibre sobre els principis didàctics inspirats en el model.

En l'ensenyament primari també es va portar a terme una proposta per treballar el model Van Hiele. Aquesta proposta va consistir en realitzar amb els alumnes durant un semestre activitats d'investigació sobre figures geomètriques i un segon semestre es va dedicar a un treball geomètric més formalista, que equivalia un nivell 3 de Van Hiele. Els professors que van participar en aquesta experiència van manifestar que en les classes experimentals els alumnes van millorar en els seus coneixements geomètrics, sobre tot en la comprensió de les àrees, dels volums i de les transformacions.

Tres grans projectes es van desenvolupar als Estats Units sobre el model Van Hiele per ajudar al desenvolupament dels coneixements geomètrics en els alumnes d'ensenyament primari, secundari i batxillerat. Aquests projectes se'ls va anomenar pels noms dels Estats on es van portar a terme. En cadascun d'ells van intervenir varis investigadors amb un director per cada projecte i sota la coordinació general del professor Coford.

El projecte Oregón va ser dirigit pel professor Burguer, que va investigar quina era l'extensió aconsellable del model Van Hiele en l'ensenyament primari per tenir accés al coneixement geomètric bàsic necessari per poder seguir progressant en els estudis secundaris. La investigació es va realitzar mitjançant uns qüestionaris escrits en els quals les tasques que s'havien de realitzar eren unes sèries d'aprenentatge geomètric seqüenciats d'acord amb els diferents nivells de pensament del model Van Hiele. Els resultats d'aquesta investigació van produir un prova prototipus que servia per saber els nivells d'estudis longitudinals que tenien els alumnes.

El projecte Brooklyn que va dirigir el professor Geddes, tenia el propòsit de conèixer quin era l'efecte de seguir el model de Van Hiele en

l'aprenentatge geomètric en un contexte americà. Aquesta investigació es va portar a terme amb alumnes d'ensenyament secundari. La major part del projecte va consistir en la implantació de quatre mòduls d'ensenyament basat en les propostes de les tesis que havien fet els Van Hiele.

El projecte Chicago que va dirigir el professor Usiskin, tenia l'objectiu de saber quins eren els resultats que obtenien els alumnes d'ensenyament secundari i batxillerat seguint les pautes d'ensenyament de la geometria donades per Van Hiele. També es pretenia conèixer la possible influència d'aquest ensenyament en el nivell de pensament dels alumnes. Per aquesta investigació es van utilitzar quatre tipus de tests diferents. La primera prova servia per a esbrinar quins eren els coneixements geomètrics mínims que tenien els alumnes. La segona prova era una seqüència de tasques geomètriques elaborada d'acord amb el model Van Hiele. La tercera prova era mixta. Tenia qüestions elaborades segons el model Van Hiele i d'altres seguint les pautes tradicionals. Finalment, la darrera prova era un test standard que s'utilitzava als Estats Units.

Els resultats dels projectes Brooklyn i Chicago van aportar dades importants sobre els coneixements bàsics de llenguatge geomètric que tenen els estudiants d'ensenyament primari i secundari. Segons Hoffer (1983, pàg. 215):

*“The Oregon and Brooklyn projects found that starting in the elementary grades, students are familiar with several geometric words such as square, triangle, rectangle, and circle. Middle, children are familiar also with such things as right angles and parallel lines. A large number of students at the middle school grades though high school geometry, although familiar with the words, interchange rhombus and isosceles trapezoid. The Chicago project found students entering the high school geometry course who cannot identify simple*



*figures such as triangles, squares, rectangles, and parallelograms.”*

També aquestes recerques van posar en evidència que molts estudiants d'ensenyament primari anomenen solament triangles als triangles equilàters i tenen dificultats per identificar els altres triangles com a tals. Respecte als tipus de raonaments geomètrics que utilitzen els estudiants d'ensenyament primari, el projecte Oregon va incloure una prova anomenada “quina és la meua forma” que era una prova d'inferències per identificar un quadrilàter. Per realitzar aquesta prova els estudiants se'ls donava unes targetes que portaven informació sobre la figura que havien d'identificar. Els estudiants se'ls mostrava primer una targeta darrera l'altra fins a completar la sèrie que donava la informació als alumnes. Doncs bé, en aquesta prova es va detectar que molts estudiants de 12 anys convertien les condicions necessàries per conèixer la figura en condicions suficients.<sup>8</sup>

El projecte Oregon va aportar la confecció d'una prova que es va revelar útil per tots els nivells d'ensenyament primari i secundari.

El projecte Chicago va mostrar que hi van haver alguns estudiants que van contestar correctament algunes preguntes de nivell 4 i van respondre malament altres de nivell inferior. Les causes que van donar els investigadors a aquests fets van ser que podien obeir a varis tipus de raons: preguntes probres, per que haguessin encertat la resposta per atzar o bé que hi hagués hagut el que Van Hiele anomena la “reducció del nivell” que és que alguns estudiants logren treure l'obstacle de la pregunta de nivell superior i utilitzen una resposta de nivell inferior.

El projecte Brooklyn que va avaluar els llibres de text que utilitzaven els estudiants, va trobar que la majoria d'ells utilitzaven material geomètric qualitatiu a nivell zero (de Van Hiele), encara que el llenguatge pertanyia al

<sup>8</sup> Burguer, W. ; Shaughnessy, M.J. fan una descripció molt detallada d'aquesta prova en “Spadework Prior to Deduction in Geometry” en *Mathematics Teacher*, 1985.

nivell dos (de Van Hiele), havent-hi pocs exercicis de nivell ú. També es va detectar que hi havien molt poques preguntes pensades per què els alumnes raonessin sobre les figures, limitant-se moltes a demanar el nom de les figures. Aquests fets fan que els estudiants es creguin més el que veuen que no pas el que llegeixen dels llibres.

Els mòduls d'ensenyament que va utilitzar el projecte Brooklyn van contribuir a millorar el progrés dels estudiants dels nivells més baixos a nivells més alts.

Els estudis dels projectes Brooklyn i Oregon van confirmar que els nens tenen una visió de les paraules diferents de les que poden pensar els adults i per tant, diu Coxford, es necessitem més investigacions en aquest sentit i per períodes de temps més llarg que aportin dades sobre el llenguatge que utilitzen els alumnes.

#### **4.3.3. Els treballs sobre el model en les escoles d'Espanya.**

Són varies les propostes d'activitats i seqüències d'aprenentatge de la geometria segons el model Van Hiele que s'han fet en els darrers anys a Espanya.

Entre les recerques més significatives troben les que van realitzar Gutierrez, A.; Jaime, A. i Fortuny, J. M<sup>a</sup> (1991) sobre un mètode alternatiu per avaluar el grau d'adquisició dels nivells de Van Hiele. Per portar a terme aquesta avaluació van elaborar una prova sobre les habilitats de raonament geomètric tridimensional dels estudiants del darrer curs d'E.G.B. i dels alumnes futur mestres.

Una de les principals dificultats que presenta el model Van Hiele és l'avaluació dels nivells per saber el grau d'adquisició dels alumnes, així com és

produeix el pas d'un nivell inferior a un altre de superior. Són molts els investigadors que s'han dedicat a desenvolupar proves escrites per l'avaluació dels coneixement geomètric segons el model de Van Hiele (Gutierrez, A.; Jaime, A; 1987; Mayberry, 1983; Usiskin, 1982) analitzen els resultats en base a criteris quantitius. Altres autors han realitzat la valoració de les activitats en funció de les respostes orals enregistrades en entrevistes com Burguer, Shaughnessy, (1986); Fuys i col.laboradors, (1988) que han assignat els nivells d'acord a criteris qualitius, segons els tipus de respostes donades pels estudiants.

El mètode d'avaluació per als nivells que proposen Gutierrez i col.laboradors, (1991) presenta un procés d'avaluació que té en compte els dos tipus de criteris. Per això, assignen a cada nivell un segment de valor de cent i el subdivideixen en cinc períodes: no adquisició, adquisició baixa, adquisició intermitja, adquisició alta i adquisició completa, segons els diferents tipus de raonaments que donen els estudiants. Per aquesta raó, proposen donar a cada resposta de la prova un vector  $(l, t)$  en que el "l" és el nivell de Van Hiele que es mostra en la resposta i el "t" és segons el tipus de resposta donada, per tant, l està vuit quant t és zero. Per calcular el valor d'un nivell de Van Hiele, fan la mitja aritmètica de tots els valors dels vectors de totes les preguntes de cada nivell.

En aquesta investigació es va detectar que els estudiants al començament d'iniciar la prova no eren conscients de la necessitat d'utilitzar mètodes específics per passar als nivells més alts, però a mesura que realitzaven les activitats anaven adquirin certa experiència en el nou nivell, passant per períodes intermitjos, encara que la manca de domini en aquest, els feia molt sovint tornar a utilitzar els mètodes del nivell inferior en les activitats que tenien més dificultats, tornant més tard al nivell superior. Aquestes conclusions estan d'acord, doncs, amb els resultats trobats per Burguer i Shaughnessy, (1986) i amb Fuy i col.laboradors, (1988) mostren que els estudiants donen