

FACULTAD DE CIENCIAS

ASIGNATURA DE GEOMETRÍA GENERAL

CUESTIONARIO DE EXAMEN

REDACTADO POR

D. Santiago Mundi y Giró

Doctor en Ciencias

y Catedrático de la Facultad de Ciencias



BARCELONA

ESTABLECIMIENTO TIPOGRÁFICO DE LA CASA P. DE CARIDAD
CALLE DE MONTALEGRE, NÚMERO 5

1896

BIBLIOTECA DE LA UNIVERSITAT DE BARCELONA



0701724816

FACULTAD DE CIENCIAS

ASIGNATURA DE GEOMETRÍA GENERAL

CUESTIONARIO DE EXAMEN

REDACTADO POR

D. Santiago Mundi y Giró

Doctor en Ciencias

y Catedrático de la Facultad de Ciencias



BARCELONA

ESTABLECIMIENTO TIPOGRÁFICO DE LA CASA P. DE CARIDAD

CALLE DE MONTALEGRE, NÚMERO 5

1898

ADVERTENCIA

Con el objeto de lograr la mayor equidad, cada una de las preguntas del Cuestionario se divide en tres partes: los alumnos contestarán de la primera lección la primera serie, luego la otra de la segunda y la tercera de la última.

CUESTIONARIO DE EXAMEN



PREGUNTA PRIMERA

- I.—Grado de un monomio.
- II.—Curva de segundo orden engendrada por dos haces de radios.
- III.—Enumeración de las formas elementales.—Formas elementales proyectivas.—Formas elementales perspectivas.

PREGUNTA 2.^a

- I.—Generalidad de las ecuaciones homogéneas.
- II.—Haz de radios de segundo orden engendrado por dos alineaciones.
- III.—Curvas de segundo orden con un punto ó tangente común.

PREGUNTA 3.^a

- I.—Restablecimiento de la homogeneidad.
- II.—Superficie cónica y haz de planos de segundo orden.
- III.—Condición para que dos curvas ó dos haces de radios de segundo orden proyectivos sean idénticos.—Extensión á las superficies cónicas y haces de planos.

- 4 -

PREGUNTA 4.^a

I.—Construir una expresión algébrica.—Caso de que sea entera y de primer grado.

II.—Construir una curva de segundo orden dados cinco puntos.

III.—Condición para que dos formas fundamentales sean involutivas.

PREGUNTA 5.^a

I.—Construir una expresión de primer grado fraccionaria.

II.—Teorema de Pascal.—Deformación del exágono suponiendo cinco de sus vértices fijos y el sexto móvil.

III.—Involución en las formas de segundo orden.—Centro y eje.

PREGUNTA 6.^a

I.—Construir una expresión radical de primer grado.

II.—Construir un haz de radios de segundo orden dados cinco elementos.

III.—Involución concordante y opuesta.—Puntos dobles.

PREGUNTA 7.^a

I.—Construir una expresión de segundo grado.

II.—Teorema de Brianchon.—Deformación del exágono no suponiendo cinco lados fijos y el sexto móvil.

III.—Determinación y construcción de una involución.

PREGUNTA 8.^a

- I.—Construir una expresión de tercer grado.
- II.—Elementos armónicos en las formas de segundo orden.
- III.—Los puntos conjugados de una alineación están en involución.—Teorema correlativo y corolarios.

PREGUNTA 9.^a

- I.—Construcción de expresiones trigonométricas.
- II.—Número de elementos que determinan á una curva de segundo orden.
- III.—Teorema de Pappus.—Teorema correlativo y aplicaciones.

PREGUNTA 10

- I.—Construir las raíces de la ecuación $x^2 + bx + c^2 = 0$.
- II.—Número de elementos que determinan á un haz de radios de segundo orden.
- III.—Teorema de Desargues.—Teorema correlativo y corolarios.

PREGUNTA 11

- I.—Construir las raíces de la ecuación $x^2 - bx + c^2 = 0$.
- II.—Circunferencia engendrada por dos haces de radios iguales.
- III.—Relaciones métricas entre seis puntos de una involución.

PREGUNTA 12

- I.—Construir las raíces de la ecuación $x^2 + bx - c^2 = 0$.
- II.—Una tangente á la circunferencia corta á otras dos en alineaciones proyectivas.

III.—Centro y potencia de la involución.—Determinación de los puntos dobles.

PREGUNTA 13

- I.—Construir las raíces de la ecuación $x^2 - bx - c^2 = 0$.
- II.—Condiciones para que un haz de radios de segundo orden esté envuelto por una circunferencia.
- III.—Sistema de círculos cuyos diámetros son segmentos comprendidos entre puntos homólogos de una involución.

PREGUNTA 14

- I.—Resolución algorítmica de los problemas geométricos.
- II.—Sistemas armónicos en la circunferencia.
- III.—Potencia de un punto respecto á un círculo.—Eje radical.—Su determinación.

PREGUNTA 15

- I.—Definición general de la proyección de un punto sobre una superficie y sobre una línea.
- II.—Definición de tangente.—Aplicación del teorema de Pascal al pentágono, cuadrilátero y triángulo.
- III.—Centro radical.—Eje radical entre dos círculos interiores.

PREGUNTA 16

- I.—Valor de la proyección ortogonal de una recta sobre un eje.
- II.—Definición del punto de contacto.—Aplicación del teorema de Brianchon al pentágono, cuadrilátero y triángulo.

III.—Todo círculo que pasa por los puntos dobles de una involución corta ortogonalmente á los que tienen por diámetro la distancia entre dos puntos homólogos.

PREGUNTA 17

- I.—Proyección de una línea quebrada sobre un eje.
- II.—Dados cinco puntos de una curva hallar las tangentes.—Teorema correlativo.
- III.—Haz de radios involutivo ortogonal.

PREGUNTA 18

- I.—Proyecciones de una recta sobre tres ejes rectangulares.
- II.—Construir la curva y el haz de radios de segundo orden, apoyándose en los teoremas de Pascal y Brianchon.
- III.—En todo triángulo rectángulo inscrito en una cónica, si se hacen girar los catetos alrededor del vértice de su ángulo ¿qué propiedad tiene la hipotenusa?

PREGUNTA 19

- I.—Ángulo de dos rectas.
- II.—Aplicación de los teoremas de Pascal y Brianchon á la construcción de alineaciones y haces proyectivos.
- III.—Definición de foco.—Su situación.—Foco en el círculo.

PREGUNTA 20

- I.—Proyección ortogonal de una recta sobre un plano.
- II.—Propiedad del cuadrángulo y cuadrilátero completos, inscrito el primero y circunscrito el segundo á una curva ó haz de radios de segundo orden.

III.—Los focos son puntos dobles de una involución.—
Foco en la parábola.

PREGUNTA 21

I.—Proyecciones de una recta sobre tres planos rectangulares.

II.—La envolvente de un haz de segundo orden es una curva del mismo orden.

III.—Propiedades angulares que resultan de trazar rectas conjugadas y unir su punto de concurso con los focos.

PREGUNTA 22

I.—Proyección del área de un triángulo sobre un plano.

II.—En cuatro puntos armónicos las tangentes á la curva de segundo orden son armónicas.

III.—Directriz.—Propiedades que tiene esta recta y el foco.—Caso de la parábola.

PREGUNTA 23

I.—Proyección de un polígono y de una curva plana sobre un plano.

II.—Teoremas de Pascal y de Brianchon para las superficies cónicas y haces de planos de segundo orden.

III.—Propiedad de los radios vectores en la elipse.—
Construcción de la elipse.

PREGUNTA 24

I.—Proyecciones de una área sobre tres planos rectangulares.

II.—Clasificación de las curvas de segundo orden atendiendo á la recta del infinito.

- III.—Propiedad de los radios vectores en la hipérbola.
—Construcción de la hipérbola.

PREGUNTA 25

- I.—Dadas tres proyecciones rectangulares de una área, hallar la proyección sobre otro plano.
II.—Clasificación de las curvas de segundo orden consideradas como secciones cónicas.
III.—Construcción de la parábola.—Círculos focal y principal en las cónicas.

PREGUNTA 26

- I.—Área de un trapecio rectángulo.
II.—Determinar el género en la cónica producida por dos haces de radios proyectivos.
III.—Trazado de tangentes á las cónicas conocidos los focos.

PREGUNTA 27

- II.—Fórmula de Simpson.
II.—Degeneración de la curva de segundo orden en una ó dos rectas.
III.—Elementos unidos en las formas elementales, proyectivas y superpuestas.

PREGUNTA 28

- I. Fórmula de Poncelet.
II.—Envolvente del haz formado por alineaciones semejantes.—Tangentes paralelas en las cónicas.
III.—Hallar la intersección entre una recta y una cónica dada por cinco puntos.—Teorema correlativo y aplicaciones.

PREGUNTA 29

- I.—Elementos simples de la Geometría.—Anotación.
- II.—Criterio para saber si será elipse ó hipérbola la envolvente del haz producido por dos alineaciones paralelas.
- III.—Construir una cónica, dados cuatro puntos y una tangente.—Problema correlativo.

PREGUNTA 30

- I.—Proyección y sección por punto y plano ó por dos rectas.
- II.—Envolvente del haz formado por dos alineaciones concurrentes.
- III.—Dadas dos involuciones superpuestas, hallar los pares de elementos comunes.

PREGUNTA 31

- I.—Definición de forma geométrica.—Su clasificación.—Formas fundamentales.
- II.—Si los vértices de un triángulo resbalan sobre tres rectas y dos de sus lados se conservan paralelos ¿cuál es la envolvente del tercero?
- III.—Dados dos pares de diámetros conjugados, hallar los ejes de una cónica.

PREGUNTA 32

- I.—Punto en el infinito de una recta.
- II.—Si por los puntos de una alineación, se trazan paralelas á los radios de un haz proyectivo ¿cuál será la envolvente?

III.—Determinar dos radios de una involución, armónicamente separados por dos puntos dados. — Problema correlativo.

PREGUNTA 33

I.—División de una recta en dos segmentos.

II.—Degeneración de la envolvente del haz de radios en uno ó dos puntos.

III.—Construir una cónica que pase por tres puntos y sean conjugados los elementos de un haz involutivo.

PREGUNTA 34

I.—Recta en el infinito de un plano.—Orientación de un plano.—Planos paralelos á una recta.

II.—Degeneración de las superficies cónicas y haces de planos de segundo orden.

III.—Construir una cónica tangente á tres rectas y que sean conjugados los elementos de una alineación involutiva.

PREGUNTA 35

I.—Plano en el infinito.

II.—Cilindros de segundo orden.

III.—Perspectividad y colineación en las formas de segunda especie.

PREGUNTA 36

I.—Relación entre formas de una misma especie.—Definición de la Geometría de posición.

II.—Propiedades que caracterizan la polar.

III.—Reciprocidad en las formas de segunda especie.—Su proyectividad.

PREGUNTA 37

- I.—Ley de la dualidad en el espacio.
- II.—Propiedades que caracterizan el polo.
- III.—Construcción de una forma recíproca ó colineal á otra dada.—Elementos determinantes.

PREGUNTA 38

- I.—Formas correlativas en el espacio.
- II.—Polar de un punto de la curva. — Polo de una tangente.
- III.—Orden, clase y género de dos curvas colineales.— Dos cónicas pueden considerarse siempre como colineales.

PREGUNTA 39

- I.—Dualidad en el sistema plano y en la radiación.
- II.—Región interna y externa de una cónica.
- III.—Orden y clase de dos curvas recíprocas.—Curvas polares recíprocas.—Dada una circunferencia, determinar el género de su polar recíproca.

PREGUNTA 40

- I.—Polígono plano simple.—Multilátero plano simple.— Figuras que por proyección se deducen.
- II.—Polar de un punto que recorre á una recta.—Polo de una recta que gira alrededor de un punto.
- III.—Elementos unidos que pueden tener dos formas de segunda especie colineales.—Perspectividad entre dos sistemas planos ó dos radiaciones.

PREGUNTA 41

I.—Polígono plano completo; número de sus lados, puntos diagonales y polígonos simples que contiene.

II.—Triángulo autopolar. —El triángulo diagonal de un cuadrángulo completo inscrito es autopolar.

III.—Dos sistemas planos colineales con una alineación común tienen un haz de radios ó una radiación común.— Teorema correlativo.

PREGUNTA 42

I.—Multilátero plano completo: número de sus vértices, diagonales y multiláteros simples contenidos.

II.—El triángulo diagonal de un cuadrilátero completo circunscrito es autopolar.

III.—Sistemas planos afines. — Construcción de una figura afine á otra dada.

PREGUNTA 43

I.—Cuadrángulo y cuadrilátero completos.

II.—Á un triángulo autopolar le corresponden una infinidad de cuadrángulos completos inscritos.

III.—Relación de las áreas en dos figuras afines. — Figuras equivalentes.

PREGUNTA 44

I.—Multiarista y poliedro completos.

II.—La alineación de polos y el haz de polares son proyectivos.

III.—Género y asíntotas en dos curvas afines. — Dos parábolas pueden siempre considerarse afines.

PREGUNTA 45

I.—Propiedad de dos triángulos cuyos lados homólogos se cortan en puntos alineados.—Recíproco y correlativos.

II.—Elementos conjugados en una cónica.

III.—Área de un segmento parabólico. — Triángulo inscrito y circunscrito.

PREGUNTA 46

I.—Propiedad de dos cuadrángulos completos que cinco de sus lados homólogos se cortan en línea recta.—Teorema correlativo.

II.—Dos haces de radios cuyos elementos homólogos sean conjugados producen una cónica.

III.—Dos hipérbolas ó dos elipses pueden considerarse como afines.

PREGUNTA 47

I.—Propiedad de dos cuadriláteros completos que cinco de sus vértices homólogos están en rectas concurrentes.—Teorema correlativo.

II.—Los alineaciones cuyos elementos homólogos sean conjugados ¿qué producen?

III.—Área de la elipse.

PREGUNTA 48

I.—Alineación armónica deducida del cuadrángulo completo.

II.—Una recta conjugada á un lado de un triángulo inscrito corta á los otros dos lados en puntos conjugados.—Teorema correlativo.

III.—Definición y construcción de sistemas planos semejantes.

PREGUNTA 49

I.—Haz armónico de radios ó de planos.

II.—Sistema armónico producido por dos rectas conjugadas.—Plano polar en la superficie cónica.

III.—Homotecia. — Curvas perspectivas, semejantes y congruentes.

PREGUNTA 50

I.—Proyección y sección de sistemas armónicos.

II.—Definición de diámetro.

III.—Dos parábolas son semejantes. — ¿Cuándo lo son las elipses ó hipérbolas?

PREGUNTA 51

I.—Propiedades armónicas del cuadrángulo y cuadrilátero completos.

II.—Definición del centro.

III.—Generación de las superficies de segundo orden.—Plano tangente.

PREGUNTA 52

I.—Punto armónico conjugado del punto medio de otras dos.—Corolarios.

II.—Posición del centro en la elipse, hipérbola y parábola.

III.—Generación de la radiación de segundo orden.—Punto de contacto.

PREGUNTA 53

I.—Propiedades proyectivas: su división en gráficas y métricas.—Proporción armónica.

II.—Diámetros conjugados.

III.—Dos puntos cualesquiera de una superficie de segundo orden, pueden tomarse como centros de radiaciones generatrices.

PREGUNTA 54

I.—Proporción continua entre cuatro puntos armónicos.—Círculos ortogonales.

II.—Propiedades que resultan cuando inscribimos y circunscribimos dos paralelógramos á una cónica

III.—División de las superficies de segundo orden en rectilíneas, doblemente rectilíneas y no rectilíneas.

PREGUNTA 55

I.—Origen aritmético de la proporción armónica.

II.—Cuerdas suplementarias.

III.—Clasificación de las superficies de segundo orden no rectilíneas.

PREGUNTA 56

I.—Definición de formas perspectivas, proyectivas y superpuestas.

II.—Propiedades de los diámetros conjugados ó no en el círculo.

III.—Reconocimiento del género de la superficie engendrada por dos radiaciones.

PREGUNTA 57

I.—Elementos unidos en dos formas proyectivas y superpuestas.—Número máximo.

II.—Definición de eje y vértice. — Construcción de los ejes en las cónicas.

III.—Plano polar y polo.

PREGUNTA 58

I.—Casos en que dos formas proyectivas son perspectivas.

II.—Los ejes de la hipérbola son bisectrices de los ángulos asintóticos.—Hipérbola equilátera.

III.—Cono circunscrito á la superficie de segundo orden.—Clase de la superficie.

PREGUNTA 59

I.—Construir una forma proyectiva de otra dada.

II.—Segmentos que una secante determina entre la hipérbola y sus asíntotas.—Corolarios.

III.—Polo de un plano que se mueve pasando por un punto.—Teorema correlativo.—Rectas polares.

PREGUNTA 60

I.—Formas proyectivas concordantes ú opuestas.—Sus elementos unidos.

II.—La unión del polo al punto medio de una cuerda parabólica ¿qué propiedad tiene? La paralela á una asíntota trazada por el polo de una cuerda hiperbólica ¿qué propiedad goza?

III.—Determinación de la recta polar de otra dada, ya sea exterior, secante ó tangente.

PREGUNTA 61

I.—Si los n vértices de un polígono se mueven sobre rectas concurrentes y $n-1$ lados giran alrededor de puntos fijos ¿qué propiedad tienen el otro lado y las diagonales?

II.—Dos tangentes á la parábola cortan á las demás tangentes en alineaciones semejantes.

III.—Construcción del polo de un plano dado.—Superficies polares recíprocas.

PREGUNTA 62

I.—Si los n lados de un polígono giran alrededor de puntos en línea recta y $n-1$ vértices resbalan sobre rectas fijas ¿qué propiedad tienen el otro vértice y los puntos diagonales?

II.—Equivalencia de triángulos formados por las asíntotas y tangentes de la hipérbola.

III.—La envolvente de una superficie de segundo orden es una radiación de igual orden.

PREGUNTA 63

I.—Razón anarmónica: número de las distintas entre cuatro elementos de una recta

II.—Tangentes paralelas cortadas por las demás tangentes en la elipse é hipérbola.

III.—Puntos y planos conjugados: involuciones formadas.

PREGUNTA 64

I.—Relaciones que ligan las razones anarmónicas distintas.—¿Cuándo serán armónicas?

II.—Formas engendradas por dos fundamentales proyectivas en el espacio.

III.—Rectas conjugadas: involución que puede formarse.

PREGUNTA 65

I.—Razón anarmónica de un haz de cuatro rectas.

II.—Superficie alabeada formada por dos alineaciones.—Doble generación.

III.—Plano diametral en las superficies de segundo orden.

PREGUNTA 66

I.—Razón anarmónica de un haz de cuatro planos.

II.—Dos haces de planos proyectivos engendran la superficie doblemente rectilínea.

III.—Diámetros en las superficies de segundo orden.

PREGUNTA 67

I.—Condición métrica de la proyectividad.—Puntos límites.—Potencia.

II.—Dos generatrices de un mismo sistema cortan á las de sistema contrario en alineaciones proyectivas.—Teorema correlativo.—Generatrices armónicas.

III.—Centro: sus varias definiciones en las superficies de segundo orden.

PREGUNTA 68

I.—Doble sistema de segmentos homólogos iguales en dos alineaciones proyectivas.

II.—La superficie doblemente rectilínea es de segundo orden.—Plano tangente.—Planos tangentes trazados desde una recta.

III.—Centro y diámetros en los paraboloides.—Planos diametrales y diámetros conjugados.

PREGUNTA 69

I.—Alineaciones idénticas.

II.—Secciones planas de la superficie doblemente rectilínea.—Proyección de las generatrices desde un punto.

III.—Definición de eje, vértice y plano principal.—Determinación en los paraboloides.

PREGUNTA 70

I.—Alineaciones semejantes.

II.—Definición del paraboloides hiperbólico.—Sus varias generaciones.

III.—Planos principales y ejes en la esfera.—Cada diámetro de las superficies de segundo orden con centro, tiene otro diámetro conjugado y perpendicular.

PREGUNTA 71

I.—Haces de radios iguales.—Caso que sean perspectivas.

II.—Secciones planas del paraboloides hiperbólico.—Paraboloides equilátero.

III.—Un haz de diámetros corresponde á una superficie cónica de diámetros conjugados y perpendiculares.

PREGUNTA 72

I.—Haces iguales concéntricos.—Haces de radios semejantes.

II.—Generación del hiperboloide de una hoja.—Sus secciones.

III.—Determinación de los planos principales y ejes en las superficies de segundo orden con centro único.
