



**Treball final de grau**

**GRAU DE  
MATEMÀTIQUES**

**Facultat de Matemàtiques  
Universitat de Barcelona**

---

**Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch**

---

**Iván Prats Castillo**

Director: Sergi Muria Maldonado  
Realitzat a: Departament de Matemàtica  
Aplicada i Anàlisi. UB  
Barcelona, 27 de juny de 2015

## Abstract.

My interest in educational aspects began many years ago when I was a teenager and enjoyed coaching children in sporting disciplines such as football or handball. I could say that the theoretical strategy classes were my first contact with education.

A few years later, at the university, I began to teach tutorials lessons for children. Back then I started considering how to become a good teacher.

It was at that time, whilst I was studying didactics at university, when the idea of *teaching Mathematics* in a pleasant way first popped into my mind. It was a response to my students' negative reactions every time they faced new content. Since then giving a recreational view to my Maths reviewing classes has been a challenge.

I consider that with a suitable approach and the right set of tools everybody can be successful learning how to solve all types of mathematical problems.

Throughout the years this idea has become more and more important to me and subsequently it has now turned into a challenge. Therefore the dice had already been cast when I had to decide the topic for this research paper: I will focus on taking recreational and intuitive software into the classroom.

I wondered which could be the best way to introduce new mathematical notions to students. How can I do it in the most pleasant way. How can I use new IT-tools. I found the answer to these questions in the programming language *scratch*. An intuitive programming language that I found watching *Frank Sabaté* videos:

<http://scratchcatala.com/divulgacio/creacio-de-videojocs-a-laula/>.

Since April 2015 I had the opportunity to put into practice all these concepts in a high school in Barcelona during a couple of hours a week.

My work was to develop the probability and statistics curriculum to my twelve years old students (2<sup>o</sup> ESO). I created several scratch programs to explain the subjects of statistics and random processes.

After adjusting the tasks to the pupils' needs I have worked with, the outcome should be highly rated due to the fact that we could successfully work the mathematical and digital competences at once. The students who previously were good they continued doing well, moreover those whose results were not the best, got involved and their results have improved significantly.

I firmly believe that this should be the path to follow.

## ÍNDEX

1. Introducció, motivació i antecedents.....	4
2. Elecció del treball , recerca i planificació general. ....	5
2.1 Elecció del treball a desenvolupar. ....	5
2.2 Recerca d'informació i aprenentatge. ....	5
2.3 Planificació general.....	11
3. Objectius.....	12
4. Iniciació al Scratch.....	13
5. Desenvolupament.....	15
5.1 Programari inicial .....	15
5.2 Proposta per part del centre .....	29
5.3 Prova inicial .....	31
5.4 Avaluació de la unitat.....	31
5.5 Realització de les sessions.....	33
5.6 Valoració dels resultats obtinguts. ....	38
5.7 Valoració dels alumnes.....	44
6. Propostes de millora .....	46
7. Conclusions .....	48
8. Agraïments .....	50
9. Bibliografia i pàgines web consultades .....	51
10. Annex.....	54
Annex 1: Entrevista Frank Sabater .....	54
Annex 2: VII Jornada Catalana de l'Ensenyament de la Programació a Primària i a l'ESO. .....	57
Annex 3: Projecte d'introducció a les funcions.....	62
Annex 4: Projecte d'estudi de probabilitats. Quina és l'estratègia òptima?.....	66
Annex 5: Com descarregar l'Scratch .....	71
Annex 6: Fitxa 1 .....	74
Annex 7: Fitxa 2, espai mostral de dos daus. ....	81
Annex 8: Fitxa 3, l'urna. ....	83
Annex 9: Fitxa 4, variables de centralització.....	84
Annex 10: Repàs previ a l'examen. ....	85

## **1.Introducció, motivació i antecedents.**

La meva motivació comença ben aviat. Essent tan sols un adolescent ja m'agradava entrenar, ensenyar i educar a nens en la disciplina de l'esport (el futbol i l'handbol). Podria dir que les classes teòriques d'estratègia van ser el meu primer contacte amb l'educació.

Uns anys després, durant la meva etapa universitària començo a donar classes de repàs i em plantejo seriosament com arribar a ser un bon professor.

Va ser durant aquest període, mentre estudiava Didàctica a la universitat, quan la idea d'ensenyar matemàtiques d'una forma més motivadora va començar a prendre forma en el meu cap. Era una resposta a les reaccions negatives dels meus alumnes cada vegada que s'enfrontaven a un contingut nou. Des de llavors, donar-li una visió competencial a les classes de matemàtiques ha estat el meu repte.

Crec que tothom, amb un enfocament idoni dels problemes matemàtics i unes bones eines, pot tenir èxit en la seva resolució.

Al llarg dels anys aquesta idea va esdevenir cada vegada més important per mi i, en conseqüència, s'ha convertit en una obsessió. Per tant, l'elecció va esdevenir ben senzilla que vaig haver de decidir el tema de la meva recerca: centraré el meu treball de fi de grau en portar un llenguatge de programació intuïtiu i motivador, com és l'Scratch, a l'aula.

Les preguntes que va sorgir va ser *“Quin és el millor camí per introduir noves nocions matemàtiques als alumnes? Com ho puc fer de manera més motivadora? Com puc usar les noves tecnologies?”* D'aquesta pregunta i les anteriors va sorgir la meva idea de centrar el meu treball en l'Scratch. Un programa intuïtiu que vaig descobrir veien els vídeos del professor Frank Sabater: <http://scratchcatala.com/divulgacio/creacio-de-videojocs-a-laula/>.

Des de l'abril del 2015, vaig tenir l'oportunitat de portar a la pràctica tots aquests plantejaments a un centre de Barcelona durant dues hores setmanals.

La meva feina era desenvolupar la probabilitat i l'estadística del currículum amb els meus alumnes de 2n d'ESO. Vaig crear diferents programes amb Scratch per explicar els conceptes d'estadística i atzar.

Després d'adaptar la feina a les necessitats de l'alumnat amb el qual hem treballat, la feina realitzada la puc valorar molt positivament, ja que hem treballat la competència matemàtica i la digital amb cert èxit. Els alumnes que duïen bé la matèria segueixen anant bé però a més, s'han engrescat alguns als que les matemàtiques no els hi agradava i els seus resultats, fins ara, no eren bons. Penso que aquest és el camí pel futur.

## **2. Elecció del treball , recerca i planificació general.**

### **2.1 Elecció del treball a desenvolupar.**

La tria del treball que volia realitzar havia de ser útil i motivador per mi al mateix temps, entre les diferents possibilitats proposades pel meu tutor i per mi, i amb una idea molt clara, sabíem que el treball hauria d'enfocar-se a la didàctica matemàtica. Aquesta branca de l'ensenyament és molt extensa, i amb una bona utilització i preparació pot esdevenir una eina potent per l'educació. Uns dels objectius de la didàctica és ampliar el radi d'alumnes interessats en la matèria i potenciar les seves competències.

Vam pactar realitzar el treball amb el programa Scratch. Aquest programa el vam escollir pensant que és bo per l'educació des de ben petits fins a l'edat universitària. S'ha fet servir a EEUU per alumnes universitaris, és molt útil per l'autoaprenentatge, permet apropar-se a la programació de forma creativa i col·laborativa (afavorint l'aprenentatge autònom), permet evolucionar programes creats per altres persones, és d'un codi obert, es poden compartir els treballs fets i, per més endavant, és un bon iniciador a la robòtica (amb les evolucions d'aquest programa com per exemple l'Scratch 4 Arduino o l'Snap desenvolupat pels treballadors del CITILAB de Cornellà) o per la programació d'aplicacions mòbils (Appinventor).

### **2.2 Recerca d'informació i aprenentatge.**

L'Scratch va ser dissenyat el 2003 i va néixer l'any 2007. Va ser desenvolupat per *Lifelong Kindergarten group* ("el grup 'jardí d'infància' per tota la vida") del MIT Media Lab (Institut Tecnològic de Massachusetts) per un equip dirigit per Mitchel Resnick. L'Scratch està basat en el llenguatge de programació LOGO. Aquest és un llenguatge desenvolupat per Seymour Papert el 1967, que ens permet programar de forma intuïtiva a través de l'experimentació introduint conceptes matemàtics, geometria cartesiana i trigonometria de forma intuïtiva.

El nom Scratch prové de la tècnica de l'scratching musical emprada pels DJ's (es refereix al llenguatge i a la seva aplicació) i tenen moltes similituds que poden ser fàcilment importades a un nou programa: objectes, gràfics, sons i seqüències d'ordres.

Com a curiositat sobre l'Scratch podem dir que el seu finançament fou per mitjà de generoses donacions de diverses fundacions i entitats com per exemple *National Science Foundation*, Fundació LEGO, Fundació *Code-to-Learn* inclús de Google.

El lema del Scratch és un bon resum de la seva finalitat: *"Imagina. Programa. Comparteix."*

## Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch

La participació, la creativitat i la imaginació són una part important de la pedagogia del programa. És més, els creadors del programa donen molta importància al fet de poder compartir el treball realitzat i participar en tants projectes com es pugui. Per tal d'aconseguir-ho, han creat una pàgina on es poden veure i descarregar tots els programes i/o projectes penjats per cada usuari (Ref.[1]). Ara mateix la comunitat de l'Scratch compta amb 6 milions de membres registrats i amb més de 9 milions de projectes compartits, això ens dóna una petita idea del seu potencial.

Una altra manera de compartir informació és la celebració de l'*Scratch day*. El Maig de 2009 es va celebrar el primer Scratch Day o Dia de l'Scratch arreu del món, els amics del MIT organitzen aquest esdeveniment que va organitzar el CITILAB.

Aquest any, durant la convenció del *Mobile World Centre (MWC)* del 9 de maig, es van fer tres tallers: un per principiants (per nois i noies de 9 a 13 anys sense nocions d'Scratch), un per nivell avançat (per nois i noies de 9 a 13 anys que com a mínim hagin fet el taller anterior) i un anomenat *Rincones* (Espai d'interacció amb Scratch i Lego, Arduino i Scratch Cards entre d'altres). El pròxim serà el 14 de maig de l'any vinent.

Actualment, hi ha dues versions operatives de l'Scratch, l'1.4 que es va crear el Juliol de 2009 i la 2.0 que és del maig de 2013, aquesta última ens permet treballar en línia. Les primeres versions estan en codi Squeak, mentre que la versió 2.0 està en codi actionscript (Adobe Flash). A més, el 2014 es va crear un altre programa anomenat ScratchJr (Scratch Junior), pensat perquè nens i nenes puguin aprendre a programar abans de llegir i escriure. La primera versió d'Scratch està pensada per edats de 7 anys cap endavant, perquè és l'edat en la qual ja han adquirit la competència de la lectoescritura, per això recentment s'ha llançat aquest nou programa (ScratchJr) per tabletetes que va dirigida a nens i nenes de 3 a 7 anys. No es tracta d'aprendre a escriure codi, sinó de treballar les habilitats de resolució de problemes i de pensament lògic i abstracte.



Pantalla inicial de l'ScratchJR.

## Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch

Una vegada escollit el tema, l'objectiu va anar prenent forma. Per això vaig escollir dos cursos del <http://ateneu.xtec.cat/> sobre l'Scratch per poder millorar els meus coneixements inicials del programa i ampliar-los, d'aquesta manera podria explotar molt més les seves possibilitats. Al setembre de 2014 vaig començar el curs *D209- Scratch: Introducció a la programació d'ordinadors* (maig 2012).

Era obligat veure els treballs proposats per dos professors de referència com són la Victòria Oliu, de la qual vaig poder treure tot d'idees i metodologia per poder treballar amb l'Scratch amb les seves propostes a l'ARC (Aplicacions de Recursos al Currículum <http://apliense.xtec.cat/arc/node/1079>), i l'Anton Aubanell, que va participar de forma activa en l'*Scratch day* donant una conferència on explicava el perquè s'ha d'introduir la programació a l'educació bàsica. De les seves idees puc destacar-ne un parell:

- Consolidar la preparació cap a estudis posteriors.
- Educar la racionalitat.
- Com a instrument per ensenyar matemàtiques... i més coses

Segons explica l'Anton, la programació ens permet posar en funcionament algoritmes concrets, tècniques matemàtiques. Al programar utilitzem constantment fórmules trigonomètriques, angles, distàncies, formes geomètriques i transformacions entre d'altres. Podem realitzar algorismes com és el factorial d'un número, resolució d'equacions, representació de funcions, etc.

La programació contribueix a construir conceptes matemàtics com el raonament i la lògica, ens permet donar sentit a les variables, significats als operadors, ens dóna idea de variable. Particularment em va agradar l'enfocament que ell bateja com: "gestió positiva de l'error" i la millora successiva: assaig, anàlisi i millora.

Per mi ha estat important el seu punt de vista a l'hora de decidir-me per treballar amb l'Scratch.

Seguidament era important posar-se en contacte amb precursors d'aquest llenguatge de programació a Catalunya. El primer va ser un gran impulsor a Catalunya de la programació en l'àmbit escolar que ja fa més de sis anys que treballen amb el programa i la persona que va fer que el conegués: el professor de l'Escola Projecte Frank Sabater a qui vaig tenir el plaer de poder entrevistar (veure annex A1).

## Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch

Entre altres idees, el professor Frank Sabater defensa l'ús de l'Scratch com a recurs per ensenyar diferents conceptes del currículum. La idea principal és fer que els alumnes creïn un programa on es vegin obligats a demanar i aprendre la teoria necessària.

I: La utilització de la programació d'exercicis matemàtics podria millorar la comprensió, l'assimilació de conceptes, l'aplicació, el raonament o la memorització?

**F: Realment encara no tenim dades empíriques suficients com per a dir que tots els alumnes milloren molt, el que sí que hem notat és que el fet de treballar amb la programació, el fet d'utilitzar un llenguatge diferent, sobre tot a l'àrea de matemàtiques, quan hem treballat variables, iteracions, quan els hi poses un problema de matemàtiques ells diuen: "a veure, quin és el procés que hem de seguir per trobar això? o les dades són com les variables, no?" Es a dir, veus que canvien la seva manera de raonar.**

**La part de memorització no hem notat millora. El que sí hem vist que millora la planificació, la detecció d'errors i la seqüenciació sí que millora.**

**També es paren més a analitzar els problemes que fan.**

Resposta del professor Frank Sabater a una de les preguntes de l'entrevista.

Parlar amb ell va ser molt important, ja que va reforçar la meua idea d'ensenyar matemàtiques amb aquest programa.

La segona visita va ser per entrevistar l'equip del CITILAB de Cornellà, més concretament al José García i més endavant al Joan Güell. El seu punt de vista pot ser important per aplicar-ho en un futur, ja que, al CITILAB, s'ha posat en funcionament amb un enorme èxit.

El CITILAB treballa per estendre la tecnologia des de dues perspectives: posar en contacte amb la tecnologia a persones poc familiaritzades amb la informàtica amb Internet, i desenvolupar iniciatives conjuntes amb el sistema escolar per a millorar els processos actuals gràcies a la tecnologia. La formació de formadors ha estat una de les seves principals actuacions des de 2009 CITILAB és seu de la jornada catalana de l'ensenyament de la programació a primària i a secundària. En part, l'èxit d'aquesta empresa recau sobre dos dels membres del seu equip:

En Joan Güell és biòleg i en els seus primers anys va treballar en el camp de l'ecologia. Això li va crear la necessitat d'analitzar informació i recollir dades, el que el va portar a interessar-se pel món de la informàtica. Segons em va explicar, ell va començar a treballar amb ordinadors quan encara programaven amb targetes perforades. La seva tasca principal al CITILAB ha estat relacionada amb el camp de la formació en dues àrees: l'ensenyament de la programació mitjançant Scratch, especialment per a nens, i la formació en coneixements d'informàtica a ciutadans adults.



## Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch

En José García va estudiar Enginyeria Superior en Telecomunicacions, però va començar a treballar a una editorial abans d'acabar els estudis. Durant el temps que va treballar en aquesta empresa, va programar una àmplia varietat d'aplicacions. Al CITILAB, va descobrir Scratch i Smalltalk, reprenent part de la seva feina com a programador. Més endavant, es va unir a diversos projectes amb l'objectiu d'establir una relació més propera entre els usuaris i la programació. Actualment, és el cap de l'equip de recerca en educació tecnològica Edutec.

The infographic is titled "Scratch@Citilab" and features the Scratch logo and Citilab logo. It is organized into several sections:

- Teaching Programming:** "At Citilab, we have been teaching Scratch to kids since 2009. We have also been teaching them programming and electronics with S4A since 2010." Includes photos of children at computers.
- Easy Electronics:** "We have developed two different software solutions to bridge the gap between Scratch-like visual programming languages and the Arduino electronic prototyping board." Mentions "Scratch for Arduino (S4A)" and "Snap4Arduino".
- Learn to Code in a Day:** "One of our distinctive teaching methods is to give programming crash courses in order to encourage people to continue the learning process on their own." Includes photos of people in a classroom setting.
- Courses for Teachers:** "By working closely with the Catalan Education Department, as well as with the provincial government of Barcelona, we have developed several official online courses, lectures and crash courses to hundreds of teachers who have since then included Scratch or S4A into their school curriculum." Includes a photo of a teacher in a classroom.
- Events and Conferences:** "Scratch@Citilab has been organizing since 2009 an annual conference for school teachers from all around Catalonia sharing their experiences on teaching programming to kids." Includes photos of conference attendees.
- Citizens with Ideas:** "Once a week, the local Citizenship meet-up at Citilab. This meeting allows citizens to share ideas and build things, and they promote the learning by doing principles, taking up a shared task project each year and finishing them only to get completion." Includes photos of people working on projects.
- Prototypes and Research:** "Scratch is an attempt to port Scratch 1.4 to Pharo Smalltalk." and "Pharo 5". Also mentions "ASnap4City" and "edutec".

La fotografia anterior és un tríptic del programa del CITILAB.

Aquesta visita em va servir per descobrir tot un món dedicat a l'ensenyament de les noves tecnologies. Volen innovar (estan desenvolupant S4A) i difondre el pensament creatiu per mitjà les TIC amb l'objectiu d'augmentar la cultura digital. Pel CITILAB no només passen adolescents o infants, tenen una sèrie de programes i cursos per a totes les edats i, el que és millor, molts d'ells són gratuïts.

En les seves instal·lacions compten amb aules d'ensenyament, àrees d'autoaprenentatge, espais per crear i utilitzar Arduinos i una impressora 3D on deixen que els que estudien al centre realitzin els seus dissenys i creacions. Així s'incentiva l'autoaprenentatge i segons afirma el José García : "D'aquesta manera augmenten de gran manera la implicació personal dels alumnes en les tasques desenvolupades ja que, són ells els autors de la majoria

*d'activitats*”, i continua dient que “*Nosaltres només estem per assessorar-los i guiar-los quan ens necessiten*”. Al CITILAB tenen tot de recursos necessaris per poder aprendre i formar-se en les diferents matèries impartides.

Al CITILAB han creat cursos gratuïts per gent que actualment està sense feina, a més, la resta de projectes, encara que no siguin gratuïts, sí que estan subvencionats. Per exemple, em va sorprendre molt un espai habilitat per gent a l'atur on se'ls oferien recursos per poder construir una petita ciutat totalment autònoma.

Més endavant el dissabte 31 de gener vaig assistir a la fira de la robòtica organitzada pel CosmoCaixa anomenada “*Impulsem la robòtica. Tecnologies creatives a l'aula.*” Presentaven creacions de l'alumnat i del professorat, amb l'objectiu de conèixer les seves experiències amb aquest i altres programes. Vaig aprofitar per preguntar i treure informació útil d'aquells alumnes i d'un dels professors. Aproximadament hi hauria un miler d'estudiants de secundària de tota Catalunya.

La visita a la fira va servir per veurem reflectit en l'estil de professor que m'agradaria ser algun dia.

A l'entrada de la fira hi havia exposats diversos estands amb diferents projectes dels centres que havien assistit. Destacava entre d'altres el projecte de l'institut Quatre Cantons. Tenien una casa domòtica dirigida per una aplicació de mòbil, tenia fins i tot sensors per encendre els llums de fora si “es fa de nit o es tapa el cel”.

Altres projectes que destacaven eren: Un pont que s'obria al apropar-se un vaixell; cotxes dirigits per bluetooth; un cotxe que es parava automàticament davant un semàfor si aquest es posava vermell; i un robot que escombra escales aturant-se si troba un obstacle.

La majoria de projectes tenien el codi obert i es podia consultar via codi QR.

Tots els nois i noies que presentaven els seus projectes es veien molt contents i motivats, ja que havien creat des de drons fins a cases domòtiques que funcionaven i els feia molta il·lusió tant ensenyar-ho com explicar-ho. Com a conclusió podem dir que la robòtica és una gran eina per treballar la tecnologia, les matemàtiques i la competència digital. Com a posterior projecte a aquest treball, m'agradaria poder ampliar els meus coneixements d'Scratch per poder aplicar-ho a la robòtica.

I per últim i no menys important, vaig visitar la *VII Jornada Catalana de l'Ensenyament de la Programació a Primària i a Secundària*, on els mateixos professors i, fins i tot, un grup d'alumnes exposaven les seves experiències, els seus resultats i les dificultats que havien

tingut amb la utilització de l'Scratch a l'aula i algun altre llenguatge de programació (veure annex A2).

Un altra vegada va ser el CITILAB l'epicentre de la trobada. Uns tres centenars de persones van assistir-hi. Personalment va ser molt enriquidor: les experiències exposades, els models proposats a l'alumnat seran una eina que segur que empraré i em servirà de referència per exercir la meva docència.

### **2.3 Planificació general.**

Una vegada teníem seleccionat el tema a treballar, ja podíem començar a fer una petita planificació de la feina a desenvolupar.

Vaig començar a pensar projectes adequats per dur a una aula, hi havia moltíssimes opcions i calia preparar-se per si sorgia l'oportunitat. Per exemple, vaig idear un programa per introduir les funcions a 3r ESO, on els alumnes han d'introduir diferents valors i veure com afecten a una recta. (veure annex A3). Un altre programa que vaig idear va ser el joc de "matar" amb tres personatges que tenien punteries diverses, l'alumne havia d'escollir la combinació per tal que guanyés un personatge concret (situat al tema d'Estadística i Atzar a 4t de secundària) (veure annex A4). Al meu perfil creat a la pàgina de l'Scratch (<https://scratch.mit.edu/users/ivanprats/>) estan totes les creacions fetes al llarg del desenvolupament d'aquest treball.

Finalment, com consideràvem important poder portar a la pràctica la feina que estàvem desenvolupant, ens vam posar en contacte amb la professora Blanca Munarriz del INS Milà i Fontanals i ens va permetre implementar algunes sessions d'Scratch a l'aula.

Vam treballar amb dos grups de segon d'ESO (entre 14 i 20 alumnes), amb els quals vam voler fer el tema d'Estadística i Atzar usant el programa Scratch. Primer ens vam assabentar de quines eres les condicions amb les quals treballaríem. En el nostre cas, els alumnes no havien tingut cap contacte amb la programació, i la Blanca havia fet un curs d'Scratch però no ho havia implementat a l'aula amb els alumnes i considerava que era una bona oportunitat per fer-ho. Això ens obligava a començar de zero. A més no disposàvem d'aula d'ordinadors, això dificultava molt més el treball i ens va tocar adaptar les pràctiques, feina i exàmens a grups de dos o tres alumnes, ja que no tenien un ordinador per cadascun (emparellàvem alumnes amb portàtil amb alumnes sense). Tot i així es va poder desenvolupar la feina plantejada. A partir d'aquí vaig començar a idear programes enfocats exclusivament a aquest tema.

### 3. Objectius

Els meus objectius del treball de fi de grau són:

- 1) Ensenyar programació als alumnes.
- 2) Millorar l'aprenentatge de les matemàtiques amb el suport de l'Scratch.

Per poder realitzar amb èxit aquests objectius, calia experimentar amb la programació a les aules de l'alumnat d'educació secundària, però evidentment aprofitarem per enfocar-ho a l'alumnat de 2n d'ESO.

Penso que introduir les TIC (tecnologies de la informació i de la comunicació) o NTIC (noves tecnologies de la informació i de la comunicació) des de ben joves pot ser molt positiu a llarg termini pels alumnes com s'ha demostrat en diversos estudis recents. Com cita el principal creador del programa Scratch, Michel Resnick *“La codificació no és sols per a genis informàtics, sinó que és per a tots. Els beneficis de saber codificar, ens permet, a més de poder “llegir” les noves tecnologies, crear-les”*, aquest programa és per a tots. Els hi dona la possibilitat de poder treballar, pensar, veure i resoldre problemes des d'un punt de vista totalment diferent de l'habitual, a més de preparar-los per un futur on ells conviuran amb la tecnologia cada dia i hauran de ser capaços de dominar-la.

El meu treball es centrarà a trobar formes alternatives, didàctiques i competencials per resoldre exercicis matemàtics procurant que hi hagi a classe una altíssima participació dels alumnes a l'hora de resoldre els problemes plantejats pel professorat, però també intentarem aconseguir que ells mateixos facin hipòtesis, proposin solucions i resolguin els impediments que poden anar sorgint en el procés d'aprenentatge.

Farem una proposta d'introducció, ensenyament i ampliació d'exercicis enfocats a l'aprenentatge del programa. Introduïrem els alumnes a la informàtica, parant compte que voldrem treballar la part de probabilitat i estadística pròpia del seu nivell educatiu.

Ens centrarem molt en el fet que tots els alumnes puguin veure un altre punt de vista de les matemàtiques més experimental i competencial, i a la vegada arribin a assolir els coneixements d'Estadística i Atzar mitjançant les classes i la programació amb Scratch.

#### 4. Iniciació al Scratch

Els grups amb els quals havia de treballar no havien usat mai l'Scratch, per tant, era necessari introduir-lo des de zero. Comentant-ho amb la seva professora vam pensar que era important que els alumnes ja estiguessin una mica preparats abans de començar les sessions amb ells. Per això, la Blanca va dedicar classes prèvies per instal·lar el programa als ordinadors personals dels alumnes (ja que no disposen d'aula d'ordinadors). Per fer-ho vaig preparar una fitxa on explicava les instruccions a seguir (veure annex A7), amb això, vaig poder fer una demostració a classe del funcionament del programa i explicació de cada una de les parts. A partir d'aquest moment, la feina a l'aula es va centrar en la part d'estadística i probabilitat.

Per poder crear tota la feina a fer amb aquests alumnes vaig recordar el que m'havia comentat el professor Frank Sabaté a l'entrevista:

**I:** En el meu treball amb alumnat de secundària he de començar a crear una col·lecció d'activitats. Per on començaries? Quin tipus d'activitats? Per a quin nivell?

**F:** Hem de fer dues distincions, si tenen o no tenen una iniciació a la programació.

**En principi suposarem que no tenen coneixements previs.**

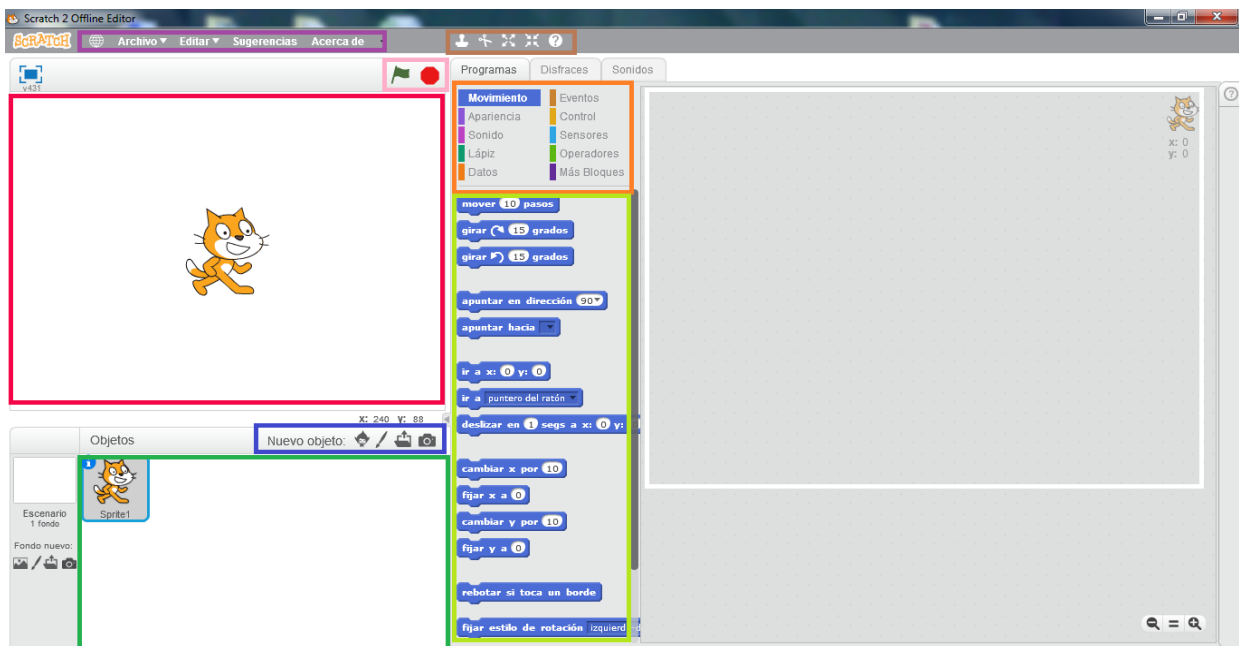
**Començaríem amb activitats molt senzilles que tinguin poca complicació, que puguin entendre com funciona l'entorn, els hi podem demanar que entenguin exemples que ja estan creats i a partir d'aquí buscar al currículum 4 o 5 aspectes que t'agradaria treballar i proposar una tasca que es necessitin aquest conceptes. Un altra activitat podria ser que els nens de l'ESO generin programes amb contingut matemàtics per als alumnes de primària, així els alumnes de secundària és converteixen en autors de videojocs que després utilitzaran els alumnes més petits.**

Resposta de Frank Sabaté a una de les preguntes de l'entrevista.

Amb aquestes hipòtesis vaig mirar d'idear sempre activitats on es necessitessin els conceptes del currículum que havíem de treballar.

Per poder treballar i entendre com funcionava el programa cal saber distingir cada una de les seves parts. Per aquesta raó, a continuació hi ha una fotografia que deixa separades les zones del programa per colors amb una petita explicació de cada una. Aquesta és una part de la primera fitxa que vam donar als alumnes per introduir-los al Scratch, la completa es pot veure l'annex 6.

Ara anem a distingir les diferents parts de la pantalla d'inici de l'Scratch.



**Vermell:** Escenari on tindran lloc les nostres animacions i l'acció.

**Blau fosc:** Botons diversos (nou objecte, càrrega d'objectes, editor de dibuixos, etc.)

**Verd fosc:** Zona d'objectes i fons de l'escenari.

**Blau cel:** Característiques de l'objecte triat a la zona d'objectes, on podem crear-ne tants com siguin necessaris. Cada un d'aquests té la seva pròpia programació.

**Rosa:** Botons per engregar i aturar l'execució del programa.

**Marró:** Botons per manipular els objectes de l'escenari. Podrem duplicar, tallar fer un objecte més gran o petit i l'últim és el botó ajuda, que ens explica si volem el que fa cada categoria d'instrucció.

**Taronja:** Les diferents categories de les instruccions que utilitzarem per crear el nostre programa.

**Verd clar:** Les instruccions corresponents a la categoria seleccionada, cada part té eines diferents que ens permet realitzar els nostres treballs.

**Blanc:** Zona de programació.

**Lila:** Botons amb diferents opcions. El Fitxer ens dona l'opció de guardar el programa que estem creant, de carregar un programa guardat anteriorment o un programa ja acabat i també podem pujar a la web de l'Scratch les nostres creacions (<https://scratch.mit.edu/>).

## 5. Desenvolupament

### 5.1 Programari inicial

Com he comentat abans, per introduir l'Scratch a les matemàtiques, i així poder ensenyar-les, vaig crear diferents programes adequats per cada un dels blocs i cursos. A la taula següent estan classificats els programes segons els dos aspectes anteriors.

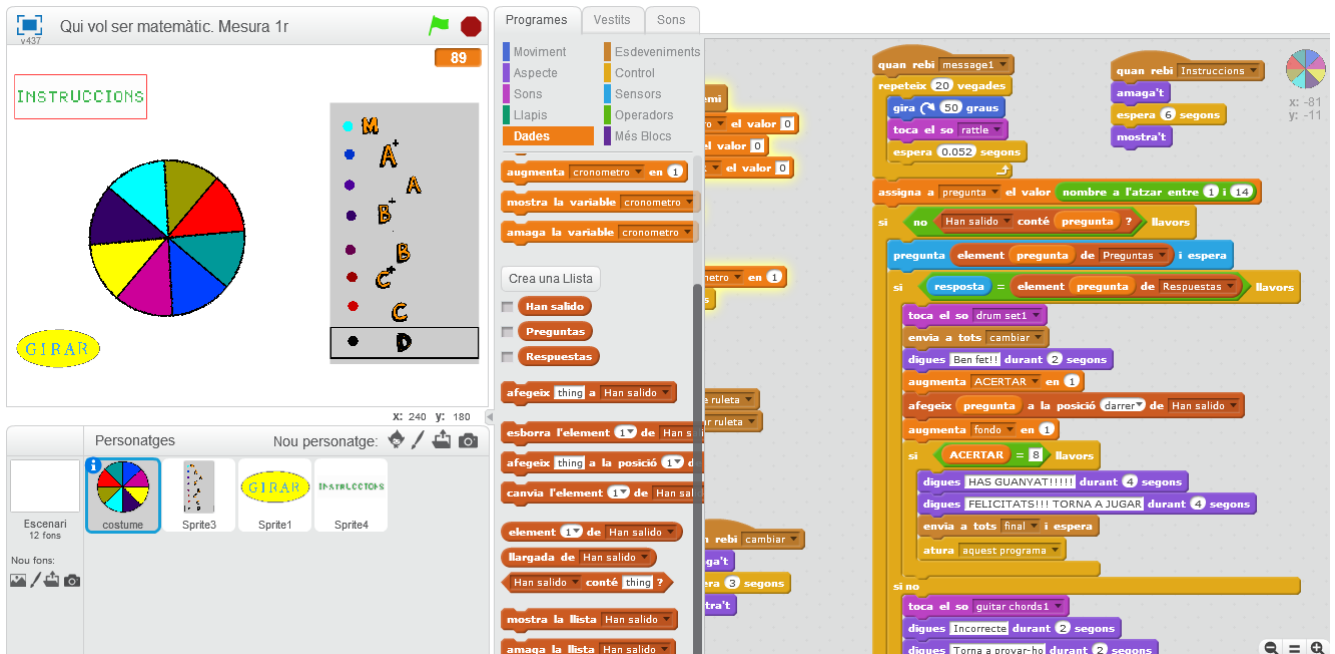
Taula (Cursos/Bloc de contingut)

	1r ESO	2n ESO	3r ESO	4t ESO
Numeració i càlcul	Càlcul del factorial	Fraccions equivalents	Equacions de segon grau	Conjectura de Collatz
Canvi i relacions	Equacions	Lineal o afí?	Funció afí	Espiral d'Arquímedes per control de Parkinson
Espai i forma	Polígons	Polígons de n costats	Àrea de polígons regulars	
Mesura	Roda de la sort	Pong		Aproximació del nombre $\pi$ per Montecarlo
Estadística i atzar	Creació d'una moneda	Urna 10	Captura i recaptura	Dodgeball

Programes 1r d'ESO:

- 1) Càlcul del factorial: Els alumnes hauran de programar el càlcul de qualsevol nombre factorial.
- 2) Equacions: Els alumnes hauran de resoldre les equacions proposades pel programa.

- 3) Polígons: Demanarem als alumnes que construeixin polígons regulars de 3, 4, 5 i 6 costats. Aquest programa seria un cas particular del programa proposat per segon d'ESO on es demana dibuixar qualsevol polígon regular.
- 4) Roda de la sort: Verdader o fals, els alumnes hauran de respondre a les preguntes que surten l'atzar del programa.



En la fotografia anterior es pot veure l'execució del programa abans que surti la primera pregunta.

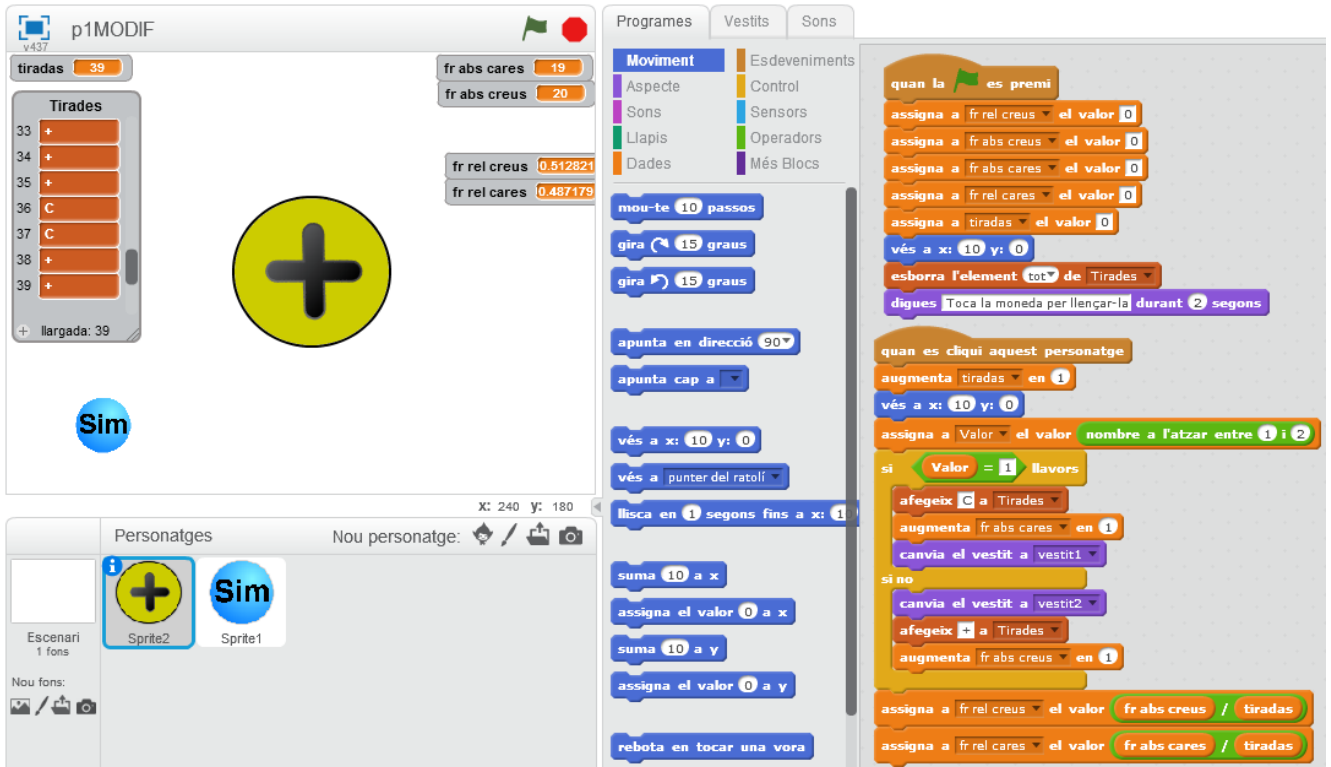
- 5) Creació d'una moneda: Els alumnes haurien de crear una moneda que simuli el seu llançament, i com a ampliació, es pot demanar que simulin molts llançaments. Aquests és un dels programes que vam treballar al centre.

Abans de començar amb el programa, vaig portar monedes de plàstic com mostra la fotografia a classe per fer llançaments amb els alumnes. Quan ja havien fet bastants llançaments, els hi vaig plantejar la pregunta: I si volem fer 1000 llançaments? Alguns es van posar a tirar les monedes, d'altres van suggerir sumar les tirades que havia fet cada alumne, i d'altres ja van pensar que potser hi havia un mètode més ràpid.





Amb aquesta idea al cap, els vaig proposar crear un programa amb Scratch que simulés molts llançaments de la moneda. Aquest va ser el seu primer contacte amb la programació. Ells tenien una guia que podien anar seguint si ho necessitaven. A més, una part del programa la vaig començar jo a la pissarra digital per després anar fent sortir als alumnes a la pissarra per continuar-lo.

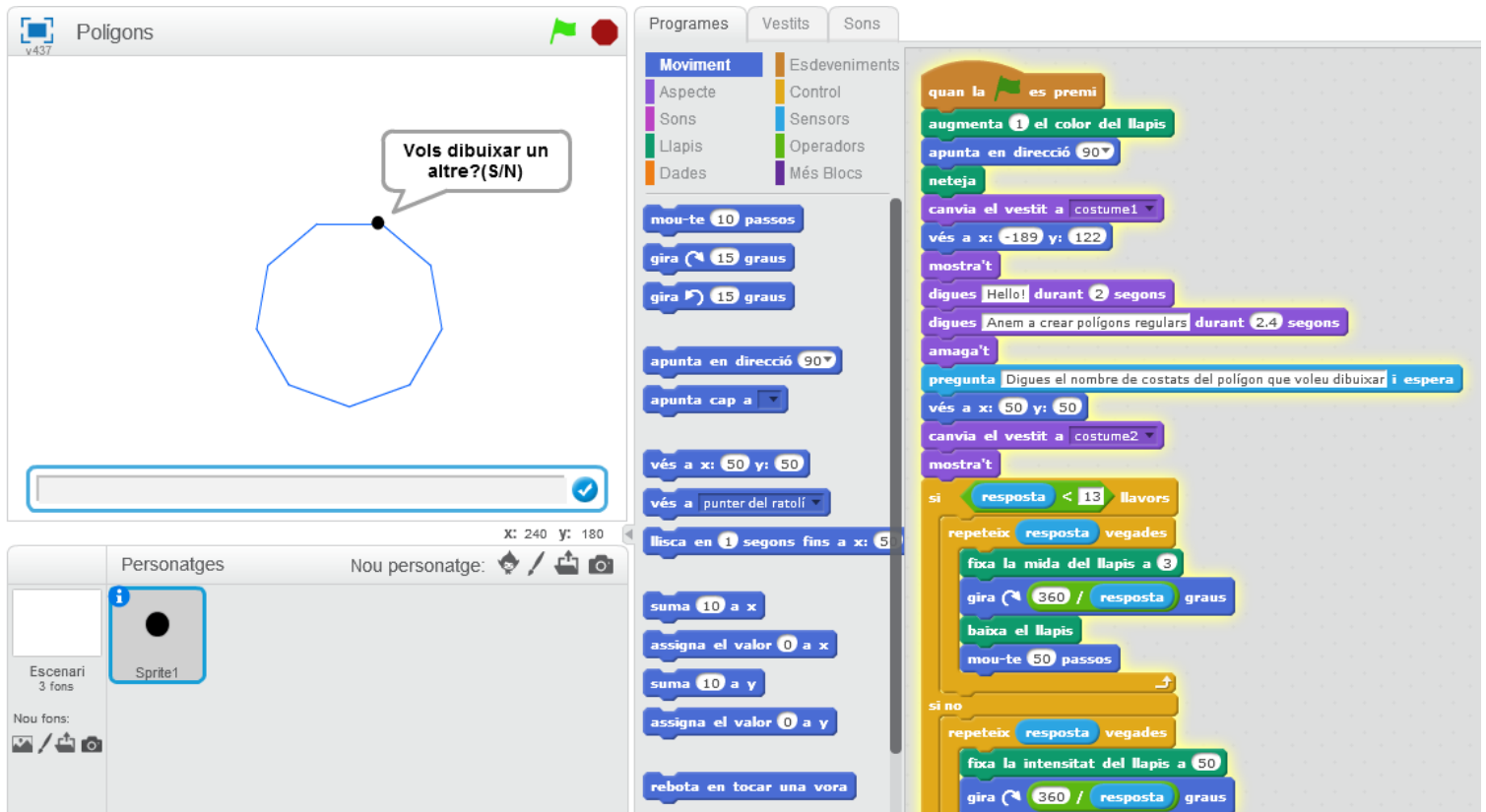


Programa de la moneda.

### Programes 2n d'ESO:

- 1) Fraccions equivalents: Verdader o fals, els alumnes hauran de respondre si les fraccions que surten a la pantalla són o no equivalents.
- 2) Lineal o afí?: Es dona als alumnes un programa començat amb els eixos de coordenades. Hauran de crear i dibuixar rectes i fer que el programa preguntí si és lineal o afí.

- 3) Polígons de n costats: Els alumnes hauran de crear un programa que dibuixi qualsevol polígon regular.

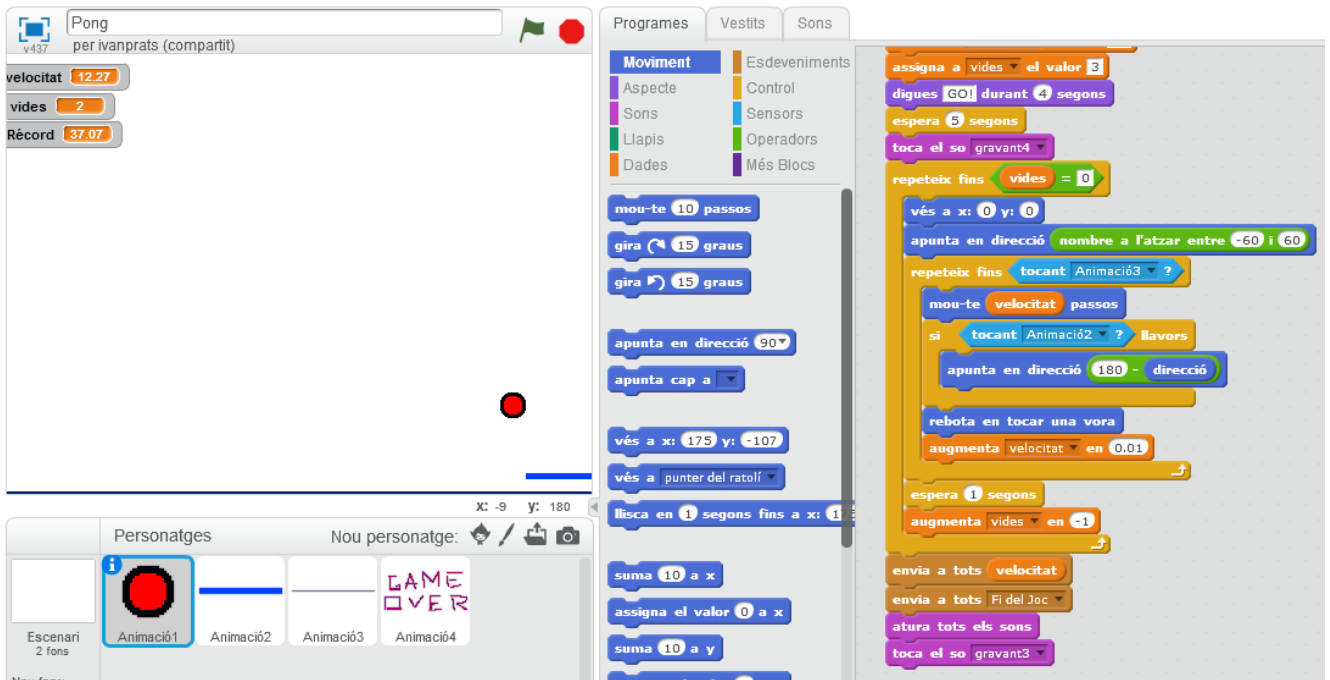


Polígon de n costats: dibuix del polígon de 9 costats enneàgon.

- 4) Pong: Els alumnes hauran de construir l'antic joc recreatiu anomenat "Pong" on el jugador té una barra amb la qual no ha de deixar passar la pilota. El joc tradicional, com mostra la fotografia, és la interacció entre dos jugadors que competeixen entre ells i s'envien la pilota l'un a l'altre. En el nostre programa oferim fer-ho només per un jugador (amb només una barra). Els coneixements que necessita l'alumne per crear aquest joc és, a part de saber el funcionament bàsic del programa, treballar amb angles d'entrada i sortida d'un rebot.



## Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch



La fotografia anterior mostra la programació del tradicional joc només amb un jugador.

- 5) Urna 10: Els alumnes, gràcies a les freqüències, han de conjeturar la composició d'una urna que conté boles de tres colors diferents (veure fitxa annex 8). Aquest recurs el vam usar amb els nostres grups escolars.

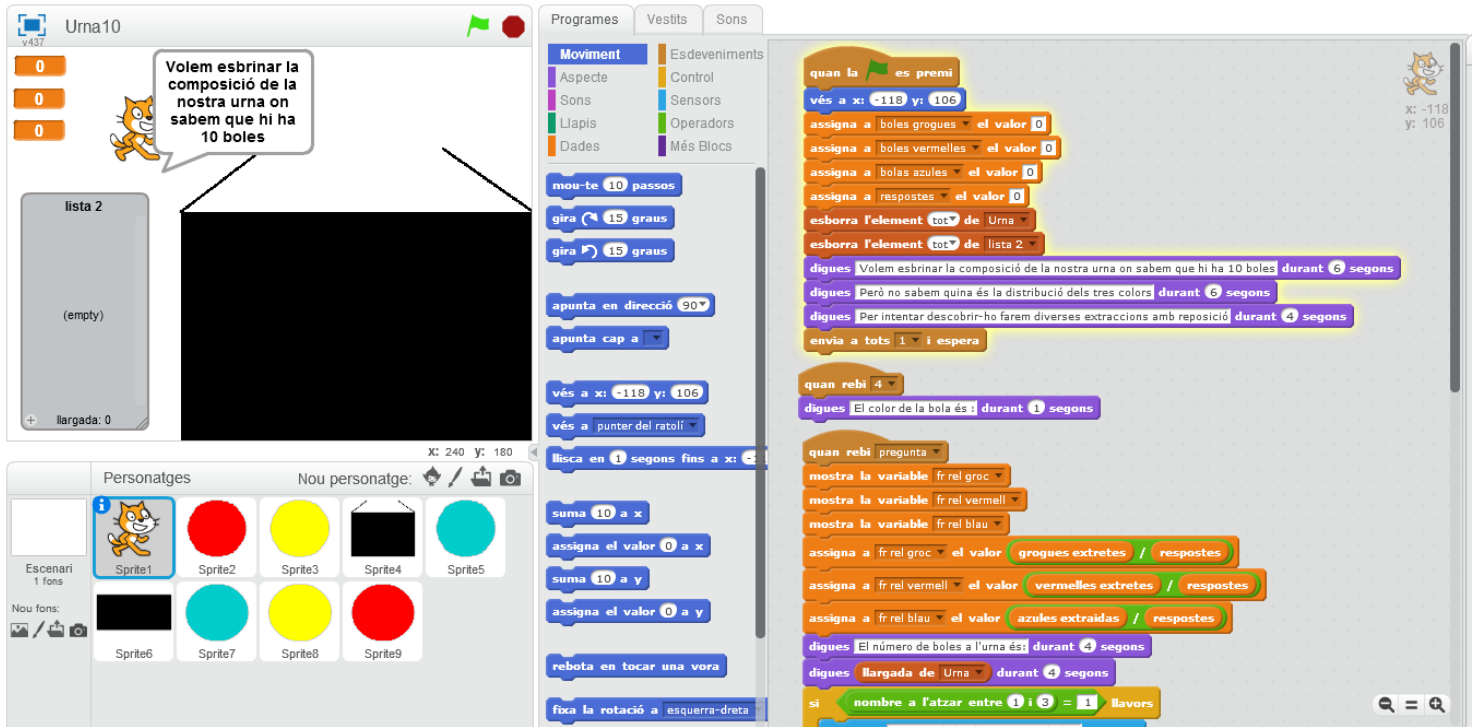
Al crear aquesta activitat em va semblar bona idea portar-la a l'aula de dues maneres diferents. Per això, vaig usar aquest recurs tant amb l'Scratch com manipulatiu.

A l'aula per començar i poder entendre el programa, vaig recolzar-me en l'urna feta a mà. Un voluntari introduïa 10 boles de tres colors dins l'urna sense que la resta del grup ho sabés, aleshores començàvem a fer extraccions per intentar saber la composició de l'urna.



Amb aquest procediment, els alumnes van demanar cada vegada fer més extraccions, perquè amb poques no ho podien saber bé. Un cop arribat a aquest punt, van entendre que no podien passar-se el dia traient boles per saber la composició, i d'aquesta manera vaig introduir el programa per fer moltes extraccions ràpidament.

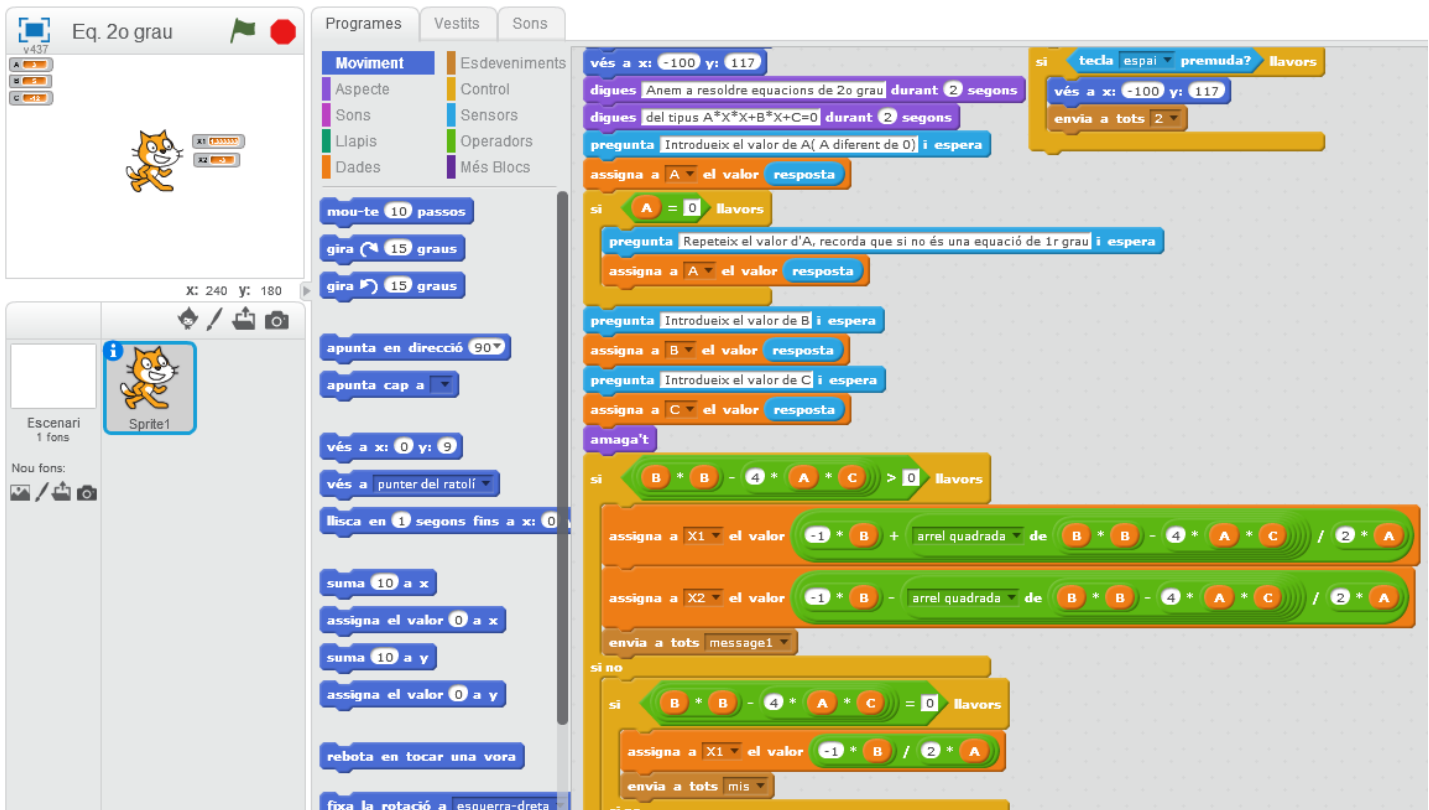
# Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch



Urna 10: inici execució del programa.

## Programes 3r d'ESO:

- 1) Equacions de segon grau: Els alumnes han de crear un programa que resolgui qualsevol equació de segon grau.



Equacions de segon grau: programa executat per l'equació  $3x^2+5x-12=0$ .

- 2) Funció afí: És un programa que mostra als alumnes com afecta a una recta cada un dels coeficients. Un cop fixades les variables, els alumnes poden moure-les una per una, i així veure com afecta a la recta resultant. Per tal de poder entendre i aprofitar bé aquest programa, considero necessari fer una introducció teòrica (veure annex 3).

The screenshot shows the Scratch 2 Offline Editor interface. The stage displays a coordinate system with a blue line representing a linear function. The script area contains the following code blocks:

- when green flag is clicked
- go to x: -188 y: -127
- set a to 0
- set b to 0
- set n to 0
- set m to 0
- turn 90 degrees
- draw lines of the type  $y=(a/b)x+n$  for 4 seconds
- ask "Value of a?" and wait
- increase a by response
- ask "Value of b?" and wait
- increase b by response
- ask "Value of n? (between -8 and +8)" and wait
- increase n by response
- increase m by  $a/b$
- send all to start
- hide
- end this program

Below the stage, there are sliders for variables a, b, and n, and a display for the calculated area of a regular polygon.

Funció afí: execució del programa per  $y=(2/-3)*x+2$

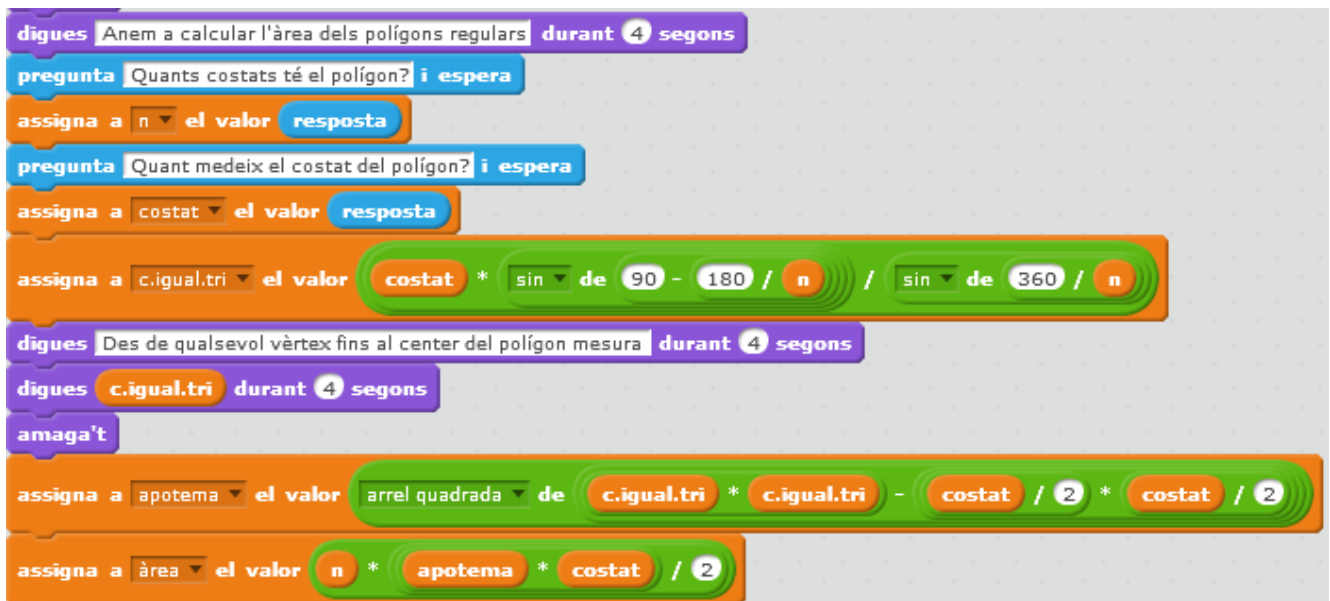
- 3) Àrea de polígons regulars: Es dóna un programa començat als alumnes, amb això han de dibuixar els polígons i calcular l'apotema i l'àrea.

The screenshot shows the Scratch 2 Offline Editor interface. The stage displays a red regular polygon. The script area contains the following code blocks:

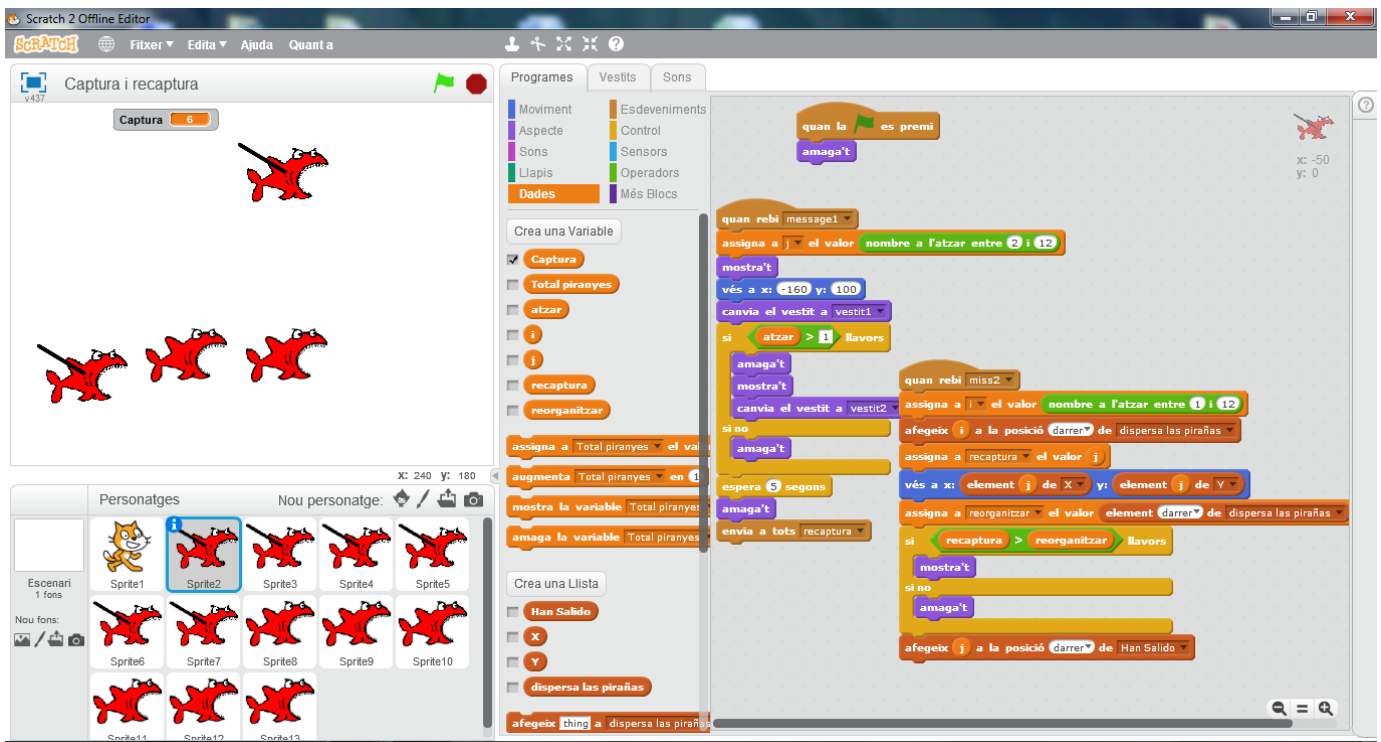
- when green flag is clicked
- set constant to 35
- set n to 12
- calculate the area of a regular triangle: 67.614808
- calculate the apothem: 65.310889
- calculate the area: 13715.286718

The stage also displays a red regular polygon with a blue line segment on one of its sides.

## Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch



- 4) Captura i recaptura: És un programa que té com a finalitat saber la població d'alguna espècie animal.



Captura i recaptura: execució del programa en la recaptura on es veuen les marcades i les sense marcar.

Programes 4t d'ESO:

- 1) Conjectura de Collatz: S'explicarà als alumnes en què consisteix aquesta conjectura i ells l'hauran de programar.

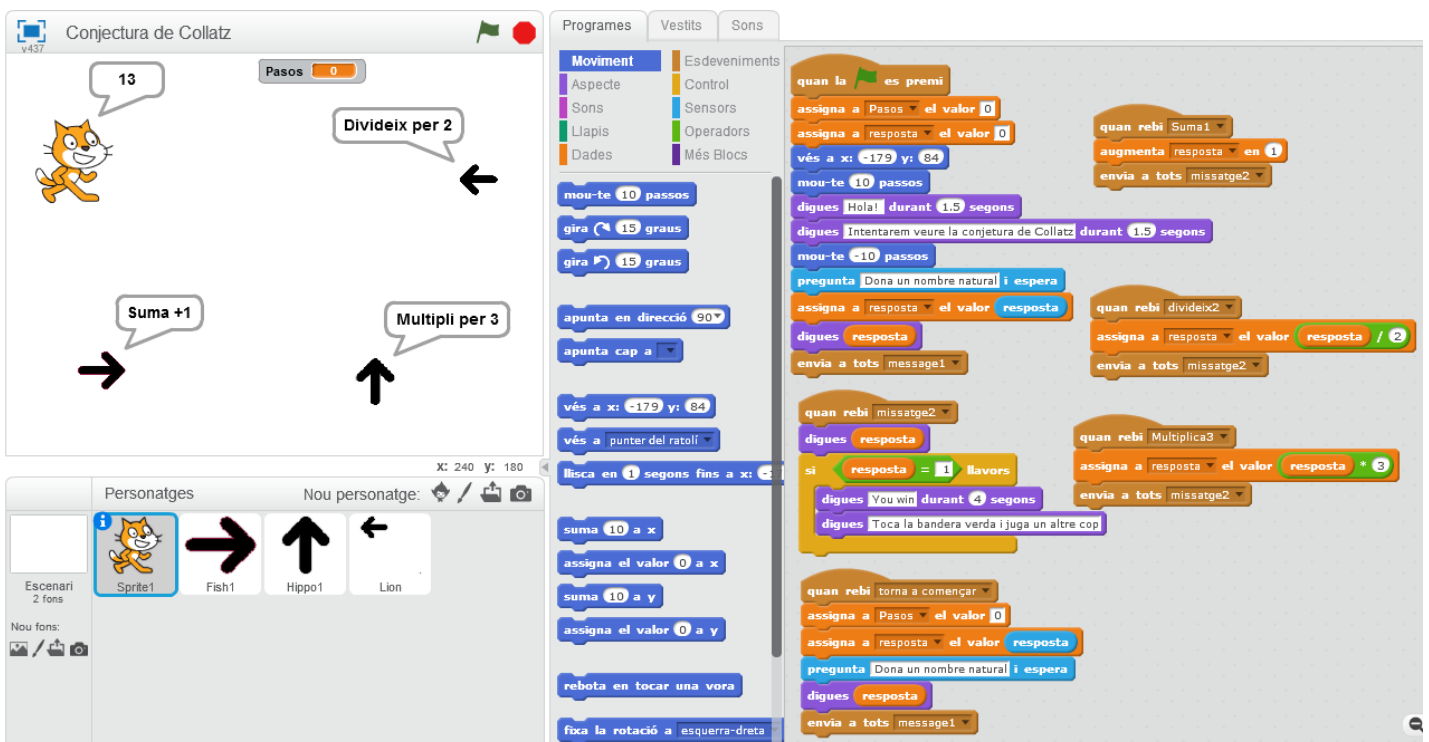
Conjectura de Collatz:

$$f(n) = \begin{cases} n/2 & \text{si } n \equiv 0 \pmod{2} \\ 3n + 1 & \text{si } n \equiv 1 \pmod{2} \end{cases}$$

Considerem la següent operació sobre qualsevol nombre natural arbitrari:

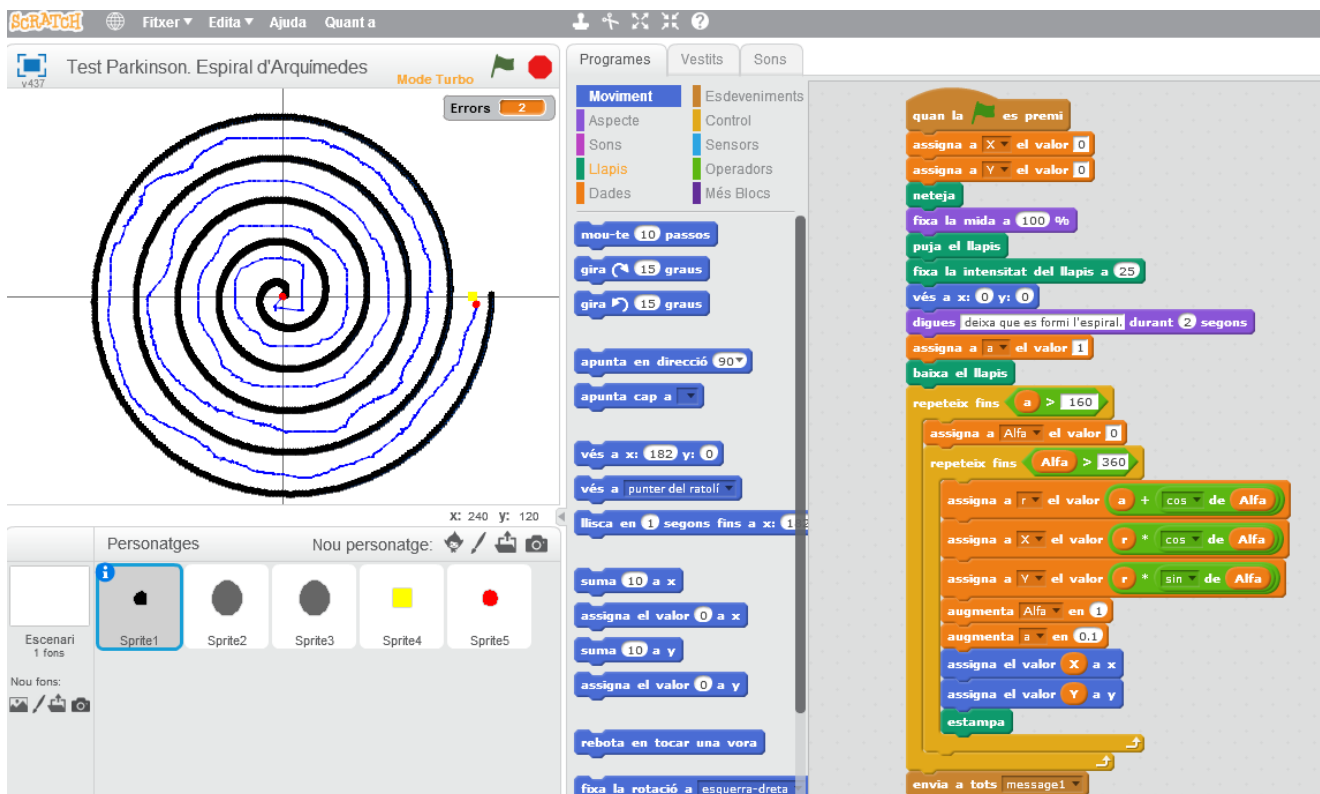
- Si el nombre és parell, el dividim per dos.
- Si el nombre és senar, el tripliquem i li afegim una unitat.

La conjectura diu que aquest procés arribarà a obtenir el valor 1, independentment del nombre natural que escollim inicialment amb un nombre finit de passos.



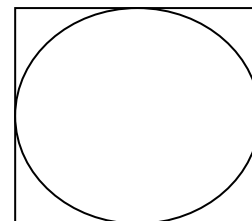
Programació de la conjectura de Collatz.

- 2) Espiral d'Arquímedes pel control del Pàrkinson: Es proposarà als alumnes un petit projecte d'investigació sobre els tremolors essencials (inici del Pàrkinson).



Programació de l'espiral d'Arquímedes pel control del Pàrkinson.

- 3) Pi: Càlcul del nombre Pi mitjançant el mètode de Montecarlo. Aquest mètode usa com a base la regla de Laplace, partim d'un cercle inscrit dins d'un quadrat (cercle de radi  $r$  i quadrat de costat  $2r$ ), afirmant que la probabilitat d'encertar un punt de dins del cercle és:



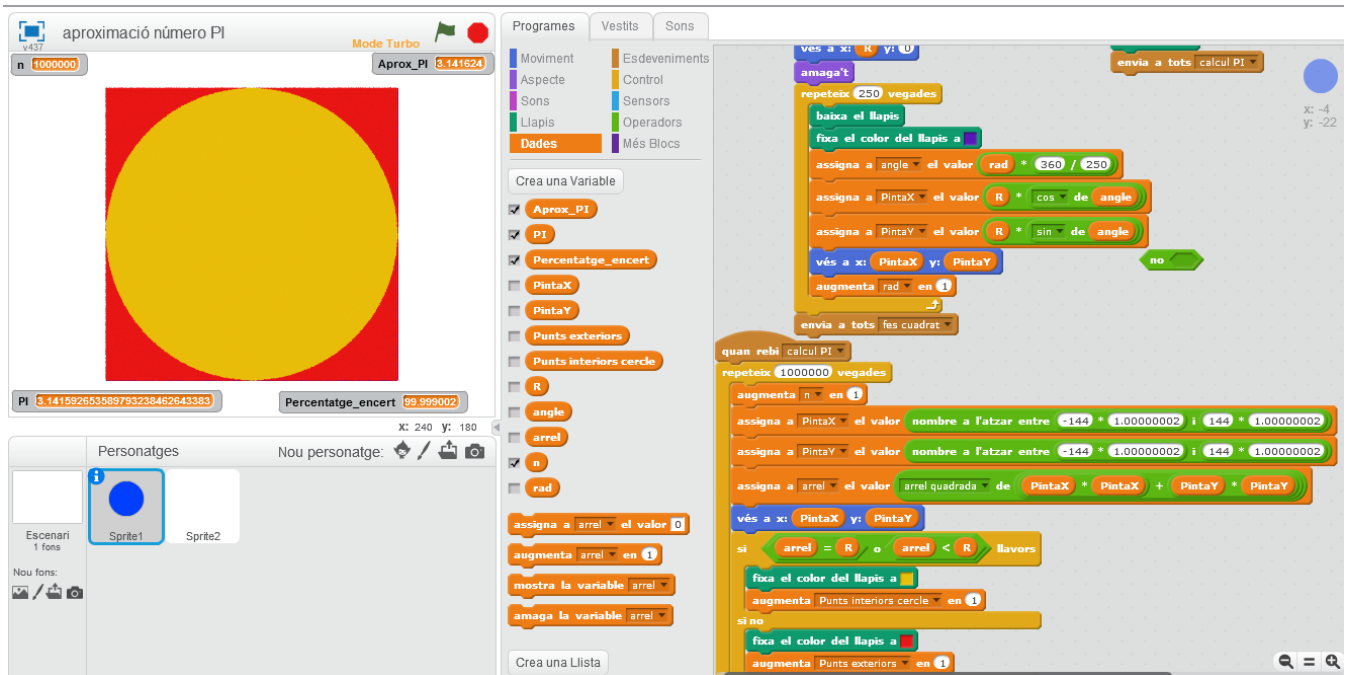
$$P(\text{cercle}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos possibles}} = \frac{\text{àrea del cercle}}{\text{àrea del quadrat}} = \frac{\pi \cdot r^2}{4 \cdot r^2} = \frac{\pi}{4}$$

$$4 \cdot P(\text{cercle}) = \pi$$

Per tant, podem afirmar que agafant una mostra suficientment gran de punts al atzar del quadrat, obtenim que

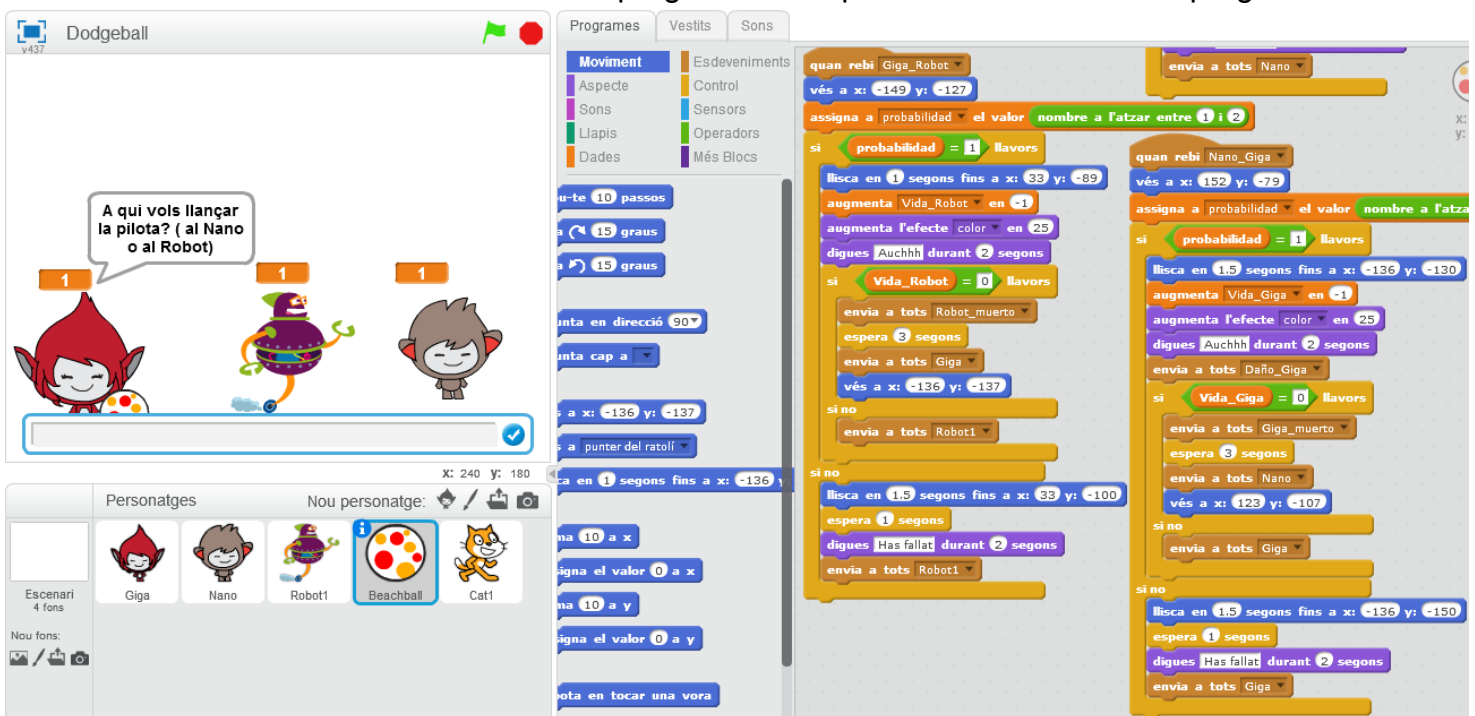
$$4 \cdot \frac{\text{punts del cercle}}{\text{punts totals}} \rightarrow \pi$$





Aproximació del nombre  $\pi$ : Execució del programa per 1.000.000 de punts aleatoris.

- 4) Dodgeball: Es proposa un repte amb tres personatges amb diferents habilitats per llançar una pilota. Quan la pilota toca un jugador perd una vida. Els alumnes han d'esbrinar l'estratègia òptima per tal que guanyi cada un dels personatges. A continuació es mostra l'inici del programa i una petita mostra de la seva programació.



Dodgeball: programació.

Taula (Cursos/ Bloc de continguts)

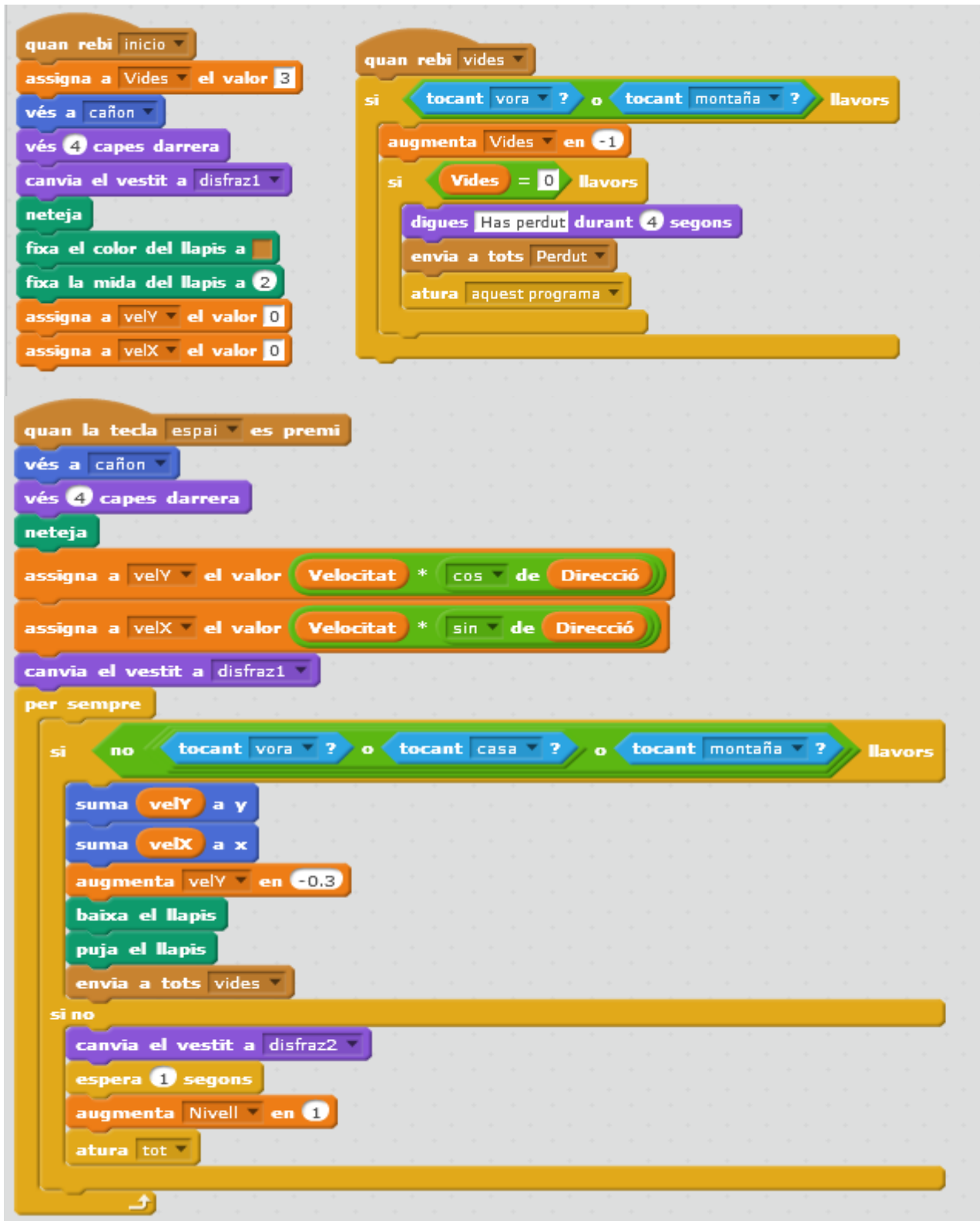
	1r Batxillerat	2n batxillerat
Aritmètica i àlgebra	Càlcul del mcd per la identitat de Bézout	Integrar por Riemann
Anàlisi	Tir parabòlic	
Geometria		Variables de centralització
Probabilitat i estadística		

Programes de 1r batxillerat:

- 1) Càlcul del mcd per la identitat de Bézout: Han de crear l'algoritme per calcular el màxim comú divisor.
- 2) Tir parabòlic: Han de crear una rèplica del joc "Angry birds". El programa tracta d'apuntar amb el canyó a la casa i destruir-la. Per aconseguir-ho usem tota la teoria del tir parabòlic.



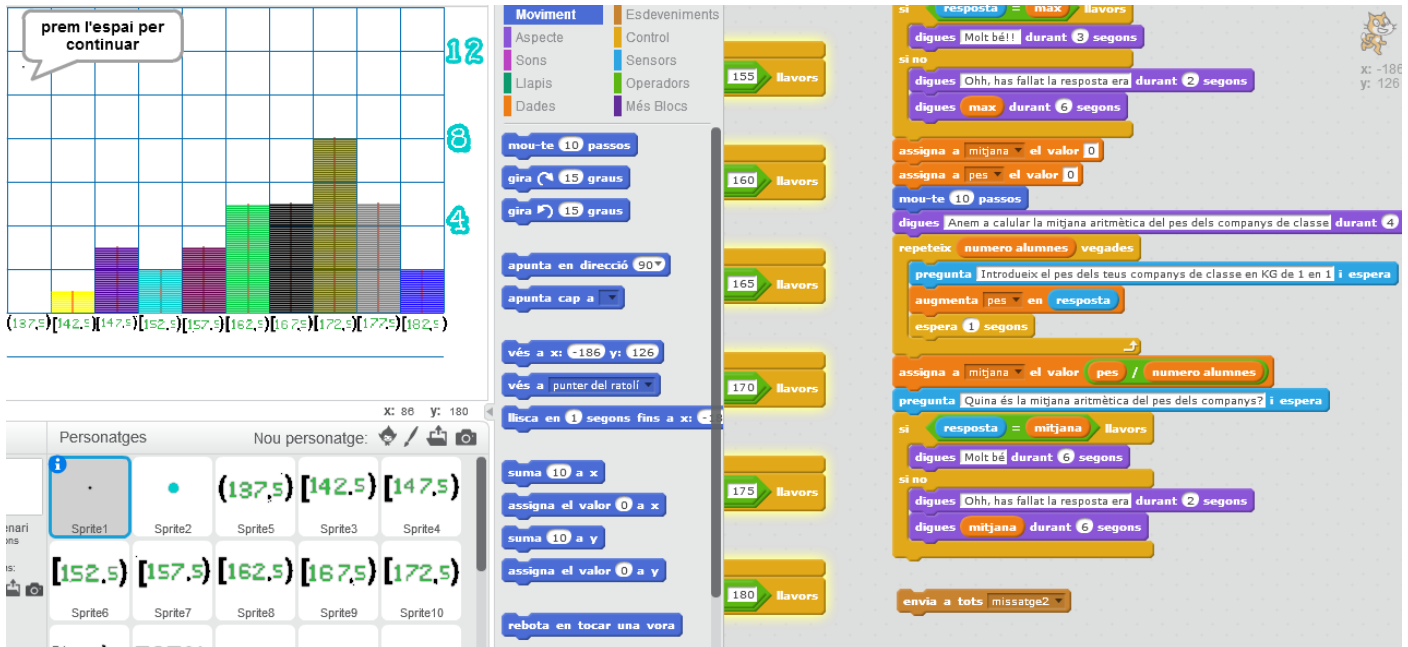
A continuació hi ha una part de la programació.



- 3) Variables de centralització: És un programa que serveix per aprendre a calcular la mitjana aritmètica i la moda mitjançant el representant de classe. Tracta sobretot de fer un estudi i programar el càlcul de les variables de centralització. Aquest projecte el situo al curs de primer de batxillerat en el cas que es vulgui fer la seva programació a l'aula. Si es porta el programa ja fet, es podria situar a 2n d'ESO.

## Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch

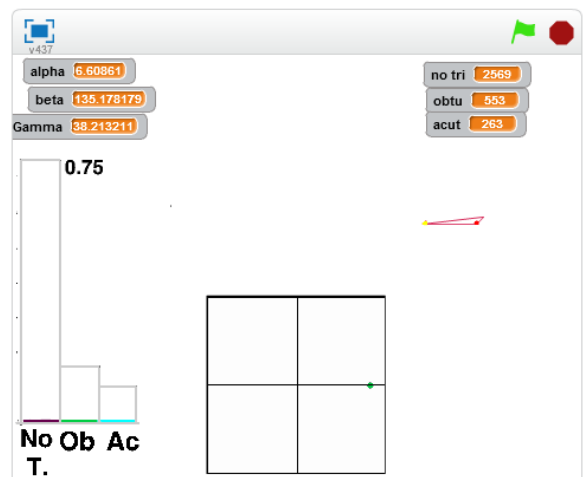
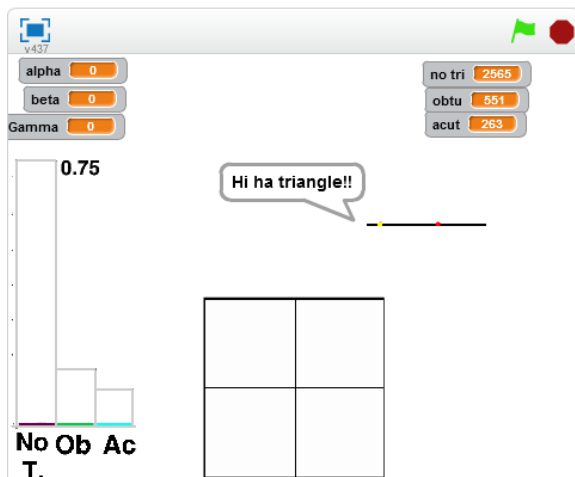
A continuació, es mostra el programa que vaig emprar amb el grup 1 del centre per treballar les variables de centralització. Vam prendre les dades de tots els alumnes tant de l'altura com del pes, primer cada alumne va fer el càlcul a la seva llibreta. Un cop fet, van sortir els alumnes un per un a la pissarra digital a introduir les seves dades al programa. I comprovar si havien fet el càlcul correctament.



Variables de centralització: altures.

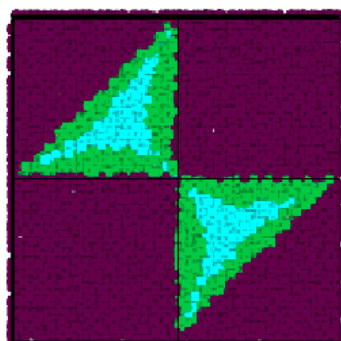
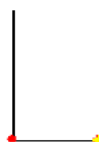
### Programes 2n batxillerat:

- 1) Integrar per Riemann: Hauran de crear un programa que calculi la suma superior i inferior d'una partició.
- 2) Tres segments formen un triangle?: El projecte pels alumnes seria treballar en la creació de triangles. Donats dos punts aleatoris d'un segment, el programa comprova (i dibuixa si és possible) si els tres segments resultants formen un triangle.



El programa primer comprova si es forma triangle o no, després el dibuixa i, un cop a acabat amb tots els segments demanats, dibuixa els punts al quadrat (en lila no hi ha triangle, en verd el triangle és obtusangle i en blau acutangle). El resultat final és:

alpha	0	Frq rel no tri	0.7657	no tri	7657
beta	0	Frq rel obt	0.1568	obtu	1568
Gamma	0	Frq rel acut	0.0775	acut	775



En aquest moment estava a punt per comprovar si el que havia preparat era útil per aprendre matemàtiques, per tant, era necessari trobar un centre on pogués portar tot el material preparat a la pràctica.

Aquest centre va resultar ser l'INS Milà i Fontanals situat al barri del raval, amb la professora Blanca Munarriz, que em va permetre treballar amb dos grups de 2n d'ESO. En el següent apartat explicarem el que vam fer a l'escola amb els dos grups.

Primerament vam començar programant les sessions que faríem.

## 5.2 Proposta per part del centre

La Blanca ens va fer la següent proposta:

- Temporització: 10 sessions presencials
- Dos grups de 2n d'ESO:
  - o Grup 1: dilluns 8-8:55 h, dimarts 8-8:55 h, dimecres 9:50-10:45 i divendres 8-8:55 h

## Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch

o Grup 2: dilluns 8:55-9:50 h, dimarts 8:55-9:50 h, dijous 11:45-12:40 h, i divendres 8:55-9:50 h

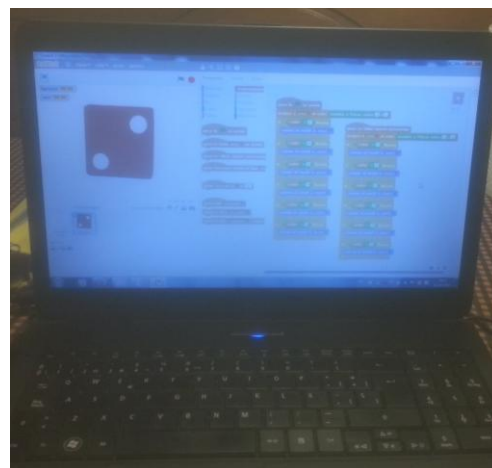
- Continguts a treballar:

	CONTINGUTS	TREBALLATS AMB SCRATCH	TREBALLATS SENSE SCRATCH
PROBABILITAT	Esdeveniment aleatori vs determinista		✓
	Idea de probabilitat. Regla de Laplace	✓	✓
ESTADÍSTICA	Tipus de variables: continua o discreta		✓
	Freqüències i taules de freqüències	✓	✓
	Diagrames de barres (lectura i construcció)	✓ (G1)	✓
	diagrames de sectors(lectura)		✓
	Mitjana aritmètica, mediana i moda	✓	✓

La previsió eren 13 sessions (10 amb mi i 3 amb la Blanca) per treballar tot el temari proposat. Va proposar treballar amb Scratch les següents parts del tema: d'estadística el càlcul de mitjana, mediana i moda i tota la probabilitat.

### 5.3 Prova inicial

Com que havia de treballar el bloc de continguts d'Estadística i Probabilitat, vaig deixar de banda els altres programes i em vaig centrar en la programació que havíem acordat. Vaig voler fer una prova inicial amb dos alumnes de 1r d'ESO de l'escola Projecte (cal remarcar que havien treballat amb l'Scratch amb el professor Frank Sabater), per saber si el programa funcionava bé. El resultat va ser molt bo, van resoldre les dues primeres pràctiques en aproximadament mitja hora (veure annex 8).



Prova inicial amb dos alumnes de l'escola projecte: primera fotografia pràctica 1 (moneda), segona fotografia pràctica 2 (dau).

A aquests alumnes se'ls hi va donar la fitxa 1 i les imatges dels daus. Amb aquesta informació i de forma completament autònoma van realitzar les pràctiques 1 i 2 sense problemes. Van simular la tirada d'una moneda i la d'un dau (un i molts llançaments). Amb grans expectatives, havia de començar les sessions amb els dos grups del centre INS Milà i Fontanals, però feia falta decidir l'avaluació a seguir.

### 5.4 Avaluació de la unitat

La seva professora i jo vam decidir que, com que optàvem per una nova forma de treballar, era important considerar molt positivament el treball realitzat diàriament (tant a classe com a casa). Per això, per valorar als alumnes, vam contar les següents feines:

- 1) Entrega 1 Scratch: Consistia a acabar la pràctica 1 (recordem que era programar el llançament d'una moneda, voluntària, veure annex 8).
- 2) Entrega 2 Scratch: Consistia a fer la pràctica 2 (programar el llançament d'un dau, veure annex 8).
- 3) Examen final: Era una prova d'una hora que avalua als alumnes de tots els conceptes treballats durant la unitat. El que vam realitzar amb els alumnes és el que segueix:



**Departament de Matemàtiques. Curs 2014-2015**

2nESO grup 1. Examen tema 9: Estadística i probabilitat

**NOM:**

**NOTA:**

1. Dels experiments següents, digues quins són **aleatoris** i quins **deterministes** (1 punt):
  - a) Llançar dos daus i sumar el resultat de les seves cares superiors.
  - b) Deixar caure un objecte des d'una altura de 10 metres i mesurar el temps que triga en arribar a terra.
  - c) Treure una carta d'una baralla i mirar el pal que surt.
2. Digues quin és l'**espai mostral** en cadascun dels següents casos i indica la **probabilitat** de cada element de l'espai mostral:
  - a) Llançament d'una moneda.(0,5 punts).
  - b) Tenim una urna amb 3 boles blanques i una bola negra. Traiem una bola a l'atzar i volem mirar-ne el color. (0,5 punts).
3. Les notes de matemàtiques dels alumnes d'una classe són: 3, 3, 7, 6, 5, 8, 6, 5, 4, 4, 5, 6, 5, 5, 9, 9, 10,3.
  - a) Fes la taula de freqüències (1 punt)
  - b) Fes un **diagrama de barres** (1 punts).
  - c) Quina és la nota **mitjana aritmètica** de la classe? I la **moda**?(1 punt).
  - d) Quin és el **rang o el recorregut** de la mostra?(0,5 punts).
4. Disposem d'una urna amb tres boles blanques, una bola negra i una vermella. (1 punt)
  - a) Quina és la **probabilitat** de treure una bola i que aquesta sigui de color gris?
  - b) I la **probabilitat** de que sigui vermella?
  - c) I la **probabilitat** que sigui blanca?
5. Tenim una urna plena de boles però no sabem quantes hi ha de cada color. Sabem que en 1000 extraccions ha sortit: 400 vegades vermell, 380 groc i 220 blau.
  - a) Calcula la freqüència relativa de cada color.
  - b) Sabent que hi ha 20 boles, quina és la composició més probable de les següents?
    - Composició 1: 8 vermelles, 8 blaves i 4 grogues.
    - Composició 2: 4 vermelles, 2 blaves i 4 grogues.
    - Composició 3: 8 vermelles, 4 blaves i 8 grogues.
    - Composició 4: 8 vermelles, 7 blaves, 4 grogues i 1 negra.
    - Composició 5: 7 vermelles, 7 blaves i 6 grogues.
  - c) Podem assegurar que aquesta composició que has seleccionat es 100% fiable? Per què?  
(3,5 punts).
6. Explica què vol dir:
  - a) Freqüència relativa.
  - b) Freqüència absoluta.
  - c) **Moda** d'una variable aleatòria.
  - d) **Rang** d'una mostra en una variable aleatòria.



- 4) Avaluació Scratch: Es va proposar als alumnes treballar per parelles i exposar una de les tres opcions següents per avaluar els coneixements d'Scratch obtinguts:
- Crear un dau de 4 cares (piràmide triangular) i programar-lo, ho vam començar a classe (amb aquesta opció no es podia aconseguir la nota màxima).
  - Crear un dau trucat, la probabilitat de sortir haurà de ser diferent cada cara. (creació autònoma).
  - Programa voluntari fet per ells (per exemple una ruleta).

Els alumnes podien escollir qualsevol de les tres per obtenir la nota d'Scratch. La majoria va entregar l'opció a., excepte un únic alumne que va entregar l'opció c.

- 5) Exercici voluntari: La feina proposada era retallar gràfics, diagrames de barres, diagrames de sectors, histogrames, etc., obtinguts de revistes o qualsevol retall de premsa que els alumnes escollissin, amb una explicació del gràfic escollit. Per fer aquesta feina els alumnes obtenien un punt més a la nota final de la unitat.

Aquestes cinc feines són les que vam utilitzar per avaluar els dos grups. Una vegada ja teníem clara l'avaluació, vam començar a treballar amb els alumnes.

## 5.5 Realització de les sessions

	Grup 1	Grup 2
Sessions prèvies.	Dues sessions de preparació amb la professora: descarregar l'Scratch i explicació dels primers conceptes (tant teòrics com de programació).	
Sessió 1	La idea era fer la fitxa 1 (veure annex A6) en aquesta primera sessió, fer una introducció a l'Scratch perquè els alumnes coneguessin el programa amb el qual treballarien aquells dies. Però hi va haver problemes, van faltar alguns alumnes, ja que paral·lelament alguns alumnes participaven en el projecte Cinema en curs. A més, alguns alumnes van venir sense tenir feta la instal·lació del programa, això va fer enrederir més l'inici de la programació. Es va començar fent la pràctica 1, però no la vam poder acabar. Vaig fer una petita demostració amb la pantalla digital del funcionament del Scratch i les seves possibilitats.	
Sessió 2	Vam repassar el que havíem fet el dia anterior i vam acabar la pràctica 1. Al final d'aquesta hi ha uns exercicis que, en el cas de no acabar-los a classe, els	

	<p>havien de portar fets a la següent sessió. Vam explicar els següents conceptes per poder continuar amb la pràctica: freqüència absoluta i relativa, esdeveniment determinista i aleatori i, per últim els tipus de variable (continua o discreta).</p>	
<p>Sessió 3</p>	<p>Vam analitzar els exercicis de la pràctica i els vam discutir amb la resta de companys. Vam recordar el concepte de freqüència (absoluta i relativa) i vam aprofitar-ho per programar amb l'Scratch la freqüència que sortís cara o creu tirant una moneda. Per fer la freqüència absoluta no van tenir cap problema, per fer la relativa, van necessitar crear una variable amb el nombre total de tirades, i els hi va sortir prou bé. Ens van faltar uns minuts per poder programar la simulació de moltes tirades. Ho vam ajornar pel principi de la pròxima classe i ho vaig penjar al moodle.</p>	<p>La classe va fallar. Més de la meitat van venir sense ordinador. N'hi havia 3 o 4 que no havien vingut dilluns i no havien mirat la documentació penjada al moodle, a més, els que tenien ordinador i havien vingut dilluns, no havien guardat el seu programa i van haver de començar un altre cop. Durant aquella classe vam explicar la freqüència relativa però presentaven moltes dificultats, per tant vaig haver de replantejar la metodologia i el funcionament d'aquest grup. La professora i jo vam decidir baixar el ritme d'aquest grup per explicar amb més detall els conceptes i així que la majoria pogués seguir millor la classe.</p>
<p>Sessió 4</p>	<p>Vam acabar les pràctiques anteriors i es va executar satisfactòriament el programa amb molts llançaments. Es va començar la nova fitxa (fitxa 2, veure annex A7), per tant, era necessari introduir concepte nou: espai mostral. Un cop fet, vam treballar l'espai mostral del llançament de dos daus i de la suma de dos daus. Amb aquesta informació l'alumnat va fer diverses conjetures sobre la probabilitat de cada un dels esdeveniments de l'espai mostral, a continuació van executar el programa de la suma dels dos daus de <a href="#">thiebma</a> (Ref.</p>	<p>Vam revisar pas a pas tot el treball anterior. Vam acabar la pràctica de la moneda i obert la tasca de lliurament d'aquesta.</p> <p>Vam començar a explicar la definició i exemples senzills d'espai mostral. A continuació es va fer l'espai mostral del llançament d'una moneda, el d'una dau, el de dos daus i el de la suma de dos daus. Es va començar amb la fórmula de Laplace i vàrem veure quina era la probabilitat de que la suma fos igual a 2 i a 3. Vam veure que l'espai mostral de la suma dels</p>

	<p>[2]). La finalitat d'aquest programa era primer visualitzar que no té la mateixa probabilitat els esdeveniments de l'espai mostral del resultat de la suma de dos daus, segon veure que hi ha una relació entre la probabilitat i la freqüència i, per últim, fer conjectures de la probabilitat dels possibles resultats. Com a deures tenien per acabar la fitxa i mirar el començament de la següent pràctica.</p>	<p>daus no era equiprobable. Com a deures vam deixar acabar les probabilitats de tot l'espai mostral de la suma de dos daus.</p>
<p>Sessió 5</p>	<p>Vam fer i acabar els exercicis que ens quedaven de la fitxa anterior (fitxa 2), que corresponien als nivells de probabilitat.</p> <p>Vam fer tota la pràctica pensada per aquest dia, la fitxa 3 (annex 8). Vam explicar que és una urna, vam aprendre a esbrinar la composició de l'urna mitjançant extraccions amb repetició. Per fer això vaig portar l'urna creada a casa i les corresponents boles de colors. Es van seleccionar voluntaris (sempre mirant d'enganxar als menys interessats a la classe) i els hi vaig demanar que posin a dintre l'urna 10 boles amb els colors que volguessin. Ara es tractava d'intentar "endevinar" la composició fent extraccions amb reposició. Primer fent una extracció, després fent 10 i després amb 30, sense donar-se'n compte van veure que com més extraccions es produïen més es van apropar a la composició exacta que van preparar els companys. Per finalitzar, vàrem associar</p>	<p>Vam tornar a explicar des del principi la fitxa 2. Vam fer tots els exercicis i Vam mirar i entendre el programa de la suma dels daus.</p> <p>Vam començar la fitxa nova (fitxa 3), vàrem repetir el concepte d'espai mostral i freqüència, vam parlar de l'urna i vàrem veure quina probabilitat té cada color de sortit amb una composició molt senzilla. Primer vam posar una bola de cada color, després vam escollir dues boles vermelles i per últim vam posar-hi una bola que ningú sabia quin color era. Finalment vam arribar a saber la composició de l'urna.</p>

	<p>el valor de la freqüència relativa de l'extracció d'una bola amb la composició de l'urna multiplicant la freqüència relativa pel nombre total de boles.</p>	
Sessió 6	<p>Vam fer un repàs de la pràctica anterior amb exemples més conflictius. Vam repassar els conceptes de probabilitat teòrica i experimental.</p> <p>Vam començar la fitxa 4 (veure annex 9). Durant aquesta sessió es va explicar el concepte de recorregut o rang, classe i representant o marca de classe. Vam mesurar els alumnes. Vam calcular el rang. Al final de l'hora, vam començar la classificació per classes i va quedar com a feina acabar-la a casa. El pròxim dia caldria explicar la diferència entre interval obert i tancat.</p>	<p>Vam començar un altre cop la pràctica de l'urna i la vàrem acabar, aquest cop es va utilitzar el programa d'Scratch. Vam explicar que es la probabilitat i vam fer l'assignació entre 0 i 1. Vam comprovar la relació entre freqüència relativa i el nombre de boles a l'urna. Es va veure exemples d'aplicacions com: enquestes o intenció de vot.</p> <p>Vam demanar de deures que els alumnes vinguessin amb retalls de gràfics de diaris. També es va demanar per la següent sessió la seva alçada i el seu pes.</p>
Sessió 7	<p>Vam continuar la pràctica anterior. L'últim dia havíem mesurat les altures de tots els alumnes i havíem començat a fer l'histograma. Durant aquesta sessió es va acabar. Vam explicar el concepte de classe d'una variable estadística, moda, marca de classe i mitjana aritmètica. Vam acabar l'histograma i vàrem calcular la mitjana aritmètica.</p>	<p>Vam començar la fitxa 4 (veure annex 9). Vam començar posant pes i altura a la pissarra i vam calcular el rang de la mostra. També es va explicar que és un interval obert i tancat, moda, histograma, classe i marca de classe. Vam fer l'histograma i el vam explicar. Vam calcular la mitjana aritmètica del pes i com deures va quedar calcular la mitjana aritmètica de les alçades i fer el gràfic dels pesos.</p>
Sessió 8	<p>Vam fer un exercici de repàs molt semblant al que es va fer amb Scratch i que sortirà l'examen (veure annex 10).</p>	<p>Vam fer un exercici de repàs molt semblant a el que es va fer amb Scratch i que sortirà a l'examen</p>

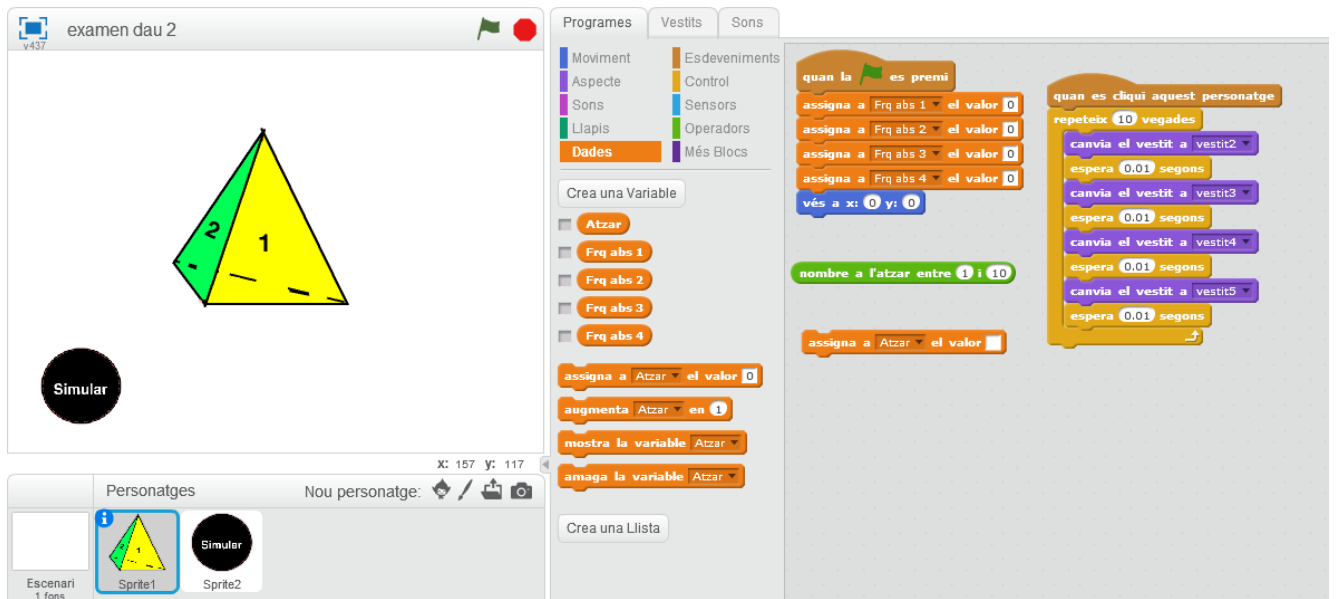
## Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch

	Al finalitzar els exercicis clau, vam començar la pràctica que s'haurà de lliurar amb l'Scratch, la resta d'exercicis els vaig penjar al moodle.	(veure annex 10). Al acabar els exercicis clau, vam començar la pràctica que s'haurà de lliurar amb l'Scratch, la resta d'exercicis els vaig penjar al moodle.
Sessió 9	Vam continuar amb la part de la pràctica. Els vaig recordar que havien de lliurar els treballs fets. Vam resoldre dubtes de l'examen.	Amb aquest grup va ser molt difícil aquest dia. No vam tenir projector i ens va frenar la preparació de l'entrega, tot i això, vam poder avançar una mica.
Sessió 10	Examen (amb la professora, veure pàgina 33).	
Sessió 11	Exposició de l'entrega (4) Avaluació Scratch. Hi va haver alumnes que no van entregar aquesta activitat, llavors van haver de modificar un programa començat per entregar-lo després.	



Segona sessió amb el grup 1, fotografia feta mentre realitzàvem la fitxa 1.

Els alumnes que no van fer l'entrega de l'avaluació d'Scratch (és a dir, no van entregar ni el dau piramidal, ni el dau trucat, ni l'exercici voluntari), havien de modificar un programa començat, a continuació poso una fotografia d'una de les propostes a modificar.



### 5.6 Valoració dels resultats obtinguts.

En termes generals com que hi ha hagut diferències entre els dos grups, la feina planejada no l'he pogut desenvolupar de la mateixa manera. Com que el centre separa els alumnes per nivells, en general, s'ha de fer un plantejament diferent per cada grup.

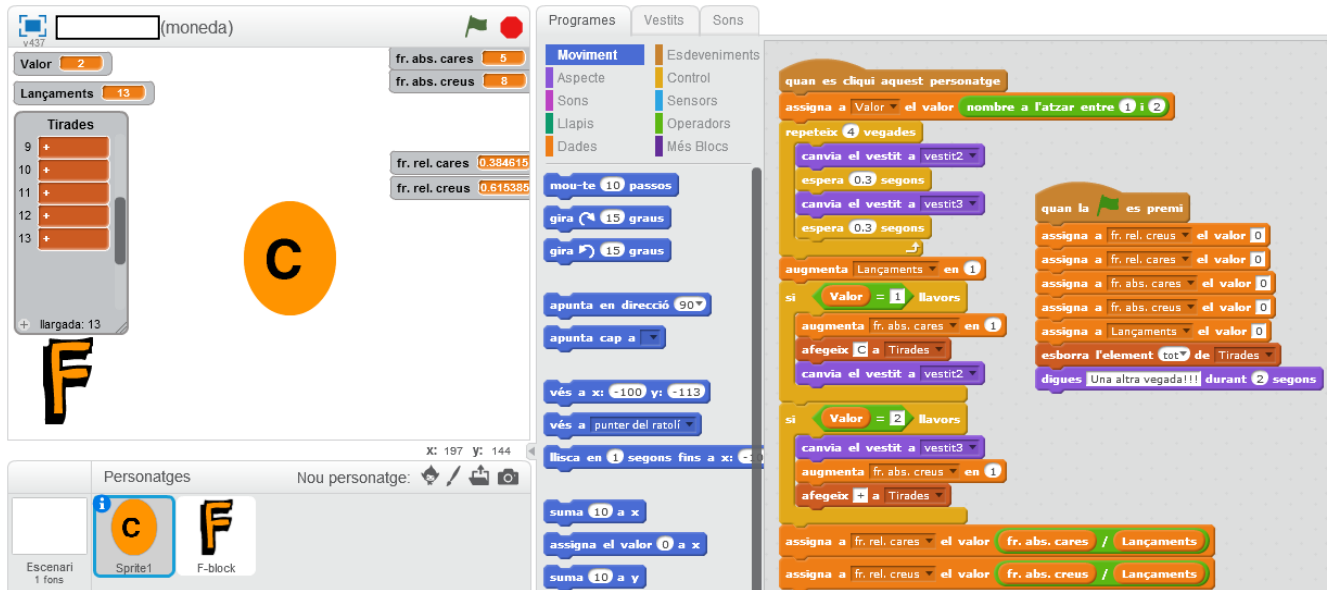
El grup 1 va funcionar força bé:

En primer lloc i com a conclusió positiva diré que els alumnes que normalment seguien bé les classes, ho han seguit fent, alguns; en segon lloc, alguns alumnes amb algun problema s'han engrescat i motivat gràcies a les pràctiques amb l'Scratch i, en conseqüència, el seu aprenentatge i la posterior nota han millorat; i per últim lloc, podem afirmar que la competència digital del grup ha augmentat en termes generals.

No tot va ser bo, com que no vam disposar d'aula d'ordinadors, fou necessari que els alumnes portessin els seus propis, en conseqüència, no tots els alumnes tenien ordinador (vaig haver d'ajuntar-los per grups perquè tots poguessin seguir les explicacions). Alguns que no en tenien, van saber aprofitar l'ajuda de companys i els ordinadors del centre. Aquests van poder seguir bé la classe. Per contra, un parell dels que no van portar ordinador, van abandonar el nou aprenentatge molt aviat, van renunciar a les classes que vaig fer amb ells i no vaig aconseguir ni que treballessin ni reenganxar-los. En observar aquestes reaccions d'ells, ho vaig comentar amb la seva professora però no aconseguirem canviar la seva predisposició.

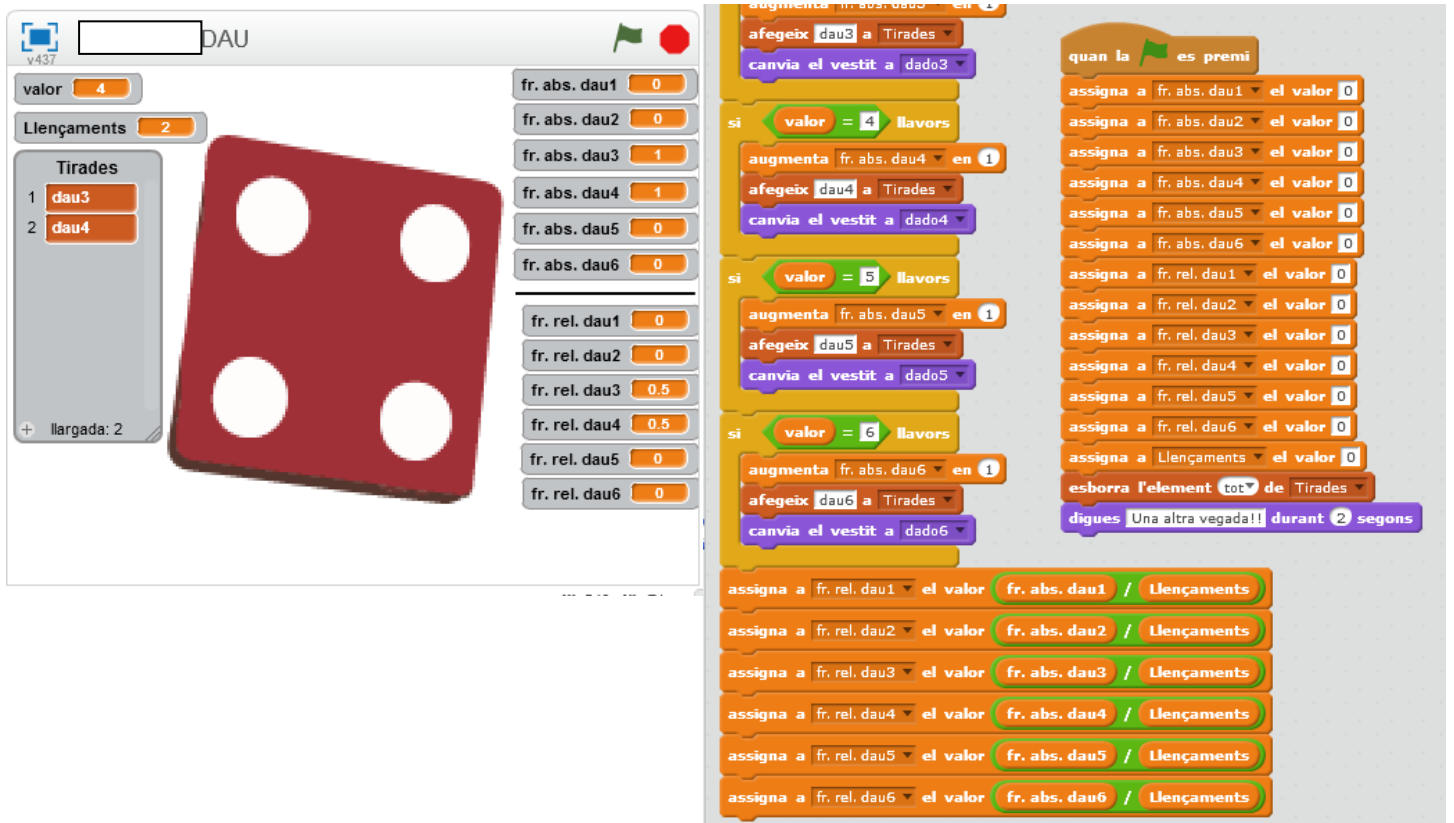
## Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch

A continuació hi ha una fotografia de la programació de la moneda d'un dels alumnes d'aquest grup.



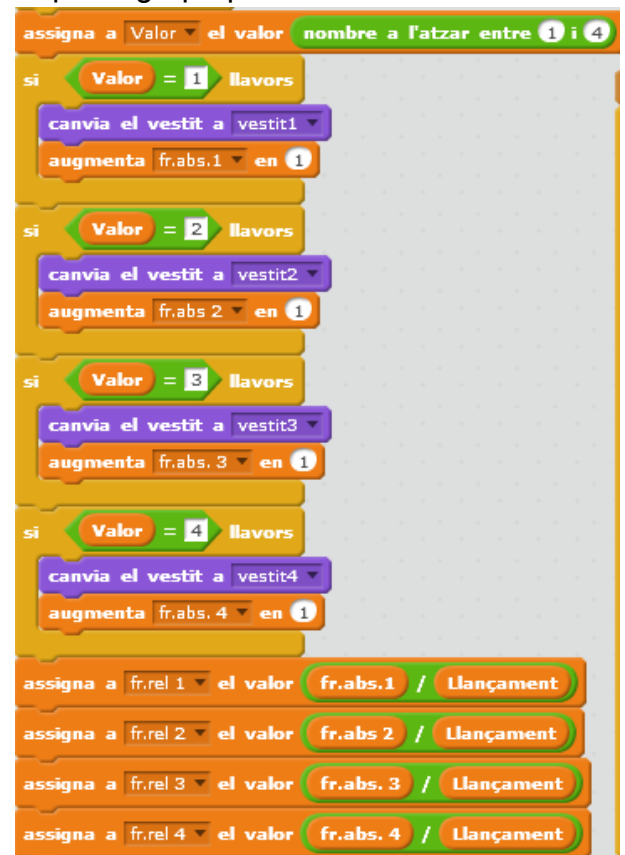
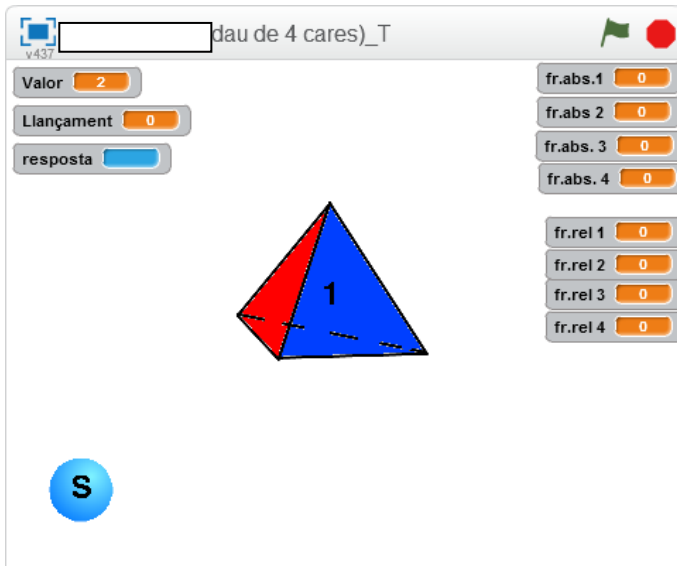
Aquest grup van utilitzar les llistes per visualitzar millor els resultats. Aquest va ser un punt positiu que no es va poder fer al grup 2.

La segona feina que teníem programada era fer llançaments d'un dau de sis cares i calcular les seves freqüències. Un dels programes resultats d'aquest treball va ser el següent:



Recordem que per fer aquesta entrega donàvem als alumnes les cares del dau dibuixares i la fitxa 1.

A continuació hi ha la programació d'un alumne d'aquest grup que va treballar amb les freqüències relatives d'un dau piramidal.



El grup 2 no va funcionar tan bé:

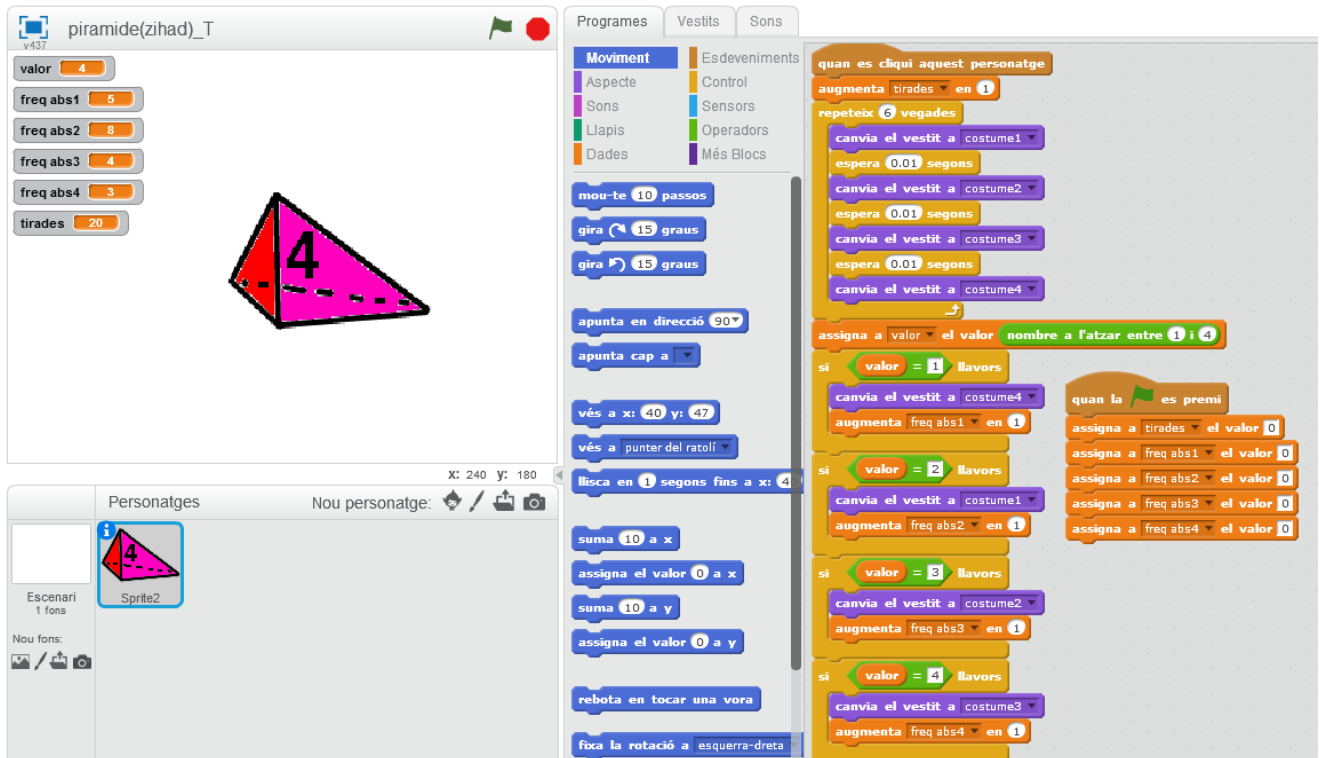
L'assistència era molt escassa, en cap sessió van

venir tots els alumnes. En teoria era una classe de 17, però 3 d'ells no va aparèixer. De la resta, faltaven a cada classe entre 2 i 4 alumnes cada dia. En conseqüència, vaig haver de repetir moltes classes, a més, molts van haver d'instal·lar el programa més de dues vegades i la feina que feien a classe no la guardaven (havien de començar cada programa des de zero encara que haguéssim estat treballant-lo la sessió anterior). No tots tenien ordinador i els que en tenien no sempre el portaven, això va dificultar molt més la nostra tasca.

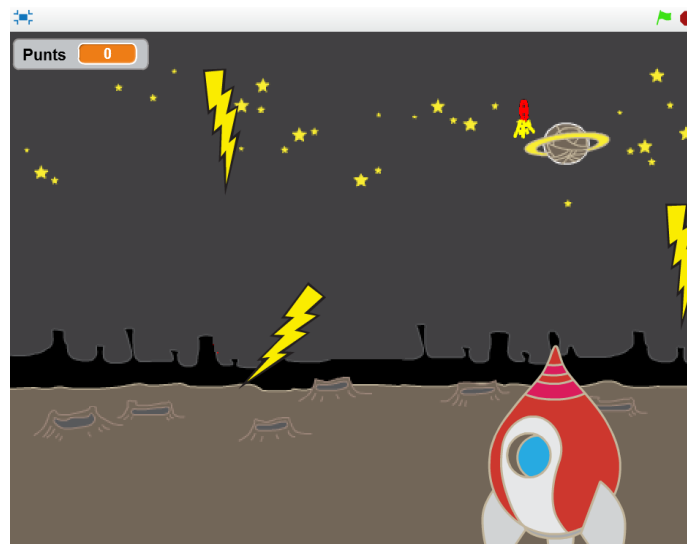
Tot i això, hi va haver un petit grup dins de la classe que estava molt interessat i treballava correctament. Aquest grup, va fer la majoria de les pràctiques i les feines proposades, van aprendre força bé el funcionament que se'ls hi va donar del Scratch i els continguts del tema.

A continuació hi ha una fotografia de la programació de l'examen d'Scratch d'un alumne d'aquest grup que va optar per la opció a.





A continuació hi ha tota la programació de l'examen d'Scratch d'un alumne d'aquest grup que va optar per la opció c. Aquest alumne va crear un joc en el que s'ha de disparar als enemics que apareixen. En aquest cas, el personatge és una nau especial que dispara bales a raigs mortal.



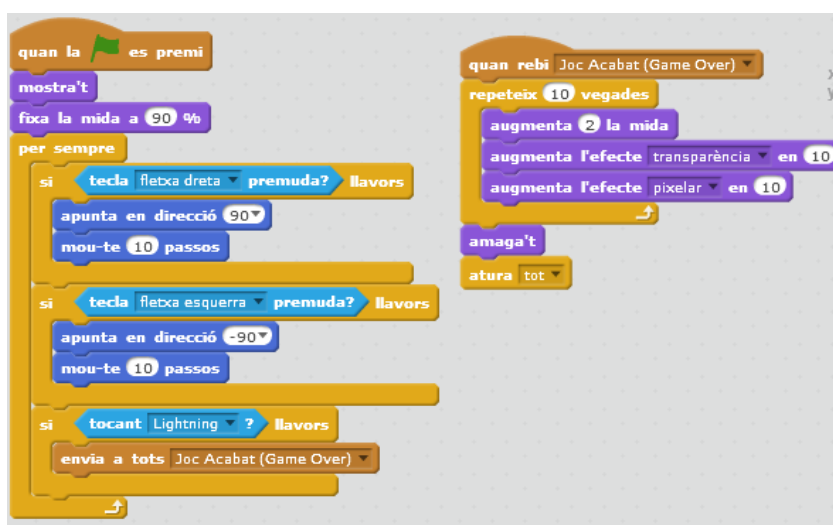
Pantalla inicial.



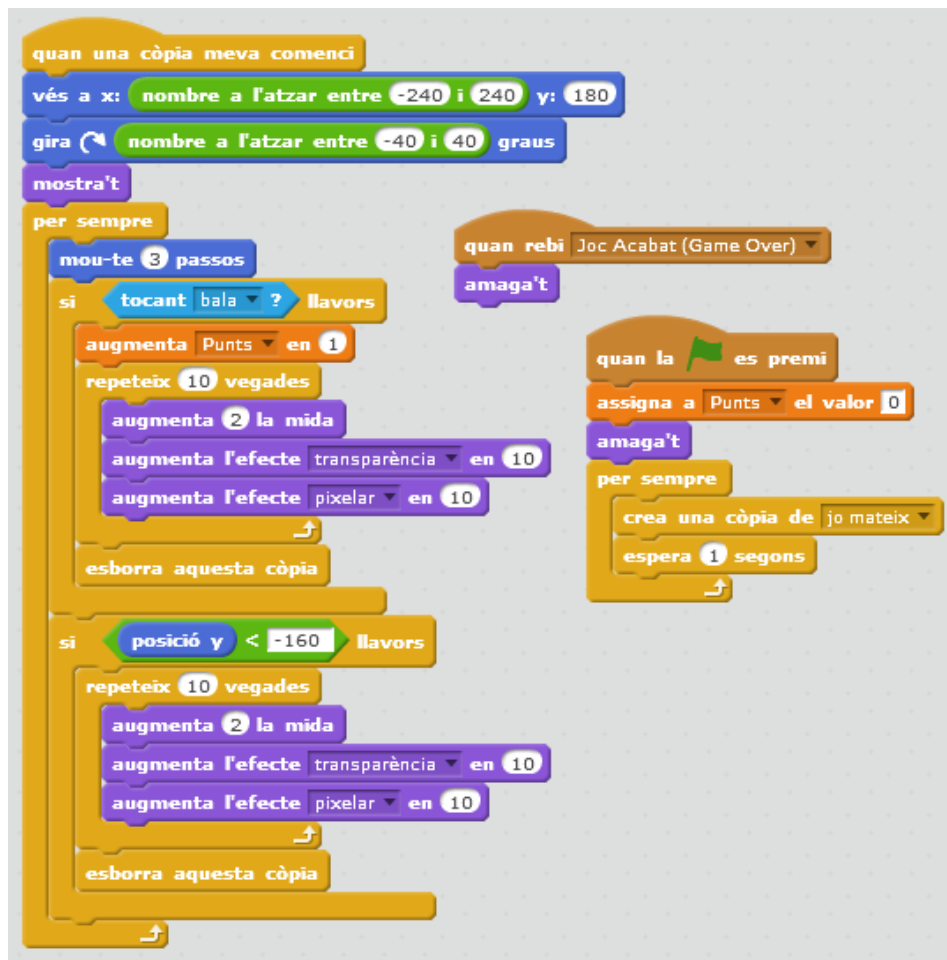
Personatges: la nau espacial, la bala i el raig mortal.



Programació de la bala.



Programació de la nau espacial.



Programació del raig.

L'alumne va crear aquest programa de forma completament autònoma. El programa en si té algun petit inconvenient, com per exemple que la nau espacial és massa gran. Tot i això, la feina feta d'aquest alumne per ser la primera vegada que programa és molt bona.

Com es pot veure, no tot són comentaris positius. Òbviament, treballar amb un grup escolar no és feina senzilla i és difícil que surti perfecte a la primera. Tot i això, hi ha certs aspectes que han estat positius en els dos grups: el treball amb Scratch els hi ha donat una bona introducció a la programació que els serà molt útil en un futur; estudiar les matemàtiques des d'una perspectiva diferent més contextualitzada ha ajudat al aprenentatge de molts alumnes; i, per últim, els que estaven mínimament interessats en aprendre, el fet de treballar amb un programa nou i veure un enfocament de les matemàtiques diferent ho han agraït força i han descobert tot un nou món amb infinites possibilitats.

### 5.7 Valoració dels alumnes

Usar l'Scratch com una eina per aprendre matemàtiques és relativament nou, per això, volia saber la opinió dels alumnes. Amb aquesta idea, vaig idear una enquesta. En teoria l'havíem de passar als dos grups, però per problemes de temps només ho vam poder fer al primer.

L'enquesta que vaig idear és la que segueix:

<u>Avaluació sessions amb Scratch</u>				
	Gens	Poc	Bastant	Molt
Penseu que és útil el programa Scratch per aprendre?				
Per què?				
Us ha agradat l'Scratch?				
Per què?				
L'Scratch us ha ajudat a entendre bé el temari?				
Per què?				
Us agradaria fer més classes usant aquest programa?				
Per què?				
Si teniu algun comentari, queixa o suggeriment més a fer que considereu important expliqueu-lo a continuació:				

Les respostes donades van ser les següents:

	Gens	Poc	Bastant	Molt
Pregunta 1	1	5	9	2
Pregunta 2	3	3	7	4
Pregunta 3	2	5	6	4
Pregunta 4	2	5	5	5

Com es pot veure, en general la resposta dels alumnes és força positiva. Més de la meitat del grup opina positivament les sessions amb l'Scratch. Les dues respostes a la part de

comentaris dels alumnes van ser les següents (la resta no van respondre aquesta última pregunta):

Alumne 1: *“M’agradaria que es faci un altre cop en tercer de la ESO.”*

Alumne 2: *“No vine a classes, no sé si podria tener opinió, pero mis compañeros lo entendieron, así que seguro que lo hace bien.”*

A continuació exposo algunes respostes a les diferents preguntes:

Primera pregunta: Penseu que és útil el programa Scratch per aprendre? Per què?

Resposta 1: *“Molt, és una manera d’aprendre millor, s’entén millor i és divertit.”*

Resposta 2: *“Bastant, perquè dona una visió de la realitat. Jo l’he entès més amb Scratch.”*

Resposta 3: *“Poc, és útil per aprendre en aquest tema en concret.”*

Resposta 4: *“Gens, on hi hagi un llibre....res més val.”*

Segona pregunta: Us ha agradat l’Scratch? Per què?

Resposta 1: *“Molt, m’ha agradat molt perquè és molt interessant i divertit.”*

Resposta 2: *“Bastant, perquè he après coses divertides que no sabia fer.”*

Resposta 3: *“Poc, perquè al principi semblava molt divertit i ho era, però quantes més coses ens ensenyaven era una mica més complicat i vaig arribar a perdre el interès.”*

Resposta 4: *“Gens, no vaig venir a classe no sé com va.”*

Última pregunta: Us agradaria fer més classes usant aquest programa? Perquè?

Resposta 1: *“Molt, perquè m’he entretingut molt i m’agradaria repetir-lo.”*

Resposta 2: *“Bastant,perquè jo crec que és una manera d’aprendre millor les coses i és més fàcil.”*

Resposta 3: *“Poc, no molt perquè es faria repetitiu.”*

Resposta 4: *“Gens, no m’agrada.”*

Estic força content de les respostes que van donar, ja que n’hi ha una majoria positives que diuen que voldrien continuar treballant amb Scratch i que els ha ajudat a aprendre més el temari. Les respostes negatives donades són sobretot, en la meva opinió, falta de confiança en aprendre a programar i a entendre les matemàtiques. És en aquest punt on hem de fer un enfocament diferent per tal d’arribar a transmetre confiança en poder adquirir tots els coneixements necessaris.

## **6. Propostes de millora**

Idees clau per millora la meva pràctica com a professor:

- Canviar la seqüenciació de les classes.
- Deixar molt clar als alumnes quin material han de portar cada dia.
- Usar formes innovadores d'ensenyament per arribar a la major part d'alumnat possible.
- Introduir les noves tecnologies de forma pausada i ben definida, els alumnes no s'han de trobar en la situació d'haver de superar dos barreres a la vegada.
- Aplicar la transversalitat d'aquesta eina tant important com és la programació.

Al revisar la feina feta al centre, me n'adono que, tot i que les sessions han estat ben acceptades pels alumnes, no tot ha estat bo. Per tant, considero important estudiar en què ha fallat i donar una proposta per, a la pròxima, fer-ho molt millor. A més, considero que un bon aprenentatge parteix de la base de corregir els propis errors. En conclusió: S'ha d'aprendre dels errors i les dificultats.

D'entrada he treballat en un aula on eren els alumnes que havien de portar els seus propis ordinadors. Eres ells els que havien de ser responsables de dur l'ordinador i la instal·lació de casa. És aquí on s'ha de revisar la tasca realitzada, no s'hauria de permetre als alumnes d'oblidar el material a casa o no guardar la feina feta el dia anterior, això és en part, culpa del professor. Quan s'intenta apropar als alumnes a les noves tecnologies, cal tenir en compte que no tots volen aprendre ni tots estan interessats en seguir les classes, per aquesta raó, és important preparar les classes conseqüentment. S'han de cercar formes innovadores o diferents per evitar que una part de la classe no segueixi les explicacions i abandoni prematurament.

Els petits èxits que hem aconseguit amb alumnes que no volien fer classes de matemàtiques i que segons ells, ara si volien fer-les, hauria de ser capaç d'estendre-ho a la resta. Per això, crec que s'hauria de dinamitzar la classe i, pot ser, també s'hauria d'estar més damunt d'ells, recordar-los al final de les sessions que la feina feta s'ha de guardar i explicar amb claredat quan es tornarà a treballar amb l'ordinador.

És evident que la seqüenciació feta en aquesta unitat no ha estat correcta. El plantejament era fer classes cada divendres, però això no ha estat possible per diversos motius. Pensàvem que així els alumnes treballarien entre divendres i divendres però el

resultat era que el que treballava i feia les entregues eren els mateixos independentment del temps que tinguessin, per contra, aquesta seqüenciació donada, feia que els alumnes que no seguien bé la classe, a la següent, havíem de tornar al principi de les pràctiques i no avançàvem, aquest aspecte va ser continuat amb el segon grup.

Penso que seria important per aconseguir engrescar a tot l'alumnat a la programació, i no només als millors, fer una assignatura de programació a primària o a primer d'ESO. En part, crec que els pocs que no han seguit les classes ha estat perquè han vist un petit mur davant seu. Havien d'aprendre a l'hora un assignatura amb la qual no congeniaven i, a més, havien d'aprendre a programar des de zero. Si això ho enfoquem per separat estic ben segur que els resultat haguessin sigut molt millors, és evident que el coneixement de la informàtica, del codi, és important i, com cita Dan Crow (director tecnològic de l'empresa Songkick y professor de ciències computacionals en la Universitat de Leeds (Regne Unit)), *“Desconocer el lenguaje de los ordenadores será tan grave como lo es hoy no saber las letras y los números”*

## 7. Conclusions

Faré una petita reflexió sobre la feina feta durant aquest últim any.

Crec que el coneixement de l'Scratch pot esdevenir un recurs útil per a tota la comunitat, especialment per a la part de la docència. Aquest programa i les seves evolucions permeten al professorat trobar noves maneres de treballar a l'aula. Tant la part de programació, com la part que no he pogut abordar, la robòtica, tenen infinites aplicacions que poden ser explotables i ben útils per part dels professors.

Puc afirmar que ha estat una gran experiència i serà molt útil pel meu futur com a docent. Tant les coses positives com les menys bones, m'han servit per aprendre i, així, poder donar-li un punt de vista diferent de les matèries que hagi d'impartir pròximament, ja que aquesta experiència només m'ha reafirmat les meves ganes de dedicar-me a la docència.

La utilització de l'Scratch a l'aula m'ha sorprès de manera molt positiva i és una experiència a repetir que recomano poder executar-la tant a classe com a activitats extraescolars.

En l'àmbit més personal, la realització ha estat màxima, he arribat a una petita meta marcada des de fa anys, poder impartir classes en un institut. Ha sigut una enorme experiència i una gran satisfacció. Poder gaudir d'alumnes que han pogut aprendre, en part gràcies a les classes proposades per mi, és una satisfacció i una raó per continuar per aquest camí.

Per altra banda, la creació de recursos propis han funcionat especialment bé. Tots els alumnes s'han interessat quan han pogut manipular els daus, les monedes o l'urna. "Endevinar" la composició de l'urna que feien els altres companys era un repte per ells, absolutament tots els que assistien a classe van participar de la petita experiència.

Per altre banda, i mirant el temari, penso que a més d'introduir a l'aula recursos i programació, hem pogut treballar tots els continguts matemàtics que teníem establerts. Això és important, no hem d'oblidar que estem treballant en la disciplina de les matemàtiques. Si introduïm materials o recursos han de ser d'utilitat, si no, s'ha d'avaluar la situació i buscar solucions.

La conclusió final és que una bona combinació de materials per "tocar", amb informàtica per "visualitzar" i les explicacions clàssiques de pissarra, ens oferirà un futur amb alumnes més competents. Les assignatures de llengua i matemàtiques són l'espina dorsal de tot



coneixement i són també la base fonamental a la qual ha d'arribar tot alumne. Per què no considerar la informàtica igual d'important? En l'actualitat, és imprescindible saber utilitzar i aprofitar l'ordinador i tot el seu potencial. Quan un alumne es converteix en creador de programes, adquireix una de les competències més importants pel seu futur. Per la qual, considero que la programació informàtica unida a les matemàtiques i les llengües haurien de ser considerades matèries fonamentals.

## **8. Agraïments**

Aquest treball d'investigació ha estat realitzat sota la supervisió del Dr. Sergi Muria Maldonado a qui m'agradaria expressar-li el meu màxim agraïment, per fer possible la realització d'aquest estudi. A més, d'agrair la seva paciència, temps i dedicació que ha tingut per poder realitzar el treball de manera exitosa.

Gràcies per ser part de la columna vertebral del meu treball.

Volia continuar agraint la inestimable col·laboració dels alumnes i especialment de la professora del INS Milà i Fontanals, Blanca Munarriz, on gràcies a ells, he pogut realitzar les meves proves i experiments sense els quals la meva tasca no hagués estat possible. Als professors i companys de la UB, que amb els seus consells i suport han aconseguit millorar el meu aprenentatge. Menció especial a l'Anton Aubanell, que em va tornar la fe en estudiar matemàtiques.

Al Frank Sabaté, al José Garcia i al Joan Güell pel seu temps i la seva amabilitat.

Als meus pares, per donar-me la vida i tot el seu suport aquests anys, sempre esteu on us he necessitat, gràcies per creure en mi.

Als meus germans Lucas, Miguel, David i a la meva cunyada Eva, sou el camí a seguir per mi, mai m'he trobat sol, ni m'ha faltat res.

A tota la meva família, als que esteu i els que heu marxat. Al meu padrí que ens va deixar en començar els meus estudis i a la seva família, Mari "Grande", Mari "Chica", J. Antonio i Yaiza, per ser també la meva.

A tota la meva família política, als sogres Joan i la Glòria, al Marc, Pau i la Marta i a les seves parelles, a la Magdalena i als seus fills i néts, especialment a la Mita, per donar m'ho absolutament tot, no hi ha suficients paraules al món per agrair totes les coses que heu fet per mi, i també voldria agrair especialment a l'Arnau i a l'Helena que són part del treball. A tots els meus amics i companys que sempre han estat al meu costat, als moments difícils i als moments alegres i m'han animat per continuar quan no volia o fer-ho. Tambè al meu "Chache y Chacha" per l'amor etern que em teniu.

I finalment, a la Neus, que amb el seu suport, la seva confiança, la seva paciència i amor constant ha sigut un exemple de voluntat, que m'ha permès arribar fins al final.

## **9. Bibliografia i pàgines web consultades**

### Llibres i revistes:

- Matemàtiques. Nombres 3r ESO, editorial Cruïlla
- SENSAT, Rosa. (Núm. 377- Setembre/Octubre 2014) *Perspectiva escolar. Imagina, programa, comparteix.*

### Pàgines web:

- CITILAB

<http://citilab.eu/>

- CreaMat

<http://svcnpbs.xtec.cat/creamat/joomla/>

- MIT. Massachusetts Institute of Technology.

<http://web.mit.edu/>

- D009 - Scratch: Introducció a la programació d'ordinadors

<http://ateneu.xtec.cat/wikiform/wikiexport/cmd/tac/d009/guia>

- ARC (Aplicació de recursos al currículum).

<http://apliense.xtec.cat/arc/>

- Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic (2015).

[http://ensenyament.gencat.cat/web/.content/home/departament/publicacions/col\\_leccions/competencies\\_basiques/competencies\\_mates\\_eso.pdf](http://ensenyament.gencat.cat/web/.content/home/departament/publicacions/col_leccions/competencies_basiques/competencies_mates_eso.pdf)

- Currículum educació secundària obligatòria (2007).

<http://www.xtec.cat/web/curriculum/eso/curriculum2007>

- ScratchCatalà – Imagina, crea, programa!

<https://scratch.mit.edu/>

- Projecte Scratch deux\_dés per [thiebma](#)

<https://scratch.mit.edu/projects/749784/>

- Frank Sabaté. Tot sobre l'Scratch.

[http://www.edu3.cat/Edu3tv/Fitxa?p\\_id=61399&p\\_ex=scratch](http://www.edu3.cat/Edu3tv/Fitxa?p_id=61399&p_ex=scratch)

[http://www.edu3.cat/Edu3tv/Fitxa?p\\_id=59567&p\\_ex=scratch](http://www.edu3.cat/Edu3tv/Fitxa?p_id=59567&p_ex=scratch)

- Pàgina web d'Scratch de l'Escola Projecte.

<http://scratch.escolaprojecte.cat/>

- Scratch world. Què és l'Scratch?

<https://sites.google.com/site/scratchworld10/home/1---que-es-scratch>

- Victòria Oliu. Programem amb Scratch.

<http://apliense.xtec.cat/arc/node/1079>

- Conjectura de Collatz.

<http://puntmat.blogspot.com.es/2011/06/conjectura-de-collatz-una-activitat-de.html>

- MONOGRÁFICO: Desarrollos de Scratch para robótica, Enchanting y S4A

<http://recursostic.educacion.es/observatorio/web/es/software/software-educativo/1018-monograficodesarrollos-de-scratch-para-robotica-enchanting-y-s4a?start=4>

- CIDEAD 2º de la ESO. Matemáticas. Estadística (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2009).

[http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/2esomatematicas/2quincena12/index2\\_12.htm](http://recursostic.educacion.es/secundaria/edad/2esomatematicas/2quincena12/index2_12.htm)

- Moodle Santillana, INS Milà i Fontanals.

<http://agora.xtec.cat/ins-mila-bcn/moodle/mod/assign/view.php?id=34181>

- PuntMat.

<http://puntmat.blogspot.com.es/>

- Apps. Web d'aplicacions matemàtiques.

<http://www.math.uah.edu/stat/apps/>

<http://www.math.uah.edu/stat/apps/TriangleExperiment.html>

- Informació test tremolors essencials.

<http://www.neurologia.com/pdf/Web/5508/bi080479.pdf>

[http://www.grafopatologia.com/articulos/temblor\\_esencial.html](http://www.grafopatologia.com/articulos/temblor_esencial.html)

## 10. Annex

### **Annex 1: Entrevista Frank Sabater**

Frank Sabater és un pioner en el cap de l'Scratch adaptat a la educació. Per això vam considerar molt interessant fer-li una entrevista, per mirar el funcionament d'aquest programa a l'aula i per saber amb quins problemes s'havia trobat. Volíem conèixer de primera mà la seva experiència. A continuació teniu l'entrevista que vam fer:

Iván: Pel que he consultat hi ha un cert debat sobre el moment en que cal introduir la programació a l'escola? Què en penses? Quina és la vostra experiència?

Frank: *La nostra visió és utilitzar la tecnologia sobre tot perquè els alumnes puguin fer coses. No tant a reproduir continguts o en reforçar àrees del currículum "matxacones" si no que siguin creadors dels seus propis continguts. Ja siguin treballs i/o programes informàtics. Volem utilitzar la tecnologia com un instrument per fomentar el pensament creatiu i computacional.*

Iván: Quins continguts matemàtics es treballen? Em post posar algun exemple de programa que utilitzeu?

Frank: *La nostra visió és que si tenim el contingut curricular del tir parabòlic (per exemple), els hi fem fer un joc del estil al "Angry birds", per fer el joc necessiten saber-ho. O si treballem eixos de coordenades, fem un joc tipus "undir la flota" o un "tres en ralla", es a dir no ho treballen directament si no que els hi fem fer un joc que per força o necessitin. Si no coneixen el concepte, ho pregunten. Algun exemple més seria utilitzar sinus i cosinus per a fer que un esquiador baixi una muntanya. Fer girar la Terra al voltant del Sol i després al fer girar la Lluna al voltant de la Terra, aquesta fent servir el mateix que abans s'escapa i no funciona, això es resol si utilitzen la tangent, i així podem anar introduint conceptes.*

Iván: Ho feu des de matemàtiques o coordinadament amb el professorat d'altres matèries?

Frank: *Vam començar que érem 2 professors i ara som 8 o 9 els que ho fem, i a més ens coordinem amb altres centres.*

Iván: A quins cursos es programa? Hi ha una política definida a tot el centre o es tracta d'una opció personal?

Frank: *Els fem programar des de 3r de primària fins a 4t de secundària. Des de 3r fins 6è, tenim 1 hora reservada a la setmana. A l'ESO ja tenim la programació orientada a les assignatures com matemàtiques, tecnologia i física.*

Iván: A part de l'Scratch utilitzeu algun altre llenguatge de programació? Quines bondats té l'Scratch?

Frank: *Bàsicament utilitzem l'Scratch i l'Scratch for Arduino que és la part enfocada a robòtica que bàsicament es treballa a tecnologia, abans fèiem, per exemple, una maqueta de cotxe i ara, gràcies a l'Scratch for Arduino, l'han motoritzat, tenen sensors de llum a la nit, generem una necessitat i fem que vagin a l'Scratch i l'executin.*

Iván: Quines limitacions us heu trobat?

Frank: *L'Scratch és un llenguatge de programació a partir de nens de 8 anys, amb el que no tindria la complexitat que té un llenguatge de programació que faríem servir a primer de carrera, a qui si que l'Scratch quedava limitat: no podíem crear funcions, no podíem fer pas de paràmetres, això s'ha millorat una mica amb l'Scratch 2, però encara seguim sense poder crear matrius i en aquest aspecte tenim alguna limitació. A nivell de primària i secundària és molt complet. A partir de l'Scratch s'ha creat l'Snap que si que és un llenguatge complex que ens permet treballar la recursivitat, matrius...*

Iván: Quin tipus d'activitats els proposeu? Manipulatives, programació a partir d'una estructura base o resolució d'una situació des de zero?

Frank: *Quan comencen a 3r si que els hi donem un programa pràcticament acabat i els diem que facin petites modificacions durant 12 sessions, a partir d'aquí els hi proposem reptes, els hi ensenyem un joc i que intentin fer-ho, o demanem correcció d'errors, i més endavant ja demanem que ho facin tot ells.*

Iván: La utilització de la programació d'exercicis matemàtics podria millorar la comprensió, l'assimilació de conceptes, l'aplicació, el raonament o la memorització?

Frank: *Realment encara no tenim dades empíriques suficients com per a dir que tots el alumnes milloren molt, el que si que hem notat és que el fet de treballar amb la programació, el fet d'utilitzar un llenguatge diferent, sobre tot a l'àrea de matemàtiques, quan hem treballat variables, iteracions, quan els hi poses un problema de matemàtiques ells diuen: "a veure, quin és el procés que hem de seguir per trobar això? o les dades son com*

*les variables, no?" Es a dir, veus que canvien la seva manera de raonar. La part de memorització no hem notat millora. El que si hem vist que millora la planificació, la detecció d'errors i la seqüenciació si que millora. També es paren més a analitzar els problemes que fan.*

Iván: En el meu treball amb alumnat de secundària he de començar a crear una col·lecció d'activitats. Per on començaries? Quin tipus d'activitats? Per a quin nivell?

Frank: *Hem de fer dues distincions, si tenen o no tenen una iniciació a la programació. En principi suposarem que no tenen coneixements previs. Començaríem amb activitats molt senzilles que tinguin poca complicació, que puguin entendre com funciona l'entorn, els hi podem demanar que entenguin exemples que ja estan creats i a partir d'aquí buscar al currículum 4 o 5 aspectes que t'agradaria treballar i proposar una tasca que es necessitin aquest conceptes. Un altra activitat podria ser que els nens de l'ESO generin programes amb contingut matemàtics per als alumnes de primària, així els alumnes de secundària és converteixen en autors de videojocs que després utilitzaran els alumnes més petits.*



## **Annex 2: VII Jornada Catalana de l'Ensenyament de la Programació a Primària i a l'ESO.**

Crec que és una bona idea per poder millorar com docent assistir-hi. Veure experiències que ja han pogut dur a l'aula satisfactòriament és una bona forma d'aprendre i contrastar altres opinions i formes de treballar. Aquestes em seran de gran utilitat en la meua vida com a docent. La programació és una eina que cada cop es comença a utilitzar avanç en l'ensenyament. En aquestes xerrades veurem experiències de robòtica amb programació en Scratch, Scratch4Arduino, Snap4Arduino, Arduino i App inventor.

Participaré en 4 xerrades diferents.

- [Implantació de la robòtica en un institut](#). Josep Dalmau (@j\_dalmau) i Fernando Hernández, Institut Torre del Palau.

Fa 10 anys que es va introduir la robòtica en aquest institut (van començar amb el treball de recerca i es va començar a baixar en l'edat d'implementació progressivament). Fins que han arribat a 1r ESO (amb l'assignatura: Implantació de les Eines), que és una optativa d'Scratch per agafar les primeres nocions de programació.

A 2n ESO fan ampliació d'Scratch. També es toca la part d'electricitat, es dissenya una maqueta d'electricitat com a treball final de curs. Així entrellacen, mitjançant la programació, diverses assignatures.

3r ESO Pràctiques amb Picaxe (és un programa de simulació de circuits elèctrics). Introducció a Scratch4Arduino. (Encara no es toquen plaques). Comencen la part de disseny 3D. També s'introdueixen nocions d'AppInventor.

4t ESO. Arduino+ processing. Fan introducció a la placa. Realitzen a final de curs pràctiques amb Lego Mindstorms (control des del mòbil). Tornen a treballar SketchUp( Disseny 3D). Fan App inventor tot el curs.

1r i 2n Batxillerat. Aquí es treballa amb Arduino/Processing/Pololu. Tot són programes de programació a escala introductoria.

També els hi fan activitats extraescolars a qualsevol curs d'ESO amb Lego Mindstorms. 15 hores amb total llibertat per fer el que vulguin. Els professors només assessoren.

## Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch

En la programació i la robòtica es potencia molt el treball col·laboratiu, ells s'organitzen, reparteixen la feina, han de detectar errors i els han de corregir. S'intenta fer en parelles o com a màxim en grups de tres alumnes.

Tots els projectes de l'alumnat es penjen, s'exposen i poden mostrar-los fora de l'aula. Amb això, s'aconsegueix molta més cura de la feina feta i una millor realització.

Tota la part del currículum es fa a la part de tecnologia.(i l'optativa de 1r) La part clàssica de Tecnologia es fa cada vegada menys i va minvant progressivament.

Control de cotxes, una wifitera són dos dels exemples de treballs fets pels alumnes, també disseny i control de peces fetes amb la impressora 3D (va per bluetooth). Utilitzen com a programes l'Arduino i l'appinventor. Tot ho tenen penjat a la pàgina de <http://gerdslab.com/es/arduino> (gerdsLAB).

- [Programació i robòtica al currículum de l'ESO](#). Joan Canudas (@jcanudas), Institut de Bruguers.

Primer i segon any:

Es van introduir amb la matèria de tecnologia. 1r trimestre: classe de pràctiques.

2on trimestre : es fa programació amb Scratch.

3r trimestre: Treballen la robòtica.(Amb Scratch2).

Actualment es té un planning de 4 anys.

1r any: Scratch I, robòtica I.

2n any: Scratch II, robòtica II.

3r any: Scratch I, robòtica I, es repassa i s'aprofundeix els temes fets el primer any.

4t any: Impulsen la robòtica amb Disseny 3D i es fa introducció a l'App inventor.

La seva forma de fer Scratch és molt curiosa.

Es dona unes fitxes als alumnes però no els hi donen teoria, sinó que és l'alumnat l'encarregat de buscar, preguntar, crear i resoldre els seus propis dubtes i així es potencia l'autoaprenentatge i la resolució de problemes de forma individual, és a dir, l'autonomia de l'alumnat. Quan han provat de treballar sense fitxes i amb explicacions, s'han trobat que una

## Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch

part de l'alumnat ha desconnectat i a posteriori, deixat de banda la matèria. Les fitxes d'Scratch és fan amb anglès.

Les fitxes expliquen la resolució de l'activitat que estan fent. La primera fitxa ho explica tot, l'última explica molt poc. Totes les fitxes tenen un espai d'autoavaluació. Deixem un petit espai obert a la fitxa per als que van més ràpid puguin avançar i així s'afavoreix també l'excel·lència.

Tenen dues parts diferenciades amb la robòtica.

1r i 2n ESO.

Microrobot 120 de picaxe (robot econòmic) Programen amb diagrama de flux.

3r i 4t ESO.

Plaques Arduino/BQ (Plaques totalment compatibles). Activitats de dissenys creatius. Programació amb Arduino.

Les fitxes aquí introdueixen conceptes, exemples i els hi fan buscar material per internet.

Volen anar de la robòtica clàssica a ser més creatius. Evidentment, necessitem impressora 3D. Perquè ells puguin crear el material que necessitin.

BQ ha desenvolupat una aplicació per programar en blocs. Bitbloq funciona amb blocs que a més els podem passar a Arduino.

Exemples de treballs que poden fer:

- Pàrquing amb barrera que puja i baixa.
- Joc de llums amb leds.
- Robots autònoms que poden seguir patrons.

Batxillerat.

És el primer any que l'han implementat. No s'ha explicat res. Han demanat un projecte on els alumnes han de saber crear un suport pel mòbil. Amb fàcil avaluació (Aguanta o no?). Sorprenentment no han tingut cap queixa i el projecte ha funcionat molt bé.

Bitbloc és programació amb blocs (molt semblant a l'Scratch) però podem modificar el codi.

[www.insbruguers.cat](http://www.insbruguers.cat)

<http://roboticsbruguers.wordpress.com/>

- [Aprendre programació amb microprojectes. Una estratègia iterativa i multilingatge.](#) Jordi Villar (@TecnoPdG), Institut Príncep de Girona

Aprentatge basat en projectes. Aprentatge STEAM (Science, Tech, Engineering, Arts, Maths +(resta de matèries)).

SCAP. Perquè l'aprenentatge sigui efectiu, ha d'haver-hi comunicació entre els diferents alumnes i el professorat. Així els orienten cap a un aprenentatge actiu, físicament i mentalment. Els hi posen un problema, però no els hi resolen, deixen que ells siguin els que preguntin, cerquin... Volen activitat.

Qualsevol programa, projecte o robot que ells fan, volen que tingui transcendència a fora de l'aula, han de saber que hauran de fer una presentació i que sortirà la feina feta a fora de l'aula, amb això fan que sigui molt més curós, tot l'alumnat, a l'hora de fer-ho. El professor és col·laboratiu, ells són els encarregats de fer-ho tot.

En l'optativa "Mobilitzem la informàtica" és on es poen les activitats en pràctica. (ara passarà a ser de 3r ESO).

Generació Z, 1995-2009. Han nascut amb informàtica. No actuem com professor sinó com "facilitadors".

En aquest institut es va començar treballant amb macrocicles, però ara, es treballa amb microcicles. Els macrocicles al final es feien avorrits, els alumnes que no eren tan avantatjats, molts, es quedaven sense entregar-ho i abandonaven els projectes. Han vist que es treballa millor amb microcicles. I així podem donar-lis canya, perquè ens la demanen. Fragmentant els trimestres amb diferents projectes aconseguixen alumnes amb una gran autonomia.

Tenen el propòsit de què els alumnes puguin veure diferents llenguatges.(dona més perspectiva)

La dinàmica de feina és molt clara, prova i error en contextos diferents.

Programari portable. (volen que tot sigui al núvol, o que puguin tenir-ho online)

S'ha de proposar reptes als alumnes. En el seu cas, aquest any, han tingut la fira al Cosmocaixa, fira de la robòtica.

- [Treball per reptes amb Imagina 3dBot Scratch – Imagina 3dBot Arduino.](#) Toni Moreno, Institut La Garrotxa

## Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch

Els hi fan fer un robot. Sense explicar res, simplement els hi donen les eines necessàries i se'ls assessora quan ho requereixen .

Treballen amb el programa MBlock (és el mateix que l'Scratch 2 però serveix directament per Arduino)

### Annex 3: Projecte d'introducció a les funcions

#### Funció constant, lineal i afí:

Aprendrem primer els conceptes bàsics i una vegada assolits mirarem de visualitzar-los mitjançant l'Scratch.

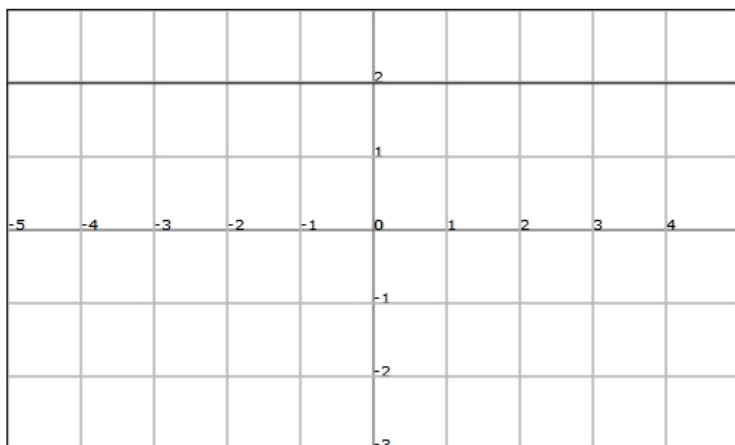
#### Funció constant:

És una funció del tipus  $f(x)=k$  on  $k$  és un nombre real qualsevol. Fixem-nos que el valor de  $f(x)$  és sempre  $k$ , independentment del valor de  $x$ .

Així, per exemple, si volguéssim representar una quantitat que es manté constant al llarg del temps  $t$ , utilitzaríem una funció constant  $f(t)=k$ , en què no apareix la variable  $t$ .

Les funcions constants tallen l'eix vertical en el valor de la constant i són paral·leles a l'eix horitzontal (aleshores no ho tallen).

La gràfica d'una funció constant, per exemple  $f(x)=2$ , és



#### Funció lineal:

La funció de variable real que té per equació general  $y=mx$ , la gràfica és una recta que passa per l'origen de coordenades, es diu funció lineal.

En les funcions lineals d'aquest tipus ( $y=mx$ ), el valor de  $m$ , que correspon a un nombre real, es diu pendent. El pendent mesura la inclinació de la recta respecte de l'eix d'abscisses.

#### Exemple:

El pendent de la recta  $y=-2x$  és  $-2$ .

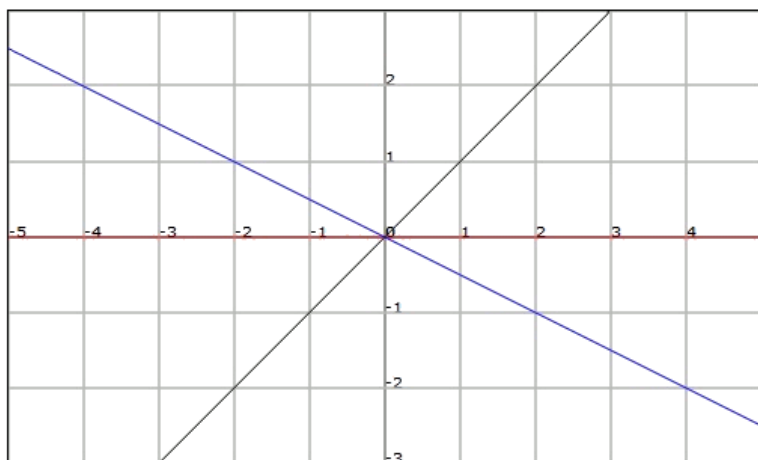
El pendent de la recta  $y=0$  és  $0$ .

El pendent de la recta  $y=3x$  és  $3$ .

És important entendre que com més gran és el valor del pendent  $m$ , major inclinació respecte de l'eix horitzontal té la recta. A més,

- Si  $m$  és positiu ( $m>0$ ), la recta passa pel primer i pel tercer quadrant.

- Si  $m$  és negatiu ( $m < 0$ ), la recta passa pel segon i quart quadrant.
- Si  $m$  és zero ( $m = 0$ ), la recta és horitzontal i coincideix amb l'eix d'abscisses.



El pendent d'una recta també pot ser calculat a partir de les coordenades d'un punt de la recta per a una funció lineal, i de les coordenades de dos punts en general d'una recta qualsevol.

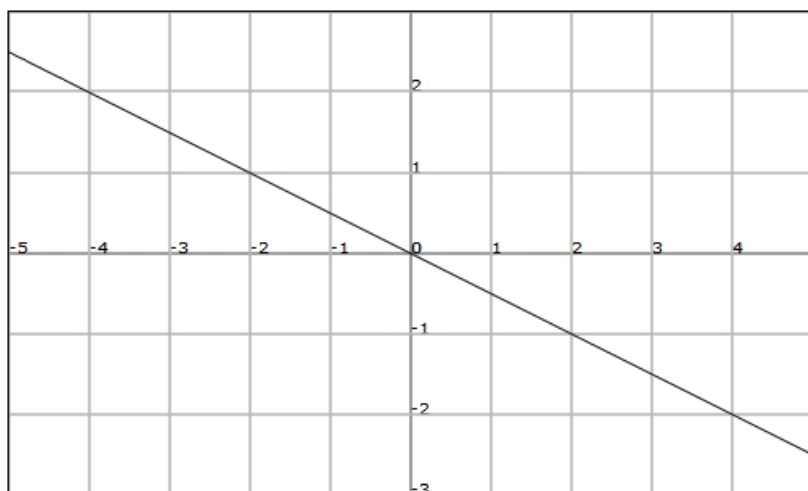
Vegem la manera general, ja que ens servirà també per a les funcions afins.

Donats dos punts d'una recta (sigui una funció lineal o afí),  $(x_1, y_1)$  i  $(x_2, y_2)$ , podem calcular el pendent d'aquesta recta mitjançant l'expressió:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Exemple:

Donada la següent recta que passa pel punt  $(2, -1)$ :



Podem calcular el pendent, ja que a més del punt  $A$ , sabem que passa per l'origen. Així, aplicant la fórmula:

$$m = \frac{-1-0}{2-0} = -\frac{1}{2}$$

### Funció afí:

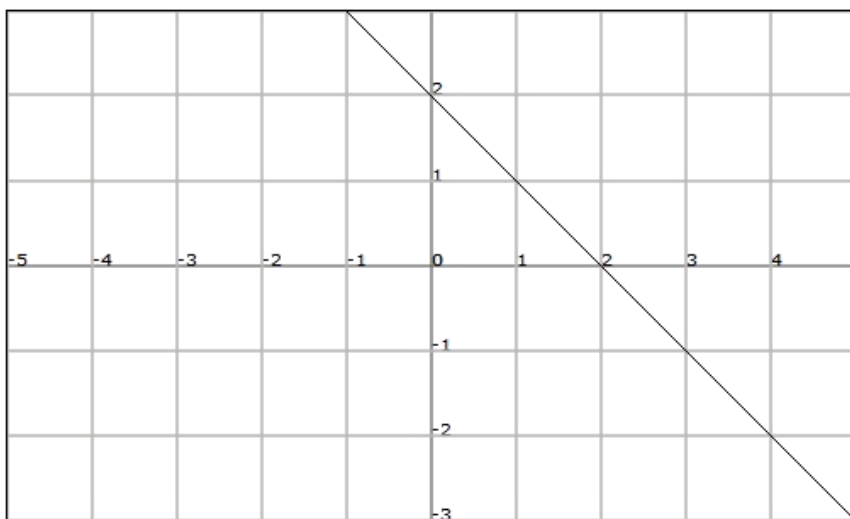
La funció de variable real que té com a equació general  $y=mx+n$ , la gràfica és una recta que no passa per l'origen (si  $n \neq 0$ ), s'anomena funció afí.

Com en el cas anterior,  $m$  és el pendent de la recta.

És destacable també que el punt de tall d'una funció afí  $f(x)=mx+n$  amb l'eix d'ordenades és el punt  $(0,n)$ .

### Exemple:

Un exemple de funció afí podria ser  $f(x)=-x+2$



### Exemple:

Donades les següents funcions, determineu de quin tipus són, en quin punt tallen l'eix d'ordenades, el d'abscisses, i quin és el seu pendent.

1.  $f(x)=2$
2.  $f(x)=2x$
3.  $f(x)=2x+2$

### Respostes:

1. Es tracta d'una funció constant. El seu pendent és 0 i per tant és paral·lela a l'eix d'abscisses. Talla l'eix vertical en  $(0,2)$ .
2. Es tracta d'una funció lineal. El seu pendent és 2. Talla dos eixos en el punt  $(0,0)$ .



3. Es tracta d'una funció afí. El seu pendent és 2. Talla l'eix vertical en el punt (0,2), i l'eix horitzontal en (-1,0) (fem  $y=0=2x+2$  i resollem).

(\*) Fitxa d'exercicis.

<http://www.xtec.cat/~cbertra1/materials/exercicis/exercicis-eso/3eso/Exercicis-unitat3.pdf>

### **Scratch**

Ara un cop introduït el temari, intentarem treballar-lo amb el nostre programa.

**1).** Proposem un petit exercici. Els alumnes rebran un programa fet(\*) on poden, mitjançant la modificació dels paràmetres de la recta, visualitzar i consolidar tot el que han après.

**2).** Ara demanarem que siguin ells els creadors del seu propi programa.

Hauran de ser capaços de crear un programa que donats els valors de la recta a, b i c, l'Scratch creï la recta.

(\*) Projecte per l'alumnat: <http://scratch.mit.edu/projects/34716254/>

## Annex 4: Projecte d'estudi de probabilitats. Quina és l'estratègia òptima?

### Estadística i atzar:

Introduïrem primer els conceptes teòrics i després utilitzarem l' Scratch per afiançar-ho. (En alguns llibres apareix a 3r de l'ESO).

#### 1. Esdeveniments.

##### Experiments deterministes.

Direm que un experiment és determinista si podem saber el seu resultat abans de realitzar-lo. Un exemple seria deixar caure una pedra, sabem que aquesta baixarà fins a terra.

##### Esdeveniments indeterministes o aleatoris.

Són experiments aleatoris, aquells en què no es pot predir el resultat, depenen de l'atzar, i ens n'ocuparem aquí. Un exemple seria el llançament d'un dau.

L'espai mostral és el conjunt format per tots els resultats possibles d'un experiment aleatori.

Un esdeveniment aleatori és qualsevol part de l'espai mostral.

Tipus d'esdeveniments i operacions amb esdeveniments.

- Esdeveniment segur és el que sempre es realitza:  $E$
- Esdeveniment impossible és el que no es realitza mai:  $\emptyset$
- Esdeveniment contrari de l'esdeveniment  $A$  és el que es realitza quan no es realitza  $A$ :  $A^c$
- Espai d'esdeveniments és el conjunt de tots els esdeveniments d'un experiment aleatori:  $S$  o  $\Omega$

Amb els esdeveniments d'un experiment aleatori es poden efectuar diferents operacions.

Donats dos esdeveniments  $A$  i  $B$ :

- La unió de  $A$  i  $B$ ,  $A \cup B$ , és l'esdeveniment format per tots els esdeveniments elementals de  $A$  i de  $B$ . Es verifica quan succeeix  $A$  o succeeix  $B$  o tots dos.
- La intersecció,  $A \cap B$ , és l'esdeveniment format pels esdeveniments elementals comuns a  $A$  i  $B$ . Es verifica quan ocorren  $A$  i  $B$  a la vegada.

- La diferència de  $A$  i  $B$ ,  $A \setminus B$ , és l'esdeveniment format pels esdeveniments elementals de  $A$  que no pertanyen a  $B$ . Es verifica si succeeix  $A$  però no  $B$ :  $A \setminus B = A \cap B^c$ .
- Dos esdeveniments són incompatibles si no tenen cap esdeveniment elemental en comú: en aquest cas  $A \cap B = \emptyset$  i no es poden verificar a la vegada.

## 2. Regla de Laplace.

La probabilitat d'un esdeveniment  $A$  d'un experiment aleatori és un nombre entre 0 i 1, que mesura la facilitat que l'esdeveniment es verifiqui. Com més s'apropa a 1, més gran és la possibilitat de verificar-se.

Si tots els resultats d'un experiment són igualment probables (equiprobables), es compleix que:

$$P(A) = \frac{\text{nombre de casos favorables a } A}{\text{nombre de casos possibles}}$$

## Propietats d'un esdeveniment

- La probabilitat d'un esdeveniment és un nombre comprès entre 0 i 1. La de l'esdeveniment segur és 1 i la de l'impossible, 0.
- La probabilitat de la unió de dos esdeveniments incompatibles  $A$  i  $B$  és

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

I a més, d'aquestes propietats es dedueix que:

- La probabilitat del contrari és  $P(A^c) = 1 - P(A)$ .
- La probabilitat de la unió de dos esdeveniments compatibles és

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

## 3. Esdeveniments compostos.

### Regla de la multiplicació:

Un experiment compost és el que està format per diversos experiments simples que es realitzen de forma consecutiva. Per calcular l'espai mostral d'un experiment compost convé, en molts casos, fer un diagrama d'arbre que representi totes les possibilitats. Cada resultat ve donat per un camí del diagrama. La probabilitat d'un esdeveniment en un experiment compost és el producte de les probabilitats dels esdeveniments simples que el formen.

En un diagrama d'arbre:

- La suma de les probabilitats de tots els camins és igual a 1.
- La probabilitat d'un esdeveniment compost per diferents camins es calcula sumant la dels camins respectius.

### Extracció amb i sense devolució:

Tenim un exemple d'experiment compost en l'extracció successiva de cartes o de boles d'una urna. En aquests casos, s'ha de considerar si es retorna la carta, bola, etc., abans de treure la següent o no. Si la retornem, es diu que l'extracció és *amb devolució o reposició*, i si no la retornem, *sense devolució*.

La probabilitat d'extreure una carta d'una baralla amb devolució, és sempre la mateixa i, en canvi, sense devolució, la probabilitat de la segona depèn de la primera.

### Probabilitat condicionada:

Quan es fan observacions de diferents esdeveniments, pot passar que uns depenguin dels altres. Els esdeveniments "el dia és gris" i "portar paraigua" influeixen un en l'altre. Els esdeveniments estudiar i aprovar, són esdeveniments que s'afavoreixen: si s'estudia, augmenta la probabilitat d'aprovar.

La probabilitat que es verifiqui un esdeveniment  $B$  quan se'n verifica un altre  $A$ , s'anomena condicionada, s'expressa  $P(B/A)$  i es llegeix "probabilitat de  $A$  condicionada a  $B$ "

$$P(B/A) = P(A \cap B)/P(A).$$

Donats dos esdeveniments, es diu que són independents si la verificació d'un no influeix en la probabilitat de l'altre, és a dir, si  $P(B/A) = P(B)$ ; en cas contrari són dependents.

- $A$  i  $B$  independents:  $P(B/A) = P(B)$  si tenim en compte la fórmula anterior per a  $P(B/A)$ .
- $A$  i  $B$  independents:  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Exemple 1.

Llançament d'un dau.

- Espai mostral  $E = \{1,2,3,4,5,6\}$
- Esdeveniments elementals:  $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}$  i  $\{6\}$
- Altres esdeveniments:  $A = \{1,2\}, B = \{2,4,6\}, C = \{1,3,5\}$
- Esdeveniment segur:  $E = \{1,2,3,4,5,6\}, P(E) = 1$
- Esdeveniment impossible:  $\emptyset = \{\}, P(\emptyset) = 0$
- Esdeveniment contrari de  $A$ :  $A^c = \{3,4,5,6\}, P(A^c) = 4/6 = 2/3$

Esdeveniments compatibles: són els que poden passar alhora, com ara  $A$  i  $B$  o  $A$  i  $C$ .

Esdeveniments incompatibles o disjunts: Si no poden passar alhora, com ara parell i senar,  $B$  i  $C$ .

Operacions amb esdeveniments

Unió:

$$A \cup B = \{1,2,4,6\}, P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 2/6 + 3/6 - 1/6 = 4/6 = 2/3$$

Intersecció:  $A \cap B = \{2\}$

Diferència:  $A \setminus B = \{1\}$

Exercici:

1. Tenim un dau  $\{1,1,1,1,2,2,2,2,2,2\}$  de 10 cares. Si traiem un 1, tirem una moneda, i dos si traiem un 2. Quina és la probabilitat d'obtenir una cara? *Indicació: podeu fer un arbre de solucions.* (Sol. 0,5)
2. Tirem un dau de 10 cares numerades de l'1 al 10.  $P(\text{obtenir} < 7)$ . (Sol.  $6/10=0,6$ )
3. En una bossa tenim 6 boles vermelles, 9 boles blaves i 5 boles verdes. N'extraïem una bola. Quina és la probabilitat d'obtenir una bola vermella? (Sol.  $6/20=0,3$ )
4. Disposem d'una baralla de 100 cartes, de quatre colors i numerades de l'1 al 25. Quina és la probabilitat d'obtenir un 23? (Sol.  $4/100=0,04$ ).
5. Llancem dos daus normals. Quina probabilitat hi ha d'obtenir menys de 8? (Sol.  $21/36=7/12$ )
6. Quina probabilitat hi ha de no treure ni bastos ni figures en extreure una carta d'una baralla espanyola? (Sol.  $21/40$ )

7. Tirem dues monedes. Si surten dues cares extraiem una bola d'una urna amb 3 B i 7 N i en cas contrari, d'una urna amb 4 B i 6 N. Quina és la probabilitat de treure una B? (Sol. 0,375)
8. En un col·legi el 60% dels alumnes juguen a futbol; el 50% a bàsquet i el 90%, a un esport o l'altre. Quina probabilitat hi ha que un estudiant del col·legi practiqui tots dos esports? (Sol. 0,2 )

Projecte per l'alumnat: <http://scratch.mit.edu/projects/35168202/#player>

Fer amb Scratch un programa amb 3 personatges amb probabilitat d'encertar del 100% 50% i 25% respectivament, 1 sola vida cada un. Els ninots poden tirar a fallar. Quina és l'estratègia òptima per cada un d'ells ? Ara suposem que podem triar qui comença, quina és l'estratègia òptima?

## Annex 5: Com descarregar l'Scratch

Aquest fitxer que posem a continuació, és el que vam usar perquè els alumnes es poguessin descarregar el programa a casa sols.

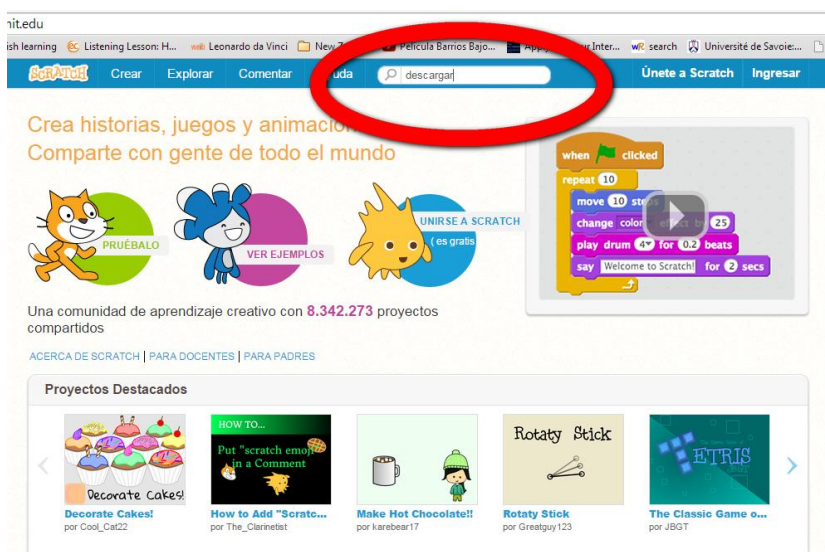
### Què és l'Scratch?

L'Scratch és un llenguatge de programació realitzat pel Grup *Lifelong Kindergarten* del MIT Media Lab, a Massachusetts, i dirigit per Mitchel Resnick, que s'ofereix de forma gratuïta, i està basat en el Logo, creat per Seymour Papert als anys 70, amb la idea de facilitar l'aprenentatge autònom.

L'Scratch és adequat per totes les edats, però està especialment recomanat per a nens i nenes de 7 anys cap endavant que comencen a programar.

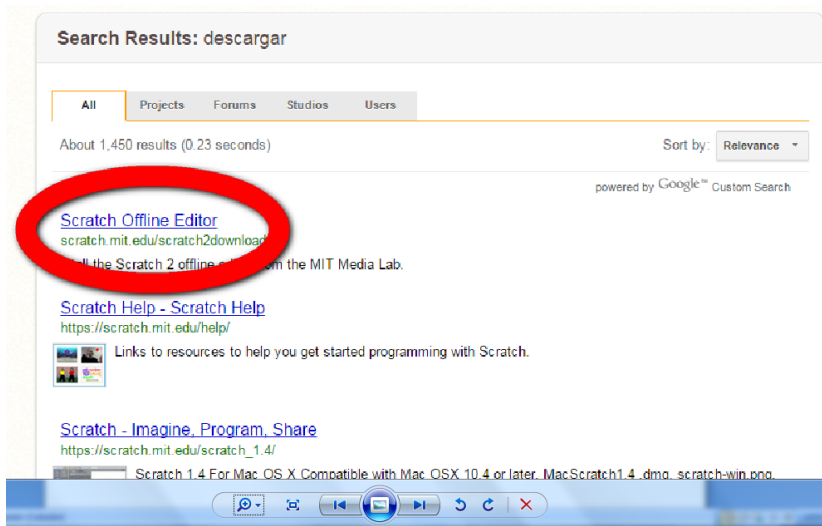
### Com es descarrega l'Scratch?

L'Scratch es pot descarregar des de la seva pàgina oficial <http://scratch.mit.edu> :



Al cercador, escriu *descargar* i ha de sortir la pantalla següent:

## Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch



Col·loca el cursor a sobre del link [Scratch Offline Editor](http://scratch.mit.edu/scratch2download/).

L'altre opció és obrir directament la web <http://scratch.mit.edu/scratch2download/> per descarregar l'Scratch 2.

En els dos casos, s'obrirà la pantalla següent:



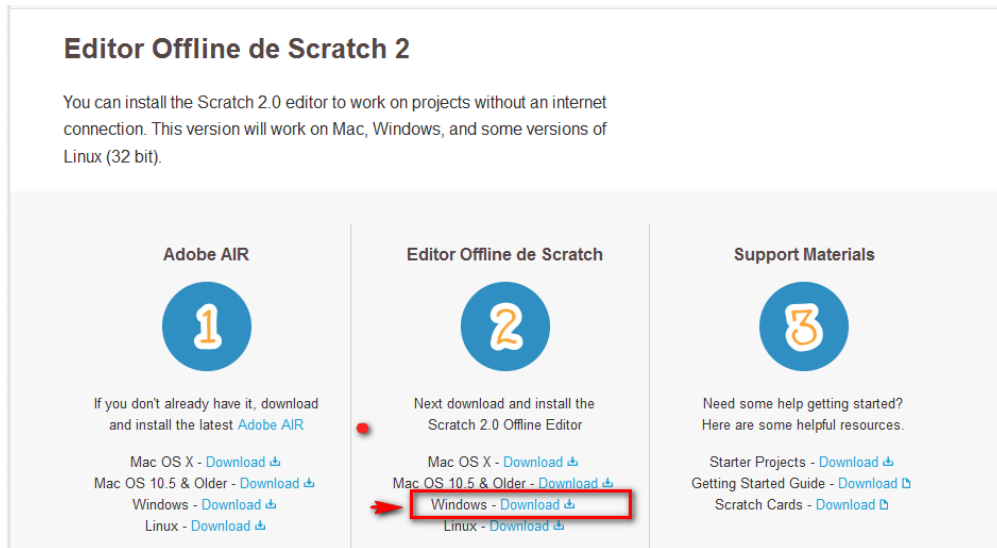
Un cop oberta cal seguir com a mínim els dos primers passos que s'indiquen:

- 1) Si encara no està instal·lat l'Adobe AIR, cal descarregar-lo en el format adequat, en el nostre cas Windows. Col·loca el cursor a sobre del link [download](#) com està indicat a la fotografia anterior (Nota: En el cas que tingueu altres sistemes operatius, com Linux o IOS heu de fer exactament el mateix procés triant la vostre sistema operatiu).



## Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch

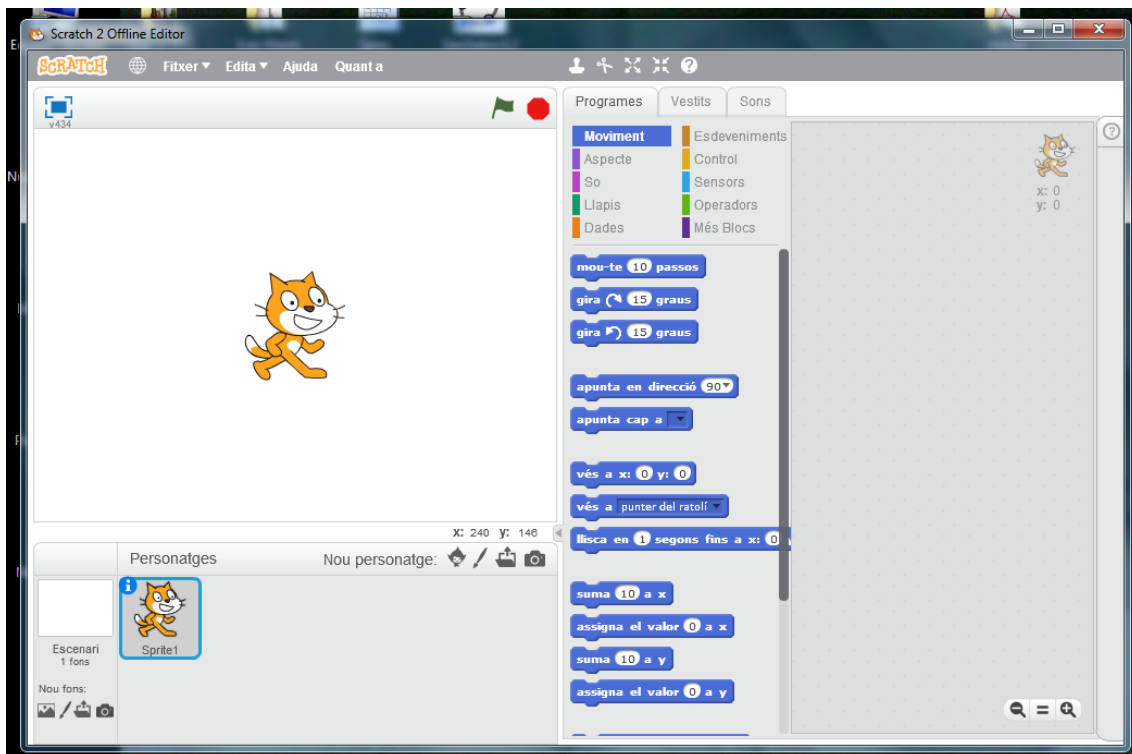
- 2) Ara ja estem en condicions de descarregar l'Scratch. En el pas dos, s'ha de col·locar el cursor sobre el link [download](#) com indica la fotografia següent:



En el cas que s'obri una pantalla abans de descarregar l'arxiu, feu clic a “desar”. Quan s'hagi descarregat el programa.exe cal executar-lo fent doble clic sobre l'arxiu. Un cop instal·lat, us ha d'aparèixer a l'escriptori la icona de l'Scratch:



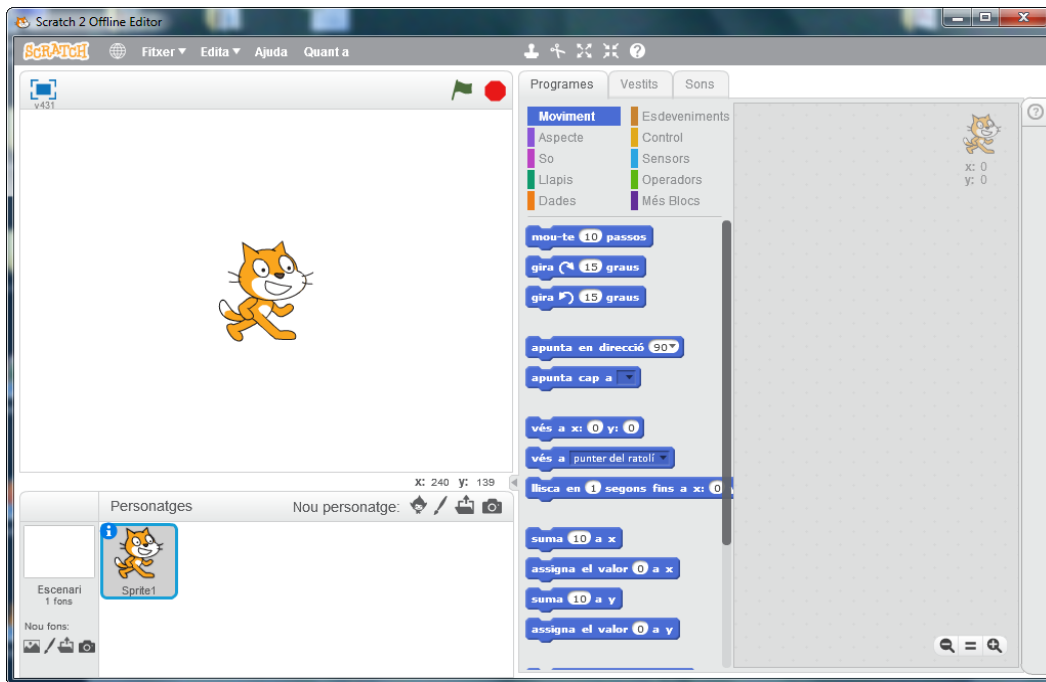
Fem doble clic obrim el programa i us apareixerà la pantalla inicial:



Un cop obert, ja podeu començar a experimentar amb aquest nou programa.

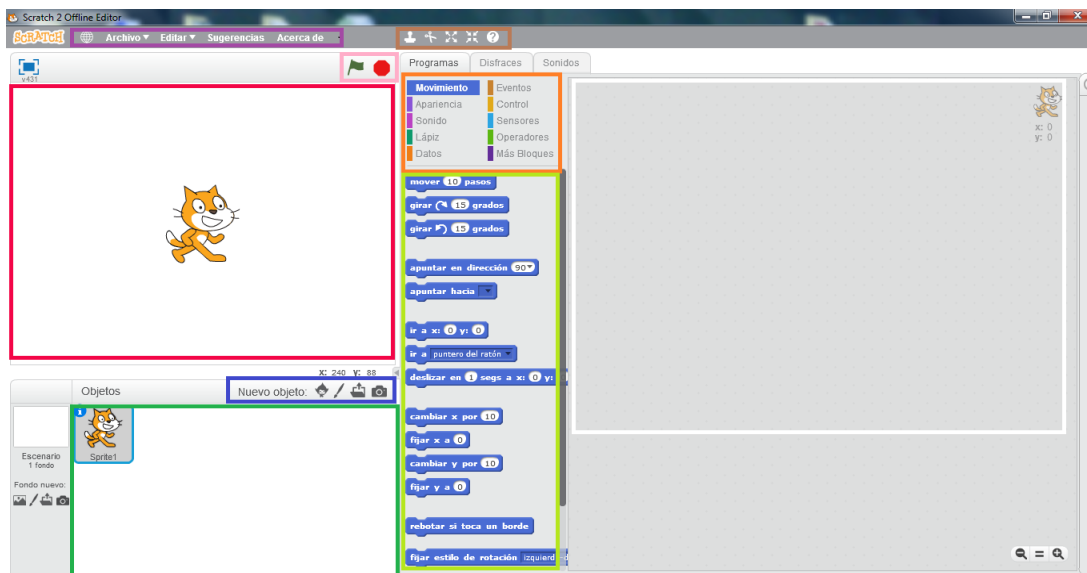
## Annex 6: Fitxa 1

Obrim l'Scratch. Ens surt la pantalla inicial del programa:



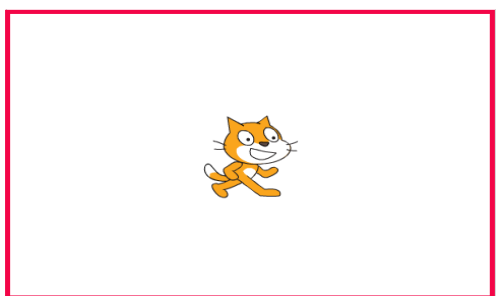
Nota: Si no s'obre, podem tenir problemes en dues coses: o no hem descarregat l'Adobe AIR o hem descarregat malament l'Scratch i l'hem de tornar a descarregar.

Ara anem a distingir les diferents parts de la pantalla d'inici de l'Scratch.



Hem marcat cada part del programa amb diferents colors i farem una breu explicació de cadascuna d'elles:

**Vermell:** Escenari on tindran lloc les nostres animacions i l'acció.

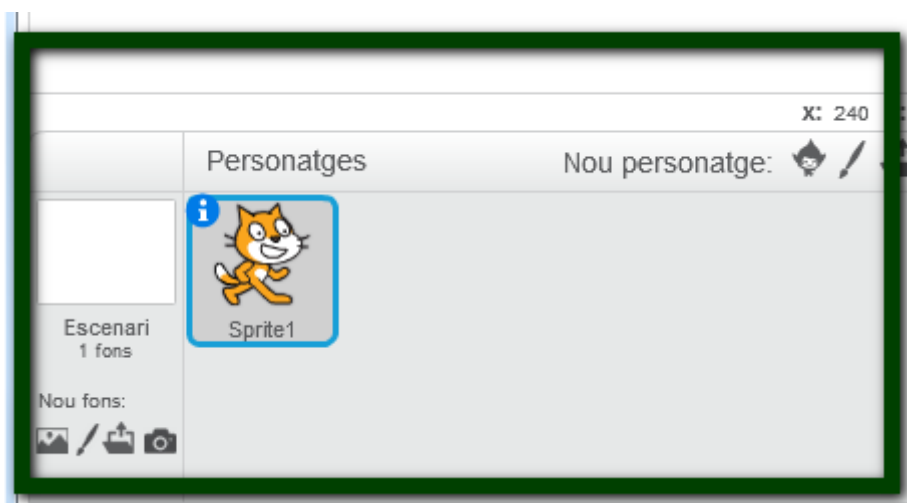


**Blau fosc:** Botons diversos (nou objecte, càrrega d'objectes, editor de dibuixos, etc.)



**Verd fosc:** Zona d'objectes i fons de l'escenari.

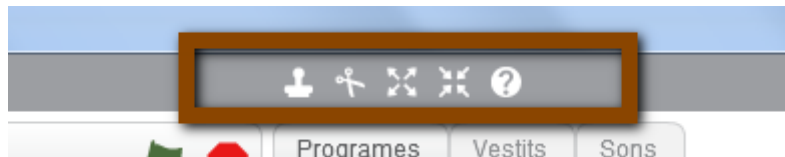
**Blau cel:** Característiques de l'objecte triat a la zona d'objectes, on podem crear-ne tants com siguin necessaris. Cada un d'aquests té la seva pròpia programació.



**Rosa:** Botons per engegar i aturar l'execució del programa.



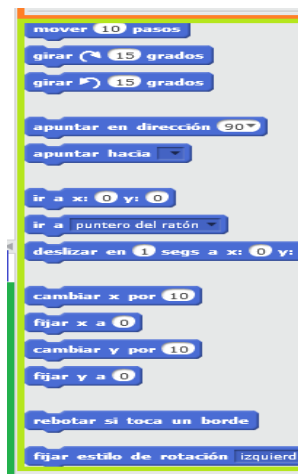
**Marró:** Botons per manipular els objectes de l'escenari. Podrem duplicar, tallar fer un objecte més gran o petit i l'últim és el botó ajuda, que ens explica si volem el que fa cada categoria d'instrucció.



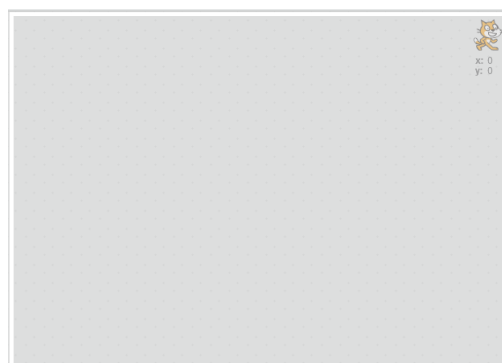
**Taronja:** Les diferents categories de les instruccions que utilitzarem per crear el nostre programa.



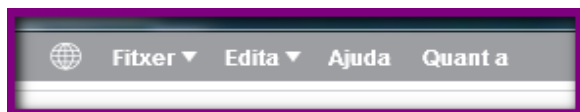
**Verd clar:** Les instruccions corresponents a la categoria seleccionada, cada part té eines diferents que ens permet realitzar els nostres treballs.



**Blanc:** Zona de programació.



**Lila:** Botons amb diferents opcions. El Fitxer ens dóna l'opció de guardar el programa que estem creant, de carregar un programa guardat anteriorment o un programa ja acabat i també podem pujar a la web de l'Scratch les nostres creacions (<https://scratch.mit.edu/>).



Ara no esperem que ho entengueu tot, només volem que us feu una petita idea de que és cada part del programa.

Si volem veure un programa acabat, ho podem fer, mirant els que hi ha penjats al repositori accessible desde la web <http://scratch.mit.edu/>

Ara posarem links de programes fets amb Scratch d'estadística i probabilitat.

<https://scratch.mit.edu/projects/267659/> (Diagrama de barres del llançament d'un dau).

<https://scratch.mit.edu/projects/749784/> (Diagrama de barres del resultat de sumar el llançament de dos daus)

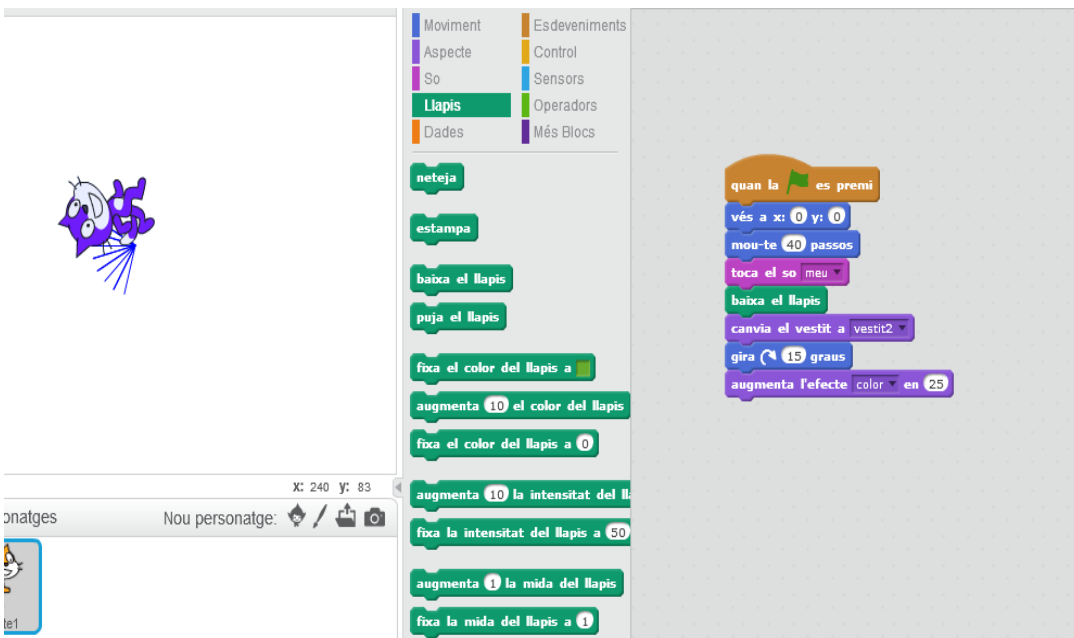
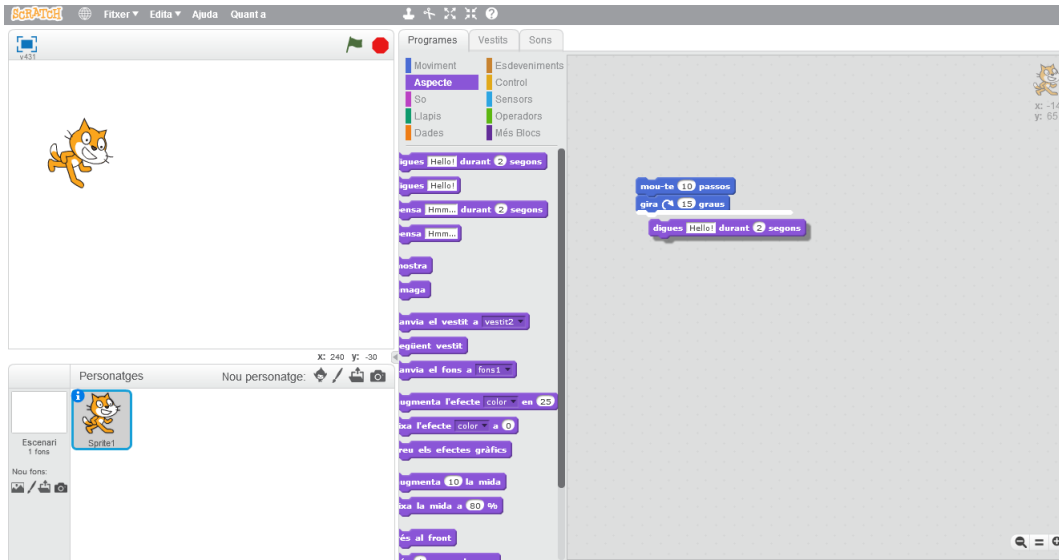
Ara ens toca començar la 1a pràctica:

Obrim el programa, cliquem en la bola (zona lila) i posem l'Scratch en català (o en l'idioma que triem, per defecte estarà en anglès).

- Podem moure l'objecte on vulguem del escenari, prenent el botó esquerre i sense deixar anar el botó el situen on volem.
- El podem duplicar , crear un objecte nou, eliminar-lo, canviar la seva mida, etc. Per fer-ho, cliqueu sobre l'objecte amb el botó dret.
- Ara farem que el gat es mogui ell sol, ho fem amb les instruccions de moviment (zona taronja). Anem enganxant les diferents instruccions com si fos un puzzle.

Exemple:

## Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch



Anem a crear un objecte nou, primer anem al fitxer (zona lila) i piquem en nou ,així començarem un nou programa. Ens fixem en la zona blau fort (si no recordeu quina zona és podeu anar una mica enrere i recordar-ho), on posa nou personatge. Podem seleccionar-ne un de la biblioteca de l'Scratch, carregar una imatge del nostre ordinador o el podem crear nou. Això últim és el que farem.

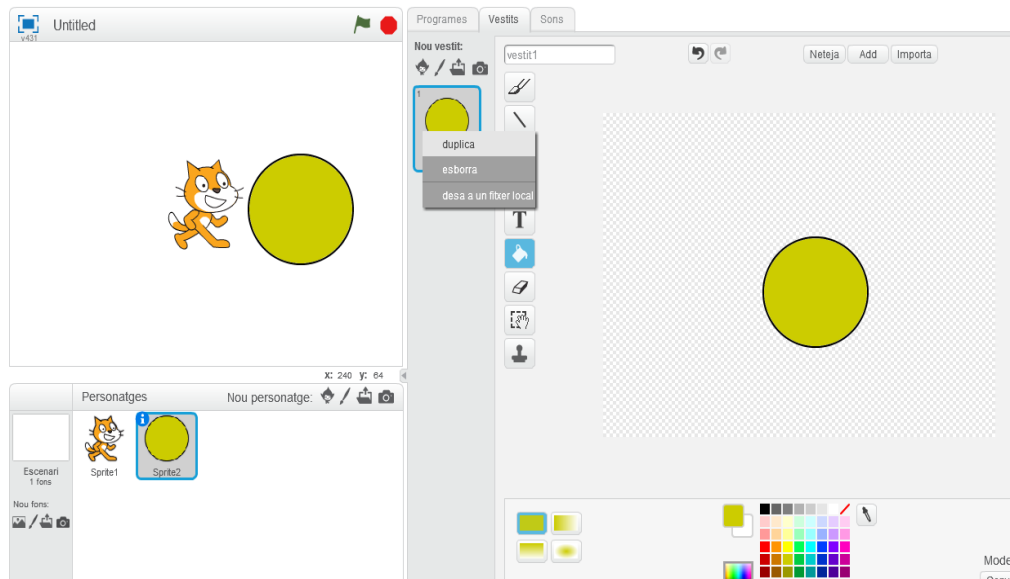
Primer esborrem el gat, ja sabem com fer-ho, ara no el necessitem. Fem click amb el botó esquerre del ratolí on posa: dibuixa un nou personatge (Blau fort).

Dibuixem una moneda amb l'editor d'imatges propi d'Scratch.

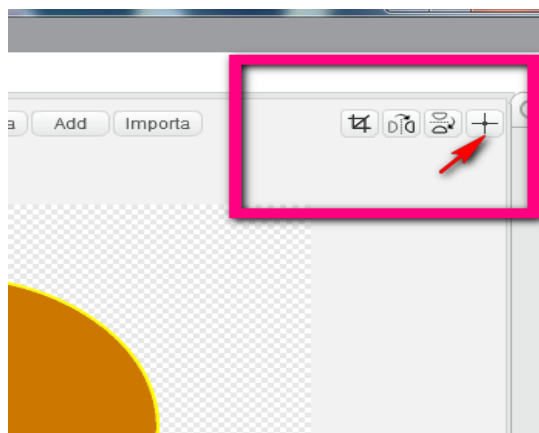
Si ens fixem, a l'esquerra del dibuix tenim diferents opcions per poder crear la nostra moneda, pintar i donar-li la forma adequada.

## Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch

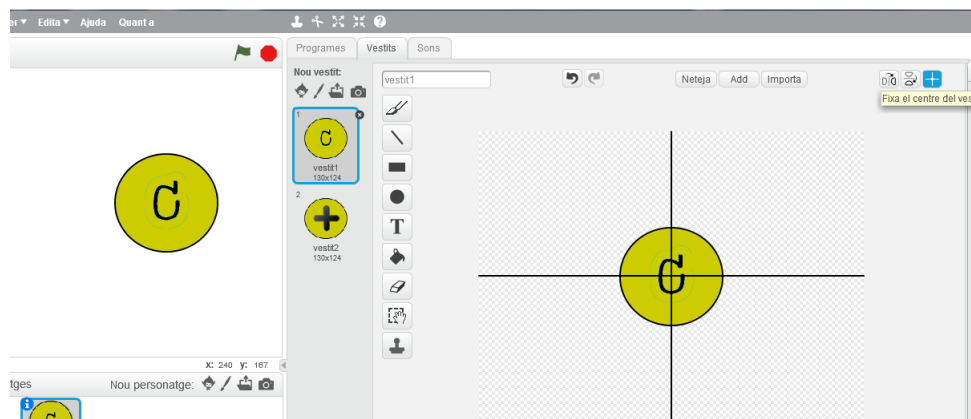
Duplicuem l'objecte (amb el botó dret), farem la cara i la creu.



Fixem el centre de la moneda amb la icona que hi ha a dalt a la dreta:



Cliquem la creu de dalt a la dreta marcada amb una fletxa i així marquem el centre. Ens quedarà una figura semblant a aquesta:

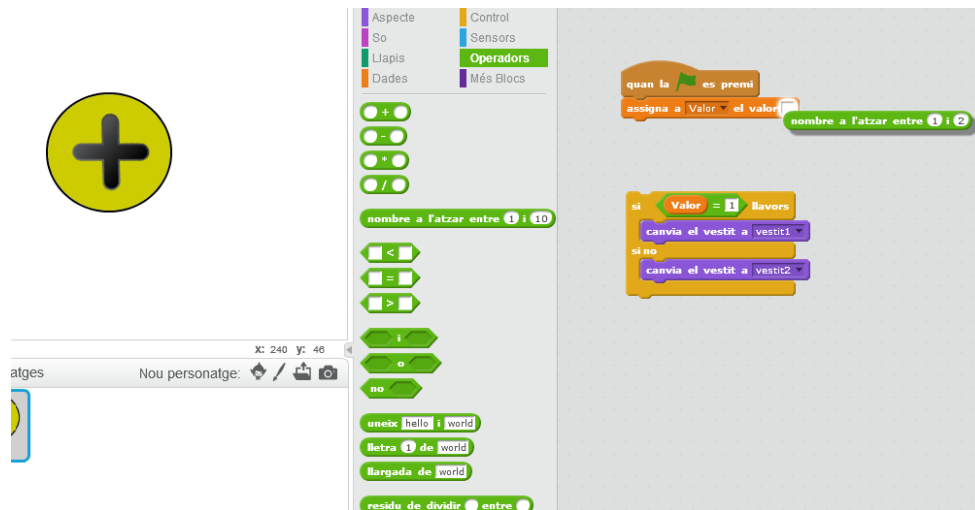


Ara tornem al nostre programa.

Farem que la moneda posi cara o creu amb la probabilitat real, que és d'1/2.

## Matemàtiques a l'educació secundària amb suport d'Scratch

Anem primer a crear una variable. Aquesta ens permetrà assignar un valor diferent a cada costat de la moneda.



Cada vegada que piquem la bandera verda, el nostre programa s'executarà.

Ja tenim el nostre primer programa d'Scratch, el guardem que més endavant el modificarem i podrem ampliar.

### Ampliació pràctica 1:

Podem fer que l'efecte de moviment de la moneda quan la llancem?

Podem aconseguir que al picar la moneda de l'escenari (color vermell), fer un llançament?

### Pràctica 2 (Per lliurar):

Podem aconseguir simular el llançament d'un dau?

Per facilitar-vos la tasca adjuntarem les imatges de les cares del dau, però si algú vol crear les seves cares pot fer-ho de la mateixa manera que hem creat les cares de la moneda.

Es demanarà que es calculi la freqüència absoluta i freqüència relativa de cada una de les parts de l'espai mostral.



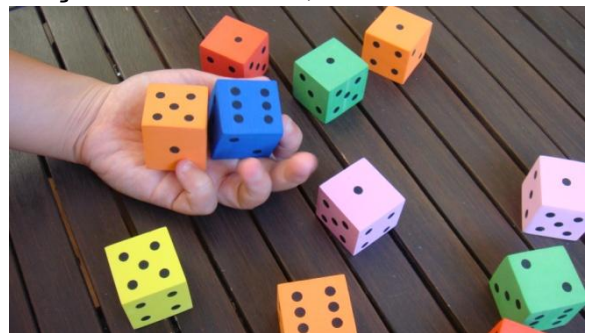
### Annex 7: Fitxa 2, espai mostral de dos daus.

Els darrers dies hem programat amb Scratch el llançament d'una moneda i el llançament d'un dau.

Ara ja podem abordar situacions una mica més complexes, com per exemple, treballant amb dos daus.

L'experiment aleatori d'avui consistirà en tirar dos daus i sumar els dos resultats.

- Quin és l'espai mostral d'aquest experiment aleatori?( *Recordatori si cal, de la definició d'espai mostral*).*(Espai mostral del llançament d'un dau, dos daus i de la suma)*.*(Colors diferents per assignar primer dau i segons dau)*.
- Penseu que els resultats de la suma de tirar dos daus, tenen la mateixa probabilitat de sortir, és a dir, són equiprobables? (Fem una conjectura)



Recordem: La probabilitat ens mesura el grau de possibilitat que té un esdeveniment determinat quan efectuem un experiment aleatori. Podríem fer l'experiment físicament, però l'Scratch ens permet treballar amb programes fets per altra gent.



<https://scratch.mit.edu/projects/749784/>

Ara es tracta d'entendre per què passa això.

- Que podem observar a primera vista en el diagrama de barres?
- Hi ha alguna tendència notable? Quins són el resultat que tenen més probabilitats de sortir i quins els que menys?
- Mirant els resultats, continueu pensant que els diferents resultats de la suma de dos daus són equiprobable?

Ara anem a intentar comprendre perquè passa això.(Lligar les dues taules)

Calculeu, utilitzant la taula, la probabilitat de cada un dels successos de la suma de dos daus:

$P(2)=$        $P(3)=$        $P(4)=$        $P(5)=$        $P(6)=$        $P(7)=$        $P(8)=$   
 $P(9)=$        $P(10)=$        $P(11) =$        $P(12)=$  .

Anem ara a comparar el resultat teòric amb l'experimental. (Scratch).

Seguidament, en termes col·loquials, podem expressar el *grau de possibilitat* de cada succés de l'espai mostral utilitzant els termes que es veuen a l'escala següent:

Grau de possibilitat:

- Impossible
- Poc probable
- Possible o probable
- Molt probable
- Segur

Ara ens podem fer alguna pregunta més. Classifica aquests esdeveniments en funció del *grau de possibilitat* al tirar dos daus i sumar el resultat:

1. La suma sigui 13.
2. La suma sigui 2.
3. La suma sigui un número més gran que 3.
4. La suma sigui 7.
5. La suma sigui un nombre parell.
6. La suma és un nombre més gran que 1.

Activitat d'ampliació: descarregar i modificar el programa per representar que passa. I que passarà quan restem els dos daus.

### Annex 8: Fitxa 3, l'urna.

Suposem que tenim una urna amb 20 boles de diferents colors:

5 grogues, 7 verdes i 8 blaves.

- Quin és l'espai mostral? Suposem que l'experiment aleatori és treure una bola i veure de quin color és:
- Quin és el color que té menys probabilitat de sortir?
- Quin és el que té més probabilitat de sortir?
- Calcula la probabilitat de cada color.
- Quant han de sumar les probabilitats de tots els color?

Us proposem un repte:

Tenim una urna amb 10 boles de 3 colors però sense saber quina és la seva composició. (Voluntari)

Què podríem fer per saber quina és la distribució de color de les boles de la caixa si només podem fer extraccions amb reposició (discussió i prova amb el material i explicació).

Probabilitat teòrica: La podem calcular perquè coneixem l'espai mostral.

Probabilitat experimental: Podem aconseguir una aproximació a base de fer repeticions. Però, quantes repeticions haurem de fer per a poder considerar el resultat "fiable"? (Lleis dels grans nombres: "Quan el nombre d'observacions d'un fenomen aleatori és molt gran, la freqüència d'un esdeveniment associat amb aquest s'aproxima progressivament a un valor determinat").

Ho podem programar?

Ara treballarem amb un programa d'Scratch i haurem de contestar les preguntes fetes pel programa.

<https://scratch.mit.edu/projects/57461254/>

- Penseu que la freqüència relativa ens dóna alguna informació de la composició?
- Si l'urna té un nombre diferent de boles, per exemple 30, com podem saber-ne la distribució? (Multiplicant la freqüència relativa pel nombre de boles).

### **Annex 9: Fitxa 4, variables de centralització.**

En aquesta pràctica visualitzarem un histograma i veurem que és la moda, mitjana aritmètica i mediana.

Recordem que un histograma és utilitzat per variables contínues i que el diagrama de barres l'utilitzem per variables discretes.

Teoria:

El recorregut o rang és la diferència entre els dos extrems del conjunt de dades.

La marca de classe és el punt mitjà de cada interval, és el valor que representa a tot l'interval (és útil per al càlcul d'alguns paràmetres com per exemple la mitjana aritmètica).

Primer farem l'exercici a mà i després utilitzem l'Scratch per visualitzar i corregir.

Volem estudiar les altures i el pes dels companys de classe.

Anem sortint a la pissarra (un per un) i anotem la nostra altura (en cm) i el pes (en kg).

Ara, agrupem les dades per classes. (135,140), [140,145), ..., [180,185).

Fer un histograma.

Quina és la moda (marca de classe) de les altures dels companys de classe?

Quina és la mitjana aritmètica del pes dels companys de classe?

Ara ho farem amb el programa :

<https://scratch.mit.edu/projects/55374432/>

Podem calcular la mediana (o les medianes) de les altures?

Podem fer que ens calculi la mitjana de les altures? Intentem modificar-lo.

El nombre de germans que tenen els alumnes d'una classe són:

3,0, 1, 2, 3, 4, 2, 1, 1, 2, 1, 2, 3, 2, 1, 2, 1, 4, 2, 0, 0, 1, 0, 2, 2, 2, 1, 2, 3, 1.

### Annex 10: Repàs previ a l'examen.

1. Dels experiments següents, digues quins són aleatoris i quins deterministes:
  - a) Llançar dos daus i sumar el resultat de les seves cares superiors.
  - b) Deixar caure un objecte des d'una altura de 10 metres i mesurar el temps que triga en arribar a terra.
  - c) Treure una carta d'una baralla i mirar el pal que surt.
  
2. Digues quin és l'espai mostral en cadascun dels següents casos i indica la probabilitat de cada element de l'espai mostral:
  - a) Llançament d'una moneda.
  - b) Tenim una urna amb 3 boles blanques i una bola negra. Traiem una bola a l'atzar i volem mirar-ne el color.
  
3. Les notes de matemàtiques dels alumnes d'una classe són: 3, 3, 7, 6, 5, 8, 6, 5, 4, 4, 5, 6, 5, 5, 9, 9, 10,3.
  - a) Fes la taula de freqüències.
  - b) Fes un diagrama de barres
  - c) Quina és la nota mitjana aritmètica de la classe? I la moda?
  - d) Quin és el rang o el recorregut de la mostra?
  
4. Tenim una urna plena de boles però no sabem quantes hi ha de cada color. Sabem que en 1000 extraccions ha sortit: 440 vegades el vermell, 180 el groc i 490 blau.
  - a) Calcula la freqüència relativa de cada color.
  - b) Sabent que hi ha 20 boles, quina és la composició més probable de les següents?
    - Composició 1: 8 vermelles, 10 blaves i 2 grogues.
    - Composició 2: 4 vermelles, 12 blaves i 4 grogues.
    - Composició 3: 7 vermelles, 9 blaves i 3 grogues i 1 verda.
    - Composició 4: 8 vermelles, 4 blaves i 8 grogues.
    - Composició 5: 7 vermelles, 10 blaves i 3 grogues.
    - Podem assegurar que aquesta composició que has seleccionat és 100% fiable? Per què?

5. Disposem d'una urna amb tres boles blanques, una bola negra i una vermella. (1 punt)
- a) Quina és la probabilitat de treure una bola i que aquesta sigui de color gris?
  - b) I la probabilitat que sigui vermella?
  - c) I la probabilitat que sigui blanca?
  - d) I la probabilitat que sigui negra?
6. Explica què vol dir:
- a) Freqüència relativa.
  - b) Freqüència absoluta.
  - c) Moda d'una variable aleatòria.
  - d) Rang d'una mostra en una variable aleatòria.