

Simulación Realista de los Mercados Financieros con Sistemas Multi-Agentes

Bàrbara Llacay^{1,2}, Gilbert Peffer^{1,2}

¹Departamento de Matemática Económica, Financiera y Actuarial
Universidad de Barcelona
Av. Diagonal 690, 08034 Barcelona, España

²Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería
Ed. C1, Campus Norte UPC
c/Gran Capità, s/n, 08034 Barcelona, España

E-mail: {llacay, gilbert}@cimne.upc.edu

Resumen

Los mercados financieros son un ejemplo paradigmático de sistemas complejos adaptativos. Los paradigmas tradicionales de modelización no permiten reflejar esta realidad y debemos recurrir a nuevas herramientas. Presentamos la simulación basada en sistemas multi-agentes como el paradigma idóneo para analizar los mercados financieros en toda su complejidad. Es un método que permite estudiar el comportamiento global del mercado a partir de su microestructura, y ya ha sugerido explicaciones para algunas de la regularidades estadísticas observadas en una gran variedad de mercados. Exponemos además los primeros pasos en la construcción de una simulación realista del mercado de bonos.

Abstract

Financial markets are a paradigmatic case of complex adaptive systems. However, their complexity cannot be captured by traditional modelisation paradigms and we thus need to turn to new modelling tools. We present agent-based simulation as the suitable paradigm to analyse financial markets: this method allows to study the market macro behaviour on the basis of its microstructure, and some advances have already been done in the analysis and explanation of the stylised facts observed in a range of markets. We moreover describe the first steps we have undertaken to build a realistic simulation of a bond market.

Códigos JEL: E47, D49, C69, G10

Palabras clave: Mercado de bonos, Sistemas multi-agentes, Econofísica, Complejidad, Simulación.

1. Introducción

En los últimos años se ha producido una revolución en el estudio de los sistemas económicos y financieros.

Nuevos enfoques pluridisciplinarios han establecido puentes entre las estructuras y herramientas propias de otros campos – en especial, la física – y los del campo económico. De estos fructíferos enfoques han surgido nuevos campos de investigación que se encuentran actualmente en expansión pero que ya han aportado innovadores resultados que contribuyen a comprender mejor el funcionamiento de los mercados financieros.

Hasta hace poco, los modelos de los sistemas financieros consideraban que éstos estaban formados por agentes homogéneos, con preferencias y características iguales y constantes a lo largo del tiempo, que en caso de comunicarse lo hacían con interacciones muy simples, donde además se suponía que el sistema subyacente se mantenía en equilibrio (Center for the Study of Complex Systems, en línea). Ahora bien, es evidente que estas hipótesis son muy restrictivas y se alejan de los rasgos que podemos observar en los mercados reales: los agentes son heterogéneos, modifican sus preferencias y características a lo largo del tiempo, aprenden e interactúan entre ellos de formas muy diversas. Todas estas características convierten los mercados financieros en un caso paradigmático de sistema complejo.

De forma muy general, podríamos decir que un sistema complejo es un sistema compuesto de muchas partes heterogéneas que interactúan de forma no lineal (Pavard y Dugdale, en línea). Sin embargo, no existe una definición universalmente aceptada de lo que es un sistema complejo, o de lo que se entiende por complejidad. Se considera que un fenómeno (tanto si es físico como social) es un sistema complejo si se dan un número significativo de los siguientes rasgos (Johnson et al., 2003; Center for the Study of Complex Systems, en línea):

- *Basado en agentes*: el sistema se compone de diversos componentes o participantes, que se llaman agentes y que constituyen sus unidades básicas. Los agentes interactúan entre ellos, y responden a la información que perciben del entorno y a las reacciones de los otros agentes.
- *Heterogeneidad*: los agentes que componen el sistema no son todos idénticos, sino que difieren en características importantes.
- *Dinámica y adaptación*: a partir de la reacción que observan a sus acciones, los agentes adaptan su comportamiento con tal de mejorar sus resultados – por ejemplo aprendiendo de su experiencia o bien sometidos a un proceso de selección natural donde sólo sobreviven los agentes que obtienen mejores resultados. Esto hace que las características y el comportamiento de los agentes varíe a lo largo del tiempo, y que además la dinámica que rige la evolución del sistema acostumbre a ser no lineal.
- *Emergencia*: a partir de las acciones individuales y las interacciones entre los agentes, emergen propiedades o estructuras a nivel de sistema. Éste es uno de los rasgos más distintivos de los sistemas complejos, y hace que el comportamiento de un sistema complejo no se pueda estudiar analizando el comportamiento individual de sus componentes separadamente (tal como se acostumbra a decir, el todo es más que la suma de sus partes).
- *No determinismo*: un sistema complejo es fundamentalmente no determinista. Esto hace imposible predecir de forma precisa el comportamiento futuro del sistema, aunque se conozca el comportamiento de los agentes.

Un mercado financiero posee claramente todas las características que definen un sistema complejo:

- Se compone de *agentes* que juegan diversos papeles: inversores, reguladores, *market-makers*, etc.
- Los agentes son *heterogéneos*: se diferencian en el papel que juegan, en la información de que disponen, en su perfil de riesgo, en los modelos que utilizan, en las estrategias que aplican, etc.
- *Dinámica y adaptación*: los agentes evalúan sus acciones, por ejemplo a partir de las ganancias y las pérdidas obtenidas anteriormente, y adaptan sus estrategias consecuentemente.
- *Emergencia*: a partir de las compras y ventas efectuadas por los diferentes agentes, emergen las variables globales del mercado, como el precio o la volatilidad. El movimiento en masa de los agentes de un

mercado también puede tener consecuencias emergentes más trágicas, como un crac financiero.

- *No determinismo*: es imposible predecir la evolución futura de los mercados financieros.

Además, la continua observación que se lleva a cabo de los mercados financieros hace que se disponga de abundantes datos que permiten describir estadísticamente el comportamiento del mercado, y basar los modelos en este conocimiento (Bonanno et al., 2001). Los modelos clásicos de los mercados financieros se basaban en el análisis matemático deductivo de las propiedades del sistema, procedimiento factible gracias a las hipótesis simplificadoras que se asumían sobre los mercados (existencia de un agente representativo de la colectividad de agentes, perfectamente racional, etc.). Ahora bien, cuando se estudia un mercado reconociendo explícitamente su complejidad (incluyendo por ejemplo agentes heterogéneos que adaptan su comportamiento a lo largo del tiempo), el modelo que resulta raramente es tratable analíticamente. En este caso, es necesario recurrir a la simulación como herramienta para analizar el sistema.

La simulación nos permite ver cuál es el comportamiento de un mercado financiero que emerge cuando se asume que sus agentes se comportan e interactúan de una determinada manera. Concretamente, en este artículo exponemos el paradigma de simulación basada en sistemas multi-agentes. Tal como veremos en la Sección 2, los sistemas multi-agentes se están revelando como un paradigma de modelización ideal para los sistemas complejos (Shalizi, 2003) ya que permiten representar explícitamente los diferentes agentes que componen un sistema (con tanta heterogeneidad como se desee), sus interacciones y el entorno donde actúan, y observar la dinámica global que de todo ello emerge.

La modelización de mercados financieros con sistemas multi-agentes guarda relación con una nueva línea de investigación conocida con el nombre de Econofísica, que se centra en la aplicación de métodos y modelos propios de la física en la modelización de fenómenos financieros. En la Sección 3 revisaremos brevemente algunas de las aportaciones más relevantes de este nuevo campo y en particular de los sistemas multi-agentes a la modelización financiera. En la Sección 4 veremos cómo se pueden aplicar los sistemas multi-agentes para empezar a modelizar realísticamente un mercado de bonos. Finalmente, expondremos las conclusiones que se siguen de este artículo.

2. Los Sistemas Multi-Agentes

Como ya hemos expuesto, los mercados financieros son un buen ejemplo de sistemas complejos: están formados por un gran número de agentes que interactúan, que reaccionan a la información que reciben, a las condiciones del mercado y a las acciones de los otros agentes, que adaptan su comportamiento aprendiendo de su experiencia pasada.

Las interacciones entre los agentes influyen en el comportamiento global del sistema. Esta relación micro-macro es un fenómeno conocido desde hace tiempo en la economía y las finanzas, pero hasta ahora no se disponía de medios para modelizar cuantitativamente esta relación (Tsfatsion, 2002). Los modelos disponibles giraban alrededor del concepto de equilibrio de mercado, y se basan en la existencia de un agente representativo de la totalidad de agentes de un mercado. Los modelos no contemplaban las interacciones entre los agentes, o bien lo hacían de forma muy simplificada.

Sin embargo, en los últimos años se han hecho avances sustanciales en los paradigmas de modelización y simulación de sistemas económicos y financieros. Los sistemas multi-agentes son uno de los avances más significativos. De hecho, se trata del paradigma más adecuado para representar sistemas complejos, donde los agentes evolucionan y se adaptan (Edmonds, 2000), y se ha convertido en una de las áreas de estudio más activas en la modelización de mercados financieros, porque proporciona una vía prometedora para estudiar la dinámica de los mercados, con modelos más realistas (van den Bergh et al., 2002).

¿Qué son los sistemas multi-agentes?

Los sistemas multi-agentes nacieron en el seno de la inteligencia artificial distribuida, proporcionando los principios para la construcción de sistemas complejos con múltiples agentes y los mecanismos para la coordinación del comportamiento de agentes independientes (Stone y Veloso, 2000). Sin embargo, sus aplicaciones van mucho más allá de la inteligencia artificial: a partir de los años 90, los sistemas multi-agentes han recibido un reconocimiento generalizado como herramienta de modelización de sistemas sociales.

Los sistemas multi-agentes representan los sistemas reales como redes de agentes autónomos y heterogéneos que interactúan entre ellos. La unidad irreducible que forma un sistema multi-agente es el agente. No existe una definición universalmente aceptada de lo que es un agente y de cuáles son sus cualidades, sino que hay distintos tipos de agente y según el contexto en que actúen es necesario atribuirles unas u otras propiedades. Una de las definiciones más extendidas es la siguiente: "Un

agente es un sistema informático situado en un entorno concreto y capaz de ejercer acciones autónomas y flexibles en este entorno para satisfacer sus objetivos" (Wooldridge, 1999: 29). "Situado," en este contexto, significa que el agente está inmerso en un ambiente, recibe información de éste y ejecuta acciones que pueden alterar el entorno de algún modo (Jennings et al., 1998). Los agentes - y éste es su rasgo más importante - son autónomos, lo que quiere decir que tienen control sobre su estado interno y sus propias acciones, y son capaces de actuar sin la intervención directa de los humanos o de otros agentes. Decimos además que su comportamiento es flexible si es

- *Reactivo*: los agentes perciben el entorno y responden a los cambios que en él se producen.
- *Proactivo*: los agentes son capaces de tener objetivos y encaminar sus acciones a su consecución.
- *Social*: los agentes interactúan unos con otros cuando hace falta para conseguir sus objetivos o para ayudar a los otros en sus actividades.

Tal como indica Ferber (1999), los sistemas multi-agentes aportan una solución completamente nueva al concepto mismo de modelización y simulación en las ciencias sociales, ofreciendo la posibilidad de representar individuos, su comportamiento y sus acciones. Tal como apunta Wooldridge (2002), los sistemas multi-agentes parecen una metáfora natural para construir y entender un amplio abanico de sistemas sociales artificiales, entre los que se cuentan los mercados financieros.

Las simulaciones con sistemas multi-agentes están basadas en las propiedades de las unidades individuales: los agentes modelizan directamente los integrantes de los sistemas reales estudiados - por ejemplo, cada agente de un sistema multi-agente puede representar un inversor de un mercado financiero - y a partir de la modelización de las interacciones entre los distintos agentes se estudia el comportamiento global del sistema. Este comportamiento global raramente se puede derivar de las propiedades de los agentes que componen el sistema, sino que a menudo sólo se puede conocer ejecutando la simulación (Sawyer, 2003). Se trata de sistemas complejos, donde el comportamiento global emerge de las interacciones de los agentes individuales.

Los sistemas multi-agentes permiten a los científicos sociales formalizar sus teorías y explorar sistemáticamente sus implicaciones a través de la simulación. Pueden proporcionar nuevas perspectivas sobre temas de sumo interés, como es la emergencia de fenómenos a nivel macroestructural a partir de las

acciones individuales, emergencia que aún no ha sido teorizada adecuadamente (Sawyer, 2003).

Ventajas de los sistemas multi-agentes

Los sistemas multi-agentes presentan diferentes ventajas frente a otros paradigmas de modelización que se han venido empleando hasta el momento en el estudio de los mercados financieros:

- Los modelos basados en sistemas multi-agentes se construyen de tal manera que los agentes computacionales y sus respectivas interacciones se corresponden con lo que se observa en los mercados reales (en contraste con modelos donde se cuenta con un solo tipo de agente que representa la totalidad de la población). De este modo, el proceso de abstracción, construcción y validación del modelo deviene más claro y transparente (Edmonds, 2000). Se puede construir un modelo que recoja la heterogeneidad de agentes que participan en un mercado (diferentes tipos de participantes, con diferentes horizontes temporales, perfiles de riesgo, estrategias, etc.).
- Los agentes no tienen por qué tener una racionalidad perfecta como se asumía por ejemplo en modelos financieros teóricos como el de expectativas racionales, donde se suponía que los agentes son omniscientes y tienen una capacidad de razonamiento ilimitada. Los sistemas multi-agentes permiten una conceptualización del actor económico más realista, donde se le supone una racionalidad acotada más acorde con el comportamiento real que se observa.
- Los sistemas multi-agentes permiten estudiar la dinámica del mercado, con agentes cuya percepción cambia a lo largo del tiempo, frente a modelos estáticos basados en el equilibrio del mercado, donde las operaciones se hacen a un precio conforme a las expectativas de futuro de todos los actores (Farmer, 2000).
- Se puede dotar a los agentes de la capacidad de aprender y adaptarse a su entorno a lo largo del tiempo. Los modelos que incluyen procesos de aprendizaje raramente son tratables analíticamente, y los sistemas multi-agentes permiten estudiarlos y comprenderlos mejor mediante la simulación.
- Los sistemas multi-agentes permiten captar las propiedades emergentes de los sistemas sociales, propiedades que no son obvias a partir del comportamiento individual de los agentes.

Los mercados financieros constituyen un dominio especialmente adecuado para el uso de sistemas multi-

agentes, porque se prestan al estudio de la microestructura del sistema, partiendo del comportamiento individual de los actores. Se rigen por reglas y mecanismos bien establecidos donde las propiedades e interacciones de los agentes son hasta cierto punto conocidas, lo que facilita la creación de un modelo realista (LeBaron, 1998). Además, se dispone de numerosas investigaciones de la microestructura del mercado, lo que se puede usar como base para construir los modelos basados en agentes, y se cuenta con abundantes datos que son de gran utilidad en el ajuste y validación de los modelos.

Como veremos en la siguiente sección, el estudio de las propiedades estadísticas de las series temporales financieras ha revelado la existencia de diferentes rasgos comunes a un gran número de mercados (acciones, índices y divisas), instrumentos y periodos (Ghoulmie et al., 2005). Hasta finales de los años 90, sólo se contaba con modelos econométricos para analizar estos rasgos estadísticos. Sin embargo, los sistemas multi-agentes permiten *explicar* estos rasgos a partir de la microestructura del mercado, lo que contribuye a su mejor comprensión.

3. Econofísica

El estudio de los mercados financieros mediante sistemas multi-agentes puede relacionarse con un campo de investigación interdisciplinar más amplio: la econofísica. Ésta consiste en la aplicación de teorías y métodos originalmente desarrollados en el terreno de la física - especialmente la física estadística y la dinámica no lineal - a la modelización de sistemas económicos y financieros. Como ya hemos argumentado, los mercados financieros son sistemas complejos donde los cambios en el precio son resultado de las interacciones de un gran número de agentes (Di Mateo et al., 2004). Por tanto, es natural adaptar a los mercados financieros los mismos conceptos y herramientas empleados en el análisis de los sistemas complejos.

La econofísica nació a finales de los años 90, y desde entonces ha experimentado un crecimiento espectacular, como atestigua el creciente número de artículos publicados en revistas de física dedicados a economía y finanzas. Sin embargo, a pesar de que se trata de una disciplina muy reciente, de hecho podemos encontrar algunos precedentes en la historia de las finanzas teóricas. El más antiguo nos remite a Bachelier, que fue el primero en sugerir que las fluctuaciones del precio se comportan como un camino aleatorio, y propuso modelizarlas como un movimiento browniano. Su trabajo influyó notablemente en la fórmula de Black-Scholes para valorar opciones, que se basa en la hipótesis de que el

logaritmo de las fluctuaciones de precio sigue un movimiento browniano (Gligor e Ignat, 2001).

La econofísica busca explicación a los fenómenos que se observan en los mercados financieros. La aplicación de métodos computacionales a la abundante colección de datos recogidos en los mercados financieros en los últimos años ha permitido identificar diferentes regularidades de tipo estadístico que se repiten en muy diversos mercados, donde se cotizan diferentes activos e instrumentos (Cont, 2001). Estas regularidades estadísticas – que normalmente se formulan en términos de propiedades cualitativas de las rentabilidades de los precios – reciben el nombre de *hechos estilizados*¹. Entre los hechos estilizados más destacados, podemos citar los siguientes (Cont, 2001):

- Ausencia de *autocorrelación* en la serie de rentabilidades: las autocorrelaciones (lineales) de la serie temporal de rentabilidades de los activos acostumbran a ser insignificantes, excepto para escalas de tiempo muy pequeñas (de pocos minutos, tanto más breve cuanto más líquido sea el mercado). Este hecho es intuitivo: si hubiera autocorrelación en la serie de rentabilidades – y por tanto, en la serie de precios – sería posible diseñar y ejecutar estrategias de arbitraje que proporcionarían beneficios sin riesgo. La explotación de tales estrategias llevaría a la desaparición de la autocorrelación.
- *Colas gruesas*: la distribución empírica de las rentabilidades tiene una probabilidad de sucesos extremos más alta que la que le asigna la distribución normal (que se ha venido usando como modelo de la distribución de probabilidades porque facilita el tratamiento analítico).
- *Clustering de la volatilidad*: diferentes medidas de la volatilidad exhiben una autocorrelación positiva para periodos de varios días (o incluso semanas o meses), lo que refleja el hecho de que movimientos acusados en el precio es probable que vayan seguidos de otros movimientos acusados.
- *Volumen*: el volumen de negocio está correlacionado con todas las medidas de volatilidad.

La econofísica ha empleado diferentes técnicas tomadas de la física para explicar estos hechos, como por ejemplo la dinámica no lineal (Brock y Hommes, 1998) o los modelos de percolación (Aleksiejuk y Holyst, 2001).

Sin embargo, nosotros nos centraremos tan sólo en el uso que se ha hecho de los sistemas multi-agentes

para explicar estos rasgos de las series de precios, como fenómenos emergentes de la interacción entre los participantes de un mercado, del mismo modo que la presión de un gas es una propiedad emergente de la interacción de las moléculas (Zhang, 1998).

Se ha desarrollado un gran número de modelos de mercados artificiales, es decir, modelos de mercados basados en agentes. La mayoría se basan en la figura del inversor, aunque también encontramos otros modelos donde interactúan agentes con diferentes roles (como Farmer (2001) o Chatagny y Chopard (1997)) o que se centran en otros tipos de agente financiero, como el market maker (Chan (2001) o Das (2003)). Se acostumbra a considerar mercados de un único activo con riesgo, mayoritariamente acciones, que se acompaña de un activo sin riesgo (como *cash* o bonos). Pero en la literatura encontramos también otros tipos de mercado, como mercados de fondos de inversión mobiliaria (Lettau, 1997) o mercados de divisa (Chatagny y Chopard, 1997).

Se han analizado diversas razones como fuente de los hechos estilizados observados empíricamente. Se han atribuido por un lado a la heterogeneidad de agentes en un mercado, considerando diferentes grados de heterogeneidad. Por ejemplo, diversos autores estudian la dinámica del mercado que emerge cuando interactúan agentes con diferente estrategia. Farmer (1998) y Farmer y Joshi (2002) exploran el papel que las estrategias financieras fundamentalista y de análisis técnico tienen en la dinámica de un mercado. Consideran dos tipos de agente. Los agentes fundamentalistas perciben exógenamente un valor intrínseco para el activo. Creen que los precios tenderán a este valor, por lo cual compran cuando creen que el activo está infravalorado y venden cuando creen que está sobrevalorado. Los agentes técnicos siguen las tendencias en los precios, con lo cual compran cuando el precio ha ido al alza y venden cuando ha ido a la baja. Con esta población de inversores, que se completa además con un *market-maker* que forma el precio a partir del desajuste entre oferta y demanda, los autores comprueban que el mercado reproduce algunos de los rasgos más característicos de las series financieras reales, como las colas gruesas en la distribución de la rentabilidad del activo o la autocorrelación positiva de la volatilidad y el volumen de negocio. También otros autores apuestan por modelos donde los inversores siguen versiones simplificadas de las estrategias financieras usadas en los mercados reales, como Lux y Marchesi (1999), Chatagny y Chopard (1997) o Takahashi y Terano (2003). Otros autores exploran la dinámica de mercados donde todos los inversores emplean la misma estrategia pero con distintos parámetros. Por ejemplo, Peffer (2004) estudia la evolución de un mercado donde los agentes maximizan su utilidad, pero incluyendo en su estrategia un modelo de gestión de riesgo basado en la metodología VaR. De este

¹ Del inglés *stylised facts*.

modo, se puede ver cómo los límites de riesgo pueden causar inestabilidad en el mercado, de igual manera como ha sido descrito en los mercados reales (ver, por ejemplo, Peffer (2003) o Llacay (2004)).

También se han explorado la relación que diferentes mecanismos de aprendizaje pueden tener con la dinámica del mercado. Por ejemplo, en los artículos de Arthur et al. (1997) y LeBaron (2001, 2002) se presentan artículos basados en aprendizaje individual, es decir, los agentes aprenden únicamente de su propia experiencia pasada. El modelo de Arthur et al., llamado también *Santa Fe Stock Market* porque fue desarrollado por investigadores del *Santa Fe Institute*, es de los más conocidos y relevantes en la literatura de mercados artificiales. El modelo se basa en una población de agentes heterogéneos que emiten sus órdenes a partir de la predicción que hacen del precio futuro del activo. Para hacer estas predicciones se valen de reglas de tipo condición \rightarrow predicción, es decir, reglas que relacionan un estado del entorno con una predicción del precio futuro. Las reglas se basan tanto en información de tipo fundamental (proporciones de precios y dividendos) como de tipo técnico (medias móviles). Cada agente dispone de su propio conjunto de reglas, y no existe interacción entre los conjuntos de reglas de los agentes. Cada agente aprende individualmente, en dos aspectos: (i) el inversor analiza cuáles de sus propias reglas son las que proporcionan mejores predicciones y le son por lo tanto más útiles, y (ii) las reglas evolucionan mediante un algoritmo genético, que permite eliminar las reglas que funcionan peor y sustituirlas por otras nuevas. Mediante este modelo se pueden replicar ciertos rasgos de las series financieras reales (*clustering* de la volatilidad y *correlación* de ésta con el volumen), y además bajo ciertas condiciones - una tasa de aprendizaje baja - se genera un comportamiento cercano al equilibrio de expectativas racionales. Si, por el contrario, los agentes aprenden rápidamente, su comportamiento se aleja del equilibrio, emergen estrategias de tipo técnico y se suceden burbujas y cracs temporales en el mercado. De modo similar, LeBaron (2001, 2002) considera un mercado constituido por agentes que utilizan un conjunto individual de reglas, implementado como una red neuronal. El conjunto de reglas evoluciona con un algoritmo genético y los agentes evalúan las reglas empleadas a partir de las rentabilidades que les han proporcionado en los últimos periodos - cada agente tiene su propio horizonte de memoria. La regla se compara con otra elegida aleatoriamente del conjunto de reglas y en caso de dar peores resultados, la regla es sustituida por la nueva elegida al azar. Este modelo logra unas series temporales de rentabilidades alejadas de la distribución normal, con *clustering* de la volatilidad y correlación entre la volatilidad y el volumen.

Otros modelos nos proporcionan ejemplos de aprendizaje social, es decir, los agentes se observan para aprender los unos de los otros. Iori (2002) propone investigar si la interacción entre inversores heterogéneos permite explicar algunos de los rasgos típicos de las series de precios reales. Para estudiar cómo las interacciones entre los agentes afectan sus decisiones, el autor dispone los agentes en una cuadrícula de topología toroidal, donde cada agente recibe la influencia de sus cuatro vecinos y se da por tanto un comportamiento seguidista. Cada agente recibe una señal a partir de la cual emite su orden, pero antes se ajusta la señal con la información que reciben los vecinos. Se comprueba que el comportamiento imitativo de los inversores, así como otros parámetros del modelo, permiten explicar ciertos rasgos del mercado, como la autocorrelación de la volatilidad.

Encontramos también algunos modelos donde los agentes sofistican su método de aprendizaje combinando un proceso de aprendizaje individual con otro social. Por ejemplo, Lux y Marchesi (1999) utilizan el enfoque de la física estadística a un modelo poblado por dos tipos de agente: agentes fundamentalistas y agentes técnicos (llamados 'noise trader' por los autores, aunque su comportamiento se inscribe dentro de una estrategia de tipo técnico). Los inversores pueden cambiar de estrategia de acuerdo con una cierta probabilidad que depende de sus propios resultados y los de los demás agentes. La probabilidad de transición entre una estrategia fundamentalista y una estrategia técnica depende de la diferencia de beneficios entre los dos tipos de inversor. De este modo, se ve que la interacción entre los agentes puede explicar la ausencia de autocorrelación de la serie de rentabilidades y el *clustering* de la volatilidad. Chen y Yeh (2001) presentan un mercado artificial muy elaborado donde los inversores emiten sus órdenes de acuerdo con modelos de previsión implementados con programación genética y representados como árboles. La programación genética permite hacer evolucionar los modelos de forma individual, de algún modo como hemos visto en el *Santa Fe Stock Market*. Pero los agentes de Chen y Yeh utilizan además aprendizaje social, comparando sus modelos de previsión con modelos escogidos aleatoriamente de un conjunto público de modelos. Los autores llaman *escuela* a este procedimiento. Con una cierta probabilidad que depende de los beneficios que hayan conseguido hacer, los agentes deciden acudir a la escuela. La escuela consiste en un grupo de agentes que compiten para proporcionar los modelos de previsión más precisos posible. Cuando un inversor acude a la escuela puede evaluar una muestra de estos modelos, adoptándolos en caso de que le proporcionen mejores resultados que sus modelos anteriores. Además del aprendizaje que efectúan los inversores, los miembros de la escuela evolucionan a lo largo del tiempo en un

intrincado proceso para proporcionar modelos cada vez mejores. De este modo, los autores obtienen una serie temporal de rentabilidades no correlacionadas.

Si bien todos estos modelos han propuesto diferentes explicaciones a las regularidades estadísticas observadas en los mercados financieros, son modelos muy simplistas. En la siguiente sección expondremos los primeros pasos de la investigación que acometemos encaminada a la construcción de un modelo *realista* de un mercado de bonos.

4. Modelo Multi-Agente del Mercado de Bonos

El diseño y la implementación de modelos de mercado muy detallados requieren un particular esfuerzo por parte del modelizador para capturar esos aspectos y elementos que son relevantes empíricamente y que guían la dinámica de la formación del precio en el mercado bajo estudio. Una característica que distingue los modelos basados en agentes de un mercado financiero de aquéllos que se emplean para analizar otros sistemas sociales es que el comportamiento y las interacciones de los agentes de los mercados financieros tienden a ser - en comparación - estructurados, y que los mercados más importantes se estudian en profundidad, tanto empírica como teóricamente. Es posible distinguir tres rasgos clave que tienen una notable influencia en el comportamiento y la interacción de los agentes:

- Sistemas y protocolos de negocio y liquidación
- Existencia de productos estructurados
- Modelos y herramientas de valoración y de gestión de riesgo

Un modelo multi-agente de un mercado financiero permite reflejar estos tres rasgos de una manera efectiva y transparente, lo que sólo podría ser quizás posible - en todo caso, en mucha menor medida - con los modelos microeconómicos tradicionales. En la sección anterior hemos visto distintos modelos en que se han empleado sistemas multi-agentes para modelizar mercados financieros con el fin de replicar y comprender cuáles son los mecanismos que rigen la evolución del mercado y llevan a la aparición de los llamados hechos estilizados. Sin embargo, se trata de modelos muy simplificados y esquemáticos, que no recogen los tres rasgos clave de un mercado financiero que hemos mencionado arriba. Nosotros nos proponemos construir un modelo que aproveche al máximo las inmensas posibilidades de los sistemas multi-agentes, reflejando de forma realista la microestructura del mercado para alcanzar una mejor comprensión de los efectos que de ella emergen.

La desventaja a la hora de desarrollar modelos realistas basados en agentes reside en el mayor esfuerzo necesario para implementar y validar el modelo, aunque la verificación es relativamente sencilla, por no hablar de la mayor facilidad para presentar y hacer comprensible el modelo. Como punto de partida para nuestra propia investigación, hemos diseñado e implementado un modelo de un pequeño mercado con rasgos no triviales que reflejan el primero y el último de los tres factores claves mencionados arriba. Centramos nuestra atención en el mercado de bonos, que ha sido mucho menos estudiado, puesto que la inmensa mayoría de trabajo desarrollado hasta el momento se ha ocupado de los mercados bursátiles y de divisa, y tiene rasgos más complejos (estructuración, etc.).

Una primera aproximación

A fin de poder ilustrar nuestro objetivo de investigación, consideramos un mercado de bonos donde un *market-maker* y un gestor de fondos negocian con bonos de cuatro vencimientos diferentes. El modelo es escalable con respecto al número de agentes y de vencimientos de los bonos en el mercado. La formación del precio, y por tanto la dinámica general del mercado dependen de las actividades de negocio y de un simple modelo de inventario que utiliza el *market-maker* para actualizar los precios. La demanda de bonos viene regida por un proceso exógeno de llegada que sirve al gestor de fondos como señal de negocio y por la preferencia de liquidez para su cartera de bonos. Notamos que más que implementar modelos de formación del precio y de emisión de órdenes empíricamente correctos, hemos escogido empezar con modelos que tengan un mínimo grado de plausibilidad pero que al mismo tiempo sean suficientemente sencillos como para motivar la colaboración de los participantes durante las fases iniciales de recogida de datos empíricos.

El evento base en un modelo de agentes es un *tick*, que en el caso de un modelo de mercado realista debería hacerse corresponder con una unidad de tiempo como segundos, minutos, horas, etc. En nuestro caso, el tick base es de treinta segundos, lo que quiere decir que las operaciones de negocio pueden tener lugar - aunque no necesariamente tienen que ocurrir - al final de intervalos de treinta segundos. Además, las operaciones empiezan a las 8:00h de la mañana y terminan a las 16:00h y tienen lugar todos los días de la semana excepto sábado y domingo. Hay cuatro bonos diferentes que se negocian en lotes uniformes de 500 (excepto el *bill*, que cotiza en lotes de 1000) entre el *market-maker* y el gestor de fondos: *bill* a 6 meses, *note* a 5 años, *note* a 10 años líquido (*on-the-run*) y *note* a 10 años ilíquido (*off-the-run*). La liquidez de estos activos es constante e igual a 0.95, 0.75, 1.0 y 0.8 respectivamente, y los *notes* a 10 años se señalan como sustitutos de vencimiento. Aunque los sustitutos de

vencimiento tienen el mismo vencimiento (y crédito en este caso), tienen diferente liquidez y por tanto diferentes precios.

Lo primero que ocurre después de que el reloj de mercado haya avanzado un tick es que el gestor de fondos puede recibir una señal para comprar o vender. En nuestro caso, la señal se genera de forma aleatoria mediante un proceso de Poisson, donde el tiempo medio para negociar se fija en treinta segundos. Si el gestor de fondos recibe una señal, determina el vencimiento del bono y el tamaño que quiere negociar obteniendo los valores respectivos a través de una distribución uniforme. El tamaño se somete además a un ajuste para evitar vender al descubierto o pedir prestado.

Si el bono escogido tiene sustitutos (como el *note* a 10 años *on-the-run*), el gestor de fondos calcula un orden combinado de sustitutos líquidos y menos líquidos para conseguir su nivel deseado de liquidez para la cartera (que en nuestro modelo es 0.91). Definimos una medida de la liquidez de la cartera, ponderada por el valor de mercado de los bonos, tal como sigue

$$\bar{\lambda}_{t+1} = \left(\frac{\sum_i \lambda_i^2 MV_{t+1,i}^2 (\theta_i^{(L)})}{\sum_i MV_{t+1,i}^2 (\theta_i^{(L)})} \right)^{\frac{1}{2}},$$

donde λ_i es la liquidez del bono i y $MV_{t+1,i}$ es el valor de mercado del bono i en la cartera del gestor de fondos después de la negociación, que es función de los órdenes $\theta_i^{(L)}$ de bono líquido y $\theta_i^{(I)} = \theta_i^{(tot)} - \theta_i^{(L)}$ de las emisiones menos líquidas que debemos determinar en primer lugar. Es necesario distinguir dos casos, dependiendo de si la medida de liquidez de la cartera tiene una solución $\bar{\lambda}_{t+1} = \lambda^p$ o no, donde λ^p es la preferencia de liquidez del gestor de fondos. En el primer caso, existe un tamaño de orden $\theta_i^{(L)}$ para el cual la liquidez de la cartera, $\bar{\lambda}_{t+1}$, llega al valor preferido, λ^p . De hecho, para este primer caso acostumbra a haber dos soluciones para $\theta_i^{(L)}$, y en nuestro modelo escogemos siempre el de menor tamaño. En el segundo caso, no existe solución real para $\theta_i^{(L)}$, y calculamos entonces el orden que minimiza la diferencia entre la liquidez de la cartera y la liquidez preferida resolviendo

$$\frac{\sum_i \lambda_i^2 MV_{t+1,i}^2 (\theta_i^{(L)})}{\sum_i MV_{t+1,i}^2 (\theta_i^{(L)})} = \frac{\sum_i \lambda_i^2 MV_{t+1,i} (\theta_i^{(L)}) P_{t,i}}{\sum_i MV_{t+1,i} (\theta_i^{(L)}) P_{t,i}}.$$

Como en el caso previo de 'no sustitutos', el orden tanto para los bonos líquidos como ilíquidos debe ajustarse para evitar vender al descubierto y pedir prestado. El modelo que acabamos de describir

determina el orden óptimo dado el volumen total de negocio y la preferencia de liquidez del gestor de fondos. Observamos que la sustitución de este modelo por el modelo 'correcto' por el cual el fondo calcula qué bonos comprar (que deberá ser determinado empíricamente) en verdad no añade complejidad a la representación multiagente o al mecanismo conceptual de decisión a partir del modelo.

Una vez el gestor de fondos ha determinado qué bonos y qué cantidad comprar o vender, emite un orden en el mercado de bonos, donde las contrapartes potenciales (en nuestro caso, un *market-maker*) la recogerán y la procesarán de acuerdo con protocolos establecidos y con los modelos de valoración usados por el *market-maker*. En nuestro caso, después de recibir el orden procedente del fondo de gestión, el *market-maker* tratará de distribuirlo en lotes uniformes en espacios futuros, puesto que cuenta con un nivel máximo de bonos que puede asumir en cada tick. Si por ejemplo el lote de negocio actual para un bono dado ha alcanzado su capacidad máxima, un número de lotes uniformes se traslada al siguiente tick, y si aún queda un cierto volumen pendiente, se trasladará al tick subsiguiente, y así sucesivamente hasta que el volumen de la operación se haya distribuido en espacios futuros. Después de este ajuste, el *market-maker* se lo comunica al gestor de fondos para recibir su aprobación. Al gestor de fondos le corresponde entonces aceptar o rechazar la oferta. Si acepta, el *market-maker* añade la operación a su libro de operaciones² para ser ejecutado. La distribución de las operaciones en el libro del *market-maker* constituye la base para el cálculo del *spread bid-ask* y del precio para las distintas emisiones de bonos.

Después de actualizar los libros de operaciones de las contrapartes, el modelo post-procesa las estadísticas del libro del *market-maker* calculando el exceso de orden total y actual acumulado. El exceso de orden actual acumulado es igual a la suma de los órdenes pasados para un bono dado, y es utilizado por el *market-maker* para calcular el precio para el periodo siguiente:

$$P_{t+1,i} = P_{t,i} - \frac{\Im}{\lambda_i} \sum_{\tau \leq t} \theta_{\tau,i}$$

El impacto de negocio \Im debería fijarse en $\lambda / \sum \theta^*$ para que una operación de tamaño dado de $-\theta^*$ causara una variación en el precio relativo de una centésima de punto. Por el otro lado, el exceso de orden total acumulado añade al exceso actual todos los tamaños de las operaciones futuras conocidas. El *market-maker* puede utilizar esta cifra para hacerse una idea de la dirección futura del mercado y crear una medida para el desequilibrio en el precio que puede

² Del inglés *tradebook*

ser usada para ajustar el *spread bid-ask*. Este modelo es muy hipotético y no se implementa en el ejemplo presentado aquí.

Tal como hemos mencionado en repetidas ocasiones a lo largo de este artículo, el modelo que se presenta en esta sección no pretende ser un modelo de un mercado de bonos concreto que exista en realidad, sino que se plantea como una comprobación de la posibilidad de modelizar mercados financieros de forma realista con sistemas multi-agentes, y como una base para poder comunicar con los participantes durante el proceso de recogida de datos empíricos. Los resultados presentados en las figuras a continuación se proporcionan por tanto con el único propósito de ilustrar el mecanismo de formación de precio en una población minimal compuesta por un *market-maker* y un gestor de fondos, donde ambos usan sus modelos idiosincráticos de valoración y coordinan su interacción mediante un protocolo estándar (e idealizado) de negocio.

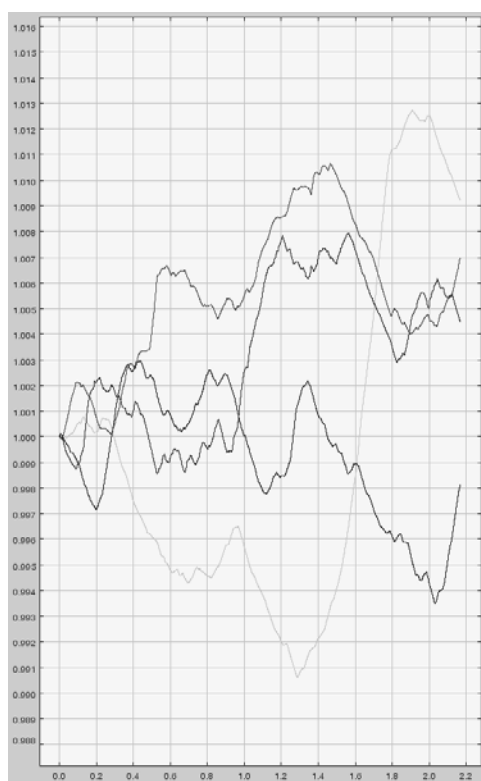


Figure 1. Dinámica de precio de los cuatro bonos

La Figura 1 muestra el comportamiento del precio de los cuatro bonos negociados en el mercado a lo largo de un intervalo de de 2000 periodos de negociación. Como hemos mencionado antes, no hay necesariamente negociación en cada paso de tiempo. La dinámica de precios viene determinada por la llegada estocástica de señales, por el modelo de

inventario utilizado por el *market-maker* para actualizar los precios, y por la liquidez preferida por el gestor de fondos junto con la medida de liquidez ponderada por el valor de mercado descrita anteriormente. Aunque los modelos de valoración y formación de precio que hemos empleado son hipotéticos, parecen generar un cierto nivel de estabilidad en el precio. Sin embargo, no figuran en nuestro modelo mecanismos de mercado cruciales tales como la valoración fundamental y el arbitraje, lo que hace que el comportamiento resultante del precio sea puramente ficticio, lo que no obstante sirve como ilustración del paradigma de modelización basado en agentes que se ha discutido en la sección anterior.

La Figura 2 muestra el *spread* entre los *notes* a 10 años *on-the-run* y *off-the-run*, los cuales en un mercado realista tendrían que cotizar con un *spread* no negativo, lo que no ocurre en nuestro modelo. La dinámica del *spread* viene marcada por la señal estocástica de negociación y por la preferencia de liquidez del gestor de fondos. La Figura 3 muestra la cantidad de efectivo del gestor de fondos, y se puede observar cómo se cumple la restricción de no pedir prestado, así como la de vender al descubierto (ver la Figura 4).

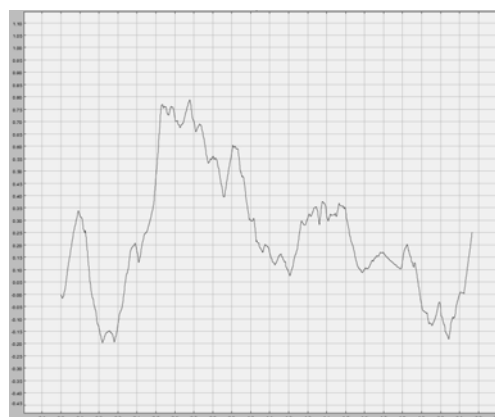


Figure 2. Spread entre los notes a 10 años *on-the-run* y *off-the-run*

En la Figura 5 vemos el exceso de orden acumulado del *market-maker*, que es igual a la suma de los órdenes emitidos para cada bono y se utiliza para calcular el precio en el siguiente periodo. El mecanismo viene pues regido por el inventario del *market-maker* - un exceso de alguno de los bonos en el libro de operaciones del *market-maker* hará que éste baje el precio para atraer a los compradores, y un defecto de alguno de los bonos provocará el efecto contrario. En nuestro modelo, los precios ejercen una influencia indirecta en la demanda de bonos por parte del gestor de fondos, a través de su influencia en el cálculo de la liquidez de su cartera. Precios superiores para alguno de los bonos y consecuentemente valores de mercado superiores incrementarán su impacto en la liquidez e indirectamente llevarán a un ajuste de la cartera para aproximarse a la liquidez deseada.

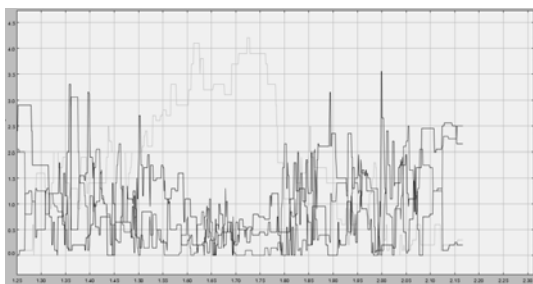


Figure 4. Posición de bonos del gestor de fondos

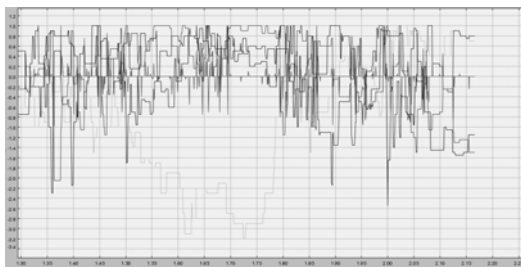


Figure 5. Exceso de orden acumulado actual

Hacia la modelación del mercado de GILTs

La finalidad de nuestra investigación es desarrollar un modelo que refleje de forma realista la estructura y funcionamiento del mercado de bonos soberanos británicos conocido como mercado de GILTs, por lo que es imprescindible estudiar antes los integrantes y el comportamiento de los inversores y operadores en el dominio real que modelizamos. Es necesario analizar qué agentes intervienen en el mercado, cómo actúan y en qué entorno lo hacen.

Aparte del mercado de GILTs propiamente dicho, hace falta estudiar también el mercado de futuros

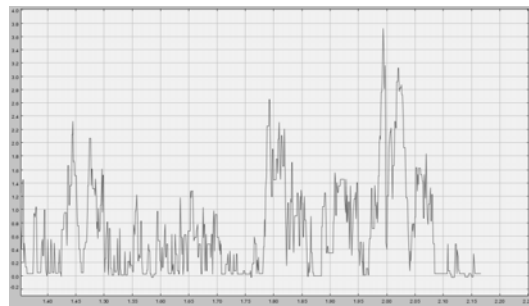


Figure 3. Posición en efectivo del gestor de fondos

sobre bonos y de repos, puesto que están estrechamente interrelacionados con el mercado de bonos.

Mercado de bonos. El Gobierno emite periódicamente series de bonos (mercado primario) - predominantemente mediante un mecanismo de subasta - para conseguir financiación, y por el otro lado, una amplia diversidad de instituciones financieras, corporaciones e individuos tienen a su disposición un medio de inversión que emplean con diversos fines (mercado secundario).

Mercado de futuros. En paralelo al mercado de bonos encontramos el mercado de futuros sobre bonos, que los inversores emplean con fines especulativos o de cobertura. Los precios de los bonos y los de los futuros no son independientes, sino que uno influye en el otro porque a medida que el futuro se acerca a su fecha de vencimiento, el precio del futuro y el del bono subyacente deben convergir (Phillips, 1996). De hecho, en muchos casos es el mercado de futuros, que es más líquido, el que marca los precios de los bonos subyacentes y no al revés.

Mercado de repos. El mercado de repos es imprescindible para el buen funcionamiento del mercado de bonos. Permite cubrir posiciones cortas, consiguiendo los activos necesarios a través de un repo y utilizando efectivo como colateral. Por otro lado, los repos se pueden ver como una transacción por la cual aquellos participantes con exceso de efectivo ofrecen préstamos colateralizados con bonos de una determinada calidad (colateral general) (Choudhry, 1999). El mercado de repos contribuye así a la liquidez del mercado de bonos porque facilita el préstamo u obtención de bonos de forma rápida y eficiente. Además, las instituciones financieras utilizan repos para financiar sus posiciones de bonos.

Entre los agentes más importantes del mercado podemos destacar los siguientes:

Market-maker. Los *market-makers* son firmas con la obligación de proporcionar en todo momento un

precio de compra y de venta, junto con el volumen de activo que están dispuestas a ofrecer o aceptar para cada precio. El tamaño de las posiciones que pueden tomar los market-makers está limitada por la necesidad que tienen de mantener su posición neta dentro de unos ciertos límites prudenciales (Phillips, 1996), evitando que sus posiciones largas y cortas estén demasiado descompensadas.

Repo trader. Los *repo traders* proporcionan a los bancos de inversión y a los fondos las herramientas para hacer grandes inversiones en bonos u otros títulos con el mínimo desembolso de capital. Además, ofrecen un servicio de préstamo de bonos a los participantes del mercado que tienen posiciones cortas en bonos. Otra ventaja para aquéllos que tienen acceso al mercado de repos es que la tasa de interés en una operación de repo acostumbra a ser menor que la tasa interbancaria por el simple hecho de que los repos son préstamos colateralizados. La rentabilidad de una estrategia de negocio con bonos a menudo depende de poder disponer rápidamente de tasas de interés más bajas que las del mercado interbancario para préstamos y ventas al descubierto.

Fondos. Los mayores participantes en el mercado de bonos son probablemente los fondos de pensiones y de inversiones, y hasta cierto punto también los fondos de cobertura. Los fondos de pensiones utilizan los mercados de bonos para la gestión de sus pasivos, mientras que los fondos de inversiones los emplean para formar carteras de bajo riesgo o para tomar posiciones seguras cuando hay problemas en los mercados de acciones. También los fondos de cobertura aprovechan las diversas estrategias de arbitraje disponibles en el mercado de bonos.

La lista de mercados relacionados con el mercado de bonos y de los principales participantes en estos mercados no es en absoluto exhaustiva, y deberá extenderse y ajustarse durante el estudio empírico, donde se obtendrá esta información de los participantes en el mercado. Sin embargo, constituye un buen punto de arranque para determinar o especificar los modelos de valoración y riesgo, las estrategias de negocio y los procesos operacionales de los participantes y mercados particulares, los cuales deberán incluirse en un modelo de mercado basado en agentes realista.

5. Conclusiones

En este artículo hemos visto que los mercados financieros constituyen un ejemplo paradigmático de sistemas complejos: están formados por un gran número de agentes heterogéneos que interactúan de formas muy diversas, que aprenden de su experiencia y se adaptan a su entorno. Los modelos clásicos de

mercados se basan en hipótesis muy restrictivas y poco realistas para obtener soluciones analíticas, pero no permiten reflejar la complejidad del sistema. Hemos expuesto una alternativa a los paradigmas tradicionales: la simulación basada en sistemas multi-agentes. Este tipo de modelos hace posible recoger la estructura del mercado de forma tan realista como se desee: se pueden incluir tantos agentes como sea necesario y se los puede dotar de un comportamiento tan sofisticado como se quiera. A partir de esta modelización de la microestructura del mercado se puede estudiar cuál es el comportamiento global que de él emerge. De hecho, se dispone de abundantes estudios que exponen diversas propiedades estadísticas comunes a un gran número de mercados, para distintos activos o periodos de tiempo. En particular, los sistemas multi-agentes permiten encontrar explicación a estos hechos estilizados partiendo de las acciones individuales y las interacciones entre los agentes de un mercado.

Sin embargo, los modelos de mercados financieros basados en sistemas multi-agentes que se han desarrollado hasta el momento son muy simplistas. Hemos presentado en el artículo el curso de nuestra investigación sobre una modelización realista del mercado de bonos. Esta modelización pretende explotar las amplias posibilidades de los sistemas multi-agentes, introduciendo una modelización del mercado, de sus agentes y de su comportamiento basada en un conocimiento profundo del mercado real que permita replicar los hechos estilizados y proporcionar una mejor comprensión de la dinámica del mercado. Sin embargo, debemos ser conscientes de que un aumento de la complejidad del modelo como el que proponemos comporta también una mayor dificultad a la hora de interpretar los resultados de la simulación e identificar qué ingredientes del modelo son los más importantes para explicar los fenómenos observados empíricamente en los mercados reales. A pesar de estas dificultades, la simulación basada en sistemas multi-agentes es una herramienta novedosa y potente, que se basa en modelos claros y transparentes porque pueden reproducir la estructura observada en los mercados reales, y que sin duda ayudará a generar una mejor comprensión de los procesos y la dinámica de los mercados financieros.

Referencias

Aleksiejuk, A. y Holyst, J.A. (2001). "A simple model of bank bankruptcies." *Physica A*, vol. 299, pp. 198-204.

Arthur, W.B., Holland, J.H., LeBaron, L., Palmer, R. y Tayler, P. (1997). "Asset Pricing Under Endogenous Expectations in an Artificial Stock Market." En Arthur, W.B., Durlauf, S. y Lane, D. (eds.), *The Economy as an Evolving Complex System II*, Addison-Wesley, Reading, MA.

- Bonanno, G., Lillo, F. and Mantegna, R.N. (2001). "Levels of complexity in financial markets." *Physica A*, vol. 299, pp. 16-27.
- Brock, W.A. y Hommes, C.H. (1998). "Heterogeneous beliefs and routes to chaos in a simple asset pricing model." *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 22, pp. 1235-1274.
- Center for the Study of Complex Systems. "The Study of Complex Systems." [en línea, consulta: 26 mayo 2005]. Disponible en <http://www.cscs.umich.edu/complexity.html>
- Chan, T. (2001). "Artificial Markets and Intelligent Agents." Tesis doctoral, MIT. Disponible en http://cbcl.mit.edu/projects/cbcl/publications/these_s/thesis-chan.pdf.
- Chatagny, R. y Chopard, B. (1997). "A microscopic model of the foreign exchange market." En Kertész, J. y Kondor, I. (eds.), "Econophysics: an emergent science", *Proceedings of the first Econophysics Workshop*, Budapest.
- Chen, S. y Yeh, C. (2001). "Evolving traders and the business school with genetic programming: A new architecture of the agent-based artificial stock market." *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 25, pp. 363-393.
- Choudhry, M. (1999). "An Introduction to Repo Markets." Securities Institute (Services) Limited. Londres.
- Cont, R. (2001). "Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues." *Quantitative Finance*, vol. 1, pp. 223-236.
- Das, S. (2003). "Intelligent Market-Making in Artificial Financial Markets." AI Technical Report 2003-005, Artificial Intelligence Laboratory, MIT.
- Di Mateo, T., Scalas, E. and Tumminello, M. (2004). "Econophysics: a new tool to investigate financial markets." *Bollettino della Comunità Scientifica in Australasia*. Septiembre 2004.
- Edmonds, B. (2000). "The Use of Models - making MABS more informative." En Moss, S. and Davidson, P. (eds.) *Multi Agent Based Simulation 2000*, Lecture Notes in Artificial Intelligence, 1979, pp. 15-32.
- Farmer, J.D. (1998). "Market Force, Ecology and Evolution." Documento de trabajo Santa Fe Institute No. 08-12-117.
- Farmer, J.D. (2000). "Physicists Attempt to Scale the Ivory Towers of Finance." *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, vol. 3, pp. 311-333.
- Farmer, J.D. (2001). "Toward Agent-Based Models for Investment." En *Developments in Quantitative Investment Models*, AIMR, pp. 61-70.
- Farmer, J.D. y Joshi, S. (2002). "The Price Dynamics of Common Trading Strategies." *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 49, pp. 149-171.
- Ferber, J. (1999). "Multi-Agent Systems. An Introduction to Distributed Artificial Intelligence." Addison-Wesley, Harlow.
- Ghoulmie, F., Cont, R. y Nadal, J-P. (2005). "Heterogeneity and feedback in an agent-based market model." *Journal of Physics: Condensed Matter*, vol. 17, pp. 1259-1268.
- Gligor, M. e Ignat, M. (2001). "Econophysics: a new field for statistical physics?" *Interdisciplinary Science Reviews*, vol. 26, pp. 183-190.
- Iori, G. (2002). "A microsimulation of traders activity in the stock market: the role of heterogeneity, agents' interactions and trade frictions." *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 49, pp. 269-285.
- Jennings, N.R., Sycara, K. y Wooldridge, M. (1998). "A Roadmap of Agent Research and Development." *Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*, vol. 1, pp. 7-38.
- Johnson, N.F., Jefferies, P. and Hui, P.M. (2003). "Financial Market Complexity." Oxford University Press, Nueva York.
- LeBaron, B. (1998). "Agent Based Computational Finance: Suggested Readings and Early Research." *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 24, pp. 679-702.
- LeBaron, B. (2001). "Empirical Regularities From Interacting Long- and Short-Memory Investors in an Agent-Based Stock Market." *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 5, No. 5, pp. 442-455.
- LeBaron, B. (2002). "Short-memory traders and their impact on group learning in financial markets." *PNAS Colloquium Papers*, vol. 99, Supl. 3, pp. 7201-7206.
- Lettau, M. (1997). "Explaining the facts with adaptive agents: The case of mutual fund flows." *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 21, pp. 1117-1147.
- Lux, T. y Marchesi, M. (1999). "Scaling and criticality in a stochastic multi-agent model of a financial market." *Nature*, vol. 397, pp. 498-500.

- Llacay, B. (2003). "El Comportamiento de los Inversores y la Inestabilidad Financiera. Un enfoque estratégico." Proyecto de Investigación. Universitat de Barcelona.
- Pavard, B. and Dugdale, J. "An Introduction to Complexity in Social Science." [en línea, consulta: 26 mayo 2005]. Tutorial para el proyecto COSI (HPRN-CT-2000-00068, Complexity in Social Science). GRIC-IRIT, Toulouse. Disponible en <http://www.irit.fr/COSI/training/complexity-tutorial/complexity-tutorial.htm>
- Peffer, G. (2003). "Financial Instability and Social Simulation." Proyecto de Investigación. Universitat de Barcelona.
- Peffer, G. (2004). "The Effects of VaR Position Limits on Endogenous Price Formation in Financial Markets." Presentado en *7th Spanish-Italian Meeting on Financial Mathematics*, 8-9 Julio 2004, Cuenca.
- Phillips, P. (1996). "The Merrill Lynch Guide to the Gilt-Edged and Sterling Bond Market." The Book Gilt Ltd., Sussex
- Sawyer, R.K. (2003). "Artificial Societies: Multiagent Systems and the Micro-Macro Link in Sociological Theory." *Sociological Methods and Research*, vol. 31, No. 3, pp. 325-363.
- Shalizi, C.R. (2003). "Methods and Techniques of Complex Systems Science: An Overview." En Thomas S. Deisboeck, Yasha Kresh, J. and Kepler, T.B. (eds.), *Complex Systems Science in Biomedicine*. Kluwer.
- Stone, P. y Veloso, M. (2000). "Multiagent Systems: A Survey from a Machine Learning Perspective." *Autonomous Robots*, vol. 8, pp. 345-383.
- Takahashi, H. y Terano, T. (2003). "Agent-Based Approach to Investors' Behavior and Asset Price Fluctuation in Financial Markets." *Journal of Artificial Societies and Social Simulation (JASSS)*, vol. 6, No. 3. Disponible en <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/6/3/3.html>.
- Tesfatsion, L. (2002). "Agent-Based Computational Economics." Documento de trabajo ISU Economics No. 1.
- van den Bergh, W.M., Boer, K., de Bruin, A., Kaymak, U. y Spronk, J. (2002). "On Intelligent Agent-Based Analysis of Financial Markets." Documento de trabajo Erasmus Universiteit, Rotterdam.
- Wooldridge, M. (1999). "Intelligent Agents." Publicado en Weiss, G. (ed.), *Multiagent Systems*, The MIT Press, Cambridge.
- Wooldridge, M. (2002). "An Introduction to MultiAgent Systems." John Wiley and Sons, Chichester.
- Zhang, Y-C. (1998). "One Hundred Years of Physics in Finance." *Europhysics News*, Enero/Febrero 1998.