

## Evaluación de las curvaturas locales de un frente de onda mediante interferometría de difracción por múltiples puntos

### Wavefront local curvature evaluation by multiple point diffraction interferometry

Eva Acosta<sup>(1)</sup>, Sara Chamadoira<sup>(1,2,\*)</sup>, Salvador Bosch<sup>(3,S)</sup>, Santiago Vallmitjana<sup>(3,S)</sup>

1. Departamento de Física Aplicada (Área de Óptica), Universidade de Santiago de Compostela. Facultade de Física. Campus Vida, 15782 Santiago de Compostela, Spain.

2. INDO Lens Group, S.L.U., Alcalde Barnils 72, 08174 Sant Cugat del Vallés, Spain.

3. Departament de Física Aplicada i Optica. Universitat de Barcelona, Diagonal 647, 08028, Barcelona, Spain.

(\*) Email: [sara.chamadoira@indo.es](mailto:sara.chamadoira@indo.es)

S: miembro de SEDOPTICA / SEDOPTICA member

Recibido / Received: 13/12/2012. Revisado / Revised: 19/03/2013. Aceptado / Accepted: 20/03/2013.

DOI: <http://dx.doi.org/10.7149/OPA.46.2.157>

#### RESUMEN:

El objetivo fundamental de este trabajo es modificar el diseño clásico del interferómetro de difracción por punto para que permita medir simultáneamente las curvaturas locales de la fase de una onda en distintos puntos de un plano transversal a la dirección de propagación de un haz de luz con aberraciones. Para ello, y como segundo objetivo, propondremos un método de cálculo nuevo y sencillo que nos permitirá diseñar el componente fundamental del interferómetro para cada aplicación deseada.

**Palabras clave:** Interferómetro de Difracción por Punto, Frente de Onda, Curvaturas Locales, Propagación de Haces.

#### ABSTRACT:

The principal objective of this work is modify the classical point diffraction interferometer to measure simultaneously local curvatures of a wavefront at different points on a plane transversal to the direction of propagation of an aberrated beam. On the other hand we propose a new and easy method of calculus that will allow optimize the design of the fundamental component of the interferometer for a specific application.

**Key words:** Point Diffraction Interferometer, Wavefront, Local Curvatures, Beam Propagation.

#### REFERENCIAS Y ENLACES / REFERENCES AND LINKS

- [1]. V. Linikk, "Simple interferometer for the investigation of optical systems", *C.R. Acad., Sci. USSR* **1**, 208-210 (1933).
- [2]. R. N. Smartt, J. Strong, "Point diffraction interferometer", *J. Opt. Soc. Am.* **62**, 737 (1972).
- [3]. E. Acosta, S. Chamadoira, R. Blendowske, "Modified point diffraction interferometer for inspection and evaluation of ophthalmic components", *J. Opt. Soc. Am. A* **23**, 632-637 (2006). [DOI](#)
- [4]. S. Chamadoira, *Interferómetro de Difracción por Orificio, IDO, para la Inspección y Caracterización de Lentes Progresivas*, PhD Thesis, Universidad de Santiago de Compostela, Spain (2012).
- [5]. S. Chamadoira, R. Blendowske, E. Acosta, "Tailored point diffraction interferometer for measuring PAL's: Local prescriptions", *Optometry Vision Sci.* **89**, 1532-1542 (2012). [DOI](#)
- [6]. J. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, 3<sup>rd</sup> Edition, Chap. 5, Roberts & Company Publishers, Greenwood Village (2005).

## 1. Introducción

El interferómetro de difracción por punto es un interferómetro de camino común que genera su propio haz de referencia de una forma muy sencilla [1]. El componente principal de un interferómetro de difracción por punto (IDP) es una lámina semitransparente (caracterizada por un coeficiente de transmisión  $t$ ) con una pequeña apertura circular (de radio  $a$ ) situada en el centro de la lámina, tal como se muestra en la Fig. 1. Al iluminar la lámina con un haz de luz cuya región focal se encuentra en las proximidades de la misma, el orificio originará, por difracción, una onda esférica que actuará como onda de referencia; y el haz incidente se transmite través de la lámina sin cambios en su fase, sólo con la intensidad atenuada. Por tanto, si el haz incidente es un haz de luz coherente, tras la lámina se observará el patrón de interferencia de ambos haces, que presentará buen contraste si el haz de referencia y el que atraviesa la lámina tienen una amplitud similar, lo que se logra básicamente con el control de la relación tamaño de orificio-transmitancia [2-3]. En la Fig. 1 se representa el esquema básico de funcionamiento de un IDP.

En la práctica, para la medida de las aberraciones de un frente de onda nominalmente plano, se focaliza la onda sobre la lámina mediante una lente convergente como se

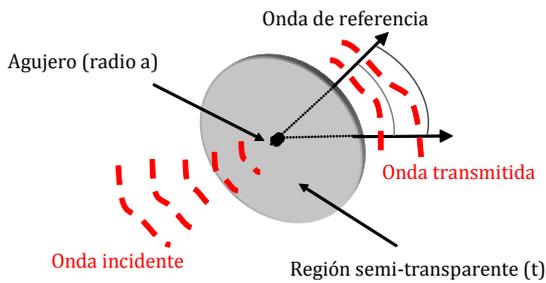


Fig. 1. Principio básico del IDP.

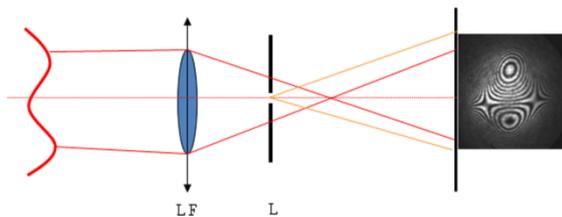


Fig. 2. Medida de las aberraciones.

muestra en la Fig. 2. No es necesario ni que el agujero esté exactamente situado sobre el eje de propagación del sistema óptico ni en el plano focal de la lente focalizadora, i.e., la lámina se puede desplazar tanto axial como transversalmente lo que equivale a introducir términos adicionales lineales y cuadráticos en la onda de referencia.

El IDP, al igual que otros modelos de interferómetros, proporciona la fase de la onda en un plano (en la Fig. 2 en el plano objeto conjugado con el plano de observación), por tanto para aquellas aplicaciones en las que se desee conocer la fase en un plano el IDP representa una alternativa robusta dentro de los distintos interferómetros que podrían utilizarse. Sin embargo, existen aplicaciones en las que el conocimiento de la fase per se no es necesario o conveniente, si no que es preferible conocer las curvaturas locales de la fase en cada punto del plano de medida. En trabajos previos [4,5] hemos demostrado como la elección adecuada de la transmitancia y del tamaño del agujero permite medir punto a punto la curvaturas locales un frente de onda, seleccionando el punto mediante el desplazamiento transversal de la lámina y hemos demostrado su aplicabilidad en la caracterización de la prescripción local de lentes progresivas.

En este trabajo proponemos el uso de una lámina con varios agujeros que permitiría medir simultáneamente las curvaturas locales de la fase de la onda en varios puntos y que, por consiguiente, reduciría drásticamente el tiempo de toma de datos. El diseño de la lámina en este caso consiste no sólo en encontrar la relación transmitancia-diámetro agujero si no en encontrar también la distribución óptima, en posición y número, de los agujeros dependiendo de la aplicación concreta en la que se desea utilizar el IDP.

## 2. Metodología

### 2.a. Teoría

Recientemente hemos demostrado que el desplazamiento axial de la lámina permite compensar curvaturas globales fuertes del haz bajo análisis (lo que supone un aumento del

rango dinámico del interferómetro) a costa de reducir la región bajo análisis [4,5]. Grosso modo podemos argumentar que esto se debe al hecho de que el orificio genera un haz cuasi-esférico cuya distribución de intensidad en un plano transversal a la dirección de propagación está modulada por la función de Bessel de orden uno, cuya anchura depende fundamentalmente del tamaño del agujero. Cuanto más grande es el agujero y mayor la distancia lamina-plano focal menor es la región en la que el contraste de las franjas es aceptable. Dentro de estas pequeñas regiones la fase se puede aproximar por un polinomio de orden 2, i.e., la fase de un frente de onda localmente esferocilíndrico, y las franjas de interferencia serán, en general, elipses. El tamaño y la orientación de los semiejes de una franja cualquiera nos proporcionará respectivamente las curvaturas locales de la fase y el eje del astigmatismo local. Mediante los movimientos transversales de la lámina se procede al mapeado de la fase en todos los puntos del plano de observación. En la Fig. 3 se ilustra este hecho mediante un experimento sencillo: Se muestra una composición de interferogramas de la fase producida por una lente plano-esférica. Se observa cómo a medida que la lámina se desplaza (verticalmente) del centro, la curvatura local de la fase varía en ambas direcciones transversales debido a la presencia de aberración esférica.

Cuanto más denso es el mapeado en el plano transversal, mayor información obtendremos de las curvaturas locales de la fase y de su variación debido a la presencia de aberraciones respecto a lo que definamos como haz de referencia. En

práctica, con un IDP con un solo orificio, aumentar el número de medidas supone desplazar la lámina en su plano tantas veces como número de medidas deseemos realizar. Por tanto, el diseño de una lámina con múltiples agujeros que permita obtener simultánea y separadamente varios sistemas de franjas elípticas (como las de la Fig. 3) en varios puntos del plano de medida supondrá una mejora en la precisión y en la velocidad de toma de datos de las medidas.

La posibilidad de utilizar más de un agujero en la lámina conlleva la necesidad de desarrollar una herramienta numérica de simulación que permita investigar en detalle los diversos factores experimentales que hay que considerar antes de la fabricación de una o varias láminas de agujeros múltiples de prueba.

## 2.b. Simulaciones numéricas

Para simular en detalle la acción de la lámina (transmitancia, número de agujeros, separación, posición longitudinal en el montaje, etc) hemos elaborado unos programas de cálculo que simulan las diversas fases de propagación de la onda monocromática, en teoría escalar [6] y mediante cálculos de FFT.

Nuestro procedimiento es totalmente elemental: cada tramo de propagación en el montaje se calcula en aproximación de Fresnel (Ec. (1)), utilizando FFT para el cálculo de las transformadas de Fourier. La deformación del frente de onda en nuestra zona de estudio se supone expresada en términos de los polinomios de Zernike. El primer proceso de propagación

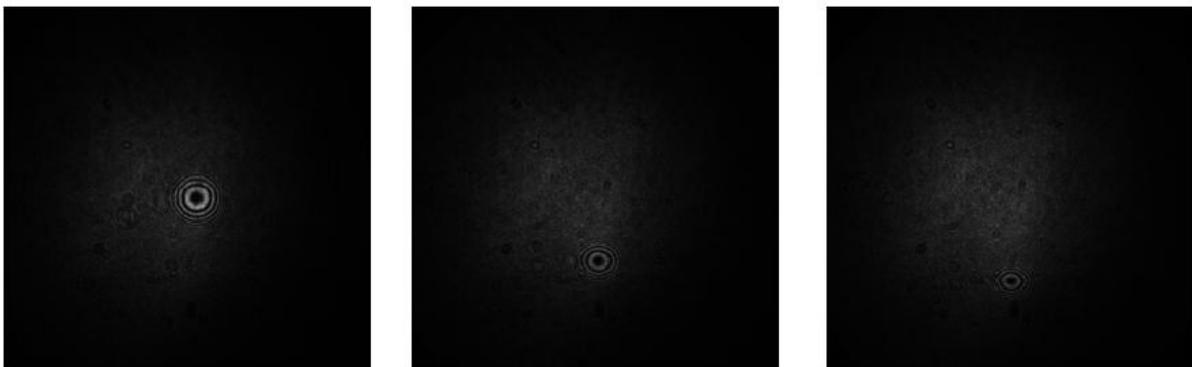


Fig. 3. Interferogramas asociados a una lente plano-esférica.

corresponde al trayecto de la luz hasta el plano de lente focalizadora (caracterizado por las coordenadas  $x_0, y_0$ ), donde la distribución de amplitud compleja vendrá dada por:

$$U(x_1, y_1) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left(\frac{ik}{2z}(x_0^2 + y_0^2)\right) \times \iint U(x_0, y_0) \exp\left(i\frac{k}{2z}(x_1^2 + y_1^2)\right) \times \exp\left(i\frac{2\pi}{\lambda z}(x_0x_1 + y_0y_1)\right) dx_0 dy_0, \quad (1)$$

siendo  $U(x_1, y_1)$  la distribución de amplitud compleja de la onda en un plano situado una distancia  $z$  de la lente focalizadora.

El siguiente proceso físico a simular es el paso a través de la lente focalizadora. Con muy buena aproximación se puede simular el paso a través de la lente en la suposición de lente perfecta cuya función de transmitancia viene dada por la Ec. (2):

$$t_f(x, y) = \exp\left(-i\frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right). \quad (2)$$

Este detalle se comprueba por el hecho de usar un sistema óptico corregido y trabajando con poco campo.

El siguiente paso en nuestro procedimiento de cálculo corresponde a una nueva propagación: desde el plano de salida de la lente hasta el plano de la lámina. Este punto no difiere mucho de la primera propagación, excepto por el hecho de que corresponde normalmente a una distancia del orden de la focal de la lente.

En el plano de la lámina se aplica una de las ideas clave de nuestro método: se simula la transmitancia de la lámina (Ec. (3)) y la acción del punto (o puntos) o agujero (o agujeros) como un producto punto a punto en el plano sobre la distribución compleja de amplitudes obtenida en la propagación anterior.

$$t(\text{lámina}) = \begin{cases} 1 & \text{orificio,} \\ t & \text{resto lámina.} \end{cases} \quad (3)$$

La precisión de nuestro método estará decisivamente influenciada por la implementación de cálculo que se realice en este paso. En efecto, por ejemplo, si dentro de los

agujeros nuestro procedimiento de cálculo no indica variaciones observables de intensidad, ello implica que no estamos teniendo en cuenta adecuadamente el tamaño finito del agujero. Otro efecto fácil de estudiar en estas condiciones es prever el contraste de las figuras por el simple hecho de observar donde se están emplazando los agujeros. Por otra parte, y como gran ventaja, es importante destacar que si la implementación de cálculo es correcta no hay ninguna dificultad en incluir un número cualquiera de orificios (con sus tamaños respectivos) o incluso suponer valores complejos para la transmitancia de la lámina. En todos los casos el tiempo de cálculo y la precisión serán invariantes.

Por último puntualizaremos que en nuestra configuración más usual la distancia de propagación es de  $2f$  [4], siendo variable el diámetro de la zona de estudio. Evidentemente los requerimientos de cálculo aumentan si aumenta ésta.

### 2.c. Resultados

Hemos estudiado un ejemplo que demuestra a la vez la potencia de cálculo del método numérico y la posibilidad de diseñar IDP's para distintas aplicaciones una vez conocidos a priori los parámetros de los frentes de ondas que usualmente se desean medir en la aplicación concreta para la que diseñaremos el interferómetro. Así, hemos simulado con nuestro programa de cálculo los patrones de interferencia producidos por un interferómetro como el de la Fig. 2 con las siguientes características. En un plano situado a 100mm de la lente focalizadora (LF) de 50mm de distancia focal simulamos una fase mediante la combinación lineal de los 8 primeros polinomios de Zernike (usando el ordenamiento de Wyant), excepto el pistón. La lámina (L) está situada en un entorno del plano focal y el plano de observación a 50mm del mismo.

Hemos demostrado que es suficiente trabajar con matrices de  $2048 \times 2048$  para fases dentro de regiones de 8 mm de diámetro definida por coeficientes Zernike de algunas longitudes de onda de magnitud ( $\lambda = 633$  nm). En estas condiciones, el tiempo de cálculo de una figura de interferencia es del orden de pocos segundos.

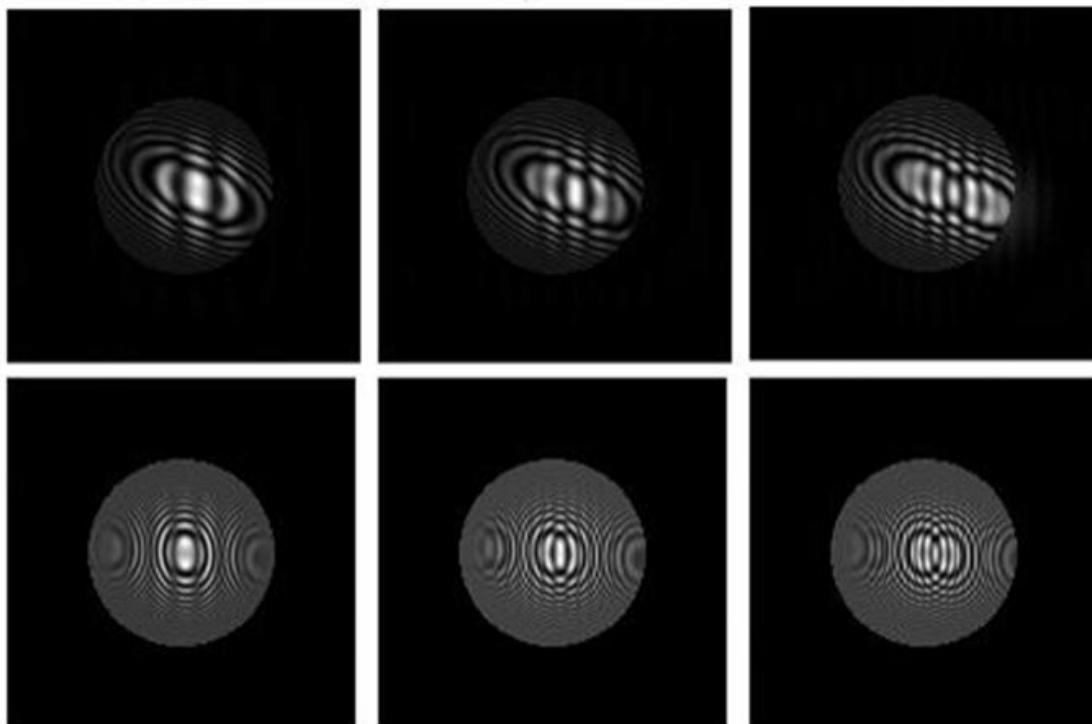


Fig. 4. Simulaciones con 2 orificios.

En la Fig. 4, en fila superior, se muestran los resultados de las simulaciones para una fase definida con coeficientes de Zernike para una pupila de 8 mm de diámetro: 0, 0, -3, 2, 3, 0, 0, 0 (longitudes de onda). La lámina, con dos agujeros de 7.5 micras de radio, está situada a 0.02 mm del plano focal. Y el plano de observación está a 50 mm del plano focal (i.e., 49.98mm detrás de la lámina). La figura muestra las interferencias observadas cuando la separación entre centros de los agujeros es (de izquierda a derecha) de 20, 30 y 40 micras.

En la fila inferior se muestran las correspondientes simulaciones para coeficientes 0, 0, -4, -5, 1, 0, 0, 0, y la lámina con separación entre centros de los agujeros de 30, 60 y 90 micras) situada a 2 mm más allá del plano focal. Se observa claramente cómo a medida que los orificios se van separando y variamos la distancia foco-lámina van apareciendo dos sistemas de franjas que pueden llegar a separarse por completo, lo que nos indica que es posible diseñar interferómetros con láminas con múltiples agujeros con este método.

En la Fig. 5 se muestran los interferogramas obtenidos considerando una lámina con nueve orificios de 7.5 micras de radio cada uno, en los

que hemos variado la componente esférica de la fase, que viene descrita por el coeficiente de Zernike  $Z_8$ . En las figuras de la izquierda  $Z_8 = -0.5\lambda$ ; en las figuras centrales  $Z_8 = 0.0\lambda$  y en las de la derecha  $Z_8 = -0.5\lambda$ . En la fila superior se muestran las simulaciones obtenidas para una distancia entre orificios de 0.2 mm y en la fila inferior las simulaciones obtenidas para una distancia de 0.3 mm. Se observa de nuevo cómo al aumentar la distancia entre orificios los sistemas de franjas también se separan. Además se puede observar cómo la forma de las franjas varía dependiendo del signo de la aberración esférica que presenta cada una de las fases.

Con el fin de demostrar cómo se realizaría un mapeado del objeto de fase bajo análisis, en la Figura 6 se muestran las simulaciones obtenidas al desplazar la lámina compuesta por nueve orificios. En las figuras de la izquierda el desplazamiento aplicado es 0.0 mm, en las centrales es 0.1 mm y en las figuras de la derecha el desplazamiento aplicado sobre la lámina es de 0.2 mm. Se observa cómo a medida que desplazamos la lámina y por tanto, los orificios, las franjas también se desplazan, es decir, podemos caracterizar otros puntos del frente de onda.

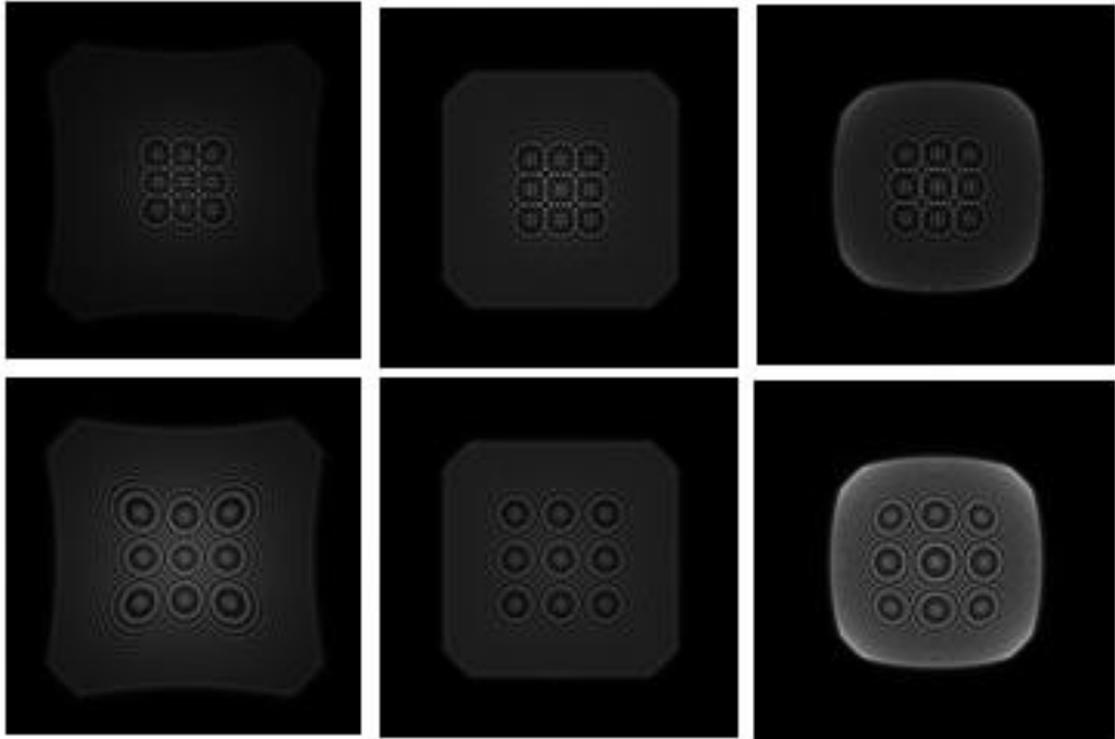


Fig. 5. Simulaciones con 9 orificios centrados.

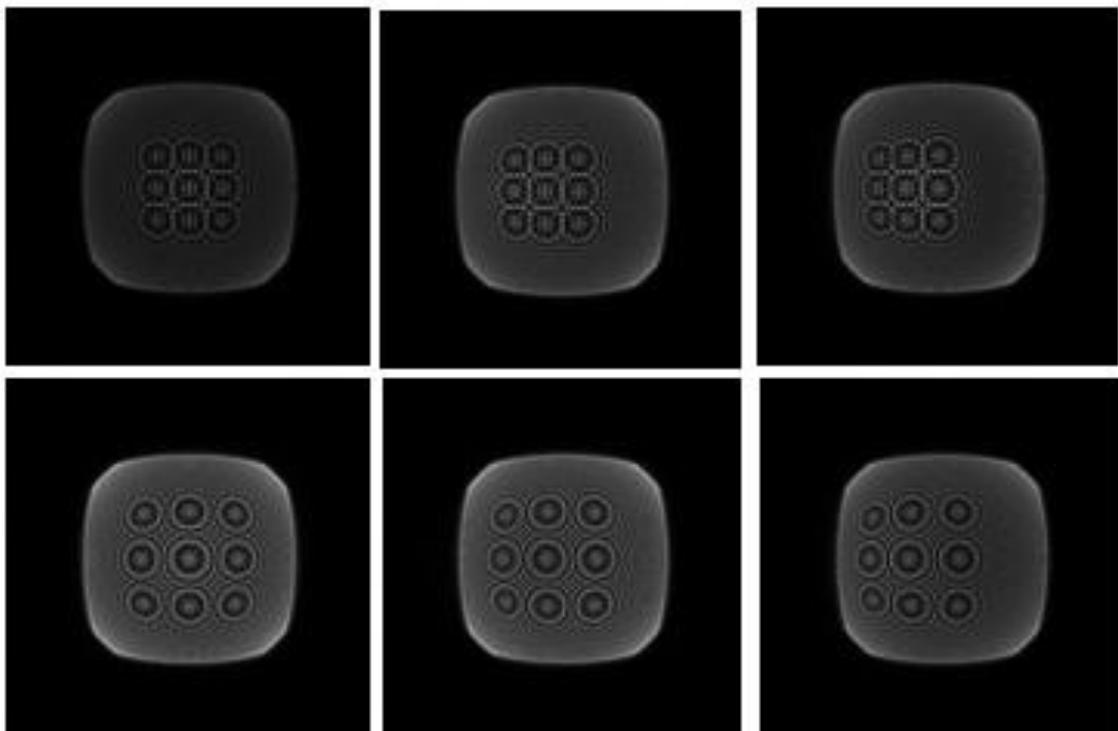


Fig. 6. Simulaciones con 9 orificios desplazados.

### **3. Conclusiones**

Hemos desarrollado un método de cálculo que nos permitirá diseñar interferómetros de difracción por punto que contengan una lámina con varios agujeros como componente principal. La lámina con varios agujeros permitirá la evaluación simultánea, en distintos puntos de un plano de medida, de las curvaturas locales de un frente de onda bajo análisis. Dependiendo de la aplicación, podremos diseñar ad hoc el número, tamaño y la distribución espacial de los agujeros para la optimización del IDP en términos de precisión, resolución espacial y/o tiempo de procesado de las medidas.

### **Agradecimientos**

Este trabajo fue financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia a través del proyecto coordinado entre la USC y la UB FIS2012-38244-C02.