

# Capítulo 4

## Pantallas de cristal líquido

Los moduladores espaciales de luz (SLM, *spatial light modulator*) son dispositivos capaces de modificar la amplitud, la fase o la polarización de un frente de luz. Existen diversos tipos de SLMs [NAL90] que se pueden clasificar dependiendo de los materiales de fabricación, modo de funcionamiento o control, efectos sobre la modulación de la luz, etc. Los más utilizados en el procesado óptico de imágenes son los dispositivos de cristal líquido (LCD, *liquid crystal device*), que se basan en las propiedades de estos materiales. En el presente trabajo utilizamos dos tipos de dispositivos para representar la información compleja de los hologramas. El primer tipo son unas pantallas de cristal líquido que actúan por transmisión y el segundo son unos moduladores ferroeléctricos que actúan por reflexión. En este capítulo introducimos los modelos teóricos y las características de estas pantallas.

### 4.1. Cristales líquidos

Un cristal líquido es un estado de la materia que se halla entre un sólido cristalino y un líquido amorfo. Un material que presenta este estado tiene ciertas propiedades, como la ordenación de las moléculas, propias de los sólidos, pero simultáneamente presenta cierta fluidez, característica de los líquidos. Los cristales líquidos que presentan mayor interés para la Óptica son los termotrópicos, que se forman mediante un proceso térmico como paso intermedio de la transición de sólido a líquido. La mayoría de los materiales en este estado están compuestos por moléculas orgánicas alargadas que se pueden clasificar en tres fases diferentes, dependiendo del tipo de ordenación molecular que presenten [OPPS90]:

**Nemáticos** los ejes principales, que marcan la orientación del eje largo de las moléculas

las, tienen todos la misma dirección, aunque los centros están distribuidos aleatoriamente, es decir hay un orden orientacional pero no translacional, ya que las posiciones relativas no están predeterminadas (ver figura 4.1(a)). Este tipo de cristal es el más utilizado comercialmente por su menor viscosidad, que es la responsable directa de la lentitud en el tiempo de respuesta.

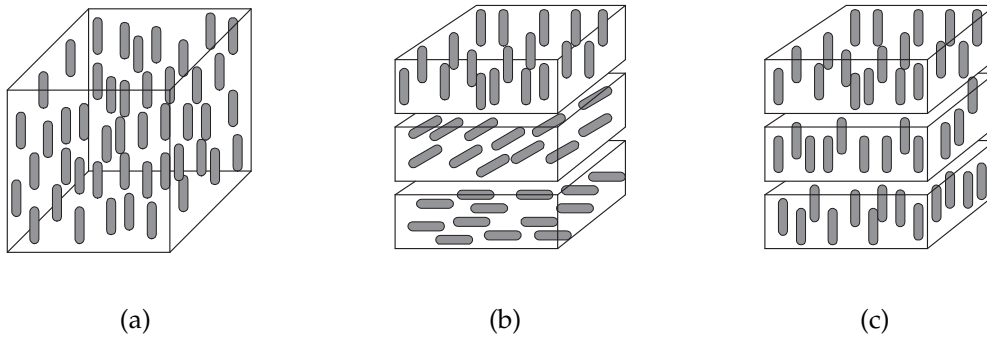
**Colestéricos** presentan una ordenación molecular en una dirección como los nemáticos, pero las moléculas son ópticamente activas, lo que hace que presenten una estructura helicoidal espontánea con un gran poder rotatorio de la luz. Las moléculas se orientan en direcciones diferentes en cada capa y, por tanto, el vector director gira a lo largo de las distintas capas (ver figura 4.1(b)). Este tipo de cristal se emplea principalmente en las pantallas de termómetros en forma de lámina.

**Esmécticos** presentan una ordenación orientacional y posicional, las moléculas se agrupan en capas ordenadas entre ellas, pero en cada capa los centros se distribuyen aleatoriamente (ver figura 4.1(c)). Mientras que las fases nemática y colestérica son únicas, se conocen hasta diez tipos diferentes de fases esmécticas. El cristal puede cambiar de fase esméctica con la temperatura. Debido a su viscosidad las aplicaciones propuestas han sido escasas excepto en el caso de los cristales ferroeléctricos (FLC, *ferroelectric liquid crystal*). Los FLC son cristales esmécticos de tipo C (SmC\*) tienen un centro ópticamente activo que hace que presenten una estructura helicoidal parecida a la de los colestéricos. Su principal característica es la ferroeléctricidad que hace que tengan una polarización espontánea dentro de los diferentes dominios. Tecnológicamente el fenómeno más importante es el comportamiento biestable de la polarización con un tiempo de conmutación entre estados muy pequeño, que los hace mucho más rápidos que los cristales nemáticos [Efr95].

La fase nemática es más próxima a los líquidos mientras que la fase esméctica es más próxima a los sólidos.

## 4.2. Polarización de la luz y matrices de Jones

Los cristales líquidos que se han presentado tienen los ejes principales de las moléculas que los forman orientados, esto hace que estos cristales presenten anisotropía en sus propiedades físicas. En particular, un cristal líquido se comporta ópticamente



**Figura 4.1:** Esquema de la orientación de las moléculas en los diferentes tipos de cristal líquido: (a) nemático, (b) colestérico y (c) esméctico

como un material uniáxico, cuyo eje óptico coincide con su eje principal. Este eje se halla bien definido en los cristales nemáticos y esmécticos y solo localmente en los colestéricos. Esto hace que estos cristales tengan dos índices de refracción, el extraordinario ( $n_e$ ) y el ordinario ( $n_o$ ). Esto se traduce en un comportamiento característico en términos de la polarización de la luz. Además la dirección del eje óptico de un cristal se puede modificar mediante la aplicación de un campo eléctrico externo, lo que permite la modulación electro-óptica de los dispositivos basados en estos materiales.

La polarización de la luz está determinada por la variación en el tiempo de la dirección del campo eléctrico. Una onda plana monocromática que se propague en la dirección del eje  $z$  tiene asociada un campo eléctrico  $\vec{E}(z, t)$ , contenido en el plano  $xy$ , que se puede describir como:

$$\vec{E}(z, t) = \text{Re}[\vec{A} \exp(i\omega t - kz)] \quad (4.1)$$

Donde  $\vec{A}$  se puede escribir como un vector con componentes complejas,  $\vec{A} = A_x e^{i\delta_x} \hat{x} + A_y e^{i\delta_y} \hat{y}$ . Este campo se puede escribir como la suma de dos componentes,

$$\vec{E}(z, t) = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} \quad (4.2)$$

y por tanto, cada componente,

$$\begin{aligned} E_x &= A_x \cos(\omega t - kz + \delta_x) \\ E_y &= A_y \cos(\omega t - kz + \delta_y) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Estas dos ecuaciones se pueden interpretar como la representación paramétrica de la elipse de polarización, que también se puede escribir de la forma,

$$\frac{E_x^2}{A_x^2} + \frac{E_y^2}{A_y^2} - 2 \cos \delta \frac{E_x E_y}{A_x A_y} = \sin^2 \delta \quad (4.4)$$

Donde  $\delta$  es el desfase o la diferencia entre los factores de fase de las dos componentes,  $\delta = \delta_y - \delta_x$ . La polarización de la luz depende de este desfase, así, según el valor de  $\delta$  podemos tener luz polarizada lineal, circular o elíptica.

#### 4.2.1. Representación matricial

Para describir los estados de polarización de una onda plana monocromática es útil la utilización de la representación del vector de Jones [ST91] [YG99]:

$$J = \begin{pmatrix} J_x \\ J_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_x e^{i\delta_x} \\ A_y e^{i\delta_y} \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

La intensidad será:

$$I = J^\dagger J = A_x^2 + A_y^2 \quad (4.6)$$

Es interesante utilizar vectores de Jones normalizados ( $I = 1$ ), entonces se pueden escribir como,

$$J(\Psi, \delta) = \begin{pmatrix} \cos \Psi \\ e^{i\delta} \sin \Psi \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

Donde  $\Psi = \tan^{-1}(A_y/A_x)$  y  $\delta = \delta_y - \delta_x$ . Los vectores de Jones de los estados de polarización más usuales se muestran en la tabla 4.1.

La utilidad de esta representación vectorial de los estados de la luz polarizada viene dada al considerar dispositivos que varíen el estado de polarización de una onda plana sin cambiar su naturaleza, como polarizadores lineales o las pantallas de cristal líquido. Entonces estos cambios en la polarización se pueden representar como el producto del vector de Jones con el estado inicial,  $J_0 = (J_{0x}, J_{0y})$ , por una matriz  $M$  que representa los cambios introducidos por el sistema que atraviesa la onda, así el nuevo estado de polarización,  $J_f$ , se puede obtener como:

Polarización	Vector de Jones
Lineal en la dirección $x$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
Lineal en la dirección $y$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
Lineal con ángulo $\alpha$ respecto $x$	$\begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}$
Circular dextrógira	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$
Circular levógira	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$

**Tabla 4.1:** Estados de polarización usuales y sus vectores de Jones asociados

$$J_f = MJ_0 \quad (4.8)$$

De entre los dispositivos que cambian el estado de la polarización se pueden destacar los polarizadores lineales, los retardadores de onda, que introducen un desfase  $\zeta$  entre los componentes del campo eléctrico, y los rotores de polarización, que giran un ángulo  $\varphi$  respecto el eje  $x$  la luz polarizada linealmente. Las matrices de Jones de estos elementos ópticos se encuentran en la tabla 4.2. En el caso de la lámina  $\frac{\lambda}{2}$ , que introduce un desfase de  $\pi$ , y de la lámina de  $\frac{\lambda}{4}$ , que introduce un desfase de  $\frac{\pi}{2}$ , las matrices de Jones se obtienen a partir de la de un retardador de onda (considerando el eje lento en la dirección  $x$ ):

Dispositivo	Matriz de Jones
Polarizador lineal en la dirección $x$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
Polarizador lineal en la dirección $y$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
Polarizador lineal	$\begin{pmatrix} \cos^2 \varphi & \sin \varphi \cos \varphi \\ \sin \varphi \cos \varphi & \sin^2 \varphi \end{pmatrix}$
Retardador de onda	$\begin{pmatrix} e^{-i\frac{\zeta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\zeta}{2}} \end{pmatrix}$
Rotor de polarización	$\begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$

**Tabla 4.2:** Dispositivos ópticos y sus matrices de Jones asociadas

$$M_{\frac{\lambda}{2}} = \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\pi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

$$M_{\frac{\lambda}{4}} = \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\pi}{4}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

Una de las características de las matrices de Jones es su dependencia del sistema de coordenadas utilizado. Por tanto, a veces es necesario realizar un cambio de coordenadas. Así, para pasar de unos ejes  $xy$  a otros  $x'y'$  rotados un ángulo  $\theta$  respecto los primeros hay que utilizar una matriz de rotación:

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

Estas matrices de rotación cumplen,

$$R(\theta_1)R(\theta_2) = R(\theta_1 + \theta_2) \quad (4.12)$$

es decir, dos cambios de coordenadas consecutivos equivalen a uno sólo con el ángulo total. Un vector de Jones se transforma en un nuevo vector  $J'$  en el nuevo sistema de referencia  $x'y'$  de la forma:

$$J' = R(\theta)J \quad (4.13)$$

y la transformación de una matriz de Jones es:

$$M' = R(\theta)MR(-\theta) \quad (4.14)$$

#### 4.2.2. Medios anisótropos

Como se ha mencionado anteriormente, los cristales líquidos son medios anisótropos, es decir la relación entre el campo eléctrico,  $\vec{E}$ , y el vector de desplazamiento,  $\vec{D}$ , de las ecuaciones de Maxwell [ST91] deja de ser escalar para estar relacionado mediante el tensor dieléctrico  $\epsilon = \{\epsilon_{ij}\}$ ,

$$D_i = \sum_j \epsilon_{ij} E_j \quad (4.15)$$

Existe un sistema de coordenadas donde este tensor simétrico es diagonal y por tanto sus elementos se pueden reducir a tres:  $\epsilon_{11} = \epsilon_x$ ,  $\epsilon_{22} = \epsilon_y$ ,  $\epsilon_{33} = \epsilon_z$ . Este sistema define los ejes y planos principales del medio. Entonces se pueden definir los índices de refracción principales  $(n_x, n_y, n_z)$ :

$$n_x = \sqrt{\frac{\epsilon_x}{\epsilon_0}} \quad n_y = \sqrt{\frac{\epsilon_y}{\epsilon_0}} \quad n_z = \sqrt{\frac{\epsilon_z}{\epsilon_0}} \quad (4.16)$$

Estos índices se pueden representar geoméricamente mediante el denominado elipsoide de índices:

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1 \quad (4.17)$$

En el caso de los medios anisótropos uniaxiales dos de los índices son iguales, entonces el elipsoide de los índices es un elipsoide de revolución y normalmente los índices se definen como el índice ordinario,  $n_o = n_x = n_y$  y el índice extraordinario,  $n_e = n_z$ .

En un medio anisótropo la velocidad de fase depende de la dirección de propagación y del estado de polarización. Debido a la anisotropía, en general la polarización de una onda plana varía al propagarse por el medio. Sin embargo, dada una dirección de propagación, se pueden definir dos modos normales de propagación en los que la velocidad de fase y el estado de polarización se mantienen fijos, es decir, una onda plana con una polarización paralela a una de estas direcciones no variaría su estado al propagarse a través del medio. Estos dos modos se determinan a partir del elipsoide de índices y la dirección de propagación.

Una onda plana que se propaga a través de un medio anisótropo uniaxial en una dirección cualquiera define un plano perpendicular a esta dirección que corta el elipsoide de índices formando una elipse, denominada elipse de índices. El eje  $z$  de un cristal uniaxial se denomina eje óptico. Si el ángulo entre la dirección de propagación y el eje óptico es  $\eta$ , tenemos:

$$\frac{1}{n_e^2(\eta)} = \frac{\cos^2 \eta}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \eta}{n_e^2} \quad (4.18)$$

Así, en un medio anisótropo uniaxial la luz se propaga mediante una onda ordinaria y otra extraordinaria. El índice de la onda ordinaria,  $n_o$ , es independiente de  $\eta$ . Los vectores  $\vec{D}$  y  $\vec{E}$  correspondientes son paralelos entre sí y perpendiculares al plano definido por el eje óptico y la dirección de propagación. Esta onda se comporta como una onda plana normal y por eso se denomina onda ordinaria. El índice de la onda extraordinaria depende de la dirección de propagación con el ángulo,  $n_e(\eta)$ . El vector  $\vec{D}$  asociado está contenido en el plano definido por el eje óptico y la dirección de propagación y no es paralelo a  $\vec{E}$ .

### 4.3. Pantallas de cristal líquido nemático

El primer tipo de dispositivo del que disponemos en el laboratorio y que utilizaremos en el presente trabajo son unas pantallas VGA extraídas de un videoprojector Epson EMP-3000, que ya han sido estudiadas y caracterizadas en el laboratorio con



anterioridad [Lab00]. Estos moduladores están formados por celdas de cristal líquido de tipo nemático con giro (TNLC, *twisted nematic liquid crystal*). Este material es anisótropo uniaxial y se halla confinado entre dos capas de vidrio; las moléculas tienen los ejes rotados de capa en capa, de forma que entre las capas exteriores hay un ángulo de unos  $90^\circ$ .

### 4.3.1. Representación matemática de una pantalla de cristal líquido nemático

Para estudiar el comportamiento de una pantalla se utilizan las matrices de Jones, que permite analizar el estado de polarización de la luz al atravesar uno de estos dispositivos. La representación matemática que introducimos a continuación esta basada en la desarrollada por Yariv y Yeh [YY84], en el caso de una celda TNLC sin voltaje aplicado, y en el de Lu y Saleh [LS90] en el caso de que se aplique voltaje.

#### Celda TNLC sin voltaje aplicado

Una primera aproximación para estudiar una celda de cristal líquido es considerar que todas las moléculas están orientadas paralelamente a un mismo eje. Entonces el dispositivo actuaría como un retardador de onda, y su matriz de Jones tomaría la forma:

$$M_{\parallel} = \begin{pmatrix} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}n_e d} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{2\pi}{\lambda}n_o d} \end{pmatrix} = e^{-i\phi} \begin{pmatrix} e^{-\frac{i\Gamma}{2}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{i\Gamma}{2}} \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

$$\phi = \frac{\pi}{\lambda}(n_e + n_o)d \quad \Gamma = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d \quad (4.20)$$

$\Gamma$  corresponde al desfase entre las dos componentes debido a la naturaleza anisotrópica del cristal líquido, anteriormente comentada.

En el caso de una celda TNLC, las moléculas no se encuentran todas orientadas en un eje común, sino que giran desde un eje a la entrada hasta otro a la salida, como se muestra en la figura 4.2, por lo que este tipo de material recibe el nombre de *twisted*. Las orientaciones de la entrada y la salida reciben el nombre de vectores directores moleculares, cuyos ángulos con el eje vertical son  $\Psi_E$  y  $\Psi_S$ , respectivamente. El ángulo de giro total se puede definir como el que hay entre los dos:

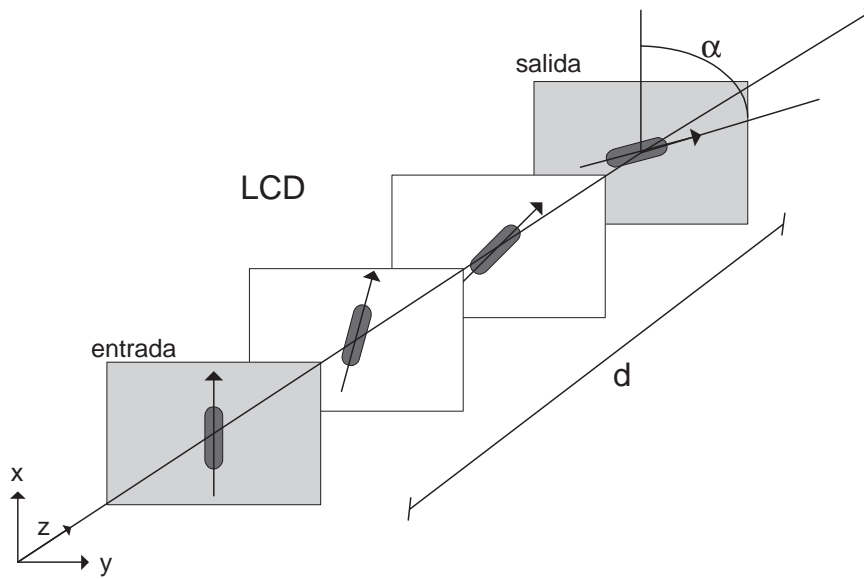


Figura 4.2: Esquema del giro de las moléculas en una LCD

$$\alpha = \Psi_S - \Psi_E \quad (4.21)$$

Para un primer estudio del comportamiento de este tipo de pantallas consideramos que en la cara de entrada las moléculas están alineadas con el eje vertical ( $\Psi_E = 0$ ). La orientación de ejes que utilizaremos es la que se muestra en la figura 4.2. Podemos suponer que la celda está formada por  $N$  láminas de cristal líquido, cada una de las cuales introduce una fracción del desfase total ( $\frac{\Gamma}{N}$ ) y la orientación de su eje óptico es  $\frac{m\alpha}{N}$ , con  $m$  creciente hasta  $N$ . Así cada lámina puede ser representada por una matriz de Jones como la de la ecuación 4.19:

$$M_{1l} = e^{-i\frac{\phi}{N}} \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\Gamma}{2N}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\Gamma}{2N}} \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Para obtener la matriz de toda la celda hay que multiplicar todas las matrices de las  $N$  láminas, teniendo en cuenta que el producto debe estar referenciado a un mismo sistema de coordenadas, lo que implica realizar una transformación de rotación, como se muestra en la ecuación 4.14. La matriz resultante será:

$$M_{Nl} = \prod_{m=N}^1 R\left(-m\frac{\alpha}{N}\right) M_{1l} R\left(m\frac{\alpha}{N}\right) \quad (4.23)$$

Utilizando la propiedad de las matrices de rotación de la ecuación 4.12, este producto se puede reescribir como:

$$M_{Nl} = R(-\alpha) \left[ M_{1l} R\left(\frac{\alpha}{N}\right) \right]^N \quad (4.24)$$

donde se ha tenido en cuenta que:

$$R\left(m\frac{\alpha}{N}\right)R\left(-\left(m-1\right)\frac{\alpha}{N}\right) = R\left(\frac{\alpha}{N}\right) \quad (4.25)$$

Podemos reescribir la ecuación 4.23 de forma matricial,

$$M_{Nl} = e^{-i\phi} R(-\alpha) \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\Gamma}{2N}} \cos\left(\frac{\alpha}{2N}\right) & e^{-i\frac{\Gamma}{2N}} \sin\left(\frac{\alpha}{2N}\right) \\ e^{i\frac{\Gamma}{2N}} \sin\left(\frac{\alpha}{2N}\right) & e^{i\frac{\Gamma}{2N}} \cos\left(\frac{\alpha}{2N}\right) \end{pmatrix}^N \quad (4.26)$$

Esta última ecuación se puede simplificar utilizando la identidad de Chebyshev [BW99], que convierte una matriz elevada a una potencia  $n$  en una nueva matriz sin exponentes:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} \frac{A \sin(nK) - \sin[(n-1)K]}{\sin K} & \frac{B \sin(nK)}{\sin K} \\ \frac{C \sin(nK)}{\sin K} & \frac{D \sin(nK) - \sin[(n-1)K]}{\sin K} \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

donde

$$K = \arccos\left(\frac{A+D}{2}\right) \quad (4.28)$$

Con esta identidad y realizando el límite para  $N$  tendiendo a infinito, podemos escribir la matriz de Jones de una pantalla TNLC como:

$$M_{TNLC} = (M_{Nl})_{N \rightarrow \infty} = e^{-\phi} R(-\alpha) \begin{pmatrix} \cos \gamma - i\frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma & \frac{\alpha}{\gamma} \sin \gamma \\ -\frac{\alpha}{\gamma} \sin \gamma & \cos \gamma + i\frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

Donde  $\beta$  es la birrefringencia de la celda y  $\gamma$  es un parámetro que incluye esta birrefringencia y el ángulo  $\alpha$  de giro total. Las expresiones de estos factores son:

$$\beta = \frac{\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d \quad \gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 \quad (4.30)$$

La matriz de la ecuación 4.29 es el producto de una fase, una matriz de rotación y una última matriz que depende de tres parámetros  $(\alpha, \beta, \gamma)$  y que podemos escribir como:

$$N(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{pmatrix} \cos \gamma - i \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma & \frac{\alpha}{\gamma} \sin \gamma \\ -\frac{\alpha}{\gamma} \sin \gamma & \cos \gamma + i \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

Y de esta forma expresar la matriz de la pantalla TNLC sin voltaje aplicado como el siguiente producto:

$$M_{TNLC} = e^{-i\phi} R(-\alpha) N(\alpha, \beta, \gamma) \quad (4.32)$$

### Celda TNLC con voltaje aplicado

Al aplicar un campo eléctrico en la dirección del eje  $z$  las moléculas se inclinan un ángulo  $\theta$  (*tilt angle*), de forma que tienden a alinearse en la dirección del campo. Esta inclinación depende del voltaje aplicado [GP93]:

$$\theta = \begin{cases} 0 & V \leq V_u \\ \frac{\pi}{2} - 2 \arctan \left[ e^{-\left(\frac{V-V_u}{V_0}\right)} \right] & V > V_u \end{cases} \quad (4.33)$$

Donde  $V_u$  es un valor umbral del voltaje por debajo del cual las moléculas no se inclinan, y  $V_0$  es un valor constante denominado voltaje de exceso.

El efecto principal de la aplicación de voltaje en los fenómenos de polarización es la introducción de un índice de refracción extraordinario dependiente del ángulo  $\theta$ ,

$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{\cos^2 \theta}{n_e^2} + \frac{\sin^2 \theta}{n_o^2} \quad (4.34)$$

Esta expresión se corresponde a la de la ecuación 4.18 con un valor del ángulo  $\theta$  igual a  $\eta - \pi/2$ .

Este nuevo índice hace que algunos de los parámetros definidos anteriormente sean dependientes del voltaje mediante el ángulo  $\theta$ :

$$\begin{aligned}
\phi(\theta) &= \frac{\pi d}{\lambda} (n_e(\theta) + n_o) \\
\beta(\theta) &= \frac{\Gamma(\theta)}{2} = \frac{\pi d}{\lambda} (n_e(\theta) - n_o) \\
\gamma(\theta) &= \sqrt{\alpha^2 + \beta^2(\theta)}
\end{aligned} \tag{4.35}$$

Si este ángulo se considera constante a lo largo de toda la celda, como se propone en el modelo de Lu y Saleh [LS90], la expresión de la matriz de Jones de la ecuación 4.29 dependerá del voltaje aplicado, a través de los nuevos parámetros variables.

Si el valor del voltaje aplicado está por debajo del valor umbral las moléculas no se inclinarán, y por lo tanto, los vectores directores estarán incluidos en planos perpendiculares al eje de transmisión. Según se va aumentando el voltaje, la inclinación aumenta y el índice  $n_e(\theta)$  disminuye, acercándose a valores cercanos a  $n_o$ . Esta disminución hace que el desfase  $\Gamma$  también se reduzca, hasta que, para valores elevados, se llega a anular cuando  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

### 4.3.2. Casos especiales de las pantallas de cristal líquido TNLC

1. El primer caso que se puede considerar es el que se produce cuando la birrefringencia  $\beta$  es mucho mayor que el ángulo de giro  $\alpha$ , lo que implica que  $\gamma \approx \beta$ , en este caso se da la aproximación adiabática, y la matriz de Jones queda reducida a:

$$(M_{TNLC})_{adiab} = e^{-i\phi} R(-\alpha) \begin{pmatrix} e^{-i\beta} & 0 \\ 0 & e^{i\beta} \end{pmatrix} \tag{4.36}$$

Esto hace que el comportamiento de la pantalla sea como el de un retardador de onda, que introduce un desfase de  $\Gamma = 2\beta$  a parte de la rotación  $\alpha$ . Esta aproximación se puede utilizar cuando el grosor de la celda es grande en comparación a la longitud de onda utilizada. En las primeras LCD esta situación era corriente, pero en las más actuales, como las utilizados en el presente trabajo, este comportamiento ya no se produce ya que el grosor de los moduladores es mucho menor.

2. Otro caso interesante es el de los puntos localmente adiabáticos. Esta situación es independiente de la geometría de los moduladores y se da cuando  $\gamma = n\pi$ . Esto se puede conseguir variando la birrefringencia, ya sea mediante el voltaje o utilizando diferentes longitudes de onda. En estas condiciones la matriz de Jones queda como:

$$(M_{TNLC})_{locadiab} = e^{-i\phi} R(-\alpha)(-1)^n \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = e^{-i\phi} R(-\alpha)(-1)^n I \quad (4.37)$$

Así, el efecto de introducir la celda en esta situación es la de rotar la polarización un ángulo equivalente al ángulo de giro total de las moléculas.

3. Por último, un tercer caso a considerar se produce al aplicar voltajes elevados a la celda, entonces el valor de la birrefringencia se puede anular,  $\beta = 0$ . En este caso la matriz de la ecuación 4.31 se reduce a una matriz de rotación:

$$N(\alpha, \beta = 0, \gamma) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} = R(\alpha) \quad (4.38)$$

Por tanto, la matriz de Jones del sistema se reduce a un factor de fase que multiplica a la matriz identidad  $I$ :

$$(M_{TNLC})_{\beta=0} = e^{-i\phi} R(-\alpha)R(\alpha) = e^{-i\phi} I \quad (4.39)$$

Así que cuando se aplica un voltaje elevado a la celda, ésta no afecta a la polarización de la luz que la atraviesa.

### 4.3.3. Celda TNLC entre dos polarizadores

Una vez conocemos la matriz de Jones de una celda TNLC, hay que ver el efecto al colocar dos polarizadores, uno a la entrada y otra a la salida, que denominaremos analizador. En la figura 4.3 se muestra un esquema de esta configuración en el caso en que el vector director molecular de entrada se considera paralelo al eje vertical ( $\Psi_E$ ).

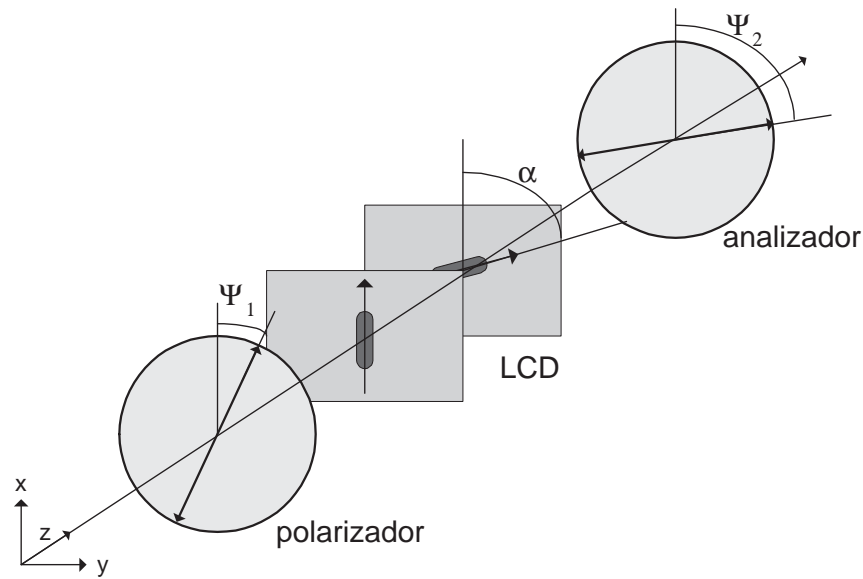


Figura 4.3: Esquema de la pantalla colocada entre el polarizador y el analizador

El vector de Jones que determina el estado de la luz tras el polarizador, que forma un ángulo  $\Psi_1$  con la vertical, teniendo en cuenta la ecuación 4.13, es,

$$J_1 = R(-\Psi_1)E_E \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

donde  $E_E$  es el valor de la amplitud de entrada. El módulo al cuadrado de esta amplitud corresponde a la intensidad de la luz.

Este haz de luz atraviesa la pantalla y el analizador, así que a la salida el nuevo estado de polarización será:

$$J_S = M_A M_{TNLC} J_1 \quad (4.41)$$

$M_A$  corresponde al estado de polarización del segundo polarizador, que se puede describir mediante una matriz de Jones de un polarizador lineal vertical respecto a un eje que forma un ángulo  $\Psi_2$  respecto la vertical:

$$M_A = R(-\Psi_2)P_x R(\Psi_2) \quad (4.42)$$

Así el vector de Jones de salida después de pasar por todo el sistema queda definido como:

$$J_S = R(-\Psi_2)P_xR(\Psi_2)e^{-i\phi}R(-\alpha)N(\alpha, \beta, \gamma) \begin{pmatrix} \cos \Psi_1 \\ \sin \Psi_1 \end{pmatrix} E_E \quad (4.43)$$

Este vector se corresponde con el de una onda polarizada linealmente respecto al eje de transmisión del analizador,

$$J_S = e^{-i\phi}R(-\Psi_2) \begin{pmatrix} E_S^x \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.44)$$

Donde  $E_S^x$  es la componente vertical de la amplitud de la luz de salida. Combinando estas dos últimas ecuaciones podemos hallar una expresión para  $E_S^x$ :

$$E_S^x = \left[ \cos \gamma \cos(\Psi_1 - \Psi_2 + \alpha) + \frac{\alpha}{\gamma} \sin \gamma \sin(\Psi_1 - \Psi_2 + \alpha) - i \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \cos(\Psi_1 + \Psi_2 - \alpha) \right] E_E \quad (4.45)$$

La transmisión del sistema, definida como  $T = \frac{I_S}{I_E} = \frac{|E_S^x|^2}{E_E^2}$ , será:

$$T_{\Psi_1, \Psi_2} = \left[ \cos \gamma \cos(\Psi_1 - \Psi_2 + \alpha) + \frac{\alpha}{\gamma} \sin \gamma \sin(\Psi_1 - \Psi_2 + \alpha) \right]^2 + \left[ \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \cos(\Psi_1 + \Psi_2 - \alpha) \right]^2 \quad (4.46)$$

Y el desfase, definido como  $\delta = \beta - \arg(E_S^x)$ :

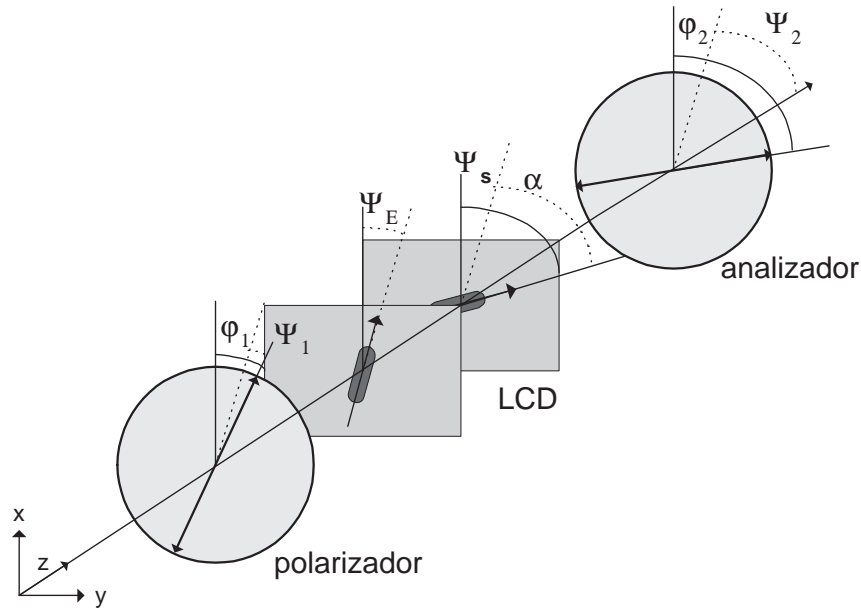
$$\delta_{\Psi_1, \Psi_2} = \beta - \arctan \left( \frac{-\frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \cos(\Psi_1 + \Psi_2 - \alpha)}{\cos \gamma \cos(\Psi_1 - \Psi_2 + \alpha) + \frac{\alpha}{\gamma} \sin \gamma \sin(\Psi_1 - \Psi_2 + \alpha)} \right) \quad (4.47)$$

#### 4.3.4. Ángulo del vector director de entrada de las moléculas de una celda TNLC diferente de cero

Las moléculas en la cara de entrada de las pantallas no tienen por que estar alineadas en la dirección vertical, como hemos supuesto anteriormente. Así se tiene que considerar el ángulo del vector director con el eje vertical  $\Psi_E$ , como se muestra en la figura 4.4

Esta orientación hay que tenerla en cuenta a la hora de sustituir los valores de los polarizadores en las ecuaciones correspondientes, ya que la orientación viene dada respecto la vertical del laboratorio y no respecto al eje molecular de entrada de las





**Figura 4.4:** Esquema de la pantalla colocada entre el polarizador y el analizador considerando vector director de entrada diferente de cero

pantallas. Una posibilidad para poder utilizar las lecturas directas de los polarizadores es realizar la sustitución  $\Psi_i = \varphi_i - \Psi_E$ , con  $i = 1,2$ , entonces la ecuación de transmisión (4.46) y del desfase (4.47) quedan como:

$$T_{\varphi_1, \varphi_2} = \left[ \cos \gamma \cos(\varphi_1 - \varphi_2 + \alpha) + \frac{\alpha}{\gamma} \sin \gamma \sin(\varphi_1 - \varphi_2 + \alpha) \right]^2 + \left[ \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - 2\Psi_E - \alpha) \right]^2 \quad (4.48)$$

$$\delta_{\varphi_1, \varphi_2} = \beta - \arctan \left( \frac{-\frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \cos(\varphi_1 + \varphi_2 - 2\Psi_E - \alpha)}{\cos \gamma \cos(\varphi_1 - \varphi_2 + \alpha) + \frac{\alpha}{\gamma} \sin \gamma \sin(\varphi_1 - \varphi_2 + \alpha)} \right) \quad (4.49)$$

Otra posibilidad es la de realizar una rotación de la matriz de Jones de la celda que habíamos calculado anteriormente. El ángulo de rotación es el correspondiente al del vector molecular de entrada,  $\Psi_E$ :

$$M_{TNLC}^E = R(-\Psi_E) M_{TNLC} R(\Psi_E) \quad (4.50)$$

Con esta transformación la expresión de la ecuación 4.29 se ve modificada, pero se puede simplificar su escritura si utilizamos cuatro parámetros  $(f, g, h, j)$  [YE95]:

$$M_{TNLC}^E = ce^{-i\phi} \begin{pmatrix} f - ig & -h - ij \\ h - ij & f + ig \end{pmatrix} \quad (4.51)$$

En este caso  $c$  representa las pérdidas de intensidad que no se habían considerado antes y los cuatro parámetros se definen como:

$$\begin{aligned} f &= \frac{\alpha}{\gamma} \sin \gamma \sin \alpha + \cos \gamma \cos \alpha \\ g &= \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \cos(\alpha - 2\Psi_E) \\ h &= -\frac{\alpha}{\gamma} \sin \gamma \cos \alpha + \cos \gamma \sin \alpha \\ j &= \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \sin(\alpha - 2\Psi_E) \end{aligned} \quad (4.52)$$

Además, al considerar las propiedades de las matrices de Jones [YG99], estos parámetros cumplen las siguientes propiedades:

$$f^2 + g^2 + h^2 + j^2 = 1 \quad (4.53)$$

$$\det(M_{TNLC}) = c^2 \quad (4.54)$$

Si se utilizan estos parámetros las expresiones para la transmisión y el desfase toman una nueva forma:

$$T_{\varphi_1, \varphi_2} = c^2 [(f \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + h \sin(\varphi_2 - \varphi_1))^2 + (g \cos(\varphi_2 + \varphi_1) + j \sin(\varphi_2 + \varphi_1))^2] \quad (4.55)$$

$$\delta_{\varphi_1, \varphi_2} = \beta - \arctan \left( -\frac{g \cos(\varphi_2 + \varphi_1) + j \sin(\varphi_2 + \varphi_1)}{f \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + h \sin(\varphi_2 - \varphi_1)} \right) \quad (4.56)$$

#### 4.3.5. Zona sin giro en una celda TNLC

Los modelos teóricos presentados hasta ahora reproducen el comportamiento de algunos dispositivos pero en muchas pantallas se observa que las condiciones de polarización calculadas no coinciden con los resultados obtenidos. Un modelo más elaborado supone una zona, tanto a la entrada como a la salida de la celda, que no gira

las moléculas [CZGM96]. De forma simplificada se puede asumir que esta zona tiene el mismo grosor en las dos caras, entonces esta zona de giro lo que hace es introducir un desfase  $\tau$ , que se puede caracterizar con la siguiente matriz:

$$W(\tau) = \begin{pmatrix} e^{-i\frac{\tau}{2}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\tau}{2}} \end{pmatrix} \quad (4.57)$$

Al incluir este efecto la matriz de Jones de la celda (ecuación 4.32) se ve modificada:

$$M_{TNLC}^{\tau} = e^{-i\phi} W(\tau) N(\alpha, \beta, \gamma) W(\tau) \quad (4.58)$$

Esta ecuación se puede reescribir introduciendo la nueva matriz  $N'(\alpha, \beta, \gamma, \tau)$  con el efecto del desfase  $\tau$ :

$$N'(\alpha, \beta, \gamma, \tau) = \begin{pmatrix} e^{-i\tau} (\cos \gamma - i\frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma) & \frac{\alpha}{\gamma} \sin \gamma \\ -\frac{\alpha}{\gamma} \sin \gamma & e^{i\tau} (\cos \gamma + i\frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma) \end{pmatrix} \quad (4.59)$$

entonces,

$$M_{TNLC}^{\tau} = e^{-i\phi} N'(\alpha, \beta, \gamma, \tau) \quad (4.60)$$

Estas ecuaciones consideran el vector molecular de entrada orientado con el eje vertical, para considerar un ángulo distinto de cero, solo hay que cambiar de referencia las posiciones de los polarizadores o, como se ha visto anteriormente, reescribir las ecuaciones con el nuevo ángulo del vector director molecular de entrada.

Teniendo en cuenta este desfase  $\tau$  la matriz de Jones de la ecuación 4.51 se modifica considerando unos nuevos parámetros  $(f', g', h', j')$  y manteniendo la misma estructura en la matriz:

$$\begin{aligned} f' &= \frac{\alpha}{\gamma} \sin \gamma \sin \alpha + \cos \alpha \left( \cos \gamma \cos \tau - \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \sin \tau \right) \\ g' &= \cos(\alpha + 2\Psi_E) \left( \cos \gamma \sin \tau + \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \cos \tau \right) \\ h' &= -\frac{\alpha}{\gamma} \sin \gamma \cos \alpha + \sin \alpha \left( \cos \gamma \cos \tau - \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \sin \tau \right) \\ j' &= \sin(\alpha + 2\Psi_E) \left( \cos \gamma \sin \tau + \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \cos \tau \right) \end{aligned} \quad (4.61)$$

$$M_{TNLC}^r = ce^{-i\phi} \begin{pmatrix} f' - ig' & -h' - ij' \\ h' - ij' & f' + ig' \end{pmatrix} \quad (4.62)$$

De esta forma la transmisión y el desfase entre dos polarizadores se pueden obtener de nuevo con las fórmulas de las ecuaciones 4.55 y 4.56, simplemente sustituyendo los nuevos parámetros por los antiguos. Este modelo con las zonas sin giro se puede seguir desarrollando, considerando el tamaño de las zonas dependiente del voltaje aplicado [MCY<sup>+</sup>00], para obtener representaciones teóricas más ajustadas, que quedan fuera de los objetivos de este trabajo.

#### 4.3.6. Características de las pantallas VGA

Una vez visto el modelo teórico de las pantallas, presentamos las características experimentales de los dispositivos. Las pantallas que utilizaremos son las correspondientes a los canales azul y rojo extraídas de un videoproector Epson EMP-3000 (ver figura 4.5). La pantalla del canal verde no la utilizaremos, ya que tiene un comportamiento diferente al de las otras dos, debido al diseño del videoproector. Estas pantallas son de resolución VGA (*Video Graphics Adapter*), tienen una área activa de  $26,88 \times 20,16$  mm dividida en  $640 \times 480$  píxeles. La distancia entre píxeles es de  $42 \times 42$   $\mu\text{m}$ , lo que da unos píxeles cuadrados, aunque la zona efectiva de cada píxel es de  $25 \times 30$   $\mu\text{m}$ . El control de estas pantallas se realiza mediante la tarjeta de video de un ordenador, lo que permite el control píxel a píxel de la información que se representa.

Los parámetros característicos de estas pantallas han sido calculados mediante la medida de cuatro transmitancias con las posiciones del polarizador y el analizador pre-determinadas [YE95]. Con estas medidas se pueden determinar los valores  $f, g, h, j$  de la matriz de la ecuación 4.51. Así, las cuatro posiciones del polarizador y el analizador son  $(\varphi_1, \varphi_2)$ :  $(0^\circ, 0^\circ), (0^\circ, 90^\circ), (30^\circ, 60^\circ)$  y  $(45^\circ, 45^\circ)$ . En estas cuatro posiciones la expresión de la transmitancia (ecuación 4.55) se ve simplificada:

$$\begin{aligned} T_{0,0} &= c^2(f^2 + g^2) \\ T_{0,90} &= c^2(h^2 + j^2) \\ T_{30,60} &= c^2[(f \cos(30) + h \sin(30))^2 + j^2] \\ T_{45,45} &= c^2(h^2 + g^2) \end{aligned} \quad (4.63)$$

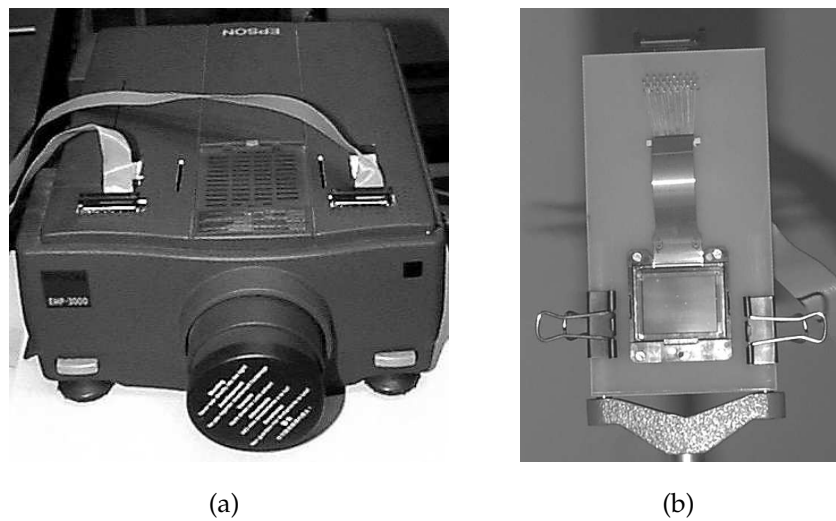


Figura 4.5: (a) Videoprojector Epson EMP-3000 y (b) una de las pantallas extraídas del videoprojector

Con estas cuatro ecuaciones se pueden hallar los parámetros de las pantallas: el ángulo del vector director de las moléculas en la cara de entrada,  $\Psi_E$ , el ángulo de giro total,  $\alpha$ , y la birrefringencia máxima,  $\beta_M$ , que se obtiene cuando el voltaje aplicado es nulo. Además si se considera el modelo con zona sin giro se halla también el desfase que se introduce,  $\tau$ . Finalmente, se puede calcular un valor aproximado para el coeficiente  $c$ , teniendo en cuenta las propiedades de las ecuaciones 4.53 y 4.54. Los valores obtenidos para estas pantallas [Lab00] se muestran en la tabla 4.3, donde se puede ver la diferencia en considerar el modelo con o sin zona de no giro, en la pequeña variación en los valores del ángulo de giro total y de la birrefringencia. Estos valores permiten simular las condiciones de polarización en una configuración determinada.

Pantalla	$\alpha$	$\beta_M$	$\Psi_E$	$\tau$
VGA roja	-81°	323°	2.5°	-
VGA azul	-81°	322°	1.5°	-
VGA roja (zsg)	-77.5°	308°	2.5°	15°
VGA azul (zsg)	-77°	304°	1.5°	15°

Tabla 4.3: Parámetros de las pantallas VGA. Valores sin y con el efecto de la zona sin giro (zsg)

### 4.3.7. Modos de operación de las pantallas VGA

Los modos de operación de las pantallas son las diferentes configuraciones en las que pueden trabajar estos dispositivos, es decir, la forma en que modifican la luz, tanto en

módulo como en fase, dependiendo del nivel de gris de cada píxel de la imagen. Es necesario, por tanto, caracterizar estos cambios para cada pantalla teniendo en cuenta las variaciones de nivel de gris que puede ofrecer cada LCD. Lo que determina las distintas configuraciones de trabajo de las pantallas es la electrónica y la polarización de la luz. Los controles de color, brillo y contraste de las pantallas hacen que la señal y el voltaje que llegan a los moduladores varíen, lo que afecta a su respuesta cuando la luz los atraviesa. En cuanto al estado de la luz, este viene determinado por el polarizador y el analizador entre los que se encuentra la pantalla.

En este trabajo utilizamos dos pantallas acopladas controladas por la misma electrónica, por lo que los controles de brillo, contraste y color se han tenido que fijar en una posición óptima. Así las distintas configuraciones de las pantallas se obtienen variando las posiciones de los polarizadores.

Las configuraciones más utilizadas y que son las que se intentan buscar para cada pantalla [SS96] son las siguientes:

**Alto contraste** (HC, *High Contrast*) La característica principal de esta configuración son los altos valores de contraste que ofrece. El contraste se define como la relación entre las modulaciones de transmitancia de los distintos niveles de gris, en este caso pueden llegar a unos valores máximos superiores a 100:1. Este modo de operación es el más adecuado para mostrar imágenes con gran variedad de niveles de gris. Por otro lado hay que tener en cuenta que estas curvas pueden introducir además modulación en la fase, que puede llegar a ser considerable.

**Casi solo amplitud** (AM, *Amplitude Mostly*) En ciertas condiciones de voltaje y polarización hay moduladores capaces de variar la luz solo en amplitud, aunque siempre hay una pequeña parte de modulación de fase. El problema que tiene esta configuración es el poco contraste que pueden dar, alrededor de 10:1, lo que las hace poco idóneas para mostrar imágenes.

**Casi solo fase** (PM, *Phase Mostly*) Este modo operativo es el contrario del anterior, en este caso la característica principal es la modulación en la fase, que puede llegar a  $2\pi$  radianes, o incluso superarla en algunos casos. En cambio, la variación de amplitud es pequeña y con valores de contraste bajos, del orden de 2:1. Este es el modo ideal para mostrar imágenes solo de fase y cuando la amplitud se deba mantener prácticamente constante.

Existen otras configuraciones, con las que se obtienen curvas altamente acopladas, es decir, modulan valores de amplitud y fase simultáneamente. De hecho la curva HC se podría considerar una de estas curvas acopladas que da valores de alto contraste.

### **Caracterización de las pantallas VGA**

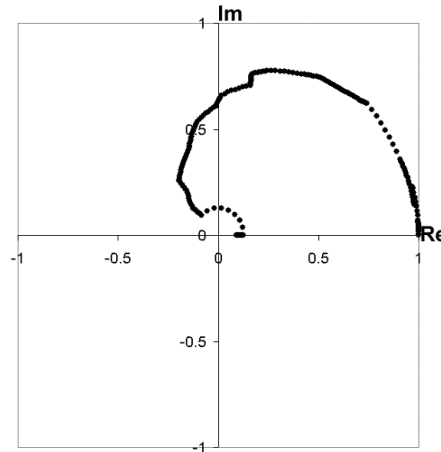
Para controlar el funcionamiento de las pantallas hace falta determinar las curvas operativas con las que se va a trabajar. Para ello hay que utilizar un método que permita conocer la respuesta en amplitud y fase de la luz que atraviesa el dispositivo para los distintos niveles de gris, en las condiciones de la electrónica y de los polarizadores que se determinen.

Las curvas que utilizaremos para las pantallas VGA en este trabajo han sido obtenidas anteriormente en el laboratorio por I. Labastida [Lab00] utilizando un método en dos partes, en el que primero se mide la amplitud y después la fase, [MBCJV97] [MB98b].

Las medidas de la amplitud se obtienen de forma sencilla, midiendo la intensidad de luz que atraviesa la pantalla para una imagen uniforme con un nivel de gris determinado. Estas medidas se toman para un número limitado de niveles y la respuesta para los 256 niveles se obtiene interpolando estos resultados. La respuesta en fase se obtiene a través de medidas de interferencia en un interferómetro Mach-Zehnder. En uno de los brazos del interferómetro se coloca la pantalla a la que se le envía una imagen con un nivel de gris fijo (negro) en una mitad y un nivel de gris variable en la otra parte. Las interferencias que se producen se captan con una CCD y se analizan posteriormente. Como en el caso de la amplitud, se realizan las medidas solo para 17 niveles de gris y el resto se obtienen interpolando los resultados obtenidos.

Las imágenes de interferencia que se captan presentan dos zonas diferenciadas (derecha e izquierda) con franjas que cambian de intensidad y existe un desplazamiento en su alineamiento. De la evaluación de los saltos de las franjas se puede calcular el desfase introducido en la luz al atravesar la pantalla. Estas diferencias en la intensidad y el alineamiento del patrón en las dos zonas dependen de la configuración de la pantalla y varían al cambiar la imagen.

Con los valores para el cambio de amplitud y fase de los 256 niveles de gris se obtiene



**Figura 4.6:** Curva operativa de alto contraste (HC) para la pantalla VGA del canal azul

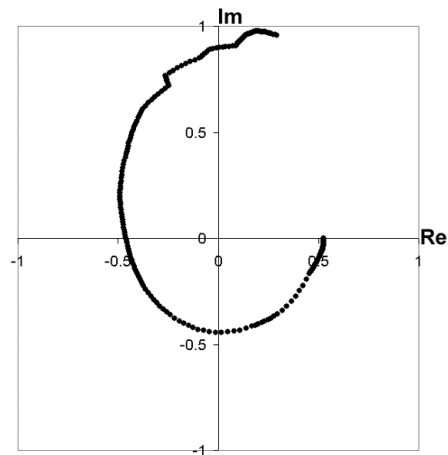
la curva operativa de la pantalla en las condiciones determinadas de los polarizadores y la electrónica. Con esta curva se puede determinar como se modulará la luz que atraviese la pantalla cuando el dispositivo se halle en esas condiciones.

### Curvas operativas de las pantallas VGA

En el presente trabajo utilizaremos dos pantallas simultáneamente, en el caso de las pantallas VGA extraídas del mismo videoprojector, y por tanto utilizan la misma electrónica lo que limita el número de configuraciones que se pueden utilizar, así como su disposición en los montajes. Por tanto, los controles de luz, contraste y color del videoprojector han sido fijados en  $(5, 5, 5)$ , que corresponde al valor medio, para todas las configuraciones y solo cambiando las condiciones de polarización se obtienen las distintas curvas. Con la pantalla correspondiente al canal azul usaremos la configuración que se hallado de alto contraste (HC). Esta curva, que se muestra en la figura 4.6, se obtiene con el polarizador a  $0^\circ$  y el analizador a  $91^\circ$ , y ofrece un valor máximo de contraste de 125:1 y un desfase máximo de  $0,75\pi$ . Y es la que utilizaremos para mostrar los valores de amplitud ya que para estas pantallas no disponemos de curvas operativas de casi amplitud.

Para la pantalla del canal rojo se dispone de dos configuraciones de casi fase. La primera de ellas se obtiene con el polarizador a  $5^\circ$  y el analizador a  $64^\circ$ . Con esta curva se obtiene un contraste máximo de 5.4:1 y un desfase máximo de  $1,60\pi$ . Como se puede ver en la figura 4.7, está curva presenta un alto acoplamiento, ya que la amplitud no se mantiene constante y no se llega a cubrir un desfase de  $2\pi$ , debido a que estas





**Figura 4.7:** Curva operativa de casi fase (PM) para la pantalla VGA del canal rojo

pantallas no son lo suficiente gruesas, aunque en este caso esta pantalla da un desfase mayor que la pantalla del canal azul, por la que la utilizaremos para representar los valores de fase.

Además la pantalla del canal rojo presenta una segunda configuración de casi fase que se obtiene con luz polarizada elípticamente a la entrada y salida de la pantalla. Cuando la luz que atraviesa un modulador se encuentra en uno de los estados propios de polarización del dispositivo, la modulación solo afecta a la fase. En el caso de una LCD estos estados corresponden a luz polarizada elípticamente [PC93], así con estos estados se obtendrá modulación solo de fase. Para esta pantalla estos estados se obtienen mediante dos láminas  $\lambda/4$  colocadas entre los polarizadores y la pantalla, como se muestra en la figura 4.8. Los ejes rápidos de estas láminas deben estar orientados con los de los vectores directores moleculares de las caras de entrada y salida, después el ángulo entre el polarizador y la primera lámina ha de ser  $\theta$  y el de la segunda lámina con el analizador de  $-\theta$ . Este ángulo  $\theta$  se determina con los valores obtenidos para los parámetros de las pantallas y en este caso es de  $35^\circ$ . Así colocando el polarizador a  $36.5^\circ$ , la lámina de entrada a  $1.5^\circ$ , la lámina de salida a  $-76^\circ$  y el analizador a  $-111^\circ$  obtenemos la curva mostrada en la figura 4.9. Esta configuración da un valor máximo de contraste de solo 1.1:1 y un desfase máximo de  $0,98\pi$ . Así esta curva mantiene el valor de la amplitud constante aunque solo puede modular en fase la mitad del plano complejo.

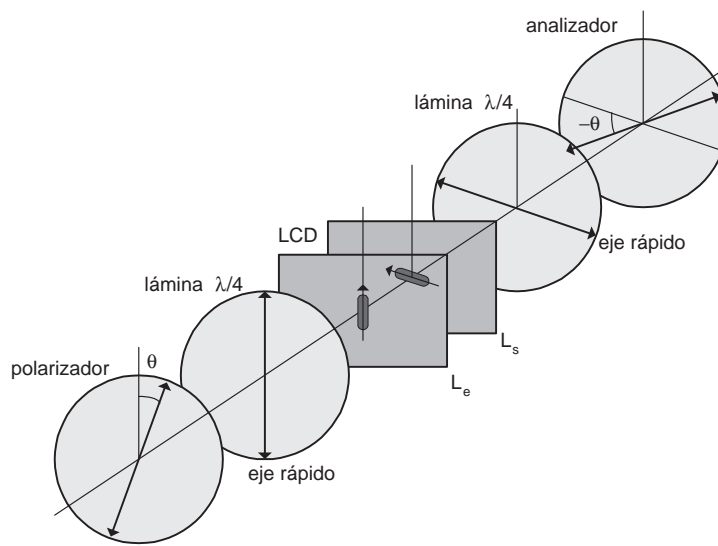


Figura 4.8: Montaje para tener luz polarizada elíptica a la entrada y salida de la pantalla del canal rojo

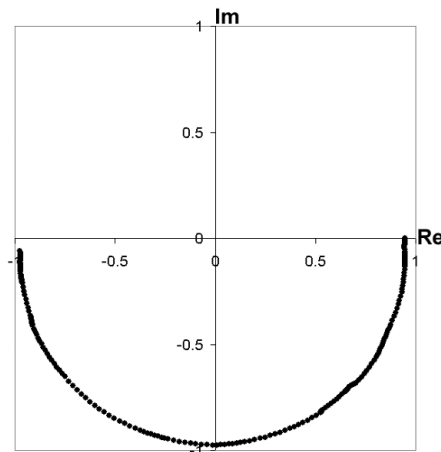


Figura 4.9: Curva operativa de casi fase  $0-\pi$  (SP) para la pantalla VGA del canal rojo

#### 4.4. Pantallas ferroeléctricas

El segundo tipo de dispositivo que utilizaremos en este trabajo son unas pantallas de cristal líquido ferroeléctrico de Boulder Nonlinear Systems (BNS) que actúan por reflexión (ver figura 4.10). Estas pantallas son más pequeñas que las VGA, ya que solo tienen un área activa de  $5,12 \times 5,12$  mm, con  $128 \times 128$  píxeles. La distancia de píxel a píxel en este caso es de  $40 \mu\text{m}$  y tienen un contraste máximo nominal de 70:1. El control de estas pantallas se realiza mediante una tarjeta y un software propios, que permiten controlar con precisión la información que se representa.

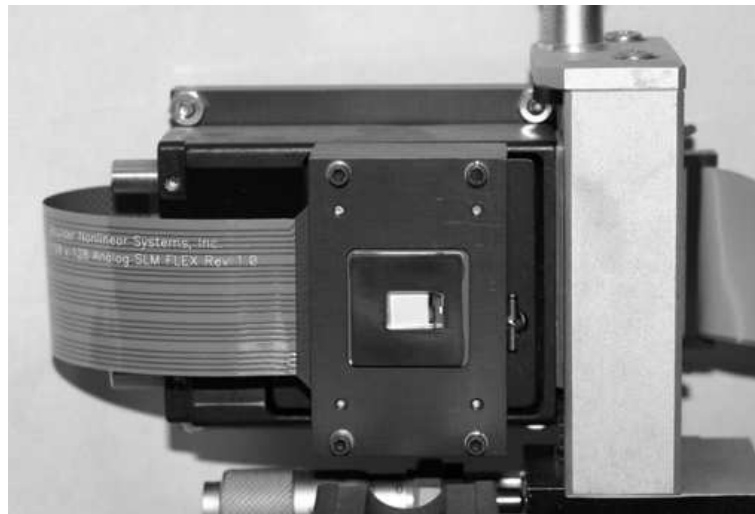
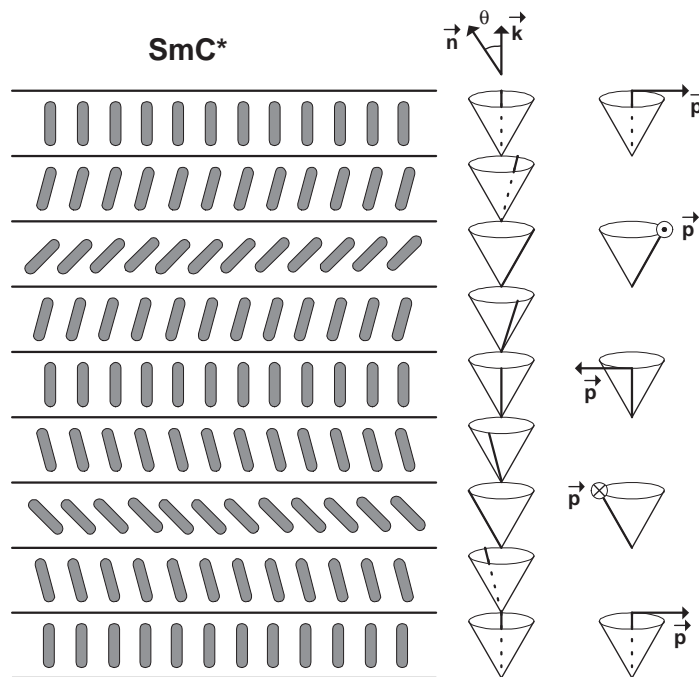


Figura 4.10: Imagen de un modulador ferroeléctrico BNS

Estas pantallas están fabricadas con un cristal líquido ferroeléctrico del tipo esméctico  $C^*$ . Estos cristales líquidos presentan un dipolo eléctrico permanente con una orientación normal a la dimensión larga de las moléculas. En el caso de los cristales ferroeléctricos de la fase esméctica  $C$  las moléculas de cristal se distribuyen en capas, que tienen un grosor menor que el tamaño de las moléculas, por lo que éstas no pueden orientarse en la dirección del vector normal de la capa y se deben inclinar un ángulo  $\theta$  respecto la normal, para poder distribuirse dentro de la capa. Dentro de cada capa las moléculas tienen una posición aleatoria aunque la orientación se ve limitada a un cono generado por el vector director de la molécula,  $\vec{n}$ , alrededor del vector normal de la capa,  $\vec{k}$ , entre los cuales hay un ángulo  $\theta$  fijo (ver figura 4.11). En este caso las moléculas presentan un dipolo eléctrico que no es paralelo al vector director de las moléculas, aunque el momento dipolar total de la capa es cero debido a las simetrías que presenta la disposición de las moléculas. Estas simetrías se rompen en el caso de los cristales esmécticos tipo  $C^*$ , en los que el cristal se dopa con moléculas que presentan quiralidad, es decir, pueden tener dos formas que son imágenes especulares la una de la otra. La estructura se distorsiona con la precesión del vector director de las moléculas respecto al eje paralelo al vector  $\vec{k}$ , lo que da lugar a una estructura helicoidal como se muestra en la figura 4.11. Un giro completo de la hélice es del orden unas mil veces el grosor de la capa. En este caso las propiedades del cristal líquido son similares a las de un cristal colestérico en el que el tensor dieléctrico de cada capa es biaxial, y en cada capa existirá un dipolo neto en la dirección  $\vec{n} \times \vec{k}$  y



**Figura 4.11:** Esquema de la estructura de un cristal líquido en fase esméctica C\*

perpendicular a  $\vec{n}$ .

Al aplicar un campo eléctrico normal a la dirección del eje de la hélice, por encima de un valor umbral la estructura helicoidal se pierde y el cristal líquido queda polarizado. Esto hace que la celda de cristal líquido este homogéneamente alineada, con el vector director perpendicular al campo eléctrico. Al invertir el campo eléctrico la polarización también se ve invertida. Esta inversión en la polarización se traduce en un giro de  $\pi$  del eje molecular, que significa un giro de  $2\theta$  del eje largo de las moléculas. Esto genera un efecto electro-óptico con dos estados posibles, lo que da lugar a una modulación binaria.

Para obtener modulación con distintos niveles de gris utilizando estos materiales existen diferentes opciones. Una de ellas es la de utilizar promedios espaciales o temporales, esta opción es útil para la representación de video pero no para el procesamiento de imágenes en las que las propiedades no pueden obtenerse por promedios.

Otra opción, que es la empleada en las pantallas BNS que utilizamos en este trabajo,

en la que se utiliza este material para construir un modulador analógico con multiniveles. Este dispositivo actúa de forma similar a un retardador de onda  $\lambda/2$  pasivo, al que la aplicación de un campo eléctrico hace rotar el eje lento del retardador respecto al eje óptico. De esta forma se puede obtener una modulación en amplitud con varios niveles de gris.

El hecho que los cristales ferroeléctricos presenten una polarización sin tener un campo aplicado, hace que al aplicar un campo eléctrico las moléculas respondan directamente. Entonces, para poder mantener el balance de corriente en el cristal líquido y evitar su destrucción, cada imagen mostrada en la pantalla debe ser seguida inmediatamente por su inversa. De todas formas la velocidad de respuesta de estos materiales es muy rápida, del orden de 50-150  $\mu\text{s}$  [BSSM97], lo que permite unas frecuencias de muestreo muy elevadas, de unos 2 kHz, considerando el par de imágenes (sin invertir-invertida), en el caso de los moduladores BNS; sin embargo esta velocidad se ve limitada a unos 810 Hz, debido a las características del hardware de control.

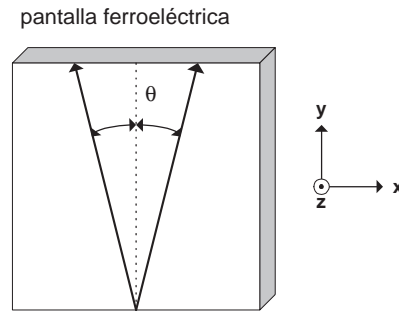
#### 4.4.1. Matrices de Jones y curvas operativas

Las propiedades de modulación de un dispositivo basado en material esméctico C\* dependen de varios factores, del cristal líquido (contenido químico, giro de la espiral...) y de la pantalla (grosor de la celda, alineación de las moléculas...). Así, para poder construir un modelo físico preciso del modulador, es preciso conocer una serie de datos de los que un usuario final no dispone. Por tanto lo que presentaremos será un modelo teórico del comportamiento de estas pantallas para ciertas configuraciones, teniendo en cuenta su comportamiento como un retardador de onda  $\lambda/2$ . A partir de este modelo obtenemos las curvas de modulación que utilizaremos más adelante.

La orientación del eje rápido del modulador depende del voltaje aplicado, de forma que este puede variar entre  $-\pi/8$  y  $\pi/8$ , como se muestra en la figura 4.12, donde también se presentan los ejes de coordenadas que se utilizan con estas pantallas. De esta forma, si el eje óptico está inclinado un ángulo  $\theta$  respecto al eje  $y$ , la matriz de Jones del modulador se puede expresar como:

$$W(\theta) = R(-\theta)L_2(0)R(\theta) \quad (4.64)$$

En la que no tenemos en cuenta las fases constantes.  $L_2$  es la matriz de Jones de un



**Figura 4.12:** Orientación variable del eje óptico de la pantalla ferroeléctrica

retardador de onda  $\lambda/2$  con el eje lento en la dirección  $y$ , tomada como la bisección de las orientaciones posibles del eje óptico del modulador, teniendo en cuenta la ecuación 4.9 y sin tener en cuenta las fases constantes:

$$L_2(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (4.65)$$

A esta matriz hay que aplicarle el cambio de coordenadas desde el sistema del eje óptico al sistema del laboratorio, utilizando la matriz de rotación de la ecuación 4.11, con lo que finalmente la matriz de Jones del modulador es:

$$\begin{aligned} W(\theta) &= \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos^2 \theta - \sin^2 \theta & 2 \cos \theta \sin \theta \\ 2 \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta - \cos^2 \theta \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.66)$$

y simplificando, la matriz queda como:

$$W(\theta) = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (4.67)$$

Para obtener las configuraciones que utilizaremos usamos polarizadores, como en el caso de las pantallas VGA, pero en este caso además hay que utilizar un divisor de haz para separar la luz de entrada de la de salida, ya que estos dispositivos funcionan por reflexión y no por transmisión.

La primera configuración la obtenemos como se muestra en la figura 4.13. A la entrada de la luz ponemos un polarizador lineal orientado en la dirección  $y$ , de forma

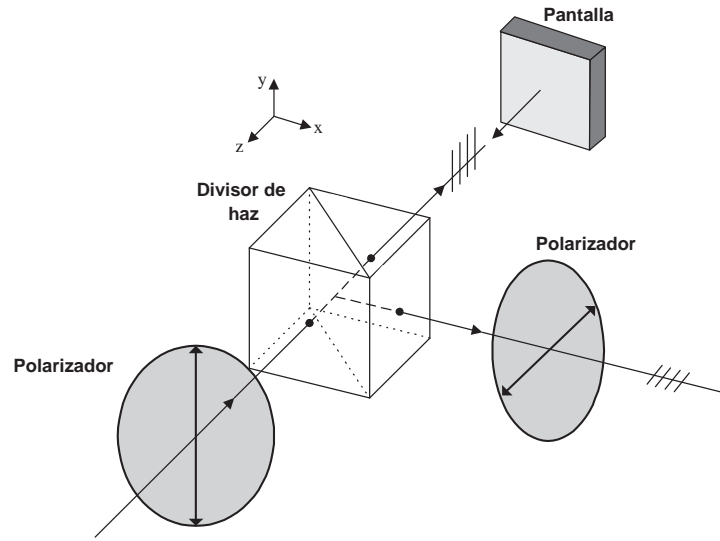


Figura 4.13: Esquema del montaje para obtener modulación real

que la luz que llega a la pantalla esta polarizada en esta dirección (sin considerar los términos constantes):

$$J_1 = P\left(\frac{\pi}{2}\right)J_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.68)$$

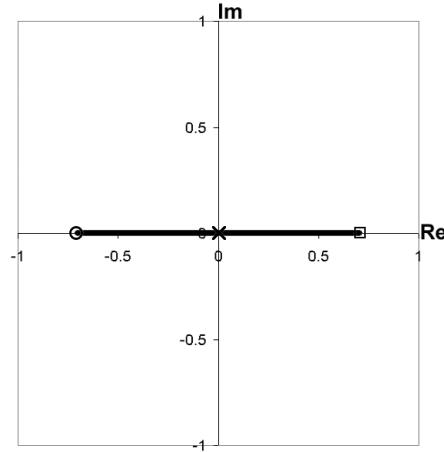
Esta luz polarizada se verá modulada por  $W(\theta)$  al reflejarse en la pantalla,

$$J_2 = W(\theta)J_1 = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin 2\theta \\ -\cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (4.69)$$

Finalmente, si a la salida del divisor de haz colocamos otro polarizador, este orientado en la dirección  $x$ , tenemos:

$$J_S = P(0)J_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin 2\theta \\ -\cos 2\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin 2\theta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.70)$$

Así se obtiene una modulación solo real, de forma que dependiendo del nivel de gris que se muestre en la pantalla, variará el ángulo  $\theta$  del eje óptico entre  $-\pi/8 \leq \theta \leq \pi/8$ , dando lugar a la curva operativa de la figura 4.14. La cruz ( $\times$ ) indica la modulación cuando no se aplica campo eléctrico a la pantalla ( $\theta = 0$ , nivel de gris 128) y los valores extremos estan indicados con un círculo ( $\circ$ ) para  $\theta = -\pi/8$  y el nivel de gris 0, y un cuadrado ( $\square$ ) para  $\theta = \pi/8$  y el nivel de gris 255.



**Figura 4.14:** Curva de modulación solo real para las pantallas ferroeléctricas

Una segunda configuración para estas pantallas se obtiene colocando los polarizadores cruzados respecto a las posiciones de la configuración real, de esta forma la luz de entrada ahora esta polarizada en la dirección del eje  $x$ :

$$J_1 = P(0)J_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.71)$$

El modulador de nuevo actúa de la misma manera,

$$J_2 = W(\theta)J_1 = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \end{pmatrix} \quad (4.72)$$

Y el polarizador a la salida se encarga de que la luz salga polarizada en la dirección  $y$ :

$$J_3 = P\left(\frac{\pi}{2}\right)J_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sin 2\theta \end{pmatrix} \quad (4.73)$$

De esta forma obtenemos modulación real, pero en la componente perpendicular. Si además después del polarizador colocamos una lámina  $\lambda/4$ , con el eje rápido en la dirección  $y$ , como se muestra en la figura 4.15, esta introduce un desfase  $\pi/2$  en las componentes de la polarización, con lo que se obtiene modulación solo imaginaria:

$$L_4(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \quad (4.74)$$

$$J_S = L_4(0)J_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \sin 2\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ i \sin 2\theta \end{pmatrix} \quad (4.75)$$



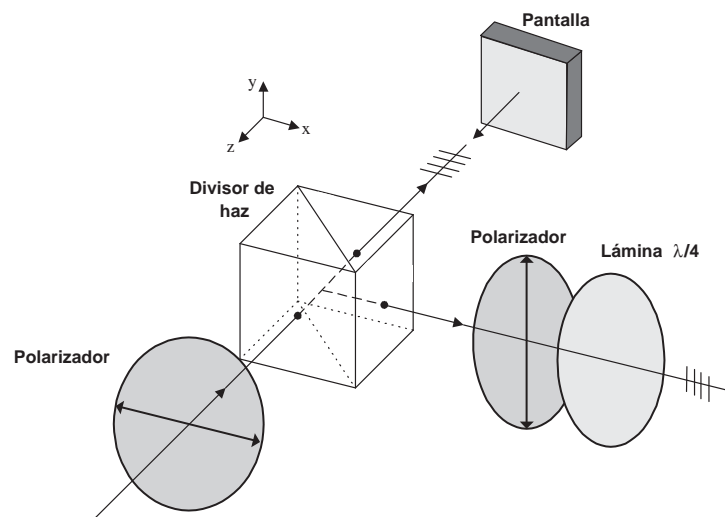


Figura 4.15: Esquema del montaje para obtener modulación imaginaria

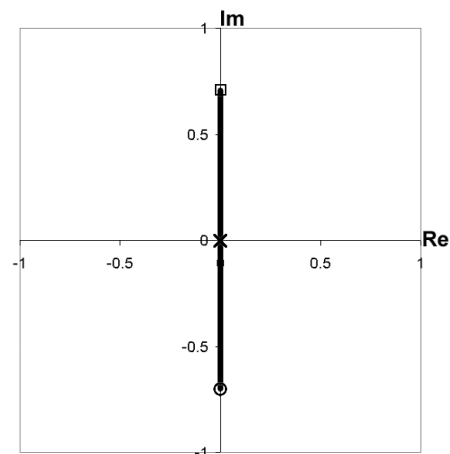
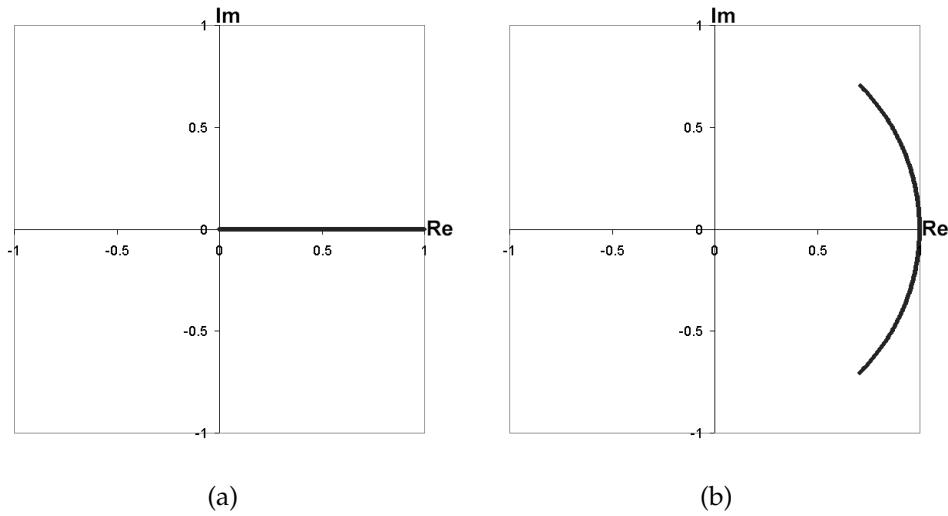


Figura 4.16: Curva de modulación solo imaginaria para las pantallas ferroeléctricas

Así obtenemos la curva de modulación de la figura 4.16, con la que se tiene modulación solo imaginaria. En el caso que la lámina  $\lambda/4$  tenga el eje rápido en la dirección  $x$ , el signo de la parte imaginaria pasa a ser negativo y la curva aparece rotada  $180^\circ$ .

Estas dos configuraciones son las que utilizaremos en el presente trabajo. Existen otras posibles configuraciones, pero no se obtienen modulaciones de solo fase con un amplio rango de modulación, como en el caso de las pantallas de cristal líquido nemático. De todas formas si es posible hallar una configuración de solo amplitud, si se utilizan una lámina  $\lambda/4$  y una  $\lambda/2$  orientadas adecuadamente y colocadas entre el divisor de haz y la pantalla, de esta forma tenemos:



**Figura 4.17:** Curvas de modulación para las pantallas ferroeléctricas: (a) solo amplitud y (b) solo fase

$$J_S = P(0)L_2\left(\frac{\pi}{16}\right)L_4\left(\frac{\pi}{8}\right)W(\theta)L_4\left(\frac{\pi}{8}\right)L_2\left(\frac{\pi}{16}\right)P(0)J_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} \cos(2\theta) + \sin(2\theta) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.76)$$

Con lo que se obtiene modulación solo en amplitud, con una curva como la que se muestra en la figura 4.17(a). De forma similar, cambiando las orientaciones de las láminas, se puede obtener una modulación solo en fase:

$$J_S = P(0)L_2\left(\frac{\pi}{8}\right)L_4(0)W(\theta)L_4(0)L_2\left(\frac{\pi}{8}\right)P(0)J_0 = e^{i2\theta} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.77)$$

Así obtenemos la curva de la figura 4.17(b), en la que vemos que la modulación en fase esta limitada entre  $\pi/4$  y  $-\pi/4$ , lo que sólo da un rango de  $\pi/2$  para representar valores de fase, que es mucho menor al rango de fase de la curva PM de las pantallas VGA, que llegaba a  $1.60\pi$